保障物理层安全的双功能MIMO雷达与通信系统联合波束成形设计

Fuwang Dong、Wei Wang、*IEEE*高级会员、Xin Li、Fan Liu、Sheng Chen、*IEEE*会士和Lajos Hanzo，*IEEE*终身会士

arXiv:2301.00340v1 [eess.SP] 1 Jan 2023

摘要—**双功能雷达与通信（DFRC）技术凭借其在功耗、物理硬件和频谱利用方面的优势，构成了一种颇具前景的下一代无线解决方案。本文提出了适用于多用户DFRC系统的先进波束成形设计，并将物理层安全（PLS）纳入考量。我们表明，经过适当设计的雷达波形也可以充当传统人工噪声，用于干扰窃听信道并增加设计自由度（DoF）。我们将联合波束成形设计构建为一个非凸优化问题，以在雷达发射波束图、通信服务质量（QoS）和物理层安全水平等相互冲突的设计目标之间实现有效权衡。随后，我们提出一种基于半定松弛（SDR）的算法及其低复杂度版本，以解决非凸性问题，并求得全局最优解。此外，我们还提出一种鲁棒波束成形方法，以处理实际中不完美的信道状态信息（CSI）。最后，本文给出仿真结果以验证理论结论，并展示所提方法的优越性。**

索引词—**双功能雷达与通信系统、联合波束成形设计、物理层安全、多用户MIMO。**

一、引言

无线移动服务呈指数级增长趋势，导致频谱资源日益稀缺，频谱价格不断攀升。例如，据报道，到2030年，联网设备数量预计将达到800亿，年增长率约为25%；活跃的物联网（IoT）到 2030 [1], [2]，设备数量将达到 241 亿。近期， [3], [4], 正式定义了通感一体化（*ISAC*）技术的概念与范畴，使感知与通信能够同时在同一频段和/或硬件平台上进行，从而显著提升资源利用率。鉴于通感一体化的诸多优势，该技术有望成为支持自动驾驶汽车 [5], [6]及 6G无线网络 [7] 中的 IoT 的一种前景广阔的技术。

根据发射信号的不同，通感一体化主要分为两类：雷达与通信频谱共存，以及雷达通信双功能（DFRC） [8], [9]。本文考虑一种双功能雷达通信系统，该系统通过单一硬件平台发射双功能信号/波形，借助实时协作实现联合感知与信号传输操作，从而获得相应优势。发射波束成形的主要动机是利用相关空间自由度（DoF），同时面向通信用户和雷达目标合成多个波束。在 [10]，中，作者将雷达目标视为处于视距（LoS）信道中的虚拟下行用户。因此，所设计的波束成形矩阵在与期望雷达波束图高度匹配的同时，还保证了下行用户所达到的信干噪比（SINR）。此外， [11], [12] 的作者研究了相关的符号/波形级探测信号设计问题，在雷达波形的相似性约束和恒模约束下，最小化多用户干扰能量。然而，上述方案仅利用通信波形作为双功能雷达通信波形来实现目标检测，因而导致自由度降低，进而造成雷达性能下降。为此， [13] 的作者首次提出了一种联合预编码的独立通信波形与雷达波形方案，其中，通信信号可以被视为一种特殊情形，即将专用雷达波形置零。因此，利用雷达波形的固有优势，可以有效弥补自由度损失，从而提升目标检测性能，尤其是在下行用户数量较少的情况下。

双功能雷达通信系统中的另一个关键问题，在相关文献中却鲜有研究，即如何确保所需信息 [14]的隐私与安全。雷达通信双功能基站（BS）会发射双功能探测波形用于探测，同时也

本研究部分受国家自然科学基金（项目编号：62271163）资助，部分受中央高校基本科研业务费（3072022QBZ0401、3072021CFT0404）资助。F. Liu谨此感谢国家自然科学基金（项目编号：62101234）以及中国科学技术协会（CAST）青年精英科学家资助计划（项目编号：YESS20210055）提供的经费支持。L. Hanzo谨此感谢工程与物理科学研究委员会项目EP/W016605/1和EP/P003990/1（COALESCE）以及欧洲研究委员会高级研究员资助QuantCom（项目编号：789028）提供的经费支持。（通讯作者：*Wei Wang*。）

Fuwang Dong 和 Fan Liu 任职于南方科技大学电子与电气工程系，地址：中国深圳 518055（电子邮箱：dongfw@sustech.edu.cn；liuf6@sustech.edu.cn）

Wei Wang 和 Xin Li 任职于哈尔滨工程大学智能系统科学与工程学院，地址：中国哈尔滨 150001（电子邮箱：wangwei407@hrbeu.edu.cn；xinxin forever@126.com）。

Sheng Chen 和 Lajos Hanzo 任职于南安普顿大学电子与计算机科学学院，地址为英国南安普顿 SO17 1BJ（电子邮箱：sqc@ecs.soton.ac.uk；lh@ecs.soton.ac.uk）。

表 I 我们的贡献与现有最先进方法的对比。

	[10]	[13]	[17]	[18]	[19]	我们的工作
安全传输			✓	✓	✓	✓
联合预编码通信与雷达波形		✓				✓
预编码器设计而非协方差矩阵	✓	✓	✓			✓
雷达波束图优化	✓	✓				✓
多用户	✓	✓			✓	✓
不完美信道状态信息估计					✓	✓
多个窃听者						✓
将雷达信号用作人工噪声						✓
物理层安全设计的紧确解						✓

向目标发送机密信息。显然，私人信息可能会泄露给目标，而目标可能充当潜在窃听者（Eves）。近期，已有多种方案提出通过利用有益干扰 [15], 、跳频[16], 和额外的人工噪声（AN） [17]–[19], 等方式，确保数据安全传输。作为一种复杂度低但效果显著的技术，人工噪声方法已广泛应用于通信领域，以增强物理层安全（PLS）。人工噪声辅助安全传输的基本原理是利用精心设计的人工噪声污染发射信号，在不影响合法用户（LUs） [20]的情况下，降低窃听者的接收质量。

在 [17], 中，针对存在单个目标和单个通信接收机的双功能雷达通信系统，构建了若干优化问题，包括保密速率最大化、目标回波信干噪比最大化以及发射功率最小化。为解决保密速率表达式的非凸性，研究提出了一种基于一阶泰勒展开的近似算法，但该算法导致原始非凸问题与近似问题之间存在性能差距。 [18] 的作者考虑了一种统一的无源雷达与通信联合系统，在确保保密速率高于某一目标值的同时，最大化无源雷达接收机处的信噪比。此外，[19]提出的鲁棒波束成形方案还考虑了若干实际约束，例如实际的目标方向估计和不完美信道状态信息（CSI）。然而，截至撰写本文时，大多数关于安全双功能雷达通信系统的研究存在以下两个缺陷：(1) 仅设计人工噪声的协方差矩阵，却未进一步分析双功能雷达通信系统的雷达检测；(2) 使用了泰勒展开或半定松弛（SDR）等若干松弛算法，却忽略了相较于原始非凸问题所造成的性能损失。

受上述文献知识空白的启发，我们针对一种多输入多输出（MIMO）双功能雷达通信系统，设计了联合预编码通信与雷达波形，以实现安全传输。该系统受 [13], 启发，可同时服务多个合法用户并检测多个目标。一方面，依托通感一体化技术的双功能雷达通信平台消除了系统硬件的重复配置。另一方面，专门设计的发射信号能够同时满足雷达、通信和物理层安全的要求，避免各项功能在资源消耗上的冗余，从而也降低功耗。与 [10]–[12], [19], 等现有双功能雷达通信方案相比，得益于额外雷达波形带来的自由度提升，我们的方法具有更优的雷达检测性能。与 [13], 不同，我们的工作还考虑了物理层安全水平，其中目标可能充当潜在的窃听者。不承载机密信息的雷达波形还可用作施加于通信信号上的人工噪声，以干扰窃听信道。本文的主要贡献总结如下；表 1 也以醒目、明确的方式直观对比了这些贡献与现有文献的区别。

- 我们为安全传输设计联合预编码通信与雷达波形。具体而言，传统物理层安全设计中的人工噪声可由专门设计的雷达信号取代，用以干扰窃听者，同时增加可用于目标检测的自由度。

- 我们在综合考虑雷达、通信和安全性能的基础上，将联合波束成形设计表述为一个非凸优化问题。我们还提出了基于半定松弛的方法及相应的低复杂度算法，以解决该问题的非凸性，并证明了本方案所采用的松弛是紧的。

- 针对不完美估计这一更贴近实际的场景（包括不确定的目标方向以及为合法用户获取的不完美信道状态信息），我们提出了一种鲁棒波束成形设计。我们还表明，为理想场景提出的全局最优重构方法仍适用于我们的鲁棒波束成形方案。
- 我们通过理论分析和仿真研究雷达、通信与物理层安全之间的性能权衡，为灵活的波束成形提供新的见解。

本文其余部分安排如下。第二节建立联合通信与雷达信号传输的数学模型，并分别介绍雷达检测、多用户通信和系统安全的性能指标。第三节阐述所提出的基于半定松弛的波束成形算法和低复杂度的基于迫零的算法。此外，第四节介绍一种基于不完美信道状态信息的鲁棒波束成形方法，第五节分析所提算法的性能与复杂度。最后，第六节和第七节分别给出仿真结果和结论

表 II 常用符号

符号	描述
$\mathbf{R}$	传输信号的协方差矩阵
$\mathbf{H}$	通信信道状态信息矩阵
$\mathbf{W}_r$ ($\mathbf{W}_c$)	雷达（通信）波束成形矩阵
Γ_e (Γ_c)	窃听者（合法用户）的信干噪比阈值
K	合法用户数量
Q	目标（窃听者）数量
M	天线数量
β	雷达信道的路径损耗系数
$L_r(\mathbf{R}\ \alpha)$	MIMO雷达波束图的最小二乘函数
γ_k ($\tilde{\gamma}_q$)	第 k 个合法用户（第 q 个窃听者）的信干噪比

和第七节，分别。

本文使用的符号如下。大写粗体字符 **A** （小写粗体字符 **a**）表示矩阵（列向量），小写普通字母 a 表示标量；$(\cdot)^T$、$(\cdot)^*$ 和$(\cdot)^H$ 分别表示转置、共轭和共轭转置运算；$|a|$ 和 $\|\mathbf{a}\|_2$ 分别表示标量 a 的模和向量 **a**的 ℓ_2-范数；$\mathbb{E}\{\cdot\}$ 表示统计期望；diag{**a**} 表示以 **a**的元素作为对角元素的对角矩阵；对于矩阵 **A**，$[\mathbf{A}]_{[i,j]}$ 表示第$(i,\ j)$个元素；$\mathbf{A}^{[:,1:k]}$ 和 $\mathbf{A}^{[1:k,:]}$ 分别表示包含 **A** 前 k 列和行的子矩阵；$\mathbf{I}_M$ 是 n维单位矩阵，$\mathbf{0}_{M\times N}$ 是所有元素均为零的 $M\times N$ 矩阵。本文中常用的符号汇总于表 II。

