arXiv:2301.00730v1 [cs.RO] 2 Jan 2023

升力翼四旋翼飞行器建模与统一控制

Quan Quan*、Shuai Wang 和 Wenhan Gao

混合型无人驾驶飞行器（无人机）兼具固定翼高效前飞和多旋翼无人机垂直起降（VTOL）的能力。本文介绍了一种新型混合型微小型无人驾驶飞行器——升力翼四旋翼飞行器的建模、控制与仿真。升力翼的机体姿态需要倾转一个特定角度，通常为45 度，既不能接近90 度，也不能近似0 度。与一些倾转旋翼机和尾座式无人机相比，升力翼四旋翼飞行器具有高度可靠的结构、良好的抗风性、较低的巡航速度以及可靠的过渡飞行能力，因此有望在室外实现完全自主飞行，或在一些受限空域内执行室内飞行任务。在建模部分，同时考虑了升力翼和旋翼产生的力与力矩。基于所建立的模型，设计了一个适用于全飞行阶段的统一控制器。该控制器能够统一处理悬停和前飞，并根据速度指令实现两种模式之间的连续转换。此外，同时考虑旋翼推力和气动力，采用基于优化的控制分配来实现协同控制，从而节省能量。最后，进行了全面的硬件在环（HIL）仿真，以验证所设计飞行器和所提出控制器的优势。

符号说明

$o_e x_e y_e z_e$	=	地固坐标系($^e\mathcal{F}$)
$o_b x_b y_b z_b$	=	四旋翼机体坐标系($^b\mathcal{F}$)
$o_l x_l y_l z_l$	=	升力翼坐标系($^l\mathcal{F}$)
$o_w x_w y_w z_w$	=	风坐标系($^w\mathcal{F}$)
${}^e\mathbf{p}$	=	$^e\mathcal{F}$ 中的位置
${}^e\mathbf{v}$	=	$^e\mathcal{F}$ 中的速度
${}^b\mathbf{v}_a$, ${}^l\mathbf{v}_a$	=	$_b\mathcal{F}$ 和 $_l\mathcal{F}$ 中的空速矢量，分别为
${}^e\mathbf{v}_w$	=	$_e\mathcal{F}$ 中的风速
V_a	=	空速

*通讯作者，任职于中国北京 100191 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院。邮箱：qq_buaa@buaa.edu.cn。

ϕ, θ, ψ = 欧拉角b Fω_{x_b}, ω_{y_b}, ω_{z_b} = 坐标系中的角速度b Fα = 攻角I Fβ = 侧滑角I FC_L = 气动升力系数C_D = 气动阻力系数C_m = 气动俯仰力矩系数C_Y = 气动侧向力系数C_l = 气动滚转力矩系数C_n = 气动偏航力矩系数κ = 升力翼安装角η = 电机安装角c = 升力翼平均弦长b = 升力翼翼展S = 升力翼面积

I. 引言

A. 为什么选择升力翼四旋翼飞行器

无人机凭借在航空摄影、精准农业和无人货运等众多领域的出色表现，近年来备受关注。根据 [1],，目前无人机平台主要分为三类：固定翼无人机、旋翼无人机，以及结合前两者优势的混合式无人机。混合式无人机具备垂直起降能力，可通过悬停更轻松地在地面降落或停留。在城市空域低空等交通繁忙区域，当局可能会要求具备这一能力。此外，混合式无人机分为两类：倾转旋翼机和尾座式飞行器。倾转旋翼机在所有飞行模式下都能保持机体姿态不变；尾座式飞行器则是一种以尾部垂直起降的飞行器，整个机体需要倾斜近 90° 才能实现前飞 [1, 2]。

