采用低复杂度贪婪检测的RIS辅助接收正交空间调制

Mohamad H. Dinan，*IEEE*会员，Marco Di Renzo，*IEEE*会士，以及Mark F. Flanagan，*IEEE*高级会员

arXiv:2301.00707v1 [cs.IT] 2 Jan 2023

摘要

本文提出一种新颖的可重构智能表面（RIS）辅助无线通信方案，该方案采用空间调制的概念，即RIS辅助接收正交空间调制（RIS-RQSM）。在所提出的RIS-RQSM系统中，信息比特通过两个选定接收天线的索引以及传统的同相/正交（IQ）调制进行传输。我们提出一种新颖的方法来调整RIS单元的相移，以最大化信噪比（SNR），同时在选定的接收天线上构造两个独立的PAM符号，分别作为目标IQ符号的同相分量和正交分量。接收机采用基于能量的贪婪检测器（GD），并通过使用恰当设计的单抽头预均衡器，以最少的信道状态信息（CSI）高效检测接收信号。我们还推导出所提出RIS-RQSM系统平均比特错误概率（ABEP）的闭式上界。随后，我们构建一个优化问题，以最小化ABEP、提升系统性能，使GD能够充当近最优接收机。我们提供了大量数值结果，以展示该系统的误码率性能，并将其与一种重要的基准方案进行比较。结果证实，所提出的RIS-RQSM系统显著优于基准方案。

本研究由爱尔兰研究委员会（IRC）通过 Consolidator Laureate奖计划资助（资助编号：IRCLA/2017/209）。Marco Di Renzo 的工作部分由欧盟委员会通过 H2020 ARIADNE项目（资助协议编号：871464）和 H2020 RISE-6G项目（资助协议编号：101017011）提供支持。

Mohamad H. Dinan 和 Mark F. Flanagan 就职于爱尔兰都柏林 Belfield 的都柏林大学学院电气与电子工程学院，邮编 D04 V1W8（电子邮箱：mohamad.hejazidinan@ucdconnect.ie；mark.flanagan@ieee.org）。Marco Di Renzo 就职于法国巴黎-萨克雷大学、法国国家科学研究中心、中央理工-高等电力学院信号与系统实验室，地址：3 Rue Joliot-Curie, 91192 Gif-sur-Yvette, 法国（电子邮箱：marco.di-renzo@universite-paris-saclay.fr）。

索引词

6G、可重构智能表面（RIS）、空间调制（SM）、正交空间调制（QSM）、贪婪检测器（GD）。

I. 引言

过去几年，各种无线通信技术相继问世，旨在满足日益增长的连接需求和移动数据流量的急剧增加。在这些技术中，可重构智能表面（RIS），又称智能反射表面（IRS），[1] 是备受学术界和产业界研究人员关注的一项关键创新 [2], [3]，并被视为第六代（6G）网络的潜在候选技术。RIS 是一种由电磁超材料构成的表面，包含大量小型、低成本且节能的反射单元，这些单元能够通过对入射波施加预先设计的相移，控制信道中的散射和传播。从这一角度来看，RIS 技术代表了一种革命性范式，能够将不可控且具有破坏性的传播环境转变为智能无线电环境 [2], [4], ，从而提升接收信号质量 [5], [6]。

另一方面，空间调制（SM） [7], [8] 及其变体，例如广义空间调制（GSM） [9], 、接收空间调制（RSM） [10], [11], 和正交空间调制（QSM） [12],，在过去二十年中已作为超越第五代（B5G）网络的一项有前景技术得到广泛研究。SM 利用发射/接收天线的索引 来传递信息比特。它利用信道特性简化收发机结构，与其他传统多输入多输出（MIMO）技术相比，可提供更高能效的解决方案 [13]。

RIS和空间调制技术所具有的内在优势促使研究人员将这两项先进技术结合起来，以获得一种可靠且高能效的方法，从而实现所谓的绿色或可持续无线通信。具体而言，在 [14], 中，提出了两种基本的基于RIS的索引调制（IM）技术，即RIS空间移位键控（RIS-SSK）和RIS空间调制（RIS-SM）。在这两种场景中，均采用了RIS接入点（RIS-AP）方案，其中RIS构成发射机的一部分，并利用接收天线的索引来传输数据比特。数值结果证实，与传统MIMO方案相比，这些RIS辅助方案具有显著优势。文献中还介绍了基于RIS的空间调制原理（也称为基于超表面的调制），其中

[15]。 [16]的作者提出了一种具有多个发射天线的RIS-SSK系统，其中信息比特映射到发射天线索引，而单天线接收机接收由RIS反射的信号。研究人员考察了理想和非理想收发机的各种场景，并分析了每种场景的错误率性能。结果表明，在发射RIS-SSK设置中，最大化接收机处的信噪比（SNR）并不是一种良好的方法，实际上会表现出相对较差的性能。鉴于此， [17]的作者针对发射RIS-SSK系统提出了一种优化算法，以最大化接收符号之间的最小欧几里得距离。采用该方法可以提升性能，但代价是计算复杂度增加。此外，在 [18], 中，作者采用类似方法，对功率分配矩阵和RIS单元的相移进行了联合优化。 [19] 提出了一种同时采用发射和接收天线索引调制的基于RIS的空间调制系统，以提高频谱效率。然而，结果表明，发射空间调制比特的误码率性能显著低于接收空间调制比特；这是由于所得到的信道印记欧几里得距离减小所致。 [20] 提出的RIS辅助接收正交反射调制（RIS-RQRM）是另一种有趣的方法，其中在接收天线阵列内应用正交空间调制（QSM）。在该场景中，RIS被分为两半，每一半分别针对两根选定接收天线上的信号实部或虚部，以使吞吐量翻倍；然而，由于每根目标天线对应的RIS单元数量减少，接收机处的信噪比会显著降低。受RIS-RQRM启发， [19], 提出了一种IRS辅助收发机正交空间调制（IRS-TQSM）方案，并在 [21] 中应用于发射机和接收机两端的正交空间调制。在 [22], [23], 中，广义空间移位键控（GSSK）和广义空间调制方法被应用于RIS辅助无线系统。在这两种场景中，RIS被划分为多个部分，以针对接收机处的多根天线；因此，可以提高吞吐量，但代价是目标天线处的信噪比下降。在 [24], [25], [26] 中，空间调制的概念也被应用于RIS实体内部，以传输额外的数据比特。这是一种传输RIS所收集环境数据的有吸引力的方法；然而，实验结果显示，空间调制符号的误码率性能大幅下降，这是由于可能的（无噪声）接收信号之间具有相似性。为解决RIS单元分组导致的信噪比下降问题，在[27] 中，我们提出了一种新范式，即RIS辅助接收正交空间移位键控（RIS-RQSSK），以同时针对两根接收天线。一项优化问题

其定义旨在最大化一个天线上信号实部的信噪比，同时最大化第二个天线上信号虚部的信噪比。该方法在不降低信噪比的情况下提高了频谱效率。然而，RIS-RQSSK系统的吞吐量有限，且只能通过增加接收天线数量来提高，而这在实际中并不可行。

在此背景下，本文提出一种新的RIS辅助正交方案。除将信息比特分别映射到两个接收天线索引外，该方案还通过传统的同相/正交（IQ）调制传输额外比特。本文的贡献如下：

- 为提高RIS-RQSSK的频谱效率，同时保持其优异性能，我们提出一种RIS辅助接收正交空间调制（RIS-RQSM）系统。具体而言，所有RIS单元均以两个独立选定的接收天线为目标来传递信息比特。在此场景下，我们提出一种新颖思路，优化RIS单元的相移，不仅最大化接收天线上与信号实部和虚部相关的信噪比分量，还帮助构造两个不同天线上符号的同相（I）和正交（Q）分量。具体来说，通过调节RIS单元的相移来生成所需IQ符号的相位，而从特定预设脉冲幅度调制星座中选取的正符号则构成该IQ符号的振幅。也就是说，与传统IQ调制不同，在所提出的RIS-RQSM系统中，发射机借助RIS单元和单个射频（RF）链，在接收机处构造IQ符号。

- 我们提出了一种接收机端的基于能量的贪婪检测器（GD），以较低的复杂度检测选定天线的索引。随后，可在每个检测到的天线上使用一维最大似然（ML）检测器，独立检测同相和正交符号。我们还提出并设计了一种单抽头迫零（ZF）预均衡器，可显著降低接收机对信道状态信息（CSI）的需求，从而大幅减少反馈负载。

- 我们分析了所提出的RIS-RQSM系统采用GD接收机时的平均比特差错概率（ABEP），并推导出一个闭式上界，该上界非常紧，尤其是在高信噪比条件下。随后，我们提出一个优化问题，用于设计IQ调制方案，以最小化平均比特差错概率。我们利用一些精确的近似来降低

优化问题的复杂度，并推导出解析解。事实上，优化IQ调制使系统能够使用GD作为最大似然检测器的替代方案。结果表明，采用优化星座的RIS-RQSM系统中的GD性能与最大似然检测器非常接近，二者之间的性能差距可以忽略不计。

- 最后，我们将误码率（BER）性能结果与最具代表性的基准方案进行比较。结果表明，所提出的 RIS-RQSM 系统显著优于基准方案。随着接收天线数量的增加，这种性能提升也随之增大。

本文其余部分组织如下。第 II 节介绍 RIS-RQSM 系统模型。第 III 节概述 RIS-RQSSK 系统的收发机设计，该系统构成所提出系统的基线模型。第 IV 节详细介绍所提出 RIS-RQSM 系统的发射机和接收机结构设计。第 V 节分析所提出 RIS-RQSM 系统的平均比特错误概率性能。第 VI 节构建优化问题，以最小化系统错误率性能，并求得其解析解。第 VII 节给出数值结果，并与基准方案进行比较。最后，第 VIII 节总结全文。

符号说明： 小写粗体字母表示列向量，大写粗体字母表示矩阵。$(\cdot)^{\mathcal{R}}$ 和$(\cdot)^{\mathcal{I}}$ 分别表示标量/向量的实部和虚部。$(\cdot)^{\star}$ 表示标量/向量变量的最优值。 $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 和 $\mathbb{V}\{\cdot\}$分别表示期望算子和方差算子。 $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$（分别地， $\mathcal{CN}(\mu,\sigma^2)$）表示均值为 μ 、方差为 σ^2的正态（分别地，复正态）分布。对于实数/复数标量 s， $|s|$ 表示其绝对值；对于集合 $\mathcal{S}$， $|\mathcal{S}|$ 表示其基数。sgn (·)表示符号函数，用于确定实变量的符号，即对于 $x \neq 0$，其定义为 sgn (x) $= \{+1$ ，当 $x > 0$ ； -1 ，当 $x < 0\}$。最后，大小为 $m \times n$ 的复矩阵集合记为 $\mathbb{C}^{m\times n}$。

II. 系统模型

本节将介绍所提出的RIS辅助接收正交空间调制（RIS-RQSM）方案的系统模型。图1展示了RIS-RQSM系统示意图。我们考虑RIS-AP模型 [5], [6], ，其中RIS是发射机的一部分，用于反射由单根发射天线发出的入射波。该发射天线位于RIS附近，因此RIS与

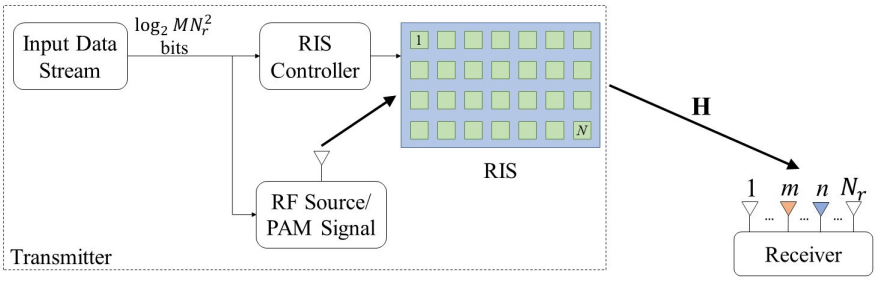

图1. 可重构智能表面辅助接收端正交空间调制（RIS-RQSM）系统示意图（在RIS-RQSSK系统中，使用能量恒定的射频源）。

发射天线之间链路的路径损耗和散射可以忽略不计。RIS由 N 个反射单元组成，其相移向量 $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 由发射机控制以传递信息。这里假设RIS进行无损反射，即 $|\theta_i| = 1$，对于 $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ N$。接收机配备N_r 根天线，且位于远离发射机的位置。我们假设接收机只能通过无线衰落信道$\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r\times N}$接收RIS单元反射的信号，其中各元素相互独立且服从相同分布（i.i.d.），分布为$\mathcal{CN}(0,\ 1)$。在这种场景下，输入数据流被分成若干数据包，每包含有$\log_2 MN_r^2$个比特。前$\log_2 N_r^2$个比特用于独立选择两根接收天线，以传递空间符号；其余$\log_2 M$ 个比特则决定从 M元正交幅度调制星座图中选取所需的IQ符号。与传统通信系统不同，在RIS-RQSM系统中，选定的IQ符号并非由单天线发射机发射，而是通过调整RIS相移并由发射天线发射特定的脉冲幅度调制符号[1]，，在选定的接收天线上生成；其特性是同相分量出现在第一根选定天线上，而正交分量出现在第二根选定天线上。因此，RIS-RQSM方案是对文献 [27]所述RIS辅助接收正交空移键控（RIS-RQSSK）系统的重大推广。在RIS-RQSSK中，射频源用于向RIS发射恒定信号，因此只能传输空间符号；而RIS-RQSM中的PAM信号使发射机能够通过IQ调制传输额外的数据比特。下一节将简要概述RIS-RQSSK系统，随后将在第IV节介绍所提出的RIS-RQSM系统。