II. 系统模型与性能指标

A. 发射与接收信号模型

如图 1 所示，一台共址多输入多输出基站同时发射 DFRC 信号，以探测 Q 个目标并为 K 个合法用户提供服务。考虑到物理层安全设计，本文所考虑的所有目标均为非合作目标，例如无人机，它们同时被视为潜在的窃听者。我们假设基站配备 M 根按均匀线阵排列的天线，而所有窃听者和合法用户均配备单根天线。所提出的波束成形设计可直接扩展至多天线场景。

记 [13],时隙 n的离散时间发射信号为通信信号与雷达波形的加权和，可表示为

$$\mathbf{x}[n]=\mathbf{W}_r\mathbf{s}[n]+\mathbf{W}_c\mathbf{c}[n],\ n=0,1,\cdots,N-1, \tag{1}$$

其中，$\mathbf{s}[n]=[s_1[n],\cdots,s_M[n]]^T$表示各个雷达信号，$\mathbf{c}[n]=[c_1[n],\cdots,c_K[n]]^T$表示面向合法用户的 K路并行通信符号流。N 为符号总数。此外，$\mathbf{W}_r\in\mathbb{C}^{M\times M}$和$\mathbf{W}_c\in\mathbb{C}^{M\times K}$ 分别表示针对雷达波形和通信波形设计的波束成形矩阵（或预编码器）。仅利用通信信号进行 [10]–[12], [19],检测的传统发射信号策略，可视为与$\mathbf{W}_r=\mathbf{0}$相对应的特殊情况。根据相关文献，对发射信号（1）作出如下假设。

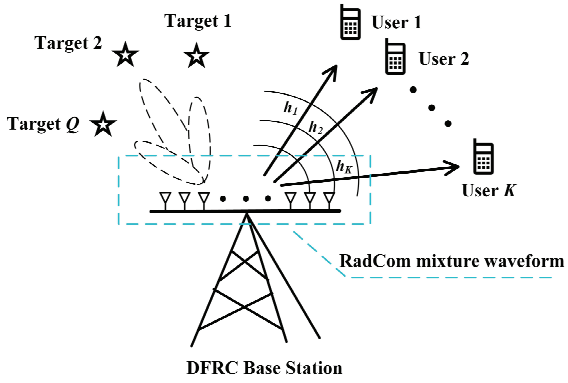


图 1. 双功能雷达通信系统通过发射混合波形探测目标（窃听者）并为下行用户提供服务。

- 雷达信号和通信信号均为零均值、时间白且宽平稳的随机过程；
- 雷达波形与通信波形在统计上相互独立，因此有 $\mathbb{E}\{\mathbf{sc}^H\}=\mathbf{0}_{M\times K}$；
- 雷达波形彼此正交，因此有 $\mathbb{E}\{\mathbf{ss}^H\}=\mathbf{I}_M$；
- 发送给不同合法用户的通信符号互不相关，即 $\mathbb{E}\{\mathbf{cc}^H\}=\mathbf{I}_K$；

此处，信号功率归一化为 1。因此，发射信号的协方差矩阵可写为

$$\mathbf{R}=\mathbb{E}\{\mathbf{xx}^H\}=\mathbf{W}_r\mathbf{W}_r^H+\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H. \tag{2}$$

令 $\mathbf{y}=[y_1,y_2,\cdots,y_K]^T$表示所有合法用户的接收信号向量，可将其表示为

$$\mathbf{y}=\mathbf{H}\mathbf{x}+\mathbf{n}_c, \tag{3}$$

其中，$\mathbf{H}=[\mathbf{h}_1^*,\cdots,\mathbf{h}_K^*]^T\in\mathbb{C}^{K\times M}$为信道矩阵，$\mathbf{h}_k$ 表示从基站到第 k 个合法用户的信道向量；$\mathbf{n}_c\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},\sigma_c^2\mathbf{I}_K)$ 表示加性白高斯噪声（AWGN）。此外，感兴趣的目标可视为位于双功能雷达通信系统视距信道中的虚拟下行用户 [10]。因此，第 q 个目标（窃听者）接收到的信号可建模为 [19]

$$r_q=\beta_q\mathbf{a}^H(\theta_q)\mathbf{x}+n_e, \tag{4}$$

其中，β_q 是复路径损耗系数，n_e 是协方差为 σ_e^2的加性白高斯噪声，而**a**(θ)表示均匀线性阵列的导向矢量，可表示为

$$\mathbf{a}(\theta)=\frac{1}{\sqrt{M}}\left[1,e^{\jmath 2\pi\frac{d}{\lambda}\sin(\theta)},\cdots,e^{\jmath 2\pi(M-1)\frac{d}{\lambda}\sin(\theta)}\right]^T. \tag{5}$$

其中，d 是天线间距，λ 是载波波长，θ 是目标的方位角。

波束成形设计之前，基站必须获取合法用户和窃听者的信道状态信息。通常，合法用户的信道状态信息矩阵 **H** 可通过信道估计和反馈技术获取 [21]。相比之下，由于窃听者通常是被动的，因此很难获取基站到窃听者的信道状态信息。幸运的是，双功能雷达通信

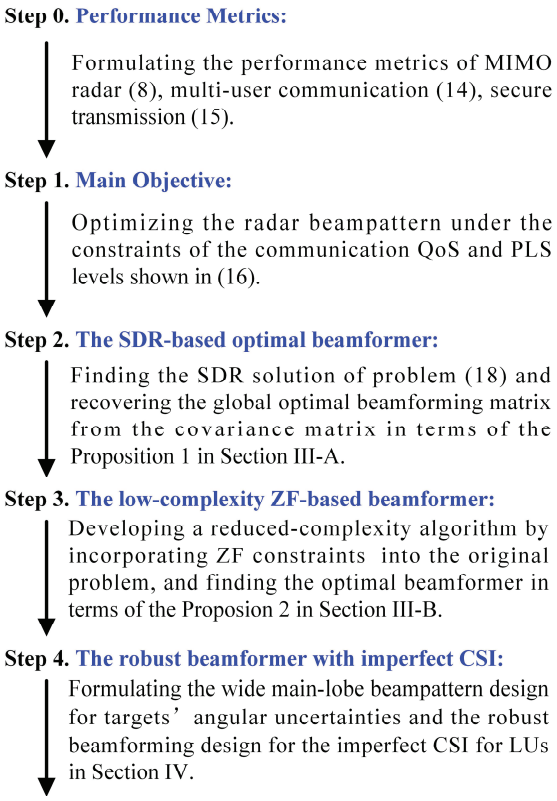


图2. 数学分析流程。

信号可用于通过雷达参数估计技术估计方位角和路径损耗系数[22], [23]。由于本文仅关注波束成形设计，因此忽略雷达参数估计和信息解调的过程。详细内容见 [1], [24]。在进行数学分析之前，我们在图2中展示了下文分析的流程，便于读者一目了然地把握本文的整体结构。

B. 性能指标

在我们为安全传输所设计的物理层波束成形器中，未考虑与符号级波形设计 [11], [12] 相关的一些重要特性，例如雷达的模糊函数、峰均功率比（PAPR）等。下面分别介绍我们用于目标检测、通信服务质量（QoS）和物理层安全（PLS）水平的性能指标。

(1) ***MIMO***雷达的性能指标：一般而言，MIMO雷达主要有两种功能，即检测和跟踪。在检测阶段，由于没有关于目标的先验信息，MIMO雷达倾向于生成空间正交波形和全向波束图（即$\mathbf{R} = \mathbf{I}$），以检测潜在目标。随后，在跟踪阶段，MIMO雷达会将波束指向先前观测中获取的感兴趣目标方向。我们不再以最大化雷达接收机处的信干噪比为目标 [25],，而是着重关注雷达发射波束图的性能。方位角 θ 处合成的雷达波束图可表示为

$$P(\theta;\mathbf{R}) = \mathbb{E}\{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}\mathbf{x}^H\mathbf{a}(\theta)\} = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta). \tag{6}$$

此外，方向θ_1 与 θ_2 之间的互相关图可写为

$$P_c(\theta_1,\theta_2;\mathbf{R}) = \mathbf{a}^H(\theta_2)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_1). \tag{7}$$

MIMO雷达的波束成形器设计目标包括以下 [26]

- 在感兴趣的扇区内优化波束图，以集中信号功率，同时保持较低的旁瓣电平；
- 降低目标角度集合上的互相关图，以实现出色的自适应性能；

为此，我们采用基于最小二乘法定义的损失函数作为多输入多输出雷达的性能指标，其形式为

$$L_r(\mathbf{R},\alpha) = L_b(\mathbf{R},\alpha) + \eta L_c(\mathbf{R}), \tag{8}$$

其中，η 是加权因子，表示根据相关实际需求，对这两项赋予的相对重要性。第一项表示设计波束图与期望波束图之间的均方误差，其形式为

$$L_b(\mathbf{R},\alpha) = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}|\alpha\Phi(\theta_l) - P(\theta_l;\mathbf{R})|^2. \tag{9}$$

这里，α 是缩放因子，$\Phi(\theta)$表示期望的发射波束图，$\{\theta_l\}_{l=1}^{L}$ 表示覆盖感兴趣目标的精细网格点。令 Δ 表示波束宽度，则方位角 $\theta^\star$ 处的期望波束图为

$$\Phi(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta^\star - \dfrac{\Delta}{2} \le \theta \le \theta^\star + \dfrac{\Delta}{2} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{10}$$

此外，第二项是均方互相关图，其形式为

$$L_c(\mathbf{R}) = \frac{2}{P^2-P}\sum_{p=1}^{P-1}\sum_{q=p+1}^{P}|P_c(\bar{\theta}_p,\bar{\theta}_q;\mathbf{R})|^2, \tag{11}$$

其中，$\{\theta_p\}_{p=1}^{P}$ 是给定的目标方向。更多详情请参阅 [13], [26] 。

(2)多用户通信的性能指标：下行用户接收信号的信干噪比所对应的可达传输速率，是多用户通信系统中的标准性能指标。为便于记号表示，我们引入 $\mathbf{W} = [\mathbf{W}_c,\mathbf{W}_r]$，其中 $\mathbf{w}_i$ 是$\mathbf{W}$ 的第i列，$i = 1,\cdots,K+M$。于是，信号协方差矩阵可改写为

$$\mathbf{R} = \mathbf{W}\mathbf{W}^H = \sum_{i=1}^{K+M}\mathbf{w}_i\mathbf{w}_i^H = \sum_{i=1}^{K+M}\mathbf{R}_i, \tag{12}$$