2015年3月，Google宣布，用于包裹配送服务的尾座式无人机项目被搁置，因为据项目负责人 [3]得出的结论，该无人机仍然难以实现可靠且稳健的控制。一些研究尝试通过新设计的控制器 [4]来解决这一问题。然而，与这种方式不同，我们将研究一种新型混合式无人机，称为升力翼四旋翼飞行器 [5, 6], ，以克服Google的Project Wing所面临的困难。升力翼四旋翼飞行器是一种四旋翼飞行器 [7, 8] ，其上以特定安装角度安装了升力翼。在飞行过程中，四旋翼飞行器将同时向上和向前提供推力；升力翼也会部分提供升力



a) VertiKUL 2



b) Vespertilio



c) RflyLW2



d) Prime Air

图 1 升力翼四旋翼飞行器原型。

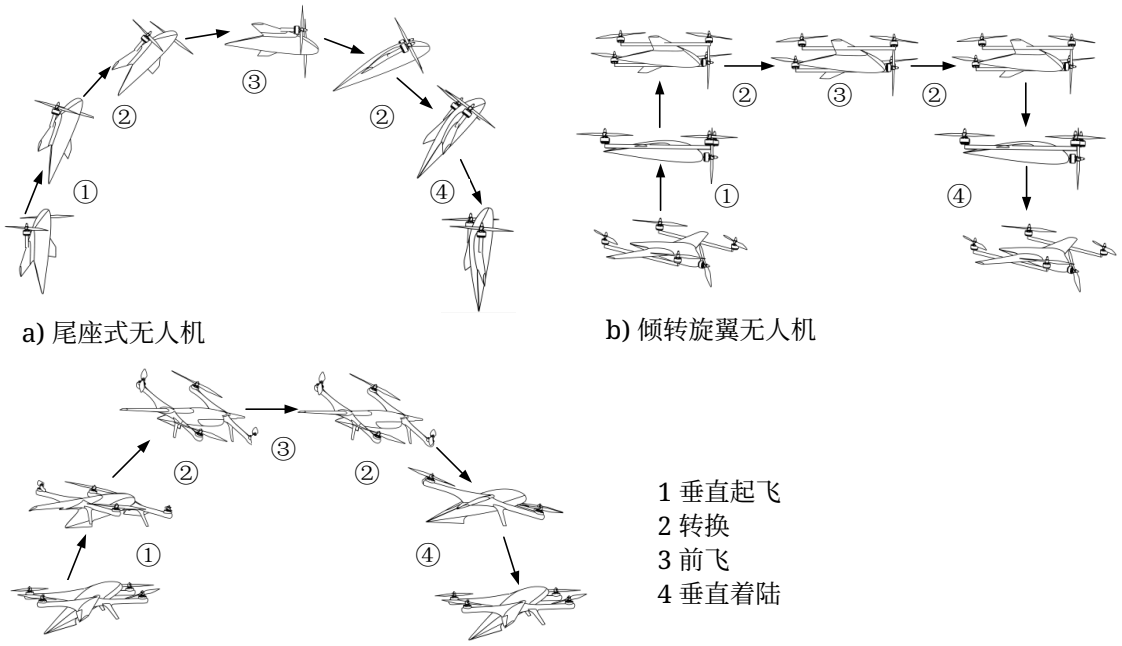
部分升力】【。

如图 1 所示，据我们所知，公开资料中可以找到一些升力翼四旋翼飞行器原型，例如鲁汶大学的 VertiKUL 2（图 1 (a)，2015 年 9 月）[9],VOLITATION 公司的 Vespertilio（图 1 (b)）[10], 亚马逊于 2019 年 6 月发布的最新版本 Prime Air 配送无人机（图 1(d)）[11] 以及我们的 RflyLW2（图 1 (c)） [5, 6]。

升力翼四旋翼飞行器是一种新型混合式无人机。倾转旋翼无人机和尾座式无人机在巡航阶段以固定翼无人机的方式工作，因此其机体姿态定义为固定翼机头的朝向。然而，升力翼四旋翼飞行器更像四旋翼飞行器。升力翼的机体姿态需要倾斜一个特定角度，通常处于 45° 之间，既不接近 90°（对应尾座式无人机），也不接近 0°（对应倾转旋翼无人机）。图 2 展示了这三种垂直起降无人机的全飞行阶段。文献 [5, 6] 对升力翼四旋翼无人机的设计和性能评估进行了广泛研究。为使本文内容完整，我们简要介绍升力翼四旋翼飞行器相较于某些倾转旋翼无人机和尾座式无人机的优势。