[1]值得一提的是，与传统的RIS-SM系统相比，在RIS-RQSM中，发射机处的射频源仅需具备同相（I）信号分量的硬件，因此硬件复杂度更低。

III. RIS辅助接收正交空间移位键控 [27]

本节概述 [27]的 RIS-RQSSK 方案系统模型，并介绍其相移优化过程。在 RIS-RQSSK 系统中，发射机配备了一个能量恒定为 E_s的射频源。在这种情形下，根据两组包含 $\log_2 N_r$ 个输入数据比特的数据包，独立选定两根接收天线。随后，发射机通过可重构智能表面将信号反射至接收机，旨在同时最大化第一根选定接收天线 m处信号实部对应的信噪比，以及第二根选定接收天线 n处信号虚部对应的信噪比。对于该系统，选定天线 m 和 n处的基带接收信号实部和虚部分别表示为

$$y_m^{\mathcal{R}} = \sqrt{E_s}\left[\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}} - \mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}\right] + n_m^{\mathcal{R}}, \tag{1}$$

$$y_n^{\mathcal{I}} = \sqrt{E_s}\left[\mathbf{h}_n^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}} + \mathbf{h}_n^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}\right] + n_n^{\mathcal{I}}, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{h}_l = [h_{l,1}, h_{l,2}, \ldots, h_{l,N}]$ 是$\mathbf{H}$的第 l行，而 $n_l \in \mathbb{C}$ 是第 l根接收天线处的加性高斯白噪声，其分布为 $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, N_0)$。为了最大化选定接收天线 m和 n对应的信号实部与虚部的信噪比分量，定义了一个 最大-最小优化问题，如下所示

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}},\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}} \ \min\left(\left|\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}} - \mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}\right|, \left|\mathbf{h}_n^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}} + \mathbf{h}_n^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}\right|\right) \\ &\text{s.t.} \quad \left(\theta_i^{\mathcal{R}}\right)^2 + \left(\theta_i^{\mathcal{I}}\right)^2 = 1, \ \text{for all } i = 1, 2, \ldots, N. \end{aligned} \tag{3}$$

以式（1）和（2）中的无噪信号分量为正的情况为例，$\left\{\theta_i^{\mathcal{R}}\right\}$ 和 $\left\{\theta_i^{\mathcal{I}}\right\}$ 的最优值为

$$\theta_i^{\mathcal{R}\star} = \frac{\lambda A_i + (1-\lambda) B_i}{\sqrt{\left(\lambda A_i + (1-\lambda) B_i\right)^2 + \left(\lambda C_i + (1-\lambda) D_i\right)^2}}, \tag{4}$$

对于所有 $i = 1$，2、.....、N，以及

$$\theta_i^{\mathcal{I}\star} = \frac{\lambda C_i + (1-\lambda) D_i}{\sqrt{\left(\lambda A_i + (1-\lambda) B_i\right)^2 + \left(\lambda C_i + (1-\lambda) D_i\right)^2}}, \tag{5}$$

对于所有 $i = 1$、2、.....、N，其中我们定义

$$A_i = h_{m,i}^{\mathcal{R}}, \ B_i = h_{n,i}^{\mathcal{I}}, \ C_i = -h_{m,i}^{\mathcal{I}}, \ \text{and} \ D_i = h_{n,i}^{\mathcal{R}}, \tag{6}$$

为简化 t　该记号，并且对于 $N \gg 1$，$\lambda \in$ (0、1) 的值是下式的解

$$f(\lambda) \triangleq \sum_{i=1}^{N} \frac{(A_i - B_i)(\lambda A_i + (1-\lambda) B_i) + (C_i - D_i)(\lambda C_i + (1-\lambda) D_i)}{\sqrt{(\lambda A_i + (1-\lambda) B_i)^2 + (\lambda C_i + (1-\lambda) D_i)^2}} = 0. \tag{7}$$

此外，采用式 (4) 和 (5) 给出的最优相移值后，所得信噪比分量具有相同的值，即

$$\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}} \boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star} - \mathbf{h}_m^{\mathcal{I}} \boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star} = \mathbf{h}_n^{\mathcal{R}} \boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star} + \mathbf{h}_n^{\mathcal{I}} \boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star}.$$

最后，在接收机处，采用一种简单而有效的贪婪检测器（GD），无需接收机具备任何信道状态信息（CSI），即可检测选定的接收天线。GD 的工作方式如下：

$$\hat{m} = \arg \max_{m \in \{1,2,\ldots,N_r\}} \left\{ \left(y_m^{\mathcal{R}}\right)^2 \right\}, \tag{8}$$

$$\hat{n} = \arg \max_{n \in \{1,2,\ldots,N_r\}} \left\{ \left(y_n^{\mathcal{I}}\right)^2 \right\}. \tag{9}$$

性能结果表明，RIS-RQSSK系统优于可比的基准方案。这促使我们将该方案扩展到正交空间调制（QSM）的应用场景，这正是下一节的主题。

IV. RIS辅助接收正交空间调制

一般而言，尽管通过将空间移位键控系统扩展为相应的正交空间移位键控系统可以提高其频谱效率，但在天线索引调制的基础上进一步采用传统IQ调制，还能进一步提升频谱效率。在传统的接收正交空间调制（RQSM）中，可以设计发射向量，将符号的实部和虚部分别置于实部接收向量和虚部接收向量中的特定位置。另一方面，在RIS-RQSM方案中，发射机仅配备一根天线，因此每个符号间隔只能发射一个符号。此外，由于接收机需要将目标符号的实部和虚部分离，发射机只能通过射频源进行幅度调制，才能使接收机检测到信号（如 [20] 中针对RIS-RQRM方案所述）；也就是说，无法发射一个QAM符号并在两根不同的接收天线上分别接收I和Q分量。为解决这一问题，我们在所提出的RIS-RQSM系统中引入一种新范式，通过同时调整射频源的幅度和RIS单元的相移，在接收机处构造一个 M元QAM符号（实际上，是来自相同$\sqrt{M}$元脉冲幅度调制星座的两个独立符号）。

以及RIS单元的相移。因此，RIS-RQSM系统的速率为$R=\log_2 M+2\log_2 N_r$比特/信道使用（bpcu）。在这种情况下，目标接收信号分量表示为

$$y_m^{\mathcal{R}}=\left[\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}-\mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}\right]Gs+n_m^{\mathcal{R}}, \tag{10}$$

$$y_n^{\mathcal{I}}=\left[\mathbf{h}_n^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}+\mathbf{h}_n^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}\right]Gs+n_n^{\mathcal{I}}, \tag{11}$$

其中，s 是从特定的正实数 PAM 星座中选取的发射符号，记为 $\mathcal{P}_{\mathrm{RF}}$。$\mathcal{P}_{\mathrm{RF}}$ 中的幅度是 M 元 QAM 星座 $\mathcal{M}$ 中复符号的模，该星座的平均能量为 E_s，即 $s=|x|$，其中 $x\in\mathcal{M}$ 是所需的 IQ 符号，而 $G>0$ 是一个单抽头迫零（ZF）预均衡器，稍后将对其进行定义。

为了在接收机处生成所需的 M元 QAM 信号，我们对式（3）中的问题进行修改，以同时兼顾索引调制和 IQ 调制：

$$\max_{\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}},\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}}\ \min\left(Y_R,\delta Y_I\right) \tag{12a}$$

$$\text{s.t.}\quad Y_R=\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{R}}\right)\left(\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}-\mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}\right), \tag{12b}$$

$$Y_I=\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{I}}\right)\left(\mathbf{h}_n^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}+\mathbf{h}_n^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}\right), \tag{12c}$$

$$\left(\theta_i^{\mathcal{R}}\right)^2+\left(\theta_i^{\mathcal{I}}\right)^2=1,\ \text{for all } i=1,2,\ldots,N, \tag{12d}$$

其中，$\delta>0$ 是 x的实部与虚部之比的绝对值，即$\delta=\left|x^{\mathcal{R}}/x^{\mathcal{I}}\right|$。可以看出，该优化问题与 RIS-RQSSK 场景中的优化问题相似，因此可以采用 [27]中所用的类似方法求解（为简洁起见，此处省略细节）。因此，$\left\{\theta_i^{\mathcal{R}\star}\right\}$ 和 $\left\{\theta_i^{\mathcal{I}\star}\right\}$ 仍分别由式（4）和式（5）给出，而 λ 也可以通过求解式（7）得到；不过，需要相应地重新定义式（6）中的变量：

$$A_i=\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{R}}\right)h_{m,i}^{\mathcal{R}},\ B_i=\delta\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{I}}\right)h_{n,i}^{\mathcal{I}},\ C_i=\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{R}}\right)\left(-h_{m,i}^{\mathcal{I}}\right),\ \text{and}\ D_i=\delta\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{I}}\right)h_{n,i}^{\mathcal{R}}. \tag{13}$$

请注意，最大化问题会迫使 Y_R 和 Y_I 为正。因此，式（12）中的符号函数决定了无噪声接收信号分量的符号。为阐明上述优化问题的功能，我们以符号 $x=1-3j$ 为例；此时有 $\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{R}}=1\right)=+1$和 $\operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{I}}=-3\right)=-1$。因此，我们得到$Y_R=+\left(\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}-\mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}\right)>0$和 $Y_I=-\left(\mathbf{h}_n^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}}+\mathbf{h}_n^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}}\right)>0$，这表明

构造的接收符号的实分量为正，虚分量为负，与选定符号 x相似。还值得指出的是，在最优点，最小化中涉及的各项取值相等，即对于取值 $\left\{\theta_i^{\mathcal{R}\star}\right\}$ 和 $\left\{\theta_i^{\mathcal{I}\star}\right\}$ ，有$Y_R^\star = \delta Y_I^\star$，其中$Y_R^\star$和$Y_I^\star$是由式（12）产生的 Y_R和 Y_I的最优值。因此，我们可以得出结论：所需 QAM 符号的相位 设计正确。接下来，为了说明为什么发射机必须使用脉冲幅度调制星座 $\mathcal{P}_{\mathrm{RF}}$ ，我们需要确定可重构智能表面辅助信道在 δ取不同值时的作用。

由于式 (7) 中存在随机变量， λ 也表现出随机性。根据式 (7) 难以确定 λ 的随机特性（例如均值和方差）；然而，实验结果有力地表明， λ 的均值为 $\mathbb{E}\{\lambda\} = \bar{\lambda} = \frac{\delta^2}{1+\delta^2}$ ，且随着 RIS 单元数量 N的增加，其方差趋于零。这一观察结果还可用于近似式 (12) 中最优目标的平均值，具体如下述定理所示。

定理 1. 当 N取较大值时，均值 $\mathbb{E}\{Y_R^\star\}$ 和 $\mathbb{E}\{Y_I^\star\}$ 可近似表示为

$$\mathbb{E}\{Y_R^\star\} \approx \sqrt{\bar{\lambda}}\frac{N\sqrt{\pi}}{2},\ \mathbb{E}\{Y_I^\star\} \approx \sqrt{1-\bar{\lambda}}\frac{N\sqrt{\pi}}{2}.$$

证明：证明见附录 A。 ■

根据定理 1 可知，对于任意 δ，选定天线处接收信号分量所形成的复符号的均值都位于半径为 $\beta = \frac{N\sqrt{\pi}}{2}$ 的圆上。因此，除了优化 RIS 单元的相位角外，还需要在射频源处调制适当的正 PAM 符号 $s \in \mathcal{P}_{\mathrm{RF}}$ ，以调整接收信号的幅度，使其适配预定义星座中的目标 QAM 符号。换言之，QAM 符号的相位由 RIS 单元决定，而其幅度由 PAM 符号决定。因此，射频源处需要发射符号 $s = |x|$ 。