其中$\mathbf{R}_i = \mathbf{w}_i\mathbf{w}_i^H$为秩一协方差矩阵。具体而言，$\mathbf{R}_1,\cdots,\mathbf{R}_K$为通信符号的协方差矩阵，其中最后的 M 个为雷达

波形。因此，第 k 个合法用户的信干噪比可表示为

$$\gamma_k = \frac{\mathbb{E}\{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k c_k|^2\}}{\sum\limits_{i=1,i\neq k}^{K} \mathbb{E}\{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i c_i|^2\} + \sum\limits_{j=1}^{M} \mathbb{E}\{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_{j+K} s_j|^2\} + \sigma_c^2} = \frac{\mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{h}_k}{\sum\limits_{i=1,i\neq k}^{K+M} \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_i \mathbf{h}_k + \sigma_c^2}. \tag{13}$$

多用户波束成形 [27]有两种常见的设计准则。一种是吞吐量准则，旨在最大化系统和速率。另一种是公平性准则，旨在最大化每个用户的最小信干噪比，可表示为

$$\max \min\{\gamma_1, \cdots, \gamma_K\}. \tag{14}$$

在本文中，采用信干噪比公平性作为多用户通信的性能度量。一方面，该公平性度量可确保每个合法用户都能获得令人满意的服务质量。另一方面，基于公平性度量的优化比 NP难的最优吞吐量波束成形问题更易处理。给定最低通信服务质量水平 Γ_c后，信噪比公平性度量可转化为强制用户的最小信干噪比高于目标阈值，即 $\gamma_k \geq \Gamma_c$， $k = 1, \cdots,$ K。

(3) 物理层安全水平的性能度量：当目标变为窃听者时，窃听者可达到的数据速率不可忽略。一种直接的方法是增加干扰信号功率的比例，以牺牲有用信号为代价。根据前文分析，不承载任何期望信息的雷达波形可视为干扰，并会污染窃听者的接收信号。因此，根据接收信号模型 (4)，第q个窃听者的信干噪比可表示为

$$\tilde{\gamma}_q = \frac{|\beta_q|^2 \mathbf{a}(\theta_q)^H \sum_{k=1}^{K} \mathbf{R}_k \mathbf{a}(\theta_q)}{|\beta_q|^2 \mathbf{a}(\theta_q)^H \sum_{i=K+1}^{K+M} \mathbf{R}_i \mathbf{a}(\theta_q) + \sigma_e^2}. \tag{15}$$

根据 [19], , 我们考虑式（15）中的最坏情况信干噪比，并假设所有发往 K 合法用户的信息对窃听者而言都是期望信号。如 [28],所述，只要 $\gamma_k > \tilde{\gamma}_q$，就存在能够让合法用户而非窃听者可靠解码传输信息的调制与编码方案；对于 $\forall k$， q。因此，为达到令人满意的物理层安全水平，我们将窃听者处的最大信干噪比限制在给定阈值 Γ_e 以下，而非优化式 [17], 中定义的保密速率 $[\log(1+\gamma_k) - \log(1+\tilde{\gamma}_q)]^+$。一方面，由于系统保密速率关于$\mathbf{R}_i$具有非凸性，难以确定。另一方面，基于信干噪比公平性的方案仍能凭借对数函数的单调性维持最低通信速率，因此，通过适当选择阈值 Γ_c 和 Γ_e，可以等效地达到所需的保密速率 $[\log(1+\Gamma_c) - \log(1+\Gamma_e)]^+$。

III. 理想场景下的波束成形设计

本节旨在设计发射波束成形矩阵 $\mathbf{W}_r$ 和 $\mathbf{W}_c$，并考虑上一节给出的雷达波束图、通信服务质量和物理层安全水平性能指标。我们首先考虑理想条件，即基站完全掌握合法用户和窃听者的信道状态信息；下一节将讨论更实际的不完美信道状态信息场景下的波束成形器设计。

A. 所提出的基于半定松弛的波束成形算法

我们的波束成形设计目标是最小化期望发射波束图与基站生成的发射波束图之间的差异，以实现良好的目标检测和跟踪性能。同时，波束成形设计还确保合法用户的下行链路信干噪比高于给定阈值，而窃听者的信干噪比低于该阈值。根据定义式（12），我们不直接优化预编码矩阵 $\mathbf{W}$，而是针对变量$\mathbf{R}_i$ 建立如下基于半定松弛的优化问题:

$$\begin{aligned}
\underset{\mathbf{R},\{\mathbf{R}_i\},\alpha}{\text{minimize}} \quad & L_r(\mathbf{R}, \alpha) && (\mathcal{P}_0)\\
\text{subject to} \quad & \mathbf{R} = \sum_{i=1}^{K+M} \mathbf{R}_i \in \mathcal{S}_M^+, \ \alpha > 0, && \text{(16a)}\\
& \mathbf{R}_i \in \mathcal{S}_M^+, \ i = 1, \cdots, K+M, && \text{(16b)}\\
& \text{rank}(\mathbf{R}_i) = 1, \ i = 1, \cdots, K+M, && \text{(16c)}\\
& [\mathbf{R}]_{[m,m]} = P_t/M, \ m = 1, \cdots, M, && \text{(16d)}\\
& \gamma_k \geq \Gamma_c, \ k = 1, \cdots, K, && \text{(16e)}\\
& \tilde{\gamma}_q \leq \Gamma_e, \ q = 1, \cdots, Q, && \text{(16f)}
\end{aligned}$$

其中， $\mathcal{S}_M^+$表示由所有 M维复半正定矩阵构成的集合，即 $\mathcal{S}_M^+ = \{\mathbf{A} | \mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M\times M}, \mathbf{A} = \mathbf{A}^H, \mathbf{A} \succeq 0\}$。（c）中的秩约束等价于$\mathbf{R}_i = \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H$。(16d)表示每根天线功率约束， P_t 为基站的总发射功率。此外，目标函数以及约束(16e)、(16f)对应于第二节B中介绍的性能指标，其中 Γ_c 和 Γ_e 分别是预先设定的合法用户和窃听者的信干噪比阈值。

将信干噪比表达式 (13) 和 (15) 代入约束，并进行一些简单的数学运算后，可将 (16e) 和 (16f) 改写为

$$(1+\Gamma_c^{-1}) \mathbf{h}_k^H \mathbf{R}_k \mathbf{h}_k \geq \mathbf{h}_k^H \mathbf{R} \mathbf{h}_k + \sigma_c^2, \ \forall k \tag{17a}$$

$$(1+\Gamma_e^{-1}) \mathbf{a}_q^H \sum_{k=1}^{K} \mathbf{R}_k \mathbf{a}_q \leq \mathbf{a}_q^H \mathbf{R} \mathbf{a}_q + \frac{\sigma_e^2}{|\beta_q|^2}, \forall q \tag{17b}$$

其中，$\mathbf{a}_q$ 是$\mathbf{a}(\theta_q)$的缩写形式。可以观察到，各个矩阵 $\{\mathbf{R}_i\}_{i\geq K+1}$ 对信干噪比约束没有影响，因此我们可以从原始问题 $\mathcal{P}_0$ （式 (16)）中移除这些矩阵变量。这样一来，矩阵变量的数量从 $K+M+1$减少到 $K+1$，从而大幅降低了内存需求。

通过对约束 (16a) 进行重新表述，问题 $\mathcal{P}_0$ 可转化为

$$\begin{aligned}
\underset{\mathbf{R},\mathbf{R}_1,\cdots,\mathbf{R}_K,\alpha}{\text{minimize}} \quad & L_r(\mathbf{R},\alpha) && (\mathcal{P}_1)\\
\text{subject to} \quad & \mathbf{R}\in\mathcal{S}_M^+,\ \mathbf{R}-\sum_{k=1}^{K}\mathbf{R}_k\in\mathcal{S}_M^+, && (18a)\\
& \alpha>0,\ \mathbf{R}_k\in\mathcal{S}_M^+,\ k=1,\cdots,K, && (18b)\\
& \text{rank}(\mathbf{R}_k)=1,\ k=1,\cdots,K, && (18c)\\
& [\mathbf{R}]_{[m,m]}=P_t/M,\ m=1,\cdots,M, && (18d)\\
& (17a),\ (17b).
\end{aligned}$$

然而，问题 $\mathcal{P}_1$ 由于秩一约束而呈非凸。因此，省略秩一约束 (18c) 后，可得到问题 $\mathcal{P}_1$ 的基于半定松弛的版本，记为问题 $\mathcal{P}_2$。由此，问题 $\mathcal{P}_2$ 转化为标准的二次半定规划（QSDP），因为其目标函数是半正定二次型，且所有约束均为线性或半定约束。因此，借助标准凸优化工具箱 [29]，[30]，可以在多项式时间内求得全局最优解。需要注意的是，松弛问题 $\mathcal{P}_2$ 的最优解不一定是秩一矩阵，因此可以采用经典的特征值分解或高斯随机化方法 [31] 来求解原始问题 $\mathcal{P}_1$。遗憾的是，这类近似算法通常只能为原始问题提供次优解，因而导致性能损失。

为克服这一不足，我们着手寻找问题 $\mathcal{P}_1$ 的全局最优解，这意味着半定松弛是紧的。受 [13]，中结果的启发，我们提出如下命题。

^^^命题*1*：设 $\mathbf{R}$，$\mathbf{R}_1$，$\cdots$，$\mathbf{R}_K$ 是二次半定规划问题 $\mathcal{P}_2$ 的最优解。对于问题 $\mathcal{P}_1$，还存在一个全局最优解 $\tilde{\mathbf{R}}$，$\tilde{\mathbf{R}}_1$，$\cdots$，$\tilde{\mathbf{R}}_K$，其中

$$\tilde{\mathbf{R}}=\hat{\mathbf{R}},\ \tilde{\mathbf{w}}_k=(\mathbf{h}_k^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k)^{-1/2}\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k,\ \tilde{\mathbf{R}}_k=\tilde{\mathbf{w}}_k\tilde{\mathbf{w}}_k^H, \quad (19)$$