• **高度可靠的结构**。它无需额外的转换执行机构。由于无需复杂的控制，这种结构具有很高的可靠性。

• **强抗风性**。与倾转旋翼机和尾座式无人机相应的固定翼相比，它的升力翼更短，因为旋翼可以分担升力。此外，如图4所示，它没有垂直方向舵，而是由四旋翼组件的偏航控制来替代这一功能。为了提高



a) 尾座式无人机　　b) 倾转旋翼无人机

c) 升力翼四旋翼飞行器

图2 一些垂直起降无人机的不同飞行模式。

具备偏航控制能力，旋翼轴不再像图4(a)所示那样只朝上。这意味着旋翼产生的推力分量可以直接改变偏航，而不只是依靠旋翼的反作用扭矩。综上，一方面，风干扰显著减小；另一方面，偏航控制能力得到增强。因此，与尾座式无人机和倾转旋翼无人机相比，它具有更好的机动性和悬停控制能力，能够抵抗风扰动。

• **Low 巡航速度**。它的巡航速度可以低于倾转旋翼飞行器和尾座式无人机，同时相比相应的四旋翼飞行器还能节省能量。当无人机在隧道等受限空域中飞行时，这一点非常有用，因为高速飞行十分危险。虽然目前的混合式无人机可以采用较大或较长的机翼来实现低巡航速度，但由于翼展过长，它们无法在许多受限空域中作业。而升力翼四旋翼飞行器则可以做得很小。

• **可靠的过渡飞行**。尾座式无人机进行过渡飞行时，速度和攻角会发生剧烈变化，导致空气动力学特性变得复杂，甚至出现失速。与尾座式无人机不同，升力翼四旋翼飞行器只需倾斜一个特定角度，通常小于 45◦，而非 90◦。升力翼上的气流稳定，升力和阻力随攻角线性变化。这有助于避免在整个飞行包线内进行控制时遇到极大困难（甚至危险）。

凭借上述四项特征，升力翼四旋翼飞行器有望在室外或室内某些受限空域中完全自主地运行，取代相应的四旋翼飞行器。与多旋翼飞行器的进一步比较，

表1 不同垂直起降无人机的比较。

	续航时间	可靠性	悬停抗风性	飞行航程
多旋翼倾转旋翼/机翼复合式垂直起降飞行器	4	2	2	4
多旋翼双系统复合式垂直起降飞行器	3	4	2	3
多旋翼尾座式垂直起降飞行器	4	4	1	4
升力翼多旋翼飞行器	2	4	4	2
多旋翼飞行器	1	5	5	1

注：数值越大表示越好。

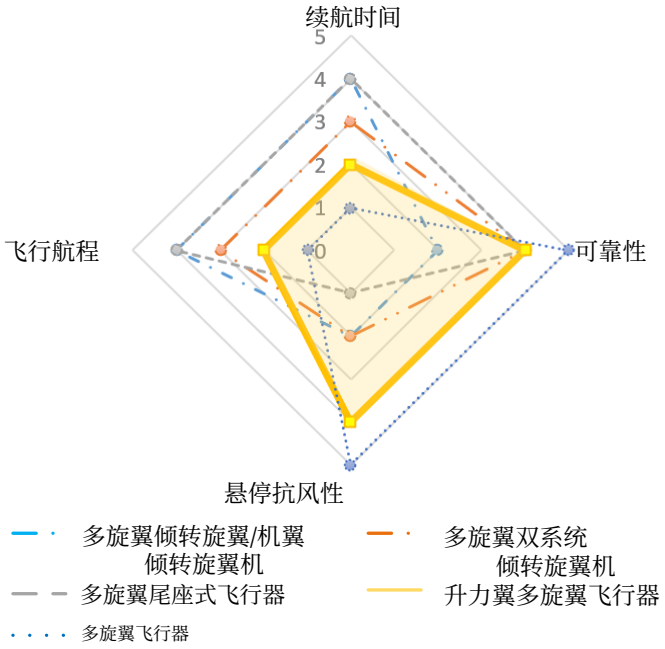


图3 不同垂直起降无人机的比较。

倾转旋翼/机翼式倾转旋翼机、多旋翼双系统复合式垂直起降飞行器和多旋翼尾座式垂直起降飞行器 [2]的比较总结见表1和图3。如图所示，升力翼四旋翼飞行器兼具现有混合式无人机和四旋翼飞行器的特点，且更接近四旋翼飞行器。