随后，发射机将符号 s 与 G 相乘，以确保链路增益始终为常数（即，对于每个符号和每个信道实现）。因此，我们通过以下方式设计 G

$$G = \frac{\mathbb{E}\{Y_R^\star\}}{Y_R^\star} = \frac{\mathbb{E}\left\{\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star} - \mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star}\right\}}{\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star} - \mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star}}, \tag{14}$$

其中， $\boldsymbol{\theta}^{\star}$ 是与所需发射符号相关联的 RIS单元的最优相移向量。注意， G 的取值对于每个符号 x 和信道实现**H**都是特定的。实际上， G 可以实现为单抽头 ZF 预均衡器。因此，接收机只需知道可重构智能表面辅助无线信道的有效增益，即借助 RIS单元获得的等效高斯信道的增益，该增益等于 β^2；GD 检测器无需额外的信道状态信息，这显著减少了系统的反馈负载。另一方面，发射机必须具备信道状态信息，以便调整 RIS单元的相移并实现单抽头预均衡器。

定理 2. 假设 *RIS*单元数量较大，则 G和 G^2 的均值均趋于 *1*，即 $\lim_{N\to\infty}\mathbb{E}\{G\}=1$ 和 $\lim_{N\to\infty}\mathbb{E}\{G^2\}=1$。

证明： 这里我们仅证明 $\lim_{N\to\infty}\mathbb{E}\{G^2\}=1$。$G$ 的均值收敛性可用类似方法推导。G^2 的均值为

$$\mathbb{E}\{G^2\}=\mathbb{E}\left\{\frac{\mathbb{E}^2\{Y_R^{\star}\}}{(Y_R^{\star})^2}\right\}=\mu^2\mathbb{E}\left\{\frac{1}{(Y_R^{\star})^2}\right\},$$

其中 $\mu=\mathbb{E}\{Y_R^{\star}\}=\sqrt{\lambda}\frac{N\sqrt{\pi}}{2}$。根据中心极限定理（CLT）， $Y_R^{\star}$服从[2] $Y_R^{\star}\sim\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$分布，其中 $\sigma^2\propto N$。于是， G^2的平均值可表示为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{G^2\}=\mu^2\mathbb{E}\left\{\frac{1}{(Y_R^{\star})^2}\right\}&=\frac{\mu^2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{y^2}e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}y\\&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\mu^2}{\sigma^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left(u+\frac{\mu}{\sigma}\right)^2}e^{-\frac{u^2}{2}}\mathrm{d}u,\end{aligned}$$

其中我们使用了变量替换 $u=\frac{y-\mu}{\sigma}$。由于当 $N\to\infty$ 时 $\frac{\mu}{\sigma}\propto\sqrt{N}\to\infty$，我们可以写成

$$\lim_{N\to\infty}\mathbb{E}\{G^2\}=\lim_{\frac{\mu}{\sigma}\to\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\mu^2}{\sigma^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left(u+\frac{\mu}{\sigma}\right)^2}e^{-\frac{u^2}{2}}\mathrm{d}u=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{u^2}{2}}\mathrm{d}u=1.$$

■

请注意，在实际应用中，RIS单元的数量足够多，因此定理 2 中的表达式可作为我们设计的准确近似。定理 2 表明，预均衡器 G 不会改变系统的平均发射功率，即 $\mathbb{E}\{(Gs)^2\}=E_s$；因此，信噪比可直接表示为 E_s/N_0。

[2]针对 RIS-RQSSK 场景（即 $\delta=1$），这一点已在 [27] 中得到证明；不过，该证明可以扩展到 $\delta=\left|x^{\mathcal{R}}/x^{\mathcal{I}}\right|$ 的一般情形（为简洁起见，省略这些细节）。稍后（在第 V 节中），我们将说明方差 σ^2 与 N 的关系。

接收机结构

与 RIS-RQSSK方案类似，接收机可以通过(8)和(9)使用梯度下降检测所选的天线索引。之后，接收机可以通过以下方式解调所需的 I 和 Q 符号

$$\hat{x}^{\mathcal{R}} = \arg\min_{x^{\mathcal{R}}} \left\{ \left(y_m^{\mathcal{R}} - \beta x^{\mathcal{R}} \right)^2 \right\}, \tag{15}$$

$$\hat{x}^{\mathcal{I}} = \arg\min_{x^{\mathcal{I}}} \left\{ \left(y_n^{\mathcal{I}} - \beta x^{\mathcal{I}} \right)^2 \right\}, \tag{16}$$

其中 $\beta = \frac{N\sqrt{\pi}}{2}$是有效的信道系数。

另一方面，所提出的 RIS-RQSM 系统的最大似然（ML）检测器通过以下方式运行

$$(\hat{m}, \hat{n}, \hat{x}) = \arg\min_{m,n,x} \sum_{l=1}^{N_r} \left(y_l - \mathbf{h}_l \boldsymbol{\theta}^{\star} G s \right)^2, \tag{17}$$

其中需要指出， $\boldsymbol{\theta}^{\star}$ 是 (m, n, x) 和 $s = |x|$ 的多变量函数。虽然 GD 不需要信道状态信息，但最大似然检测器依赖于接收机处完整的信道状态信息。此外可以看出，最大似然检测器需要针对选定接收天线的所有组合计算 $\boldsymbol{\theta}^{\star}$ ，然后遍历空间符号和 IQ 调制符号的所有可能组合。这些因素使最大似然检测器的复杂度显著高于 GD。尽管最大似然检测器能够提供最优接收机，但我们将在第VI节和第VII节中展示，优化 IQ 星座图除了提升系统性能外，还能充分发挥 GD 的效率，使其能够与最大似然检测器展开有力竞争（即性能差距可以忽略不计）。

V. 性能分析

本节分析所提出的 RIS-RQSM 系统的平均比特错误概率（ABEP）。分析重点是 GD 接收机。这里我们仅分析检测有效实部为实部、且对应调制 IQ 符号的实部为 $x^{\mathcal{R}}$ 的天线 m ；由于表达式具有固有对称性，很容易证明，检测有效虚部为虚部、且对应调制 IQ 符号的虚部为

的天线 时，其平均比特错误概率（ABEP）表达式与之相同。平均比特错误概率（ABEP）的一个上界（尤其在高信噪比下很紧）为

$$\mathrm{ABEP} \leq \frac{1-P_e\left(m\right)}{\sqrt{M}\log_2\left(\sqrt{M}N_r\right)}\sum_{x^{\mathcal{R}}}\sum_{\hat{x}^{\mathcal{R}}\neq x^{\mathcal{R}}}\mathrm{PEP}\left(x^{\mathcal{R}}\rightarrow\hat{x}^{\mathcal{R}}|m=\hat{m}\right)e\left(x^{\mathcal{R}}\rightarrow\hat{x}^{\mathcal{R}}\right)+0.5P_e\left(m\right), \tag{18}$$

其中， $P_e(m)$ 表示选定接收天线 m 的错误检测概率，$\mathrm{PEP}\left(x^{\mathcal{R}}\rightarrow\hat{}x^{\mathcal{R}}|m=\hat{}m\right)$ 表示在天线索引正确检测的条件下，与符号 x 和 $\hat{}x$ 的实部相关的成对错误概率（PEP），而 $e\left(x^{\mathcal{R}}\rightarrow\hat{}x^{\mathcal{R}}\right)$表示符号 x和 $\hat{}x$的实部的二进制表示之间的汉明距离。这里假设在索引检测错误的情况下，一半比特出错（请注意，这一假设代表最坏情况），因此 $P_e(m)$ 可以写为

$$P_e\left(m\right)=\left(N_r-1\right)\overline{\mathrm{PEP}}\left(m\rightarrow\hat{m}\right), \tag{19}$$

其中，$\overline{\mathrm{PEP}}(m\rightarrow\hat{}m)$ 是与天线索引 m 和 $\hat{}m$ 相关的平均成对错误概率，其表达式为

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PEP}}\left(m\rightarrow\hat{m}\right)&=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{x^{\mathcal{R}}}\mathrm{PEP}\left(m\rightarrow\hat{m}|x^{\mathcal{R}}\right)\\&=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{x^{\mathcal{R}}\in\mathcal{M}_R}\frac{2}{\sqrt{M}}\sum_{\delta\in\mathcal{D}_{x^{\mathcal{R}}}}\mathrm{PEP}\left(m\rightarrow\hat{m}|x^{\mathcal{R}},\delta\right),\end{aligned} \tag{20}$$

其中， $\mathcal{M}_R$ 是由 $x^{\mathcal{R}}$的所有可能取值组成的集合， $x^{\mathcal{R}}$是$\mathcal{M}$中符号的实分量，且 $|\mathcal{M}_R|=\sqrt{M}$； $\mathcal{D}_\xi=\left\{\left|\begin{smallmatrix}x^{\mathcal{R}}\\x^{\mathcal{I}}\end{smallmatrix}\right|x^{\mathcal{R}}=\xi,x^{\mathcal{I}}\in\mathcal{M}_I\right\}$且 $|\mathcal{D}_\xi|=\binom{\sqrt{M}}{2}$（其中 $\mathcal{M}_I$是由 $x^{\mathcal{I}}$的所有可能取值组成的集合）；例如，对于传统16-QAM星座图，我们有 $\mathcal{M}_R=\mathcal{M}_I=\{-3,-1,1,3\}$；对于 $x^{\mathcal{R}}=\{-1,1\}$，我们有 $\mathcal{D}_{-1}=\mathcal{D}_1=\{1,1/3\}$；而对于 $x^{\mathcal{R}}=\{-3,3\}$，我们有 $\mathcal{D}_{-3}=\mathcal{D}_3=\{1,3\}$。考虑在接收机处使用梯度下降，与选定天线 m 和检测到的天线$\hat{}m\neq m$ 相关联、以选定符号 x 为条件（即，给定 $x^{\mathcal{R}}$ 和 δ）的成对错误概率为

$$\begin{aligned}\mathrm{PEP}\left(m\rightarrow\hat{m}|x^{\mathcal{R}},\delta\right)&=\Pr\left\{\left(y_m^{\mathcal{R}}\right)^2<\left(y_{\hat{m}}^{\mathcal{R}}\right)^2|x^{\mathcal{R}},\delta\right\}\\&=\Pr\left\{\left(\left[\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star}-\mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star}\right]Gs+n_m^{\mathcal{R}}\right)^2\right.\\&\quad\left.<\left(\left[\mathbf{h}_{\hat{m}}^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star}-\mathbf{h}_{\hat{m}}^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star}\right]Gs+n_{\hat{m}}^{\mathcal{R}}\right)^2|x^{\mathcal{R}},\delta\right\}\\&\approx\Pr\left\{|Z_1|<|Z_2|\right\},\end{aligned} \tag{21}$$

其中，我们定义 $Z_1 \triangleq \left[\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star} - \mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star}\right]\frac{|x^{\mathcal{R}}|}{\sqrt{\bar{\lambda}}} + n_m^{\mathcal{R}}$ 和 $Z_2 \triangleq \left[\mathbf{h}_{\hat{m}}^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star} - \mathbf{h}_{\hat{m}}^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star}\right]\frac{|x^{\mathcal{R}}|}{\sqrt{\bar{\lambda}}} + n_{\hat{m}}^{\mathcal{R}}$，并使用了定理 2中给出的近似，即 $\mathbb{E}\{G\} \approx 1$ 和 $\mathbb{V}\{G\} = \mathbb{E}\{G^2\} - \mathbb{E}\{G\}^2 \approx 0$。此外，我们知道 $s = \frac{|x^{\mathcal{R}}|}{\sqrt{\bar{\lambda}}}$，因为 $\bar{\lambda} = \frac{\delta^2}{1+\delta^2}$。为了计算上述概率，需要知道在 $m = n$ 和 $m \neq n$的情况下 Z_1的分布，以及在$\hat{m} = n$ 和$\hat{m} \neq n$的情况下 Z_2的分布。在 [27, 定理 1-3], 中，已推导出RIS-RQSSK情形下随机变量（RVs） Z_1 和 Z_2 的分布（在该情形下证明了 $\lambda = 1/2$）。更一般的RIS-RQSM情形下， Z_1 和 Z_2 的分布也可用类似方法推导（为简洁起见，省略细节）。