对于 $k=1,\cdots,K$。

证明：证明见附录 A。 ■

根据命题1，我们可以从问题 $\mathcal{P}_1$ 的基于二次半定规划松弛的版本 $\mathcal{P}_2$ 中得到该问题的秩一全局最优解，其中松弛是紧的。剩下的步骤是求解原始问题 $\mathcal{P}_0$ 的最优解，即获得用于雷达波形的预编码矩阵 $\mathbf{W}_r$。为满足约束条件 (16a) 和 (16b)，可通过以下分解得到 M 预编码向量 $\{\mathbf{w}_i\}_{i\geq K+1}$

$$\mathbf{W}_r\mathbf{W}_r^H=\mathbf{R}_{\text{rad}}=\tilde{\mathbf{R}}-\sum_{k=1}^{K}\tilde{\mathbf{R}}_k, \quad (20)$$

其中 $\mathbf{W}_r=[\mathbf{w}_{K+1},\cdots,\mathbf{w}_{K+M}]$。实际上，由于本文未考虑相关的波形级设计，分解式 (20) 并不唯一，但由于雷达信号协方差矩阵具有半正定性质，这一分解是显而易见的。平方根矩阵（$\mathbf{W}_r=\mathbf{R}_{\text{rad}}^{1/2}\mathbf{U}$，$\mathbf{U}$ 为任意酉矩阵）等多种分解方法 [32] 以及基于乔列斯基分解的方法均可采用 [33]。

B. 基于零迫的低复杂度算法

所提出的基于半定松弛的算法的主要计算复杂度负担在于求解二次半定规划问题 $\mathcal{P}_2$，这促使我们寻求一种低复杂度解。受[13], 中基于零迫（ZF）的方法启发，我们通过将零迫约束引入问题 $\mathcal{P}_2$，提出了一种低复杂度次优算法。零迫方法广泛用于低复杂度线性预编码器中，因为其性能趋近于最优非线性预编码器的性能，尤其是在天线数量较大时 [34]，[35]。其主要优点在于消除用户间干扰和雷达干扰，从而在每个用户处实现较高的信干噪比。从数学上讲，零迫约束可表示为

$$\mathbf{H}\mathbf{W}_c=\text{diag}(\sqrt{\rho_1},\cdots,\sqrt{\rho_K}),\ \mathbf{H}\mathbf{W}_r=\mathbf{0}_{K\times M}, \quad (21)$$

其中，ρ_k 表示第 k个用户处的信号功率，$1\leq k\leq K$。回顾定义 $\mathbf{W}=[\mathbf{W}_c,\mathbf{W}_r]$ 和 $\mathbf{R}=\mathbf{W}\mathbf{W}^H$后，(21)可等价地转换为以下形式（定理 2, [13]）

$$\mathbf{H}\mathbf{R}\mathbf{H}^H=\text{diag}(\boldsymbol{\rho}), \quad (22)$$

其中 $\boldsymbol{\rho}=[\rho_1,\cdots,\rho_K]$。此外，将 (21) 或 (22) 代入信干噪比表达式 (13)，相关的信干噪比约束 (17a) 可简化为

$$\rho_k\geq\Gamma_c\sigma_c^2,\ \forall k. \quad (23)$$

可以看出，通过施加零迫约束，合法用户的信干噪比约束中已不再包含单独的矩阵变量 $\mathbf{R}_k$。沿用相同的方法进一步减少矩阵变量的数量，并引入辅助矩阵变量 $\mathbf{R}_{\text{com}}=\sum_{k=1}^{K}\mathbf{R}_k$，物理层安全约束 (17b) 可改写如下

$$(1+\Gamma_e^{-1})\mathbf{a}_q^H\mathbf{R}_{\text{com}}\mathbf{a}_q\leq\mathbf{a}_q^H\mathbf{R}\mathbf{a}_q+\frac{\sigma_e^2}{|\beta_q|^2},\ \forall q \quad (24)$$

此外，我们可立即推导出$\mathbf{R}_{\text{com}}$ 的零迫约束：

$$\mathbf{H}\mathbf{R}_{\text{com}}\mathbf{H}^H=\mathbf{H}\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H\mathbf{H}^H=\text{diag}(\boldsymbol{\rho}). \quad (25)$$

因此，通信信干噪比约束和物理层安全约束中均不再包含单独的矩阵变量 $\mathbf{R}_k$。相应地，问题 $\mathcal{P}_2$ 可转化为

$$\begin{aligned}
\underset{\mathbf{R},\mathbf{R}_{\text{com}},\boldsymbol{\rho},\alpha}{\text{minimize}} \quad & L_r(\mathbf{R},\alpha) && (\mathcal{P}_3)\\
\text{subject to} \quad & \mathbf{R}\in\mathcal{S}_M^+,\ \mathbf{R}-\mathbf{R}_{\text{com}}\in\mathcal{S}_M^+,\mathbf{R}_{\text{com}}\in\mathcal{S}_M^+, && (26a)\\
& [\mathbf{R}]_{[m,m]}=P_t/M,\ m=1,2,\cdots,M, && (26b)\\
& \mathbf{H}\mathbf{R}\mathbf{H}^H=\text{diag}(\boldsymbol{\rho}), && (26c)\\
& \mathbf{H}\mathbf{R}_{\text{com}}\mathbf{H}^H=\text{diag}(\boldsymbol{\rho}), && (26d)\\
& \alpha>0,\ (23),\ (24).
\end{aligned}$$

问题 $\mathcal{P}_3$ 也是一个标准的二次半定规划问题，因为其目标函数具有半正定二次型

算法 1 为安全DFRC设计的基于SDR（ZF）的波束成形算法。

输入：
基站的总发射功率 P_t;
雷达期望波束图 $\Phi(\theta)$;
瞬时下行信道$\mathbf{H}$;
合法用户的SINR阈值 Γ_c 和窃听者的SINR阈值 Γ_e;
窃听者的方向 θ_q, $q=1,\ \cdots,\ Q$;
输出
总体预编码矩阵 $\mathbf{W}=[\mathbf{w}_1,\ \cdots,\ \mathbf{w}_{K+M}]$。
步骤
1. 通过凸优化求解器计算 $\mathcal{P}_2$ （或 $\mathcal{P}_3$）的最优解;
2. 根据式 (19)（或式 (28)）计算$\mathbf{w}_1,\cdots,\mathbf{w}_K$;
3. 根据式 (20)（或式 (29)）计算$\mathbf{w}_{K+1},\cdots,\mathbf{w}_{K+M}$;

且所有约束均为线性约束或半定约束。类似地，最优解 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{R}_{\text{com}}$ 可以通过标准凸优化工具箱在多项式时间内求得。

下一步是根据最优解$\mathbf{R}$ 和$\mathbf{R}_{\text{com}}$恢复预编码矩阵$\mathbf{W}$ 。受 [13], 的定理 2 启发，我们分别提出以下构造雷达和通信预编码矩阵的步骤。首先，利用$\mathbf{R}_{\text{com}}=$ 的半正定性质，采用经典乔列斯基分解或平方根法，得到$\mathbf{L}_c\mathbf{L}_c^H$。然后，对$\mathbf{HL}_c$进行行QR分解，得到

$$\mathbf{HL}_c=[\mathbf{L}_h,\mathbf{0}_{K\times(M-K)}]\mathbf{Q}, \tag{27}$$

其中$\mathbf{L}_h$ 是一个 $K\times K$ 下三角矩阵，$\mathbf{Q}$ 是一个$M\times M$ 酉矩阵。因此，通信预编码器可表示为

$$\mathbf{W}_c=\mathbf{L}_c[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}, \tag{28}$$

而雷达预编码矩阵$\mathbf{W}_r$ 可表示为

$$\mathbf{W}_r\mathbf{W}_r^H=\hat{\mathbf{R}}_{\text{rad}}=\hat{\mathbf{R}}-\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H. \tag{29}$$

随后，我们通过引入以下命题来分析所提出的预编码器设计方法的可行性。

^^命题 *2*：给定问题 $\mathcal{P}_3$ 的最优解$\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{R}_{\text{com}}$ ，式 (28) 中的矩阵$\mathbf{W}_c$ 和式 (29) 中的矩阵$\mathbf{W}_r$ 也分别是问题 $\mathcal{P}_3$ 的最优预编码器，并且同时满足零迫约束 (21)。

证明：证明分为三个部分，详见附录 B。■

命题 2 说明了从问题 $\mathcal{P}_3$ 的最优解中恢复出的所提预编码矩阵具有可行性和高效性。总之，利用所提的基于半定松弛的算法和低复杂度的基于零强迫的算法，在信道状态信息完美已知的情况下，我们可以获得用于 DFRC安全传输的最优波束成形。所提算法的详细流程总结于算法 1 中。

IV. 不完美信道状态信息下的鲁棒波束成形设计

在实际应用中，由于估计误差、反馈量化、硬件缺陷等因素，难以获取精确的信道状态信息，因此基站掌握的信道状态信息并不完美。具体而言，对于雷达目标，我们假设基站大致知道第 q个目标的方向，其范围为角度区间 $[\theta_q-\Delta\theta_q,\theta_q+\Delta\theta_q]$，其中 $\Delta\theta_q$ 表示相应的角度不确定性。此外，对于通信合法用户，第 k个合法用户的信道状态信息矩阵采用加性误差模型表示为$\mathbf{h}_k=\hat{\mathbf{h}}_k+\boldsymbol{\epsilon}_k$，其中$\hat{\mathbf{h}}_k$ 为估计的信道状态信息矩阵， $\boldsymbol{\epsilon}_k$ 表示信道不确定性。因此，本节旨在设计用于安全传输的鲁棒波束成形方案。

A. 宽主瓣波束图设计

目标方向的不确定性会影响问题 $\mathcal{P}_0$ 中的目标函数和物理层安全约束。一方面，基站应形成宽主瓣，以避免漏检目标。因此，应根据角度不确定性 $\Delta\theta_q$ 适当选择式 (10) 中的波束宽度 Δ ，从而覆盖目标所有可能的位置。

另一方面，由于窃听者可能位于角度区间内的任意方向，因此我们应确保每个可能方向上的保密速率都令人满意。因此，应将信干噪比约束 (17b) 修改为

$$(1+\Gamma_e^{-1})\mathbf{a}_{q_i}^H\sum_{k=1}^{K}\mathbf{R}_k\mathbf{a}_{q_i}\le\mathbf{a}_{q_i}^H\mathbf{R}\mathbf{a}_{q_i}+\frac{\sigma_e^2}{|\beta_q|^2},\ \forall\theta_{q_i}\in\bar{\Omega}_q, \tag{30}$$