B. 当前混合型无人机的控制

升力翼四旋翼飞行器的控制具有以下两个显著特点。

• **全飞行阶段统一控制**。混合式无人机通常有三种不同的飞行模式，包括悬停、过渡飞行和前飞。以多旋翼倾转旋翼/机翼复合式垂直起降飞行器、多旋翼双系统复合式垂直起降飞行器和多旋翼尾座式飞行器为例，它们的起飞和降落仅由四旋翼组件控制，而前飞则像固定翼飞机一样控制。这两种控制方式截然不同，因此由于非线性和不确定性，过渡飞行颇具挑战性。然而，升力翼四旋翼飞行器的整个飞行阶段始终涉及四旋翼产生的推力以及升力翼产生的气动力

。因此，在整个飞行阶段，升力翼四旋翼飞行器可以仅视为处于过渡飞行模式（此处的悬停控制也会考虑风作用于升力翼所产生的气动力）。因此，需要采用统一控制。幸运的是，升力翼四旋翼飞行器只需倾转一个特定角度，且该角度通常小于 45°，而不像尾座式无人机那样倾转至 90° 。这降低了发生失速的可能性。

• **节能协同控制**。目前混合式无人机的过渡飞行时间很短，因此在实际应用中无需过多关注能耗。不过，对于升力翼四旋翼飞行器而言，应当考虑能耗，因为它在整个飞行阶段中都处于过渡飞行模式。节能协同控制是可行的。例如，横滚控制既可以由四旋翼组件执行，也可以由升力翼的副翼执行。显然，使用副翼控制更节能。

在混合式无人机的各个控制阶段中，过渡控制是最具挑战性的问题 [12], , 尾座式无人机尤其如此。由于尾座式无人机的执行器与升力翼四旋翼飞行器的执行器相似，因此可以参考现有的尾座式无人机过渡控制方法。

(i) **过渡飞行的轨迹开环控制**。

开环轨迹跟踪控制非常直接。其原理是通过控制高度等变量（而非轨迹），使无人机进入另一模式的状态，然后切换到下一模式的控制器。例如，同时增大推力并减小俯仰角，可以使尾座式无人机进入前飞状态 [13, 14]。其目的是保持高度不变 [14]。由于尾座式无人机的过渡时间很短，轨迹不会发生太大变化。显然，这种方法不适用于升力翼四旋翼飞行器。

(ii) **过渡飞行轨迹闭环控制**。

• 基于优化的线性化方法。根据轨迹和模型，通过预先优化得出参考状态和前馈量 [15, 16]。基于这些结果即可进行线性化。利用得到的线性模型，可以设计用于应对不确定性和扰动的现有控制器 [17, 18]。对于升力翼四旋翼飞行器，只要事先已知模型和过渡轨迹，这种方法便适用。此外，将节能纳入优化后，可以实现对四旋翼组件或升力翼副翼的协同控制。然而在实际应用中，模型往往存在不确定性，因为载荷经常变化，例如包裹配送。此外，由于轨迹必须预先已知，这种方法的灵活性也不高。

• 非线性控制方法。一种方法是将所有气动力视为扰动，仅由四旋翼组件完成飞行转换 [19, 20]。这要求四旋翼飞行器具有较强的控制能力，以抵消气动力的影响。另一种方法则明确考虑气动力，以生成合适的姿态 [21, 22]。目前尚未发现如何协同控制