当 $m = n$ 时，根据中心极限定理， Z_1 近似服从 $\mathcal{N}(\mu_1,\ \sigma_1^2)$，其中 $\mu_1 = \frac{N\sqrt{\pi}}{2}x^{\mathcal{R}}$ 且 $\sigma_1^2 = N\left(x^{\mathcal{R}}\right)^2\frac{4-\pi}{4} + \frac{N_0}{2}$。当 $m \neq n$ 时，均值 μ_1 与当 $m = n$ 时的表达式相同；实验结果有力地表明， Z_1 的方差也与当$m = n$时完全相同。

另一方面， Z_2 近似服从 $\mathcal{N}(0,\ \sigma_2^2)$，其中 $\hat{m} = n$ 和 $\hat{m} \neq n$ 在各自情况下的方差为

1) $\hat{m} \neq n$:

$$\sigma_2^2 = \rho_1^2 \triangleq \frac{N\left(x^{\mathcal{R}}\right)^2}{2\bar{\lambda}} + \frac{N_0}{2}, \tag{22}$$

2) $\hat{m} = n$:

$$\sigma_2^2 = \rho_2^2 \triangleq \frac{N\left(x^{\mathcal{R}}\right)^2}{2} + \frac{N_0}{2}. \tag{23}$$

因此，为了计算成对错误概率，需要考虑两种不同的事件：i)$\{\mathcal{E}_1:\ m,\ \hat{m} \in \{1, 2, \ldots, N_r\},\ \hat{m} \neq n\}$；以及 ii) $\{\mathcal{E}_2:\ m \in \{1, 2, \ldots, N_r\},\ \hat{m} = n\}$。

值得指出的是， Z_1 和 Z_2 分别表示在选定的接收天线 m （均值为 $\mu_1 \propto N \gg 1$）和未选定的天线 $\hat{m}$ （均值为零）处接收到的信号实部。这就是梯度下降能够轻松检测出选定的接收天线索引的原因。

接下来，我们考虑 $x^{\mathcal{R}} > 0$ 的情况（显然， $x^{\mathcal{R}} < 0$ 的成对错误概率相同）。考虑到 Z_1 的分布，可以看出，对于相对较高的信噪比值， $\frac{\mu_1}{\sigma_1} \propto \sqrt{N}$，因此 $\frac{\mu_1}{\sigma_1} \gg 1$；结果是， $Z_1 > 0$ 以极高的概率成立。因此，

成对错误概率可写为

$$\begin{aligned}\mathrm{PEP}\left(m\to\hat{m}|x^{\mathcal{R}},\delta\right)=&\mathrm{PEP}\left(m\to\hat{m}|x^{\mathcal{R}}>0,\delta\right)\\ \approx&\frac{N_r-1}{N_r}\Pr\left\{Z_1<|Z_2|\,|\mathcal{E}_1\right\}+\frac{1}{N_r}\Pr\left\{Z_1<|Z_2|\,|\mathcal{E}_2\right\}\\ =&\frac{N_r-1}{N_r}\int_0^{\infty}\Pr\left\{Z_1=\alpha,|Z_2|>\alpha|\mathcal{E}_1\right\}\mathrm{d}\alpha\\ &+\frac{1}{N_r}\int_0^{\infty}\Pr\left\{Z_1=\alpha,|Z_2|>\alpha|\mathcal{E}_2\right\}\mathrm{d}\alpha.\end{aligned}$$

上述两个积分可以通过以下方式统一求解:

$$\begin{aligned}\mathrm{I}_i\triangleq&\int_0^{\infty}\Pr\left\{Z_1=\alpha,|Z_2|>\alpha|\mathcal{E}_i\right\}\mathrm{d}\alpha=2\int_0^{\infty}p_{z_1|\mathcal{E}_i}(\alpha)\Pr\left\{Z_2>\alpha|\mathcal{E}_i\right\}\mathrm{d}\alpha\\ =&\frac{\sqrt{2}}{\sigma_1\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_1-\alpha}{\sigma_1}\right)^2}\mathrm{Q}\left(\frac{\alpha}{\rho_i}\right)\mathrm{d}\alpha,\ i=1,2.\end{aligned}\tag{24}$$

应用Q函数的指数近似 $\mathrm{Q}(x)\approx\frac{1}{12}e^{-\frac{x^2}{2}}+\frac{1}{4}e^{-\frac{2x^2}{3}}$ from[28],I_i，可近似表示为

$$\mathrm{I}_i\approx\frac{\sqrt{2}}{\sigma_1\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_1-\alpha}{\sigma_1}\right)^2}\left[\frac{1}{12}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\rho_i}\right)^2}+\frac{1}{4}e^{-\frac{2}{3}\left(\frac{\alpha}{\rho_i}\right)^2}\right]\mathrm{d}\alpha,\ i=1,2.$$

经过一些推导后，我们得到

$$\begin{aligned}\mathrm{I}_i\approx&\frac{\sqrt{2}}{\sigma_1\sqrt{\pi}}\left[\frac{1}{12}e^{u_{0,i}}\int_0^{\infty}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha-m_{0,i}}{s_{0,i}}\right)^2}\mathrm{d}\alpha+\frac{1}{4}e^{u_{1,i}}\int_0^{\infty}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha-m_{1,i}}{s_{1,i}}\right)^2}\mathrm{d}\alpha\right]\\ =&\frac{1}{\sigma_1}\left[\frac{1}{6}e^{u_{0,i}}s_{0,i}\mathrm{Q}\left(-\frac{m_{0,i}}{s_{0,i}}\right)+\frac{1}{2}e^{u_{1,i}}s_{1,i}\mathrm{Q}\left(-\frac{m_{1,i}}{s_{1,i}}\right)\right],\ i=1,2,\end{aligned}\tag{25}$$

其中

$$\begin{aligned}u_{0,i}=-\frac{1}{2}\frac{\mu_1^2}{\sigma_1^2+\rho_i^2},\ s_{0,i}=\frac{\sigma_1\rho_i}{\sqrt{\sigma_1^2+\rho_i^2}},\ m_{0,i}=\frac{\mu_1\rho_i^2}{\sigma_1^2+\rho_i^2},\\ u_{1,i}=-\frac{2}{3}\frac{\mu_1^2}{\frac{4}{3}\sigma_1^2+\rho_i^2},\ s_{1,i}=\frac{\sigma_1\rho_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_1^2+\rho_i^2}},\ m_{1,i}=\frac{\mu_1\rho_i^2}{\frac{4}{3}\sigma_1^2+\rho_i^2},\ i=1,2.\end{aligned}$$

容易看出，对于较大的 N，$\frac{m_{0,i}}{s_{0,i}}$和 $\frac{m_{1,i}}{s_{1,i}}$，$i=1,2$ 的值相对较大，因此近似 $\mathrm{Q}\left(-\frac{m_{0,i}}{s_{0,i}}\right)\approx\mathrm{Q}\left(-\frac{m_{1,i}}{s_{1,i}}\right)\approx1$非常准确; 因此，$\mathrm{I}_i$可写为

$$\mathrm{I}_i\approx\frac{\rho_i}{6\sqrt{\sigma_1^2+\rho_i^2}}e^{-\frac{1}{2}\frac{\mu_1^2}{\sigma_1^2+\rho_i^2}}+\frac{\rho_i}{2\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_1^2+\rho_i^2}}e^{-\frac{2}{3}\frac{\mu_1^2}{\frac{4}{3}\sigma_1^2+\rho_i^2}},\ i=1,2.\tag{26}$$

因此，$P_e(m)$可表示为

$$P_e(m)=\frac{2(N_r-1)}{M}\sum_{x^{\mathcal{R}}}\sum_{\delta}\left(\frac{N_r-1}{N_r}\mathrm{I}_1+\frac{1}{N_r}\mathrm{I}_2\right).\tag{27}$$

最后，成对错误概率 $\left(x^{\mathcal{R}} \to \hat{} x^{\mathcal{R}} | m = \hat{} m\right)$ 可表示为

$$\mathrm{PEP}\left(x^{\mathcal{R}} \to \hat{x}^{\mathcal{R}} | m = \hat{m}\right) = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{\beta^2 \left(x^{\mathcal{R}} - \hat{x}^{\mathcal{R}}\right)^2}{2N_0}}\right). \tag{28}$$

将 (27) 和 (28) 代入 (18)，即可得到 RIS-RQSM系统平均比特错误概率的精确闭式近似。

VI. IQ调制设计

所提出的 RQSM系统的一项显著优势是，接收机采用简单的 GD，能够以较低复杂度和极少的 CSI需求进行符号检测。然而，后文将会说明，如果采用传统的 QAM星座，随着调制阶数提高，系统的误码率性能会下降，因为 QAM星座中能量最低的符号主导着 GD的性能。与 [14], 中的 RIS-SM系统相比，这一现象对 RIS-RQSM的影响更大，因为前者在未选天线上接收到的平均能量更高，从而降低了 GD的性能。这一事实促使我们设计一种新的 QAM星座，以提升 GD[3]的性能。因此，本节对星座图进行优化，以最小化采用 GD的 RIS-RQSM系统的 BER。为降低复杂度，本节采用若干近似来简化平均比特错误概率上界，并将其作为目标函数。不过，表 I 和下一节中给出的丰富数值结果验证了这些近似的准确性，并表明所提出的方法切实可行且效果出色。

得益于 RIS-RQSM 系统的对称性，星座图的实部和虚部维度可采用相同的方法分别设计，从而简化优化过程。因此，优化问题定义为

$$\begin{aligned} &\min_{\mathcal{M}_R} \ \mathrm{ABEP}_{\mathrm{ub}} \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{\sqrt{M}} \left(x^{\mathcal{R}}\right)^2 \le \frac{\sqrt{M} E_s}{2}, \end{aligned} \tag{29}$$

其中，$\mathrm{ABEP}_{\mathrm{ub}}$ 是式（18）所示 ABEP 的近似上界。显然，信号星座应关于原点对称。因此，我们

[3]最大似然检测器和梯度下降法在采用所提出的星座图时性能均有所提升，但梯度下降法获益更加显著 ly.

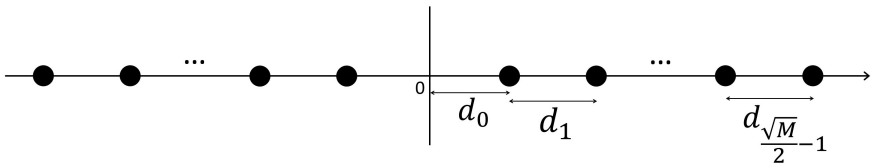

图 2. RIS-RQSM系统的归一化脉冲幅度调制星座设计。

根据图 2，为实部和虚部维度定义一维“归一化” $\sqrt{M}$-脉冲幅度调制星座，使最小能量符号到原点的距离为 $d_0\sqrt{E_s}$，而第 i 个符号与第（$i+1$）个符号之间的距离记为 $d_i\sqrt{E_s}$、$i=1$，2、.....、$\frac{\sqrt{M}}{2}-1$。由于关于原点对称，需要优化的参数有 $\sqrt{M}/2$ 个。例如，在二进制脉冲幅度调制中，只有一个参数 d_0；显然，此时 $d_0=1/\sqrt{2}$，因此这种优化框架在该情况下没有必要。在四进制脉冲幅度调制星座中，有两个参数 d_0 和 d_1 需要优化，使得与传统脉冲幅度调制的取值相比，d_0增大而 d_1 减小；也就是说，两个“内侧”符号进一步远离原点，两个“外侧”符号则向原点靠近。这种星座点调整使空间域符号错误概率与 IQ 调制域符号错误概率达到平衡。

(18)中的平均比特错误概率$_{\text{ub}}$ 是参数 $\{d_i\}$ 的相对复杂函数，因为在计算 $P_e\,(m)$时需要对所有符号求和，还要计算与所有这些距离相关的成对错误概率 $\left(x^{\mathcal{R}}\to\hat{}x^{\mathcal{R}}|m=\hat{}m\right)$。因此，为了简化(29)中的优化问题，我们采用一些精确的近似来计算平均比特错误概率的上界；这些近似在高信噪比和较大的 N条件下有效。

众所周知，在高信噪比下，IQ调制域的比特错误概率（BEP）主要由间隔为最小欧几里得距离的星座点对决定；同时，空间域中的最小能量符号也显然决定了比特错误概率。因此，考虑星座图采用格雷编码时，平均比特错误概率的近似上界为

$$\text{ABEP}_{\text{ub}}\approx\frac{4}{\sqrt{M}\log_2\left(\sqrt{M}N_r\right)}\sum_{i=1}^{\frac{\sqrt{M}}{2}-1}\text{Q}\left(\sqrt{\frac{\beta^2E_sd_i^2}{2N_0}}\right)+0.5\tilde{P}_e\,(m)\,,\tag{30}$$