其中，$\bar{\Omega}_q$ 是一个覆盖第 q 个窃听者潜在方向的离散集合，$\mathbf{a}_{q_i}$ 表示$\mathbf{a}(\theta_{q_i})$的紧凑形式。可以看出，角度不确定性会在相应的角度区间内引入更多类似于 (17b) 的约束。显然，所提出的算法 1 也能够处理修改后的约束 (30)。换言之，目标数量和目标方向的不确定性决定了物理层安全约束的数量。自然地，为确保特定物理层安全水平而施加大量约束，会导致雷达波束图和通信服务质量下降。我们将在第六节中说明这一现象。

B. 用于缓解合法用户信道状态信息误差的鲁棒波束成形

与 [19], [37],类似，我们假设信道状态信息不确定性受限于一个球形区域，如下所示

$$\mathcal{S}_k:=\{\hat{\mathbf{h}}_k+\boldsymbol{\epsilon}_k\,|\,||\boldsymbol{\epsilon}_k||\le u_k\},\ \forall k. \tag{31}$$

在这种情况下，式 (13) 中第 k 个合法用户的信干噪比表达式应替换为集合 $\mathcal{S}_k$ 上的最坏情况信干噪比，即

$$\bar{\gamma}_k=\min_{\mathbf{h}_k\in\mathcal{S}_k}\gamma_k,\ \forall k. \tag{32}$$

因此，根据定义 (31) 和 (32)，式 (17a) 中的信干噪比约束可重新表述为

$$(\hat{\mathbf{h}}_k+\boldsymbol{\epsilon}_k)^H\left[(1+\Gamma_c^{-1})\mathbf{R}_k-\mathbf{R}\right](\hat{\mathbf{h}}_k+\boldsymbol{\epsilon}_k)-\sigma_c^2\ge 0,\ \forall k. \tag{33}$$

然后，我们采用鲁棒优化中常用的 S-过程来处理上述信干噪比约束。通过引入辅助向量 $\mathbf{t}=[t_1,\cdots,t_K]$，原问题

$\mathcal{P}_1$ 可重新表述为以下鲁棒波束成形形式 [19], [37]

$$\begin{aligned}\underset{\mathbf{R},\mathbf{R}_1,\cdots,\mathbf{R}_K,\mathbf{t},\alpha}{\text{minimize}} \quad & L_r(\mathbf{R},\alpha) \qquad (\mathcal{P}_4)\\ \text{满足 } (18a) \ -(18d),\ (17b) \text{ 或 } (30),\\ & \begin{pmatrix} \mathbf{S}_k + t_k\mathbf{I}_M & \mathbf{S}_k\hat{\mathbf{h}}_k \\ \hat{\mathbf{h}}_k^H\mathbf{S}_k & \mathbf{h}_k^H\mathbf{S}_k\mathbf{h}_k - \sigma_c^2 - t_k u_k^2 \end{pmatrix} \succeq 0, \forall k\\ & \mathbf{S}_k := (1+\Gamma_c^{-1})\mathbf{R}_k - \mathbf{R},\ t_k \geq 0. \end{aligned} \tag{34}$$

同样，通过去除秩一约束 (18c)，问题$\mathcal{P}_4$ 变为一个二次半定规划，可在多项式时间内高效求解。接下来，我们将证明，(19) 中的二次半定规划重构方法的最优解同样适用于所提出的鲁棒波束成形。

ˆˆˆ命题*3*：设$\mathbf{R}$，$\mathbf{R}_1$，$\cdots$，$\mathbf{R}_K$为问题 $\mathcal{P}_4$松弛形式的最优解。则，与式 (19) 相关的$\mathbf{R}$，$\mathbf{R}_1$，$\cdots$，$\mathbf{R}_K$也是原问题 $\mathcal{P}_4$的最优解。

证明：利用命题1中的结果，将 (19) 代入约束(33) 后，证明显而易见。■

V. 性能与复杂度分析

A. 复杂度分析

所提算法的复杂度主要由二次半定规划问题决定。对于给定的解精度 ϵ，使用原始-对偶内点算法求解问题 $\mathcal{P}_2$ 的最坏情况复杂度阶为 $\mathcal{O}[(K+Q)^{6.5}M^{6.5}\log(1/\epsilon)]$ [13], [38], ，其中 $K+Q$ 和 M 分别表示半定约束的数量和矩阵变量的维数。与半定松弛算法相比，低复杂度零迫波束成形问题 $\mathcal{P}_3$ 仅包含 $5=\mathcal{O}(1)$ 个此类约束，因此最坏情况复杂度阶变为 $\mathcal{O}[Q^{6.5}M^{6.5}\log(1/\epsilon)]$。此外，对于采用不完美信道状态信息的鲁棒波束成形算法，其复杂度 ¯ 还取决于集合 Ω_q （见式（30））中的元素数量。具体而言，记集合 $\bar{}\Omega_q$ 的基数为 P，则最坏情况复杂度阶为 $\mathcal{O}[K^{6.5}P^{6.5}M^{6.5}\log(1/\epsilon)]$。

B. 性能分析

在本小节中，我们分析所提出算法的性能。

(I) 我们可以立即看出，雷达波束图、通信服务质量和物理层安全水平之间存在权衡，这体现在问题 $\mathcal{P}_1$ 中。当 $\Gamma_c=0$ 和 $\Gamma_e\to\infty$ 时，约束 (17a) 和 (17b) 始终成立。在这种情况下，问题 $\mathcal{P}_1$ 简化为传统的纯雷达波束成形设计，以确定用于雷达检测的最优波束图。具体而言，通信服务质量和物理层安全水平的任何提升，都是以牺牲雷达性能为代价的，因为随着 Γ_c 增大或 Γ_e 减小，雷达损失函数会增大。

（II）与基于半定松弛的算法相比，低复杂度的基于零强迫的算法将雷达干扰和用户间干扰强制为零，从而可能提高合法用户的信干噪比，使其达到 ˆ 某个阈值（记为 Γ）。因此，通信约束为

$$\begin{cases} \gamma_k^{\text{ZF}} = \hat{\Gamma} > \gamma_k^{\text{SDR}} \geq \Gamma_c, & \text{when } \Gamma_c < \hat{\Gamma}, \\ \gamma_k^{\text{ZF}} = \gamma_k^{\text{SDR}} \geq \Gamma_c \geq \hat{\Gamma}, & \text{when } \Gamma_c \geq \hat{\Gamma}. \end{cases} \tag{35}$$

当阈值 Γ_c 相对较低时，为满足信干噪比约束，用户所受干扰不必降至零，因此得到 $\gamma_k^{\text{ZF}} > \gamma_k^{\text{SDR}}$。相反，在 γ_k^{SDR} 中，必须消除干扰才能满足高信干噪比要求，因此得到 $\gamma_k^{\text{ZF}} = \gamma_k^{\text{SDR}}$。根据 (35)，我们可以立即得出基于迫零的算法具有以下性质。(1) 当 $\Gamma_c < \Gamma$ 时，由于迫零约束施加了更严格的限制，该算法产生的雷达波束图比基于半定松弛的算法更差。(2) 只要阈值 Γ_c 低于正值 Γ，雷达损失函数和用户的信干噪比就保持不变。(3) 在高信干噪比下，即 $\Gamma_c \geq \Gamma$，基于迫零的波束成形性能趋于与基于半正定松弛的波束成形相似。

（III）对于基于半定松弛的算法，在给定阈值 Γ_c 和 Γ_e 时，系统的保密速率始终近似为 $\log_2(1+\Gamma_c)-\log_2(1+\Gamma_e)$，因为最优解通常会到达可行域的边界。相比之下，由于零迫约束下可能实现较高的信干噪比，当 Γ_c 较小时，基于零强迫的算法的保密速率可能高于上述值。所提算法保证保密速率高于某个下界。

（IV）考虑用户与窃听者信道质量相同这一极端情况，即 $\beta_k\mathbf{a}(\theta_k) = \mathbf{h}_k$，通信服务质量约束 (17a) 与物理层安全等级约束 (17b) 相互矛盾，因而导致问题 $\mathcal{P}_1$ 不可行。这意味着，问题 $\mathcal{P}_1$ 的可行概率很大程度上取决于 Γ_c 和 Γ_e 的取值，以及目标与窃听者之间的距离。当窃听者与用户处于相同方向时，所提出的联合波束成形设计方法将失效。符号级距离旁瓣设计[36] 或许是一种有前景的补救方法，这将留待未来研究。

(V) 应当指出， [19]的联合 PLS 波束成形设计旨在最小化窃听者处的信干噪比，这与所提方法优化雷达发射波束图的做法不同。尽管由于功能需求不同，二者无法直接比较，但与 [19]相比，所提方法具有以下优势。(1) [19], 采用分式规划方法，需要通过迭代求解一系列半定规划问题，因此计算负担较重。相比之下，所提方法只需求解一个具有相同数量矩阵变量的半定规划问题或二次半定规划问题。(2) 当半定规划求解器得到的最优矩阵秩不为 1 时，[19] 采用的特征值分解或高斯随机化技术会导致次优解。相比之下，所提半正定松弛是紧的。(3) 以信干噪比而非保密速率为目标时，用户与窃听者的可达速率之差可能为负，从而导致保密速率 SR $=0$。而

所提算法则始终能够保证令人满意的保密速率。

VI. 仿真结果

本节通过数值仿真评估所提出的联合物理层安全波束成形算法。除非另有说明，系统参数设置如下：基站配备均匀线阵，相邻天线间距为半波长，即 $d/\lambda = 1/2$。天线数量设为 $M = 10$，总发射功率归一化为 $P_t = 1$。角方向通过均匀采样获得，分辨率为 $0.1°$，包括式（9）中的 $\{\theta_l\}_{l=1}^{L}$，其范围为 $[-90°, 90°]$，以及式（30）中的 Ω_q。不失一般性，我们采用瑞利衰落模型描述多用户通信信道，因此$\mathbf{H}$ 的每个元素均服从标准复高斯分布，参数为$h_{i,j} \sim \mathcal{CN}(0,1)$。此外，为方便起见，我们假设窃听者和合法用户处的噪声电平相同，即 $\sigma_c^2 = \sigma_e^2 = 0.01$。各个雷达波形和通信符号均生成为随机的正交相移键控（QPSK）调制序列，符号总数为 $N = 1024$。

作为比较，我们选择了[13] 中提出的联合波束成形设计方法及其低复杂度对应方法，分别称为基准方案*1* 和基准方案*2*。与 [10], 相比，后者仅利用双功能雷达通信系统中的通信信号；而 [13]已表明，结合雷达波形与通信信号能够增加自由度。因此，为避免重复，我们参阅 [13] 。