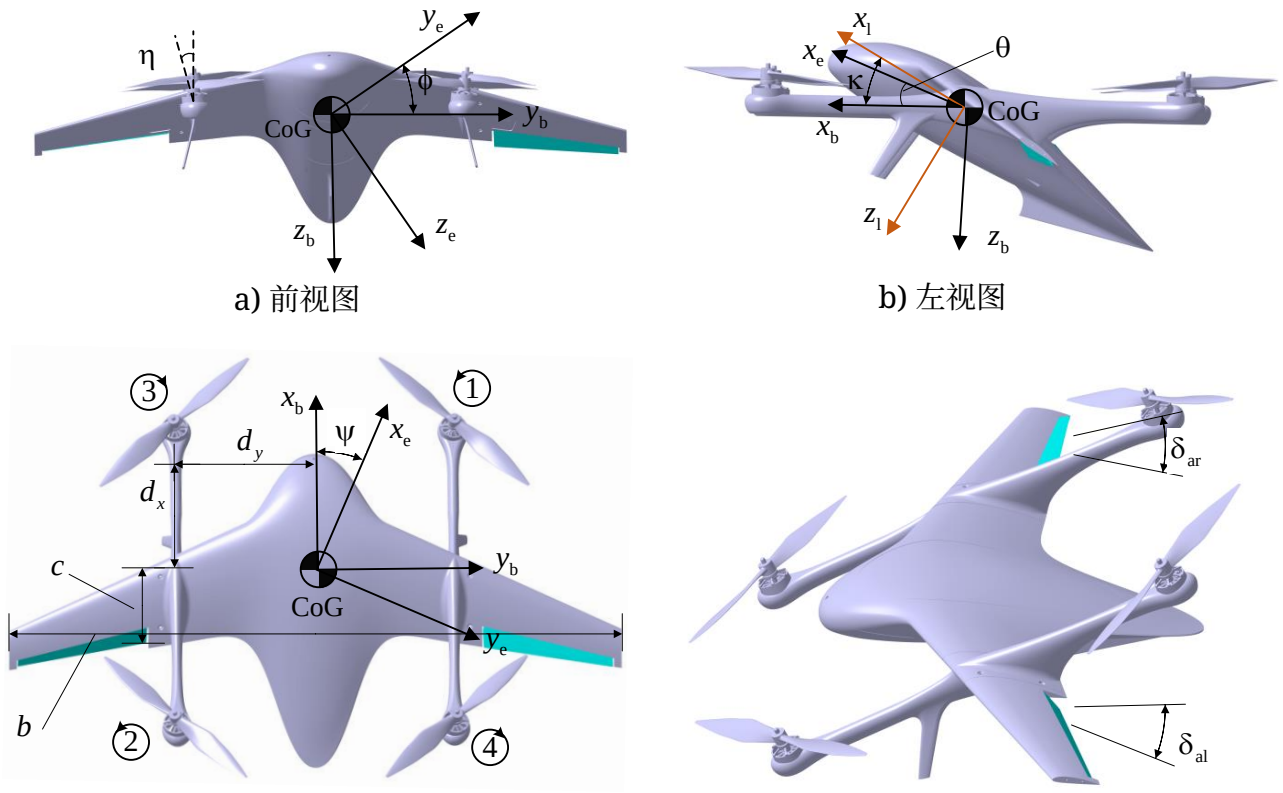
四旋翼组件与固定翼的执行器。我们认为，这是因为过渡飞行通常持续时间较短，因此人们更关注通过降低失速的可能性来保持无人机稳定，而非进行优化。

如上所述，基于优化的线性化方法灵活性不够，但可以通过开环方式实现节能协同控制。非线性控制方法虽然灵活，却没有考虑如何进行节能协同控制。

C. 我们的工作与贡献

本文将考虑为升力翼四旋翼飞行器的全飞行阶段设计一个统一控制器。此外，四旋翼组件和升力翼的副翼将协同工作以节省能量。首先，我们建立升力翼四旋翼飞行器的模型。与尾座式无人机不同，它没有方向舵，而且其倾斜旋翼会在四旋翼机体坐标系的 XY 平面上产生力分量（传统四旋翼飞行器在 XY 平面上没有力分量）。因此，平动动力学涉及五个控制变量，即四旋翼机体坐标系中的三维力以及两个欧拉角（俯仰角和滚转角）；此外，还需考虑由欧拉角决定的气动力。然而，根据三维期望加速度来确定这五个控制变量并非易事，而且目前这样做还有些为时过早，因为难以获得这些控制变量的界限。不恰当的选择可能无法由执行器实现。为此，我们只选择四旋翼机体坐标系中的 $o_{\mathrm{b}}z_{\mathrm{b}}$ 力（主力分量）和两个欧拉角（俯仰角和滚转角），以唯一确定期望加速度，并将另外两个力分量作为集总扰动。这采用了四旋翼飞行器的控制思路 [7, 23]，但由于气动力的存在，计算方法有所不同。确定欧拉角后，便可进一步在升力翼坐标系中确定力矩。至此，全飞行阶段的统一控制得以实现。最后，我们将利用控制分配实现节能协同控制。 $o_{\mathrm{b}}z_{\mathrm{b}}$ 力和三维力矩将由四个旋翼和两个副翼共同实现。因此，我们可以自由地优化分配方案以节省能量。其原理是尽可能让气动力（两个副翼）承担控制任务，因为副翼控制比旋翼控制更加节能。由此实现节能协同控制。