˜其中， $P_e(m)$ 是 $P_e(m)$ 对应的近似值，其表达式为

$$\tilde{P}_e(m) = \frac{4(N_r-1)}{M} \sum_{\delta \in \mathcal{D}_{d_0\sqrt{E_s}}^{d_0}} \mathrm{PEP}\left(m \to \hat{m} | x^{\mathcal{R}} = d_0\sqrt{E_s}, \delta\right), \tag{31}$$

其中 $\mathcal{D}_{d_0\sqrt{E_s}} = \left\{1, \underbrace{d_0}_{d_0+d_1}, \ldots, \underbrace{d_0}_{d_0+d_1+\cdots+d_{\frac{\sqrt{M}}{2}-1}}\right\}$，并且我们利用以下事实： $\tilde{P}_e(m) \ll 1$，因此 $1 - P_e(m) \approx 1$ (注意，优化函数增大于两个内部符号之间的距离，因此在 (30) 中，我们没有将这对内部符号之间的距离视为最小距离)。然后，优化问题可更新为

$$\min_{\{d_i\}} \ \mathrm{ABEP}_{\mathrm{ub}} \text{ in (30)} \tag{32}$$
$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=0}^{\frac{\sqrt{M}}{2}-1} \left(\sum_{j=0}^{i} d_j\right)^2 \le \frac{\sqrt{M}}{4}.$$

求解上述优化问题并非易事，需要采用穷举搜索方法。然而，标准的格星座结构（例如正交幅度调制或脉冲幅度调制）表明，相邻符号对之间的距离相等时，可以采用一种非常简单的方法，从而在符号错误率性能方面获得近似最优的解。因此，下文假设“正”相邻符号之间的距离相等（值得一提的是，关于原点存在对称性，因此负相邻符号之间的距离也相等）。

$d_1 = d_2 = \cdots = d_{\frac{\sqrt{M}}{2}-1}$时的特殊情况

在这种情况下，问题由优化两个变量 d_0 和 d_1组成。因此，优化问题可简化为

$$\min_{\{d_0,d_1\}} \ \frac{4}{\sqrt{M}\log_2\left(\sqrt{M}N_r\right)} M' \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{\beta^2 E_s d_1^2}{2N_0}}\right) + 0.5\tilde{P}_e(m), \tag{33}$$
$$\text{s.t.} \quad 2d_0^2 + \frac{M'(2M'+1)}{3} d_1^2 + 2M' d_0 d_1 \le 1,$$

其中，我们定义 $M' = \frac{\sqrt{M}}{2} - 1.$。根据不等式约束， d_1可表示为 d_0 的函数（此处我们令上述约束取等号，以最大化接收机处可实现的信噪比。稍后将在本节中证明，最优点处确实取等号）。随后，通过对变量 d_0进行网格搜索，可以求得平均比特错误概率$_{\mathrm{ub}}$的最小值。然而，考虑到相等的正距离，求出解析解更有意义；这也是本节余下部分的主题。

解析方法——渐近分析：为了求得该优化问题的高效解析解，我们进一步分析 Z_1 和 Z_2 的分布，以获得更易处理的平均比特错误概率$_{\mathrm{ub}}$近似表达式。我们发现，在事件 $\mathcal{E}_1$中，Z_2（即非选定接收天线上信号的平均接收能量）的方差会随着 $\bar{\lambda}=\frac{\delta^2}{1+\delta^2}$减小而增大，或者说，随着 $\delta=\left|\frac{x^{\mathcal{R}}}{x^{\mathcal{I}}}\right|$减小而增大；换言之，当 δ 最小时，式（22）中的ρ_1^2 最大。由此可得出两个结论：首先，与空间域相关的比特差错概率由实部能量最小、同时对应虚部能量最大的符号主导，即与 $\delta_{\min}=\frac{\text{最小}\left|x^{\mathcal{R}}\right|}{\text{最大}|x^{\mathcal{I}}|}=\frac{d_0}{d_0+M'd_1}$ 相关的成对错误概率主导式（31）；其次，比较事件$\mathcal{E}_1$和 $\mathcal{E}_2$，事件 $\mathcal{E}_2$对成对错误概率 $\left(m\to\hat{m}|x^{\mathcal{R}},\ \delta\right)$的影响较小，因为由于分母中出现了$\lambda$，事件 $\mathcal{E}_1$ 中的 Z_2 方差显著大于事件 $\mathcal{E}_2$ 中的方差。总之，综合以上讨论，与 $\delta_{\min}$相关的成对错误概率占主导，因此在成对错误概率分析中可以忽略事件 $\mathcal{E}_2$，从而 $P_e(m)$可近似为

$$\begin{aligned}\tilde{P}_e(m)&\approx\frac{4(N_r-1)}{M}\mathrm{PEP}\left(m\to\hat{m}|x^{\mathcal{R}}=d_0\sqrt{E_s},\delta=\delta_{\min}\right)\\&\approx\frac{4(N_r-1)^2}{MN_r}\mathrm{I}_1(\mu_1,\rho_1,\sigma_1).\end{aligned}\tag{34}$$

此外，将 $\bar{\lambda}=\frac{\delta_{\min}^2}{1+\delta_{\min}^2}$ 代入（22）并进行一些简单的代数运算后，事件 $\mathcal{E}_1$ 发生时 Z_2 的方差可表示为

$$\rho_1^2=\frac{NE_s}{2}\left(d_0^2+(d_0+M'd_1)^2\right)+\frac{N_0}{2}.$$

注意，$\bar{E}\triangleq d_0^2+(d_0+M'd_1)^2$ 是与距原点距离最小和最大的符号相关联的能量之和。显然，$1\le E<\epsilon_M$，且当 $M=16$时等号成立；ϵ_M 定义为传统$\sqrt{M}$-脉冲幅度调制星座图中内层和外层符号的总能量（由于传统星座图是最坏情况，因此 $\bar{E}$ 可以由 ϵ_M上界限定），从而得到 $\epsilon_M=\frac{3(M-2\sqrt{M}+2)}{2(M-1)}$（注意，脉冲幅度调制星座图的平均能量为 $1/2$）。因此，我们可以写成

$$\frac{NE_s}{2}+\frac{N_0}{2}\le\rho_1^2<\frac{NE_s}{2}\epsilon_M+\frac{N_0}{2}.$$

此外，很容易证明，式（34）关于 ρ_1单调递增。因此，$\tilde{P}_e(m)$可以表示为

$$\tilde{P}_e(m) \approx \tilde{P}_e(m)\Big|_{\rho_1^2=\frac{NE_s}{2}+\frac{N_0}{2}},\ M=16,$$
$$\tilde{P}_e(m) \lesssim \tilde{P}_e(m)\Big|_{\rho_1^2=\frac{NE_s}{2}\epsilon_M+\frac{N_0}{2}},\ M>16.$$

最后，根据应用于最低能量符号的公式 $\sigma_1^2 = N\left(x^{\mathcal{R}}\right)^2\frac{4-\pi}{4} + \frac{N_0}{2}x^{\mathcal{R}} = d_0\sqrt{E_s}$，并考虑到 $d_0^2 \ll 1$这一事实， Z_1 的方差可近似为$\sigma_1^2 \approx \frac{N_0}{2}$[4]。

因此，经过一些变换，我们得到 P_e（m）如下:

$$\tilde{P}_e(m) \approx \frac{2(N_r-1)^2}{MN_r}\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{NE_s+N_0}{NE_s+2N_0}}e^{-\frac{\pi N^2E_sd_0^2}{4NE_s+8N_0}} + \sqrt{\frac{NE_s+N_0}{NE_s+\frac{7}{3}N_0}}e^{-\frac{\pi N^2E_sd_0^2}{3NE_s+7N_0}}\right),\ M=16,$$
$$\tilde{P}_e(m) \lesssim \frac{2(N_r-1)^2}{MN_r}\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{NE_s\epsilon_M+N_0}{NE_s\epsilon_M+2N_0}}e^{-\frac{\pi N^2E_sd_0^2}{4NE_s\epsilon_M+8N_0}} + \sqrt{\frac{NE_s\epsilon_M+N_0}{NE_s\epsilon_M+\frac{7}{3}N_0}}e^{-\frac{\pi N^2E_sd_0^2}{3NE_s\epsilon_M+7N_0}}\right),$$
$$M>16.$$

此外，将（33）中的Q函数指数近似代入后，优化问题变为

$$\min_{\{d_0,d_1\}}\ \mathrm{ABEP}_{\mathrm{ub}} \approx a_0e^{-b_0d_0^2} + a_1e^{-b_1d_0^2} + M'a_2\left(\frac{1}{12}e^{-b_2d_1^2} + \frac{1}{4}e^{-\frac{4}{3}b_2d_1^2}\right) \tag{35}$$
$$\text{s.t.}\quad 2d_0^2 + \frac{M'(2M'+1)}{3}d_1^2 + 2M'd_0d_1 \le 1,$$

其中定义

$$a_0 = \frac{(N_r-1)^2}{3MN_r}\sqrt{\frac{NE_s\epsilon_M+N_0}{NE_s\epsilon_M+2N_0}},\ b_0 = \frac{\pi N^2E_s}{4NE_s\epsilon_M+8N_0},$$
$$a_1 = \frac{(N_r-1)^2}{MN_r}\sqrt{\frac{NE_s\epsilon_M+N_0}{NE_s\epsilon_M+\frac{7}{3}N_0}},\ b_1 = \frac{\pi N^2E_s}{3NE_s\epsilon_M+7N_0},$$
$$a_2 = \frac{4}{\sqrt{M}\log_2\left(\sqrt{M}N_r\right)},\ b_2 = \frac{\pi N^2E_s}{16N_0}.$$

（35）中的问题不是凸优化问题，因为目标函数在 d_0， $d_1 \in \mathbb{R}_+$的定义域内不是凸函数。然而，很容易看出，（35）满足凸性

[4]这里假设 N 足够大，因此我们关注的信噪比范围为 $\frac{\frac{4-\pi}{2}NE_sd_0^2}{N_0} \ll 1$，也就是说，在该信噪比范围之外，误码率极低。

当 $d_0 \geq \frac{1}{\sqrt{2b_i}}$、$i=0$，1 且 $d_1 \geq \frac{1}{\sqrt{2b_2}}$ 时的 ∇^2平均比特错误概率$_{\text{ub}} \geq 0$ 条件。对于足够高的 $\frac{N^2E_s}{N_0}$值（注意 $N \gg 1$），可以得出结论：$\{b_0, b_1, b_2\}$ 足够大，使得经过优化的 $\{d_0, d_1\}$ 位于目标函数的凸区域内。对于这样的 $\{b_0, b_1, b_2\}$，该问题是凸问题，可以采用以下步骤求解。

与上述问题相关的 Karush-Kuhn-Tucker（KKT）条件成立，并表示为

1. $f_1\left(d_0^\star, d_1^\star\right) \leq 0$; 2. $\nu^\star \geq 0$; 3. $\nu^\star f_1\left(d_0^\star, d_1^\star\right) = 0$;

4. $-2a_0b_0d_0^\star e^{-b_0{d_0^\star}^2} - 2a_1b_1d_0^\star e^{-b_1{d_0^\star}^2} + \nu^\star\left(4d_0^\star + 2M'd_1^\star\right) = 0$;

5. $-\frac{1}{6}M'a_2b_2d_1^\star e^{-b_2{d_1^\star}^2} - \frac{2}{3}M'a_2b_2d_1^\star e^{-\frac{4}{3}b_2{d_1^\star}^2} + \nu^\star\left(\frac{2M'\left(2M'+1\right)}{3}d_1^\star + 2M'd_0^\star\right) = 0$;

其中，ν 是与不等式约束相关的拉格朗日乘子。由条件 3 可知，$\nu^\star = 0$ 或 $f_1\left(d_0^\star,\ d_1^\star\right) = 0$。然而，如果 $\nu^\star = 0$，则根据条件 4 和 5 可得$d_0^\star = d_1^\star = +\infty$，这显然与条件 1 矛盾。因此，我们有

$$2{d_0^\star}^2 + \frac{M'\left(2M'+1\right)}{3}{d_1^\star}^2 + 2M'd_0^\star d_1^\star - 1 = 0,$$

由此得到

$$d_0^\star = \frac{-2M'd_1^\star + \sqrt{4M'^2{d_1^\star}^2 - 8\left(\frac{M'(2M'+1)}{3}{d_1^\star}^2 - 1\right)}}{4}. \tag{36}$$