首先，我们通过数值分析表征MIMO雷达发射波束图，其中所提基于半定松弛的算法及其低复杂度版本分别称为半定松弛和迫零。我们将单个目标的方向设为 $\theta_0 = 0°$，合法用户信干噪比的阈值设为 $\Gamma_c = 10$分贝，窃听者信干噪比的阈值设为 $\Gamma_e = 0$分贝。图3展示了雷达波束图、通信服务质量与物理层安全水平之间的权衡。尽管与其对应方法相比，所提算法会降低发射波束图的性能，但仍能保证目标保密速率。相比之下，基准方案1和2形成了更优的波束图，但其保密速率为零。随后，我们分别评估系统性能随预设信干噪比阈值Γ_c 和 Γ_e变化的情况。

A. 系统性能评估与阈值的关系 Γ_c

在本小节中，我们将窃听者的 SINR 阈值$\Gamma_e = 0$分贝设为常数，并将合法用户的 Γ_c 从 10 分贝扫描到 18 分贝，以测试其影响。所有仿真结果均为 500 次蒙特卡洛试验的平均值。在每次试验中，目标方向 θ_q 在$[-60°, 60°]$范围内随机选取，基站与合法用户之间链路的信道状态信息符合标准复高斯分布。雷达性能通过将双功能雷达通信发射波束图与最优纯雷达

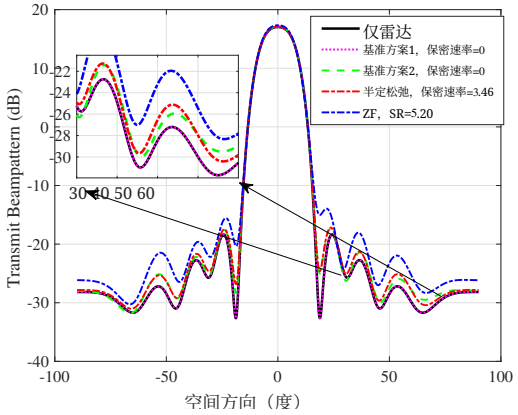


图3. 方向为 $\theta_0 = 0°$时的雷达发射波束图，其中 $K = 2$、$\Gamma_c = 10$ $\Gamma_e = 0$ 分贝，以及分贝。

波束图之间的差异来评估，并将均方误差（MSE）指标定义为

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} |P(\theta_l; \hat{\mathbf{R}}) - P(\theta_l; \mathbf{R}^{\star})|^2, \tag{35}$$

其中，$\mathbf{R}^{\star}$ 是通过 [26] 的3 dB低旁瓣波束图设计方案得到的最优纯雷达方差矩阵。

图4展示了波束图均方误差与合法用户的信干噪比阈值 Γ_c 之间的关系。我们可以从图4中观察到以下三个现象。(1) 随着 Γ_c增加，所有算法的波束图均方误差均会增大，这与之前的分析一致。正如预期，在 $K = 2$的场景下，以及 $K = 4$处信干噪比低于16分贝时，基于零迫的算法的均方误差保持不变。这是因为基于零迫的方法将干扰强制设为零，从而可能获得较高的信干噪比。因此，在信干噪比阈值高于通过零迫约束所能达到的潜在信干噪比之前，性能将保持不变。当 Γ_c足够高时，基于半定松弛的方法与基于零迫的方法之间的性能差距会变得非常小。(2) 基准算法能够形成更优的波束图，因为这些方法未考虑机密信息保护的物理层安全因素。(3) 需要支持的用户越多，波束图均方误差就越大。值得注意的是，用户数量 K 对波束图均方误差的影响比信干噪比阈值 Γ_c更为显著，这表明，与提高用户的信干噪比水平相比，服务更多下行用户的限制更大。

在图5中，我们量化了可达和速率与SINR阈值 Γ_c 之间的关系，其中系统和速率定义为 $\sum_{k=1}^{K}\log_2(1+\gamma_k)$。半定松弛和 基准方案*1* 曲线相当接近，并随信干噪比约束Γ_c 线性增加。这是因为最优解应达到与给定阈值相关的信干噪比边界。相反，正如第五节V-B节的分析所示，基于ZF的波束形成器以牺牲雷达性能为代价，获得了更高的通信和速率。同时，对于 $K = 2$ 和4，基于半定松弛与基于ZF的波束形成器的性能在较高信干噪比阈值下趋于相近。此外，基准方案2的曲线略高于

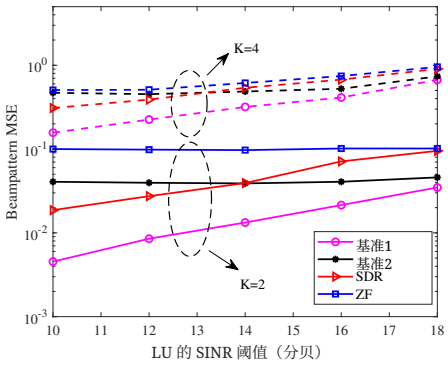


图4. 合法用户的波束图均方误差与SINR阈值 Γ_c 的关系， $\Gamma_e = 0$分贝。

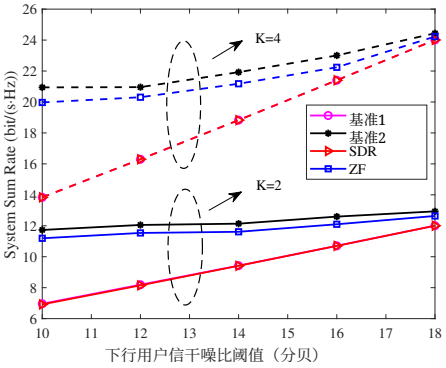


图5. 合法用户的可达和速率与SINR阈值 Γ_c 的关系， $\Gamma_e = 0$分贝。

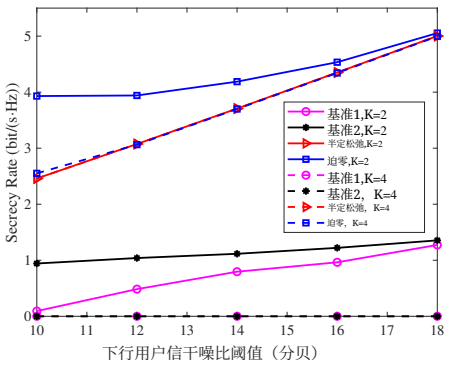


图6. 合法用户的保密速率与SINR阈值Γ_c 的关系， $\Gamma_e = 0$分贝。

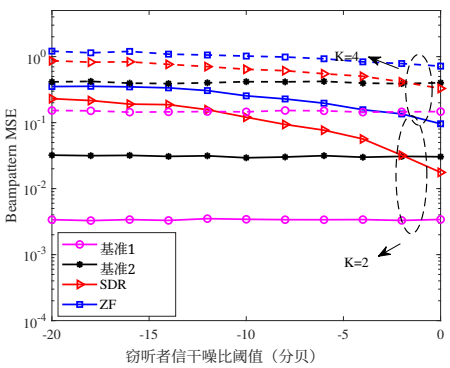


图7. 窃听者的波束图均方误差与SINR阈值 Γ_e 的关系， $\Gamma_c = 10$分贝。

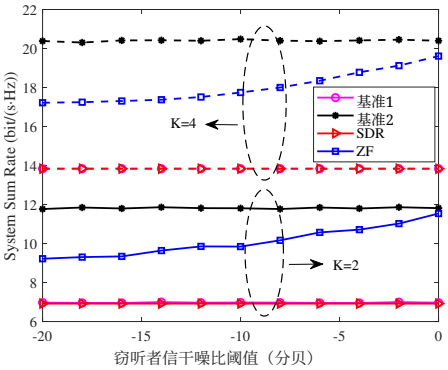


图8. 窃听者的可达和速率与SINR阈值 Γ_e 的关系， $\Gamma_c = 10$分贝。

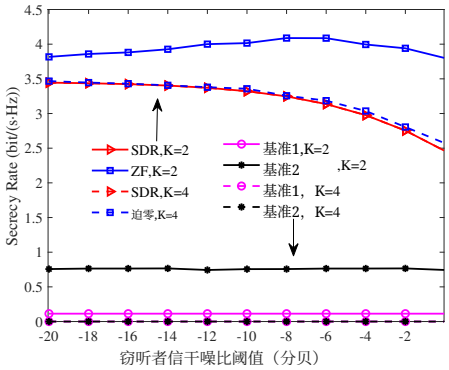


图9. 窃听者的保密速率与SINR阈值Γ_e 的关系， $\Gamma_c = 10$分贝。

所提出的ZF算法，因为施加于ZF算法的物理层安全约束还额外包含一个最小值要求。

图6展示了系统保密速率与SINR阈值 Γ_c的关系。可以看到，与$K = 2$ 和 $K = 4$相关的半定松弛曲线彼此重合，并随着 Γ_c的增大而线性上升。回顾V-B节可知，无论其他参数如何变化，只要优化问题可行，系统的保密速率就只能达到$\log_2(1+\Gamma_c) - \log_2(1+\Gamma_e)$。此外，当 Γ_c较小时，与 $K = 2$ 相关的迫零波束成形器实现的保密速率高于基于半定松弛的算法，因为它能够达到高于给定阈值的SINR水平。然而，当 $K = 4$时，这两种算法的保密速率趋于相近。实际上，支持更多通信用户会对优化问题 $\mathcal{P}_3$ 施加更多限制，因此迫使最小SINR水平接近阈值 Γ_c。此外，所提出的PLS保护波束成形设计通过适当选择阈值，确保达到令人满意的物理层安全水平。相比之下，基准方案1和2无法提供保密保护，尤其是在合法用户数量较多时 K。

B. 系统性能随阈值 Γ_e的变化

在本小节中，我们评估系统性能随窃听者的 SINR阈值 Γ_e 变化的情况。因此，我们设定将 $\Gamma_c = 10$ 分贝设为常数，同时保持其他所有系统参数不变。SINR阈值 Γ_e 从 -20 分贝变化至 0 分贝，间隔为 2 分贝。需要指出的是，本小节所有图中的基准曲线 [13] 均保持不变。这是因为这些算法未考虑物理层安全，因此阈值 Γ_e 的变化不会影响其性能。

图7表明，对于所提出的半定松弛算法和ZF算法，随着 Γ_e 增大，雷达波束图均方误差会降低。具体而言，当 Γ_e 低于 -12分贝时，图7中的曲线基本保持不变；而当 Γ_e 高于 -10分贝时，曲线则明显下降。图8和图9中也呈现出类似趋势，这意味着对于这组参数，当Γ_e 低于 -12分贝时，性能对 Γ_e的选择并不敏感。 Γ_e 过低会增加所考虑优化问题的不可行概率。