本文的贡献如下：（i）首次建立升力翼四旋翼飞行器的模型；（ii）为升力翼四旋翼飞行器的全飞行阶段设计统一控制器；（iii）通过控制分配实现节能性能。通过全面的硬件在环仿真实验表明：（i）所提出的升力翼四旋翼飞行器配备副翼时更加节能；（ii）在高速飞行中，根据协调转弯合成角速度指令可减少侧滑；（iii）所提出的升力翼四旋翼飞行器的过渡阶段性能显著优于尾座式飞行器和无人机。



a) 前视图　　b) 左视图

c) 俯视图　　d) 三维视图

图4 坐标系和符号说明。

II. 坐标系

如图4所示，升力翼四旋翼飞行器分为两个部件：升力翼部件和四旋翼组件。根据这些部件，定义以下坐标系。

A. 地固坐标系（$^{e}\mathcal{F}$）

地固坐标系 $o_e x_e y_e z_e$ 是惯性坐标系。 $o_e z_e$ 轴垂直指向地面， $o_e x_e$ 轴指向水平面内的某个方向。然后，根据右手定则确定 $o_e y_e$ 轴。该坐标系是固定的，通常将升力翼四旋翼飞行器的初始位置或地球中心设为坐标原点 o_e。

B. 四旋翼机体坐标系（$^{b}\mathcal{F}$）

升力翼四旋翼飞行器的四旋翼机体坐标系 $o_b x_b y_b z_b$ 固定在其四旋翼组件上。升力翼四旋翼飞行器的重心（CoG）被选为$^{b}\mathbf{F}$ 的原点 o_b。 $o_b x_b$ 轴沿四旋翼飞行器对称平面内的机头方向。 $o_b z_b$ 轴位于四旋翼飞行器的对称平面内，垂直于 $o_b x_b$ 轴并指向下方。 $o_b y_b$ 轴根据右手定则确定。

C. 升力翼坐标系（$^{\mathrm{l}}\mathcal{F}$）

升力翼坐标系 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}y_{\mathrm{l}}z_{\mathrm{l}}$ 固定在升力翼部件上。$_{\mathrm{l}}\mathrm{F}$ 的原点 o_{l} 也设在升力翼四旋翼飞行器的质心处。$o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}$ 轴位于对称平面内，指向升力翼的机头。$o_{\mathrm{l}}z_{\mathrm{l}}$ 轴位于升力翼的对称平面内，垂直于 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}$ 轴并指向下方；$o_{\mathrm{l}}y_{\mathrm{l}}$ 轴根据右手定则确定。升力翼的安装角，即 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}$ 轴与 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}y_{\mathrm{l}}$ 平面之间的夹角，用 $\kappa \in \mathbb{R}$ 表示，如图4(b)所示。

D. 风坐标系（$^{\mathrm{w}}\mathcal{F}$）

风坐标系 $o_{\mathrm{w}}x_{\mathrm{w}}y_{\mathrm{w}}z_{\mathrm{w}}$ 的原点 o_{w} 也位于升力翼四旋翼飞行器的质心处。$o_{\mathrm{w}}x_{\mathrm{w}}$轴与空速矢量对齐。$o_{\mathrm{w}}z_{\mathrm{w}}$ 轴位于升力翼的对称平面内，朝下，且垂直于 $o_{\mathrm{w}}x_{\mathrm{w}}$ 轴；$o_{\mathrm{w}}y_{\mathrm{w}}$ 轴则根据右手定则确定。迎角（AoA）记为 $\alpha \in \mathbb{R}$，定义为如图4(b)所示，空速矢量在 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}z_{\mathrm{l}}$ 平面上的投影与 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}$ 之间的夹角。侧滑角记为 $\beta \in \mathbb{R}$，定义为如图4(c)所示，空速矢量与 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}z_{\mathrm{l}}$ 平面之间的夹角。