然后，根据条件 4 和 5，我们得到

$$\nu^\star = a_0b_0{d_0^\star}^2 e^{-b_0{d_0^\star}^2} + a_1b_1{d_0^\star}^2 e^{-b_1{d_0^\star}^2} + \frac{1}{12}M'a_2b_2{d_1^\star}^2 e^{-b_2{d_1^\star}^2} + \frac{1}{3}M'a_2b_2{d_1^\star}^2 e^{-\frac{4}{3}b_2{d_1^\star}^2}. \tag{37}$$

将（37）中的 $\nu^\star$ 代入条件 5，再将（36）中的 $d_0^\star$ 代入其中，优化问题便归结为关于 $d_1^\star$ 的单变量方程。该方程不具有闭式解析解；但很容易通过数值方法求解。

我们以表 I 中的一个数值示例作为本节总结。在该表中，我们比较了通过穷举搜索得到的、用于最小化式 (18) 中平均比特错误概率的最优 $\{d_i\}$，以及采用所提出的解析方法得到的、具有相等正距离的对应取值，其中 $N = 256$、$N_r = 4$ 和 $M = 64$。可以看出，通过穷举搜索得到的正距离 $\{d_i\}$、$i > 0$几乎相等，并且随着信噪比增大，这些取值变得更加接近。此外，采用所提出的解析方法得到的最优取值所对应的平均比特错误概率，与采用网格搜索得到的最优取值所对应的平均比特错误概率相当。这证明了我们为给出简洁的优化问题解析解而作出的假设确实准确。

表 I 通过网格搜索最小化 (18) 得到的最优 $\{d_i\}$ 值与通过 (35) 的解析方法得到的相应值的比较，其中 $N = 256$、 $N_r = 4$ 和 $M = 64$。

使用网格搜索基于 (18) 得到的最小平均比特错误概率						使用 (35) 的解析方法得到的最小平均比特错误概率		
信噪比 (dB)	d_0	d_1	d_2	d_3	ABEP	d_0	d_1	ABEP
-23	0.2609	0.250	0.257	0.272	6.97×10^{-4}	0.2481	0.2632	7.62×10^{-4}
-21	0.2695	0.248	0.253	0.262	6.46×10^{-5}	0.2661	0.2543	6.67×10^{-5}
-19	0.2890	0.240	0.243	0.248	2.90×10^{-6}	0.2891	0.2426	2.96×10^{-6}
-17	0.3169	0.227	0.228	0.232	5.71×10^{-8}	0.3179	0.2278	5.82×10^{-8}

VII. 数值结果

本节通过数值仿真展示所提出的 RIS-RQSM 系统的误码率性能。首先，我们研究所提出的 RIS-RQSM 系统采用传统 QAM 星座时的性能，并将其与采用基于第 VI 节所提方法优化的 QAM 星座的对应系统进行比较。接下来，我们将优化星座得到的结果与近期提出的最具代表性的 RIS-SM [14] 系统的误码率性能进行比较，该系统作为所提方法的基准方案。

图 3 展示了所提出的 RIS-RQSM 系统在 $N = 256$ 条件下， $N_r = 4$ 和 $N_r = 8$情况下的误码率性能。本图还比较了采用传统 16-QAM 调制的 RIS-RQSM 系统与采用我们优化的 16-QAM 星座图的系统性能。曲线表明，所提出的星座设计方法是有效的；可以看出，优化星座设计显著提升了系统性能。在误码率为 10^{-5}时，对于采用 $N_r = 4$ 和 $N_r = 8$的系统，RIS-RQSM 的所提星座分别比传统星座提升约 3.2 dB 和 3.8 dB。我们还比较了 GD 与最大似然检测器的性能。可以看到，对于传统星座，GD 与最大似然检测器的性能差距非常大；而在采用优化星座的系统中，GD 的性能与最大似然检测器相当接近，性能差距可以忽略不计。为了观察在更高阶调制系统中优化星座的影响，我们在图 4 中给出了采用 64-QAM 的 RIS-RQSM 系统的误码率性能。在

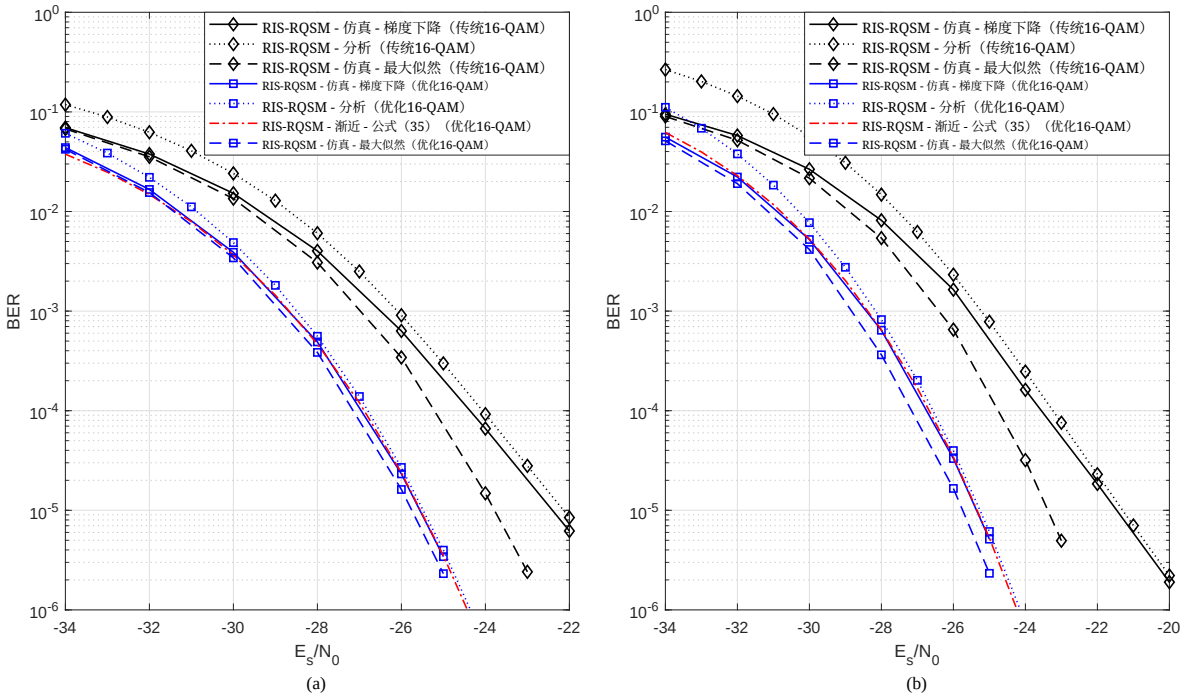

图 3. 所提出的RIS-RQSM系统采用和未采用优化星座时的解析与仿真误码率结果。这里 $M = 16$、 $N = 256$，以及 (a) $N_r = 4$ （$R = 8$ bpcu），(b) $N_r = 8$ （$R = 10$ bpcu）。

采用规则 QAM 星座的系统中，GD 会出现误码率平台。这是因为，对于临界符号（即最小能量符号），$\bar{\lambda}$ 可能达到非常小的值；因此，与选定天线相比，未选天线的平均接收能量可能相对较高。然而可以看到，优化星座能够消除这一误码率平台，并显著改善错误率性能。与采用 16-QAM 星座的系统类似，在采用优化星座时，GD 的性能非常接近最大似然检测器。事实上，只有采用优化的 64-QAM 时，GD 才切实可行。在图 3 和图 4 中，我们还给出了各系统的解析平均比特错误概率性能。对于采用传统 QAM 星座的系统，我们根据公式 (18) 评估并绘制了解析平均比特错误概率上界；可以看到，上界曲线相当紧，验证了解析结果的准确性。对于采用优化星座的系统，我们还绘制了公式 (35) 中的渐近结果。这些曲线表明，第 VI 节中采用的近似完全有效且准确，尤其是在高信噪比下。

接下来，在图5中，我们比较所提出的 RIS-RQSM 系统与基准方案（即 RIS-SM）在具有 $N = 256$ 和 $N_r = 4$的系统中的误码率性能。图5(a)展示了

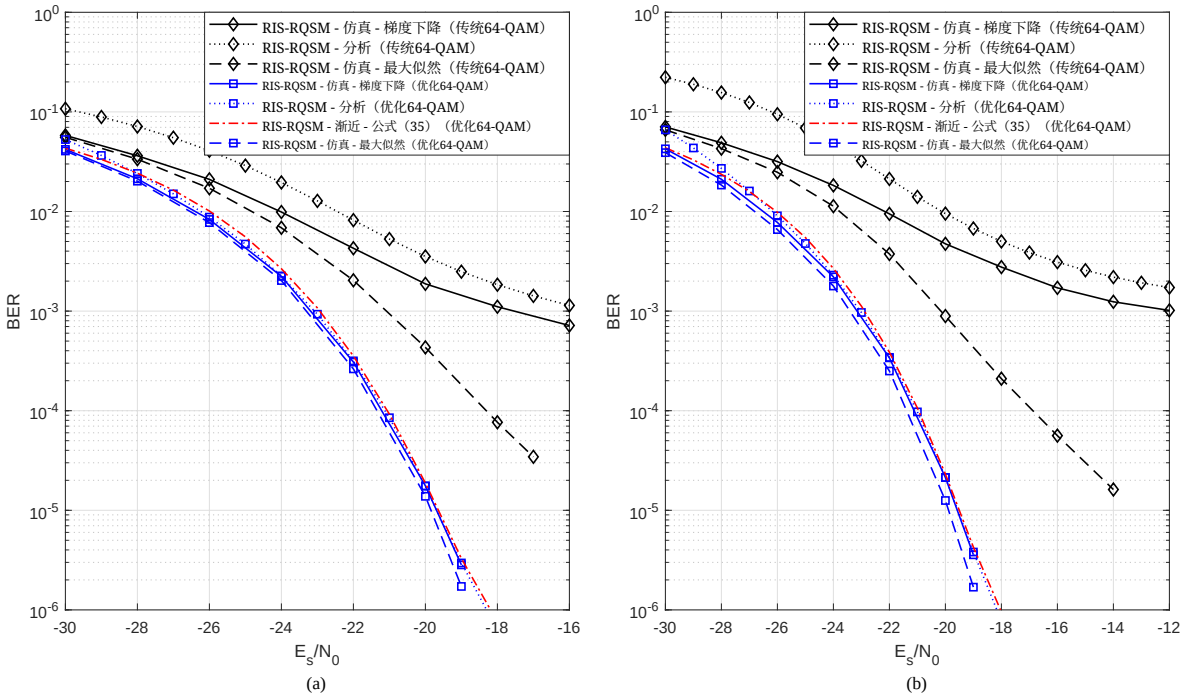

图 4. 所提出的RIS-RQSM系统采用和未采用优化星座时的解析与仿真误码率结果。此处 $M = 64$、 $N = 256$，以及 (a) $N_r = 4$ （$R = 10$ bpcu），(b) $N_r = 8$ （$R = 12$ bpcu）。

比特率为 $R = 8$ bpcu 时 RIS-RQSM 和 RIS-SM 系统的性能。因此，所提出的 RIS-RQSM 系统采用 16-QAM 调制，而 RIS-SM 系统采用 64-QAM 调制。所提出的 RIS-RQSM 系统所用的星座图经过优化，以实现最佳性能。图5(b)给出了比特率为 $R = 10$ bpcu 时系统的性能结果，即 RIS-RQSM 和 RIS-SM 分别采用 64-QAM 和 256-QAM。结果表明，所提出的 RIS-RQSM 系统明显优于基准方案。这主要是因为，为了补偿所提出的 RIS-RQSM 系统中正交索引调制所传输的额外比特，RIS-SM 系统需要采用更高阶调制技术。因此，如图6所示，随着接收天线数量增加，该方案相对于基准方案的优势也随之增大。图中比较了 $N = 256$ 和 $N_r = 8$时 RIS-RQSM 与 RIS-SM 系统的误码率性能。正如预期，在接收天线数量较多的系统中，所提出的方案相对于 RIS-SM 系统的优势显著增大，因为 RIS-SM 系统需要采用更高的调制阶数。对于具有 $N_r = 4$的系统，所提出的 RIS-RQSM 系统相较于 RIS-SM 系统可实现约 4.3 dB 和 7 dB 的性能提升