在图8中可以看到，由于恒定阈值 Γ_c 接近最优解，采用半定松弛算法时，系统和速率也保持不变。相比之下，图8中ZF算法的曲线随着 Γ_e增大而呈上升趋势，因为较高的 Γ_e 意味着对基于零强迫的波束成形施加的限制较少。

在图9中，针对 $K = 4$ 的半定松弛和迫零达到保密速率 $\log_2(1+\Gamma_c) - \log_2(1+\Gamma_e)$的边界。与此同时，针对 $K = 2$ 的迫零可实现更高的保密速率

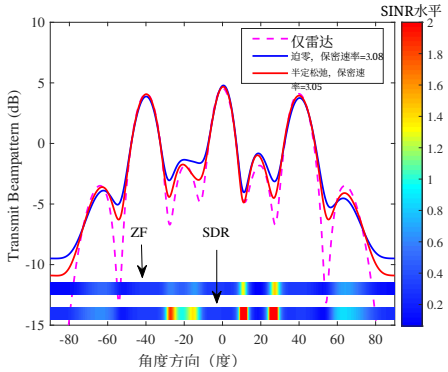


图10. 不确定方向下多个目标的发射波束图。

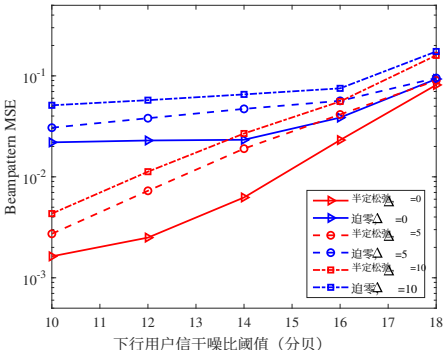


图11. 不同窃听者角度不确定性下的波束图均方误差比较。

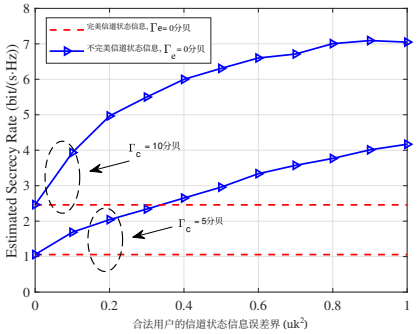


图12. 根据已知不完美信道状态信息计算的估计保密速率与误差界的关系。

高于其他方案，因为支持的合法用户较少，对波束成形设计的限制也较少。此外，我们可以从图8和图9推断，尽管较低的 Γ_e 会降低窃听者可实现的数据速率，但也会导致合法用户的数据速率降低。因此，降低 Γ_e并不会带来明显的保密速率提升。

C. 不完美信道状态信息下的系统性能评估

首先，我们评估窃听者角度不确定性对系统性能的影响。我们设置 $Q = 3$ 个目标，其方向分别为 $\theta_1 = -40°$、$\theta_2 = 0°$和 $\theta_3 = 40°$。每个目标具有相同的方向不确定性 $\Delta\theta = 5°$。基站在为 $K = 3$ 个合法用户提供服务的同时，检测并跟踪这些目标。合法用户和窃听者的信干噪比阈值分别设置为 $\Gamma_c = 10$分贝和 $\Gamma_e = 0$分贝。

图10展示了所提算法合成的雷达发射波束图。式（15）定义的信干噪比水平是在 $[-90°, 90°]$ 角度方向集合上计算得到的。可以观察到，尽管基站形成了指向窃听者方向的多波束，但覆盖窃听者的每个区间内的信干噪比水平都受到阈值Γ_e的控制。这是因为雷达波形的信号功率高于需要加以保护的通信符号的信号功率。此外，尽管零迫算法的波束图不如半定松弛算法的波束图有利（旁瓣更高），但其平均空间信干噪比水平低于半定松弛算法。在图11中，我们通过将 Γ_c 从10分贝变为18分贝，评估了方向不确定性对优化性能的影响。正如预期的那样，目标方向的不确定性引入了更多约束，从而导致雷达性能下降。

图 12 展示了在 $K = 2$ 场景下，根据已知的不完美信道状态信息计算出的估计保密速率随误差界的变化。可以看出，估计保密速率保持不变，且与完美信道状态信息情况下的保密速率相等。相比之下，不完美信道状态信息情况下得到的曲线呈上升趋势。这是因为，在我们的鲁棒波束成形算法中，最坏情况保密速率被约束为大于给定阈值，而随着误差界增大，最坏情况保密速率与估计保密速率之间的统计差异也会增大。

VII. 结论

本文提出了一种考虑物理层安全的 DFRC 多用户通信系统，并采用通信信号与雷达波形的加权和进行双功能传输。我们证明，不承载机密信息的额外雷达波形能够提高目标检测的自由度，同时干扰窃听信道。随后，我们提出了半定松弛和低复杂度零迫算法，用于求解所构建的非凸波束成形设计问题的全局最优解。此外，我们还针对不完美信道状态信息这一更实际的场景设计了鲁棒波束成形。最后，我们通过数值仿真评估了各参数对系统可实现性能的影响，结果与理论分析高度一致。针对其他类型的合法信道和窃听信道，以及存在硬件损伤时运行的物理层安全系统进行设计，将留待未来研究。另一个有前景的研究方向是设计帕累托最优多分量系统，依据吞吐量、误码率（BER）、丢包率、时延等指标下的全部最优运行点进行优化。

附录 A 命题1的证明

根据 [13], 中的定理 1，我们只需证明 $\tilde{}$ $\tilde{}$ $\tilde{}$：若对 $\mathbf{R}$, $\mathbf{R}_1, \cdots, \mathbf{R}_K$ 成立，则物理层安全约束 (17b) 对 $\mathbf{R}, \mathbf{R}_1, \cdots, \mathbf{R}_K$ 也成立。首先，我们证明

$$\mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{a}(\theta) \geq \mathbf{a}^H(\theta)\tilde{\mathbf{R}}_k\mathbf{a}(\theta), \tag{36}$$

$\tilde{}$ 对任意 θ 均成立。将 $\mathbf{R}_k$ 的表达式代入 (19) 后，不等式右侧项可展开为

$$\begin{aligned}\mathbf{a}^H\tilde{\mathbf{R}}_k\mathbf{a} &= \mathbf{a}^H\tilde{\mathbf{w}}_k\tilde{\mathbf{w}}_k^H\mathbf{a} \\ &= (\mathbf{h}_k^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k)^{-1}\mathbf{a}^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k\mathbf{h}_k^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{a} \\ &= (\mathbf{h}_k^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k)^{-1}|\mathbf{a}^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k|^2.\end{aligned} \tag{37}$$

此外，根据柯西-施瓦茨不等式，我们有

$$(\mathbf{h}_k^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k)(\mathbf{a}^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{a}) \geq |\mathbf{a}^H\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{h}_k|^2. \tag{38}$$

因此，很容易从式（37）和式（38）看出式（36）成立。由此，我们可以作如下阐述

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_q^H\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{a}_q+\frac{\sigma_e^2}{|\beta|^2}&\overset{(a)}{=}\mathbf{a}_q^H\hat{\mathbf{R}}\mathbf{a}_q+\frac{\sigma_e^2}{|\beta|^2}\\&\geq(1+\Gamma_e^{-1})\mathbf{a}_q^H\sum_{k=1}^{K}\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{a}_q\\&\overset{(b)}{\geq}(1+\Gamma_e^{-1})\mathbf{a}_q^H\sum_{k=1}^{K}\tilde{\mathbf{R}}_k\mathbf{a}_q,\end{aligned}\tag{39}$$

其中，(a) 和 (b) 分别由式 (19) 的第一个等式和不等式 (36) 得出。因此，对于$\mathbf{R},\mathbf{R}_1,\cdots,\mathbf{R}_K$，物理层安全约束 (17b)˜ ˜ ˜成立，从而完成证明。

附录 B 命题 2 的证明

证明分为以下三个部分：

ˆ (1) 我们证明式 (29) 中的雷达协方差矩阵$\mathbf{R}_{\text{rad}}$ 是半正定矩阵，因此可以通过乔列斯基分解或平方根法对其进行分解。事实上，我们有

$$\begin{aligned}&\hat{\mathbf{R}}-\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H\\&=\hat{\mathbf{R}}-\hat{\mathbf{R}}_{\text{com}}+\hat{\mathbf{R}}_{\text{com}}-\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H\\&=\hat{\mathbf{R}}-\hat{\mathbf{R}}_{\text{com}}+\mathbf{L}_c(\mathbf{I}-[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}[\mathbf{Q}]_{[1:K,:]})\mathbf{L}_c^H.\end{aligned}\tag{40}$$

ˆ ˆ这里，$\mathbf{R}-\mathbf{R}_{\text{com}}$ 由于约束 (26a) 而为半正定矩阵。由于 $[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}$是包含酉矩阵前 K 列的子矩阵，因此 $(\mathbf{I}-[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}[\mathbf{Q}]_{[1:K,:]})$ 是半正定矩阵，从而最后一项也为半正定矩阵。

(2) 我们证明，所提出的预编码矩阵满足零迫约束 (21)。令$\mathbf{F}=\text{diag}(\sqrt{\rho}_1,\cdots,\sqrt{\rho}_K)$，则有

$$\mathbf{H}\mathbf{R}_{\text{com}}\mathbf{H}^H=\mathbf{H}\mathbf{L}_c\mathbf{L}_c^H\mathbf{H}^H=\mathbf{L}_h\mathbf{L}_h^H=\mathbf{F}\mathbf{F}^H.\tag{41}$$

注意，$\mathbf{L}_h\mathbf{L}_h^H$ 和 $\mathbf{F}\mathbf{F}^H$ 是矩阵 $\text{diag}(\boldsymbol{\rho})$ 的乔列斯基分解，因此，根据正定矩阵乔列斯基分解的唯一性，有 $\mathbf{L}_h=\mathbf{F}$ 。由此可得

$$\begin{aligned}\mathbf{H}\mathbf{W}_c&=\mathbf{H}\mathbf{L}_c[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}\\&=[\mathbf{L}_h,\mathbf{0}_{K\times(M-K)}]\mathbf{Q}[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}\\&=\mathbf{L}_h=\mathbf{F}.\end{aligned}\tag{42}$$

此外，对于雷达预编码矩阵，可得

$$\begin{aligned}\mathbf{H}\mathbf{W}_r\mathbf{W}_r^H\mathbf{H}^H&=\mathbf{H}(\hat{\mathbf{R}}-\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H)\mathbf{H}^H\\&=\mathbf{F}\mathbf{F}^H-\mathbf{F}\mathbf{F}^H=\mathbf{0}.\end{aligned}\tag{43}$$