为了分别将作用于坐标系$_{\mathrm{w}}\mathrm{F}$和$_{\mathrm{l}}\mathrm{F}$上的气动力与力矩转换到$_{\mathrm{b}}\mathrm{F}$，定义如下两个旋转矩阵：

$$\mathbf{R}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{b}}(\lambda) = \begin{bmatrix} \cos\lambda\cos\beta & -\cos\lambda\sin\beta & \sin\lambda \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ -\sin\lambda\cos\beta & \sin\lambda\sin\beta & \cos\lambda \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{b}} = \begin{bmatrix} \cos\kappa & 0 & \sin\kappa \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\kappa & 0 & \cos\kappa \end{bmatrix},$$

其中 $\lambda = \kappa - \alpha$。旋转矩阵 $\mathbf{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}}$ 将向量从坐标系 $_{\mathrm{b}}\mathrm{F}$ 映射到坐标系 $_{\mathrm{e}}\mathrm{F}$，其定义为

$$\mathbf{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi - \sin\theta\sin\phi\sin\psi & -\sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta + \cos\theta\sin\phi\cos\psi \\ \sin\theta\sin\phi\cos\psi + \cos\theta\sin\psi & \cos\phi\cos\psi & \sin\psi\sin\theta - \cos\phi\cos\theta\sin\phi \\ -\cos\phi\sin\theta & \sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}.$$

III. 建模

A. 假设

为简化模型，作出以下假设：

假设 1. 机体结构为刚体，且关于 $o_{\mathrm{l}}x_{\mathrm{l}}y_{\mathrm{l}}$ 平面对称。

假设 2. 质量和转动惯量均为常数。

假设 3. 升力翼四旋翼飞行器的几何中心与质心重合。

假设 4。 飞行器仅受重力、气动力和旋翼产生的力作用。

B. 飞行控制刚体模型

根据**假设　条件 1-2**，应用牛顿运动方程，得到如下平动方程

$$\begin{aligned} {}^{\mathrm{e}}\dot{\mathbf{p}} &= {}^{\mathrm{e}}\mathbf{v} \\ {}^{\mathrm{e}}\dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}}\frac{{}^{\mathrm{b}}\mathbf{f}}{m} \end{aligned} \tag{1}$$

其中，${}^{\mathrm{e}}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_{x_{\mathrm{e}}} & p_{y_{\mathrm{e}}} & p_{z_{\mathrm{e}}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$和${}^{\mathrm{e}}\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_{x_{\mathrm{e}}} & v_{y_{\mathrm{e}}} & v_{z_{\mathrm{e}}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$分别表示在$\mathrm{e}$F坐标系中表达的位置和速度；$m$ 为质量，${}_{\mathrm{b}}\mathbf{f}$ 为作用于机体上的总力，并在bF坐标系中表达。

为便于姿态控制并结合旋翼和升力翼的控制特性，转动动力学在lF坐标系中进行。根据欧拉运动方程，其表达式为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{e}} &= \mathbf{R}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{e}}\left[{}^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega}\right]_{\times} \\ \mathbf{J}\cdot{}^{\mathrm{l}}\dot{\boldsymbol{\omega}} &= {}^{\mathrm{l}}\mathbf{m} - {}^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{J}\cdot{}^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega}) \end{aligned} \tag{2}$$

其中，旋转矩阵由$\mathbf{R}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{e}} = \mathbf{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}}\mathbf{R}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{b}}$推导得到，$\mathbf{R}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{b}}$为常数矩阵；${}_{\mathrm{l}}\mathbf{m}$ 为作用于机体上的总力矩，并在lF坐标系中表达；${}_{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_{x_{\mathrm{l}}} & \omega_{y_{\mathrm{l}}} & \omega_{z_{\mathrm{l}}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$为$\mathrm{l}$F坐标系中的角速度；$\left[{}^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega}\right]_{\times}$表示反对称矩阵

$$\left[{}^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega}\right]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z_{\mathrm{l}}} & \omega_{y_{\mathrm{l}}} \\ \omega_{z_{\mathrm{l}}} & 0 & -\omega_{x_{\mathrm{l}}} \\ -\omega_{y_{\mathrm{l}}} & \omega_{x_{\mathrm{l}}} & 0 \end{bmatrix},$$