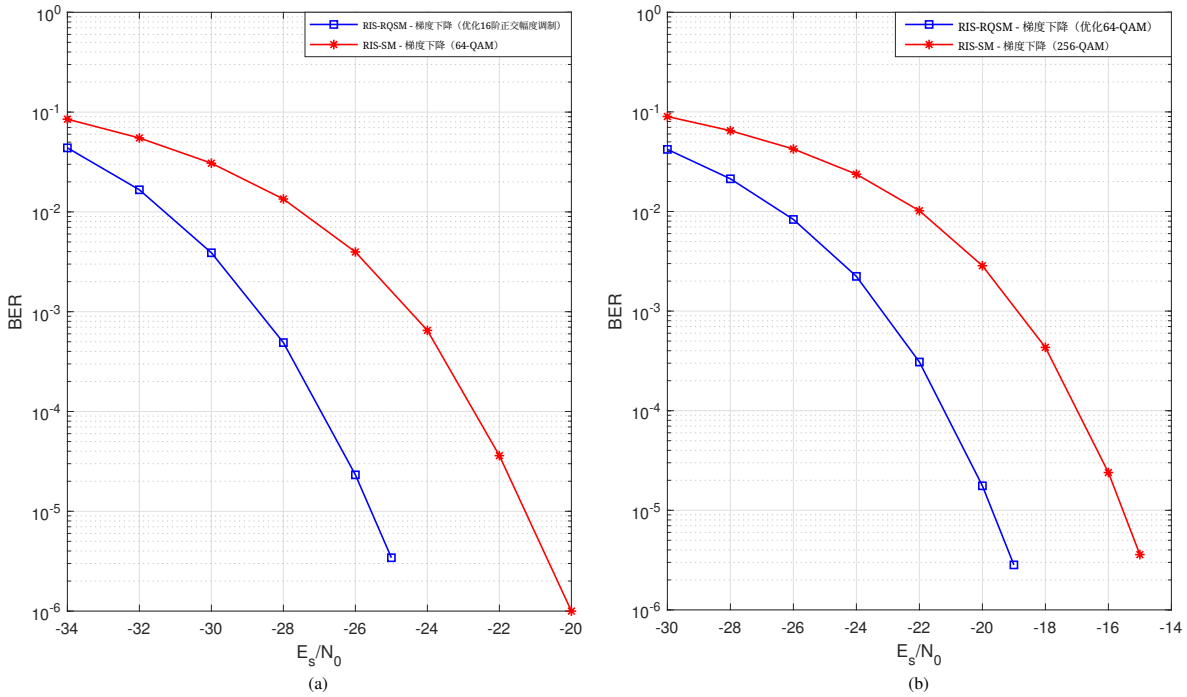

图5. 所提出的RIS-RQSM系统与RIS-SM系统在 $N = 256$、$N_r = 4$以及(a) $R = 8$ bpcu、(b) $R = 10$ bpcu下的误码率性能比较。

在误码率为 10^{-5}时，分别为 $N_r = 8$和 G。值得指出的是，由于采用了预均衡器，所提出的RIS-RQSM系统的接收机仅需极少的信道状态信息；这些信道状态信息仅包括等效信道的平均增益，而该增益仅是RIS单元数量的函数，如第二节所示。

VIII. 结论

本文提出了RIS辅助接收正交空间调制（RIS-RQSM）系统，作为一种性能卓越的RIS辅助接收空间调制通用方案。该系统通过同时实现正交空间调制和 IQ调制来提高频谱效率，同时保持接收机处的信号质量。在所提出的RIS-RQSM系统中，对RIS单元的相移进行设计，以便在接收机处构造一个IQ符号；这使系统能够在RIS存在的情况下传输两个独立的脉冲幅度调制符号。我们引入了单抽头预均衡器，使所提出的低复杂度GD能够以最低的信道状态信息需求检测这些符号。解析结果和数值仿真均验证了该系统的卓越性能，并充分展示了

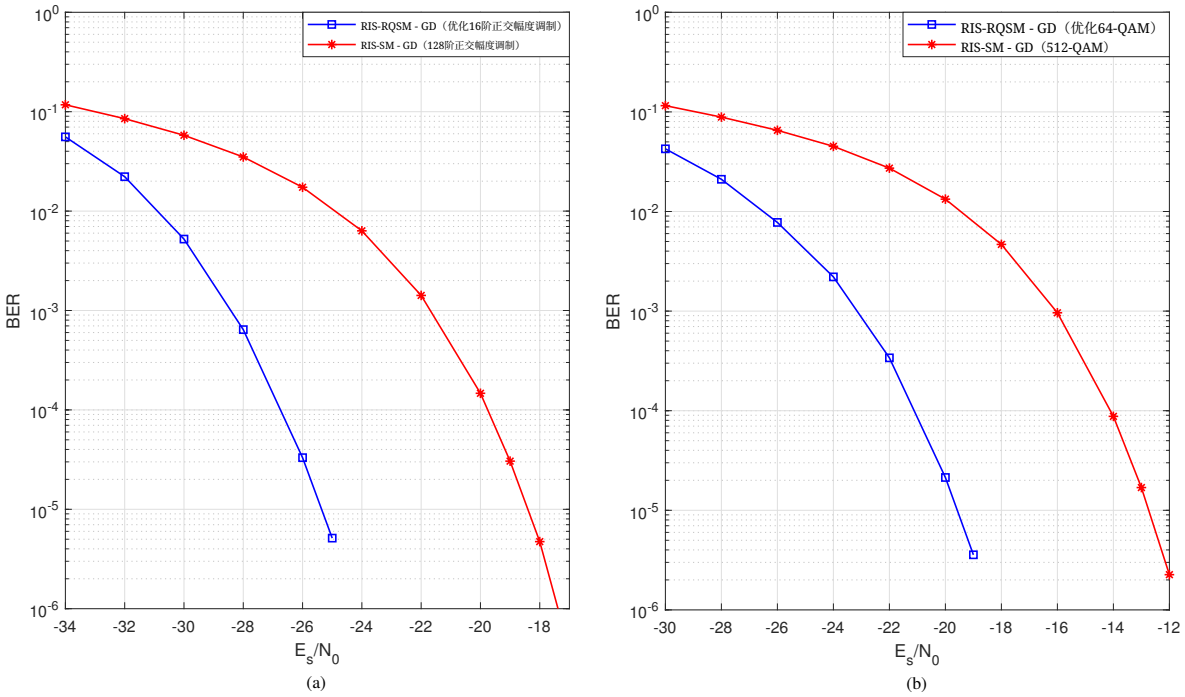

图6. 所提出的RIS-RQSM系统与RIS-SM系统的误码率性能比较，其中 $N = 256$、$N_r = 8$以及(a) $R = 10$ bpcu、(b) $R = 12$ bpcu。

其相较于文献中可比基准方案的优越性。RIS-RQSM系统的诸多优势使其成为下一代无线通信网络的可行候选方案。

附录 A

定理 1 的证明

这里我们分析.....的平均值

$$Y_R^\star = \operatorname{sgn}\left(x^{\mathcal{R}}\right)\left(\mathbf{h}_m^{\mathcal{R}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{R}\star} - \mathbf{h}_m^{\mathcal{I}}\boldsymbol{\theta}^{\mathcal{I}\star}\right) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\lambda A_i^2 + \lambda C_i^2 + (1-\lambda) A_i B_i + (1-\lambda) C_i D_i}{\sqrt{\left(\lambda A_i + (1-\lambda) B_i\right)^2 + \left(\lambda C_i + (1-\lambda) D_i\right)^2}}.$$

¯如前所述，当 N 取较大值时，我们有 $\mathbb{V}\{\lambda\} \approx 0$；因此，在计算 $Y_R^\star$ 的平均值时，我们用 λ 替换 λ；由此得到

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{Y_R^\star\right\} &\approxeq \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^{N} \frac{\bar{\lambda} A_i^2 + \bar{\lambda} C_i^2 + \left(1-\bar{\lambda}\right) A_i B_i + \left(1-\bar{\lambda}\right) C_i D_i}{\sqrt{\left(\bar{\lambda} A_i + \left(1-\bar{\lambda}\right) B_i\right)^2 + \left(\bar{\lambda} C_i + \left(1-\bar{\lambda}\right) D_i\right)^2}}\right\} \\ &= N\mathbb{E}\left\{\frac{\bar{\lambda} A_i^2 + \bar{\lambda} C_i^2 + \left(1-\bar{\lambda}\right) A_i B_i + \left(1-\bar{\lambda}\right) C_i D_i}{\sqrt{\left(\bar{\lambda} A_i + \left(1-\bar{\lambda}\right) B_i\right)^2 + \left(\bar{\lambda} C_i + \left(1-\bar{\lambda}\right) D_i\right)^2}}\right\},\end{aligned}$$

其中用到了这样一个事实：每个加数都服从相同分布。接下来，我们分别计算上述求和中各项的平均值，并省略索引 i 以简化记号；因此定义

$$W_1 \triangleq \bar{\lambda}\frac{A^2}{\sqrt{Z}},\ W_2 \triangleq \bar{\lambda}\frac{C^2}{\sqrt{Z}},\ W_3 \triangleq \left(1-\bar{\lambda}\right)\frac{AB}{\sqrt{Z}},\ W_4 \triangleq \left(1-\bar{\lambda}\right)\frac{CD}{\sqrt{Z}},$$

其中 $Z \triangleq \left(\bar{\lambda}A+\left(1-\bar{\lambda}\right)B\right)^2+\left(\bar{\lambda}C+\left(1-\bar{\lambda}\right)D\right)^2$。

根据 全期望定律， W_1 的期望值可表示为 a s

$$\mathbb{E}\left\{W_1\right\}=\mathbb{E}_A\left\{\mathbb{E}_{W_1|A}\left\{W_1|A\right\}\right\}=\bar{\lambda}\mathbb{E}_A\left\{A^2\mathbb{E}_{Z|A}\left\{Z^{-\frac{1}{2}}|A\right\}\right\}, \tag{38}$$

其中， $\mathbb{E}_{Z|A}\left\{Z^{-\frac{1}{2}}|A\right\}$ 是 Z 的逆分数阶矩，其中 A 已给定，即 A 是一个常数。对于给定的 A，利用 $\bar{\lambda}=\frac{\delta^2}{1+\delta^2}$，我们有 $\left(\bar{\lambda}A+\left(1-\bar{\lambda}\right)B\right)\sim\mathcal{N}\left(\bar{\lambda}A,\ \bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})_2\right)$，以及 $\left(\bar{\lambda}C+\left(1-\bar{\lambda}\right)D\right)\sim\mathcal{N}\left(0,\frac{\bar{\lambda}}{2}\right)$。因此，随机变量 (RV) $(Z|A)$ 是两个相互独立且各自具有一个自由度的卡方随机变量之和。$(Z|A)$ 的逆分数阶矩可通过以下方程计算 [30]

$$\mathbb{E}_{Z|A}\left\{Z^{-c}|A\right\}=\frac{1}{\Gamma(c)}\int_0^\infty s^{c-1}\mathbb{E}_{Z|A}\left\{e^{-sZ}|A\right\}\mathrm{d}s, \tag{39}$$

其中，$\mathbb{E}_{Z|A}\left\{e^{-sZ}|A\right\}=\mathcal{L}_s\left(f_Z(Z|A)\right)$ 是 $f_Z(Z|A)$ 的拉普拉斯变换（LT）。我们知道，独立随机变量之和的概率密度函数（PDF）的 LT 等于各个随机变量的 PDF 的 LT 的乘积，并且具有 $X_i\sim\mathcal{N}(\mu_i,\ \sigma^2)$ 的随机变量 $X=\sum_{i=1}^n X_i^2$ 的 PDF 的 LT 为

$$\mathcal{L}_s\left(f_X(X)\right)=\left(\frac{1}{1+2\sigma^2 s}\right)^{\frac{n}{2}}\exp\left(\frac{-\mu^2 s}{1+2\sigma^2 s}\right), \tag{40}$$

其中 $\mu^2=\sum_{i=1}^n\mu_i^2$。因此， $f_Z(Z|A)$ 的 LT 计算如下

$$\mathcal{L}_s\left(f_Z\left(Z|A\right)\right)=\left(\frac{1}{1+\bar{\lambda}s}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left(\frac{-\bar{\lambda}^2A^2s}{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}\right). \tag{41}$$

那么，(38) 可写为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{W_1\right\}=&\frac{\bar{\lambda}}{\Gamma^2\left(\frac{1}{2}\right)}\int_0^\infty s^{\frac{1}{2}-1}\left(\frac{1}{1+\bar{\lambda}s}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}\right)^{\frac{1}{2}}\\&\times\left(\int_{-\infty}^\infty A^2\exp\left(-A^2\frac{1+\bar{\lambda}s}{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}\right)\mathrm{d}A\right)\mathrm{d}s,\end{aligned}$$

其中利用了以下事实：$f_A(A)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\exp\left(-A^2\right)$。由于 $\int_{-\infty}^{\infty}x^2\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}x=\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\sigma^2\sqrt{2\sigma^2}$，因此有

$$\int_{-\infty}^{\infty}A^2\exp\left(-A^2\frac{1+\bar{\lambda}s}{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}\right)\mathrm{d}A=\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{2}\left(\frac{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}{1+\bar{\lambda}s}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