因此，我们可以直接由 (43) 得到 $\mathbf{H}\mathbf{W}_r=\mathbf{0}$ 。

(3) 我们证明，所提出的预编码矩阵满足物理层安全约束 (24)。根据半定正性，我们可以证明

$$\mathbf{y}^H(\mathbf{I}-[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}[\mathbf{Q}]_{[1:K,:]})\mathbf{y}\geq0,\tag{44}$$

对于任意非零向量 $\mathbf{y}$。令 $\mathbf{y}=\mathbf{L}_c^H\mathbf{a}_q$，则有

$$\begin{aligned}&\mathbf{a}_q^H\mathbf{L}_c(\mathbf{I}-[\mathbf{Q}^H]_{[:,1:K]}[\mathbf{Q}]_{[1:K,:]})\mathbf{L}_c^H\mathbf{a}_q\\&\quad=\mathbf{a}_0^H\hat{\mathbf{R}}_{\text{com}}\mathbf{a}_q-\mathbf{a}_q^H\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H\mathbf{a}_q\geq0.\end{aligned}\tag{45}$$

应用不等式 (45)，可得

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_q^H\hat{\mathbf{R}}\mathbf{a}_q+\frac{\sigma_e^2}{|\beta|^2}&\overset{(a)}{\geq}(1+\Gamma_e^{-1})\mathbf{a}_q^H\hat{\mathbf{R}}_{\text{com}}\mathbf{a}_q\\&\geq(1+\Gamma_e^{-1})\mathbf{a}_q^H\mathbf{W}_c\mathbf{W}_c^H\mathbf{a}_q,\end{aligned}\tag{46}$$

其中，(a) 成立，因为 ˆ$\mathbf{R}$ 和 ˆ$\mathbf{R}^{\text{com}}$ 是问题 $\mathcal{P}_3$ 的可行解，且 $\mathbf{R}$ 满足关系式 (29)。因此，可以看出，所构造的预编码矩阵也满足物理层安全约束，证明完毕。

参考文献

[1] F. Liu, C. Masouros, A. P. Petropulu, H. Griffiths, and L. Hanzo, “雷达与通信联合设计：应用、最新进展及未来方向,” *IEEETrans. Commun.*, 第68卷，第6期，第3834-3862页，2020年6月。[2] Help Net Security，（2020），“预计到2030年，活跃IoT设备数量将达到241亿台”，[在线]。网址：https://www.helpnetsecurity.com/2020/05/22/active-iot-devices/。[3] F. Liu, Y. Cui, C. Masouros, J. Xu, T. X. Han, Y. C. Eldar, and S. Buzzi, “通感一体化：迈向面向6G及未来的双功能无线网络,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 第40卷，第6期，第1728-1767页，2022年6月。[4] Y. Cui, F. Liu, X. Jing, and J. Mu, “面向泛在物联网的感知与通信融合：应用、趋势与挑战,” *IEEE Network*, 第35卷，第5期，第158-167页，2021年9月。[5] P. Kumari, J. Choi, N. Gonz´alez-Prelcic, R. W. Heath, “基于IEEE 802.11ad的雷达：一种车载通信雷达联合系统方案,” *IEEE Trans. Veh. Techn.*, 第67卷，第4期，第3012-3027页，2018年4月。[6] D. Ma, N. Shlezinger, T. Huang, Y. Liu, and Y. C. Eldar, “自动驾驶汽车的雷达通信联合策略：融合两项关键汽车技术,” *IEEE Signal Process. Mag.*, 第37卷，第4期，第85-97页，2020年7月。[7] U. S. Toro, K. Wu and V. C. M. Leung, “绿色物联网中的反向散射无线通信与感知,” *IEEE Trans. Green Commun. Netw.*, 第6卷，第1期，第37-55页，2022年3月。[8] L. Zheng, M. Lops, Y. C. Eldar, and X. Wang, “雷达与通信共存：概述及近期方法综述,” *IEEE Signal Process. Mag.*, 第36卷，第5期，第85-99页，2019年9月。[9] N. C. Luong, X. Lu, D. T. Hoang, D. Niyato, and D. Kim, “雷达与通信联合系统中的无线电资源管理：全面综述,” *IEEE Commun. Surv. Tutor.*, 第23卷，第2期，第780-814页，2021年第二季度。[10] F. Liu, C. Masouros, A. Li, H. Sun, and L. Hanzo, “采用MIMO雷达的多用户MIMO通信：从共存到联合传输,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 第17卷，第4期，第2755-2770页，2018年4月。[11] F. Liu, L. Zhou, C. Masouros, A. Li, W. Luo, and A. Petropulu, “迈向双功能雷达通信系统：最优波形设计,” *IEEE Trans. Signal Process.*, 第66卷，第16期，第4264-4279页，2018年8月。[12] S. Shi, Z. Wang, Z. He, and Z. Cheng, “双功能MIMO雷达通信系统的受约束波形设计,” *Signal Process.*, 第 171 卷，文章编号 107530，第 1-11 页，2020 年 2 月。[13] X. Liu, T. Huang, N. Shlezinger, Y. Liu, J. Zhou, and Y. C. Eldar, “面向多用户MIMO通信和MIMO雷达的联合发射波束成形,” *IEEE Trans. Signal Process.*, 第68卷，第3929-3944页，2020年6月。[14] X. Li, Y. Zheng, W. U. Khan, M Zeng, D. Li, G. K. Ragesh, and L. Li, “面向绿色物联网的认知环境反向散射通信物理层安全,” *IEEE Trans. Green Commun. Netw.*, 第5卷，第3期，第1066-1076页，2021年9月。[15] N. Su, F. Liu, Z. Wei, Y. F. Liu, and C. Masouros, “安全双功能雷达通信传输：利用干扰抵御目标窃听,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 第21卷，第9期，第7238-7252页，2022年9月。

[16] K. Wu, J. A. Zhang, X. Huang, and Y. J. Guo, “将安全通信融入跳频MIMO雷达以提高数据速率,” IEEE Trans. Wireless Commun., 第21卷，第7期，第5392-5405页，2022年7月。[17] A. Deligiannis, A. Daniyan, S. Lambotharan, and J. A. Chambers, “MIMO通信雷达的保密速率优化,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 第54卷，第5期，第2481-2492页，2018年10月。[18] B. K. Chalise, and M. G. Amin, “通信与无源雷达统一系统中的性能折衷：一种保密容量方法,” 数字信号处理, 第82卷，第282-293页，2018年。[19] N. Su, F. Liu, and C. Masouros, “具有恶意目标的安全雷达通信系统：融合雷达、通信与干扰功能,” IEEE Trans. Wireless Commun., 第20卷，第1期，第83-95页，2021年1月。[20] S. Goel, R. Negi, “利用人工噪声保障保密性,” IEEE Trans. Wireless Commun., 第7卷，第6期，第2180-2189页，2008年6月。[21] R. W. Heath, N. Gonz´alez-Prelcic, S. Rangan, W. Roh, and A. M. Sayeed, “毫米波MIMO系统信号处理技术概述,” IEEE J. Sel. Topics Signal Process., 第10卷，第3期，第485-500页，2016年4月。[22] E. Tuncer, and B. Friedlander, “经典与现代波达方向估计,” 美国纽约州纽约：学术出版社，2009年。[23] Z. Yang, J. Li, P. Stoica, and L. Xie, “波达方向估计的稀疏方法,” 《信号处理学术出版社丛书》，第7卷，581，2018年 509 R. Chellappa and S. Theodoridis，编。学术出版社，第-页。[24] C. Sturm, and W. Wiesbeck, “无线通信与雷达感知融合中的波形设计和信号处理问题,” 《IEEE会刊》，第99卷，第7期，第1236-1259页，2011年7月。[25] Z. Jiang, M. Rihan, P. Zhang, L. Huang, Q. Deng, J. jiang and E. M. Mohamed, “智能反射面辅助双功能雷达通信系统,” IEEE Syst. J., 第16卷，第1期，第475-486页，2022年3月。[26] P. Stoica, J. Li, and Y. Xie, “MIMO雷达探测信号设计,” IEEE Trans. Signal Process., 第55卷，第8期，第4151-4161页，2007年8月。[27] Y. Liu, Y. Dai, and Z. Luo, “MISO干扰信道的协同波束成形：复杂度分析与高效算法,” IEEE Trans. Signal Process., 第59卷，第3期，第1142-1157页，2011年3月。[28] A. Mukherjee, and A. L. Swindlehurst, “不完美信道状态信息下MIMO窃听信道的安全鲁棒波束成形,” IEEE Trans. Signal Process., 第59卷，第1期，第351-361页，2011年1月。[29] R. H. Ttnc, K. C. Toh, and M. J. Todd, “使用SDPT3求解半定二次线性规划,” Math. Programm., 第95卷，第2期，第189-217页，2003年。[30] M. Grant, and S. Boyd,（2020），“CVX：用于规范凸规划的Matlab软件，2.2版”， [在线]。网址：http://cvxr.com/cvx。[31] Z. Luo, W. Ma, A. M. So, Y. Ye, and S. Zhang, “二次优化问题的半定松弛,” IEEE Signal Process. Mag., 第27卷，第3期，第20-34页，2010年5月。[32] P. Stoica, J. Li, and X. Zhu, “用于基于分集的发射波束图设计的波形合成,” IEEE Trans. Signal Process., 第56卷，第6期，第2593-2598页，2008年6月。[33] X. Zhang, “矩阵分析与应用,” 英国剑桥: 剑桥大学出版社，2017年。[34] Q. H. Spencer, A. L. Swindlehurst, and M. Haardt, “多用户MIMO信道下行空间复用的迫零方法,” IEEE Trans. Signal Process., 第52卷，第2期，第461-471页，2004年2月。[35] A. Wiesel, Y. C. Eldar, and S. Shamai, “迫零预编码与广义逆,” IEEE Trans. Signal Process., 第56卷，第9期，第4409-4418页，2008年9月。[36] F. Liu, C. Masouros, T. Ratnarajah, A. Petropulu, “双功能雷达通信波形的距离旁瓣抑制,” IEEE Wireless Commun. Lett., 第9卷，第9期，第1572-1576页，2020年9月。[37] F. Wang, X. Wang, and Y. Zhu,, “具有每根天线功率约束的多用户下行链路发射波束成形,” IEEE国际通信会议（ICC）论文集，2014年6月，第4692–4697页。[38] K. C. Toh, “凸二次半定规划的非精确原始-对偶路径跟踪算法,” Math. Programm., 第112卷，第1期，第221-254页，2008年3月。