由此可得

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{W_1\right\}&=\bar{\lambda}\frac{1}{2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\int_0^{\infty}s^{\frac{1}{2}-1}\frac{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}{\left(1+\bar{\lambda}s\right)^2}\mathrm{d}s\\&=\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)\frac{1}{2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\int_0^{\infty}s^{\frac{1}{2}-1}\left(1+\bar{\lambda}s\right)^{-1}\mathrm{d}s+\frac{\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}}\int_0^{\infty}s^{\frac{1}{2}-1}\left(1+\bar{\lambda}s\right)^{-2}\mathrm{d}s\right).\end{aligned}$$

回顾第二类贝塔函数 $\mathrm{B}(\alpha,\beta)=\int_0^{\infty}\frac{t^{\alpha-1}}{(1+t)^{\alpha+\beta}}\mathrm{d}t=\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$ 的定义，经过一些简单变换后可得

$$\mathbb{E}\left\{W_1\right\}=\bar{\lambda}^{\frac{1}{2}}\left(1-\bar{\lambda}\right)\frac{1}{2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(1\right)}+\frac{\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(2\right)}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{4}\left(2\bar{\lambda}^{\frac{1}{2}}-\bar{\lambda}^{\frac{3}{2}}\right).$$

根据对称性，显然有 $\mathbb{E}\left\{W_2\right\}=\mathbb{E}\left\{W_1\right\}$。

接下来，我们求出 $\mathbb{E}\left\{W_3\right\}=\mathbb{E}\left\{\left(1-\bar{\lambda}\right)^{\frac{AB}{\sqrt{Z}}}\right\}$。利用全期望定律，可写为

$$\mathbb{E}\left\{W_3\right\}=\left(1-\bar{\lambda}\right)\mathbb{E}_A\left\{A\mathbb{E}_B\left\{B\mathbb{E}_{Z|(A,B)}\left\{Z^{-\frac{1}{2}}|(A,B)\right\}\right\}\right\}.$$

给定常数 (A,B)，有

$$\mathcal{L}_s\left(f_Z\left(Z|(A,B)\right)\right)=\left(\frac{1}{1+\bar{\lambda}s}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left(-\left(\bar{\lambda}A+\left(1-\bar{\lambda}\right)B\right)^2s\right).\tag{42}$$

利用（39），可得

$$\mathbb{E}\left\{W_3\right\}=\left(1-\bar{\lambda}\right)\mathbb{E}_A\left\{A\mathbb{E}_B\left\{\frac{B}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\int_0^{\infty}s^{\frac{1}{2}-1}\left(\frac{1}{1+\bar{\lambda}s}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left(-\left(\bar{\lambda}A+\left(1-\bar{\lambda}\right)B\right)^2s\right)ds\right\}\right\}.$$

然后，利用 $f_A(A)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\exp\left(-A^2\right)$ 和 $f_B(B)=\frac{(1-\bar{\lambda})^{\frac{1}{2}}}{\bar{\lambda}^{\frac{1}{2}}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}\exp\left(-\frac{1-\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}}B^2\right)$，经过一些代数运算后，我们得到

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{W_3\right\}=&\frac{\left(1-\bar{\lambda}\right)^{\frac{3}{2}}}{\bar{\lambda}^{\frac{1}{2}}}\frac{1}{\Gamma^3\left(\frac{1}{2}\right)}\int_0^{\infty}s^{\frac{1}{2}-1}\left(\frac{1}{1+\bar{\lambda}s}\right)^{\frac{1}{2}}\\&\times\left[\int_{-\infty}^{\infty}A\exp\left(-A^2\frac{1+\bar{\lambda}s}{1+\bar{\lambda}\left(1-\bar{\lambda}\right)s}\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty}B\exp\left(-\frac{\left(B+\frac{\bar{\lambda}^2As}{1+\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})s}\right)^2}{\frac{\bar{\lambda}/(1-\bar{\lambda})}{(1+\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})s)}}\right)\mathrm{d}B\right)\mathrm{d}A\right]\mathrm{d}s.\end{aligned}\tag{43}$$

关于 B 的内积分可计算为

$$\int_{-\infty}^{\infty} B \exp\left(-\frac{\left(B + \frac{\bar{\lambda}^2 A s}{1+\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})s} \right)^2}{\frac{\frac{\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}}}{1+\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})s}} \right) \mathrm{d}B = -\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \frac{\bar{\lambda}^{\frac{5}{2}} A s}{(1-\bar{\lambda})^{\frac{1}{2}} \left(1+\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})s\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

将其代入（43）， W_3 的平均值为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{W_3\} &= \bar{\lambda}^2(1-\bar{\lambda}) \frac{-1}{2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \int_0^{\infty} s^{\frac{3}{2}-1} \frac{1}{\left(1+\bar{\lambda}s\right)^2} \mathrm{d}s \\ &= \bar{\lambda}^{\frac{1}{2}}(1-\bar{\lambda}) \frac{-1}{2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \mathrm{B}\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{\pi}}{4} \bar{\lambda}^{\frac{1}{2}}(1-\bar{\lambda}).\end{aligned}$$

此外，由 b 对称性可得 $\mathbb{E}\{W_4\} = \mathbb{E}\{W_3\}$。最后，$Y_R^{\star}$ 的平均值为 b y

$$\mathbb{E}\{Y_R^{\star}\} \approx 2N\left(\mathbb{E}\{W_1\} + \mathbb{E}\{W_3\}\right) = \bar{\lambda}^{\frac{1}{2}} \frac{N\sqrt{\pi}}{2}.$$

然后，利用 $\bar{\lambda} = \frac{\delta^2}{1+\delta^2}$， $\mathbb{E}\{Y_I^{\star}\}$ 可表示为

$$\mathbb{E}\{Y_I^{\star}\} = \frac{1}{\delta}\mathbb{E}\{Y_R^{\star}\} \approx (1-\bar{\lambda})^{\frac{1}{2}} \frac{N\sqrt{\pi}}{2}.$$

参考文献

[1] R. Liu, Q. Wu, M. Di Renzo, and Y. Yuan, “通往智能无线电环境之路：关于可重构智能表面的产业观点”, *IEEE Wireless Communications*, vol. 29, pp. 202–208, 2022年2月.[2] M. Di Renzo等, “可重构智能表面赋能的智能无线电环境：工作原理、研究现状与未来发展方向”, *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 38, pp. 2450–2525, 2020年11月.[3] R. Alghamdi等, “面向6G无线网络的智能表面：优化与性能分析技术综述”, *IEEE Access*, vol. 8, pp. 202795–202818, 2020年.[4] M. Di Renzo 等, “可重构人工智能超表面赋能的智能无线电环境：应运而生的理念”, *EURASIP J. Wireless Commun. Netw.*, vol. 2019, pp. 1–20, 2019年5月.[5] E. Basar, “通过大型智能表面进行传输：无线通信的新前沿”, 载于*Proc. Eur. Conf.Netw. Commun. (EuCNC)*, 西班牙瓦伦西亚, 2019年6月, pp. 112–117.[6] E. Basar, M. Di Renzo, J. De Rosny, M. Debbah, M.-S. Alouini, and R. Zhang, “通过可重构智能表面进行无线通信”, *IEEE Access*, vol. 7, pp. 116753–116773, 2019年.[7] R. Y. Mesleh, H. Haas, S. Sinanovic, C. W. Ahn, and S. Yun, “空间调制”, *IEEE Transactions onVehicularTechnology*, vol. 57, pp. 2228–2241, 2008年7月.[8] M. Di Renzo, H. Haas, and P. M. Grant, “多天线无线系统的空间调制：综述”, *IEEECommunications Magazine*, vol. 49, pp. 182–191, 2011年12月.[9] A. Younis, N. Serafimovski, R. Mesleh, and H. Haas, “广义空间调制”, 载于*2010 Conference Record of theForty Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pp. 1498–1502, 2010年.[10] L.-L.Yang,“面向多输入多输出系统的发射机预处理辅助空间调制”,载于*2011IEEE73rd VehicularTechnologyConference(VTCSpring)*, pp. 1–5, 2011年.[11] A. Stavridis, S. Sinanovic, M. Di Renzo, and H. Haas, “利用不完美信道知识进行接收空间调制的发射预编码”, 载于*2012 IEEE 75th Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, pp. 1–5, 2012年.

[12] R. Mesleh, S. S. Ikki, and H. M. Aggoune, “正交空间调制”， *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 64, pp. 2738– 2742, 2015年6月.[13] M. Di Renzo, H. Haas, A. Ghrayeb, S. Sugiura, and L. Hanzo, “广义MIMO的空间调制：挑战、机遇与实现”，*IEEE*会刊, vol. 102, pp. 56–103, 2014年1月.[14] E. Basar, “基于可重构智能表面的索引调制：面向6G的新型超越MIMO范式”， *IEEETrans. Commun.*, vol. 68, pp. 3187–3196, 2020年5月.[15] Q. Li, M. Wen, and M. Di Renzo, “单射频MIMO：从空间调制到基于超表面的调制”， *IEEEWireless Communications*, vol. 28, pp. 88–95, 2021年8月.[16] A. E. Canbilen, E. Basar, and S. S. Ikki, “RIS辅助空移键控的性能：理想与非理想收发机”，*IEEE*通信汇刊, vol. 70, pp. 5799–5810, 2022年9月.[17] Q. Li, M. Wen, S. Wang, G. C. Alexandropoulos, and Y.-C. Wu,“采用可重构智能表面的空移键控：相位配置设计与性能分析”，*IEEE*开放通信学会期刊, vol. 2, pp. 322–333, 2021年.[18] S. Luo, P. Yang, Y. Che, K. Yang, K. Wu, K. C. Teh, and S. Li, “RIS辅助上行通信的空间调制：联合功率分配与被动波束成形设计”, *IEEE*通信汇刊, vol. 69, pp. 7017–7031, 2021年10月.[19] T. Ma, Y. Xiao, X. Lei, P. Yang, X. Lei, and O. A. Dobre, “采用空间调制和天线选择的大型智能表面辅助无线通信”，*IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 38, pp. 2562–2574, 2020年11月.[20] J. Yuan, M. Wen, Q. Li, E. Basar, G. C. Alexandropoulos, and G. Chen, “面向RIS赋能无线通信的接收正交反射调制”，*IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 70, pp. 5121–5125, 2021年5月.[21] K. S. Sanila and N. Rajamohan, “智能反射面辅助收发机正交空间调制”，*IEEE*通信快报, vol. 26, pp. 1653–1657, 2022年7月.[22] C. Zhang, Y. Peng, J. Li, and F. Tong, “一种用于无线通信系统的IRS辅助GSSK方案”，*IEEE*通信快报, vol. 26, pp. 1398–1402, 2022年6月.[23] H. Albinsaid, K. Singh, A. Bansal, S. Biswas, C.-P. Li, and Z. J. Haas, “基于SM的IRS辅助通信中的多天线选择与连续信号检测”，*IEEE*信号处理快报, vol. 28, pp. 813–817, 2021年.[24] S. Lin, B. Zheng, G. C. Alexandropoulos, M. Wen, M. Di Renzo, and F. Chen, “采用反射模式调制的可重构智能表面：波束成形设计与性能分析”， *IEEE*无线通信汇刊, vol. 20, pp. 741–754, 2021年2月.[25] S. Lin, F. Chen, M. Wen, Y. Feng, and M. Di Renzo, “用于同时被动波束成形与信息传输的可重构智能表面辅助正交反射调制”， *IEEE Transactions onWireless Communications*, vol. 21, pp. 1469–1481, 2022年3月.[26] F. Shu, L. Yang, X. Jiang, W. Cai, W. Shi, M. Huang, J. Wang, and X. You, “智能可重构表面辅助安全空间调制的波束成形与发射功率设计”， *IEEE*信号处理精选主题期刊, vol. 16, pp. 933–949, 2022年8月.[27] M. H. Dinan, N. S. Perovi´c, and M. F. Flanagan, “RIS辅助接收正交空移键控：一种新范式及其性能分析”, *IEEE*通信汇刊, vol. 70, pp. 6874–6889, 2022年10月.[28] M. Chiani, M. Z. Win, and A. Zanella, “空间相关MIMO瑞利衰落信道的容量”，*IEEE*信息论汇刊, vol. 49, pp. 2363–2371, 2003年10月.[29] S. Boyd and L. Vandenberghe,凸优化. 英国剑桥：剑桥大学出版社，2004 年 .[30] A. M. Mathai and S. B. Provost, 随机变量二次型：理论与应用 . 美国纽约州纽约：马塞尔·德克尔，1992年。