且$\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3\times3}$为给定的惯性矩阵

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_x & 0 & -J_{xz} \\ 0 & J_y & 0 \\ -J_{xz} & 0 & J_z \end{bmatrix}.$$

C. 力与力矩

根据**假设 3-4**，作用于无人机的总力与力矩分解为三部分：作用于机体的气动力与气动力矩（$\mathbf{f}_{\mathrm{a}}$和$\mathbf{m}_{\mathrm{a}}$）、旋翼产生的力与力矩（$\mathbf{f}_{\mathrm{r}}$和$\mathbf{m}_{\mathrm{r}}$），以及重力$\mathbf{f}_g$，其中$\mathbf{f}_g = [0\ \ 0\ \ g]^{\mathrm{T}}$，$g$ 为重力加速度。前两类力与力矩将在下面的两个小节中详细介绍。

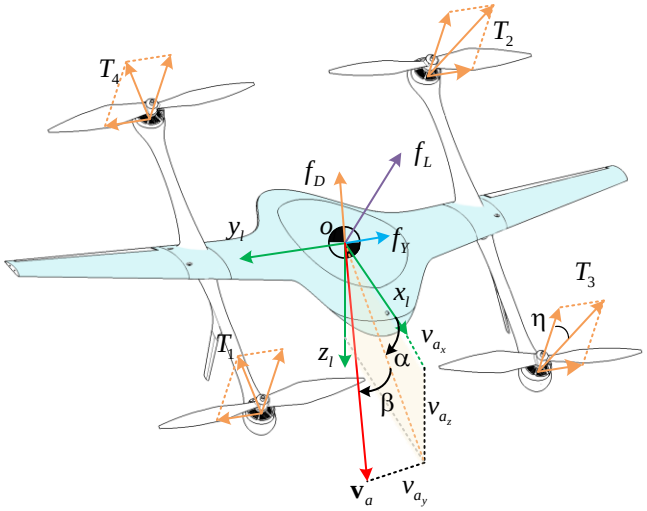


图5 升力翼四旋翼飞行器所受的力。

1. 四旋翼组件中的力与力矩

在四旋翼飞行器部分，单个旋翼产生的推力和扭矩表示为

$$T_i = K_f \varpi_i^2, M_i = K_m \varpi_i^2 = \frac{K_m}{K_f} T_i \tag{3}$$

其中， $K_f > 0$ 为升力系数， $K_m > 0$ 为阻力扭矩系数， ϖ_i 为i号旋翼的角速度， $i = 1$、2、3、4。为提高偏航过程中的可控性，设置安装角 η，如图4(a)所示。左侧电机向左侧正方向倾斜，右侧电机向右侧正方向倾斜。

由于安装角 η的存在，旋翼产生的力与力矩可表示为各螺旋桨上的推力 T_i ，即

$$\begin{bmatrix} f_{r_y} \\ f_{r_z} \\ m_{r_x} \\ m_{r_y} \\ m_{r_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\eta & -\sin\eta & -\sin\eta & \sin\eta \\ -\cos\eta & -\cos\eta & -\cos\eta & -\cos\eta \\ -d_y\cos\eta & d_y\cos\eta & d_y\cos\eta & -d_y\cos\eta \\ d_x\cos\eta & -d_x\cos\eta & d_x\cos\eta & -d_x\cos\eta \\ K_1 & K_1 & -K_1 & -K_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

其中， $K_1 = K_m / K_f + d_x \sin\eta$、 d_x和 d_y分别为从升力翼四旋翼飞行器中心到位于 $o_b x_b y_b$ 平面内某螺旋桨的距离分量，如图4(c)所示。

2. 升力翼部件中的力与力矩

作用于升力翼的气动力与气动力矩主要由升力翼本身及其后缘的副翼产生，如图5所示。

设${}^{\mathrm{e}}\mathbf{v}_{\mathrm{w}}$为${}_{\mathrm{e}}\mathrm{F}$中的风速。则

$$ {}^{\mathrm{b}}\mathbf{v}_{\mathrm{a}} = {}^{\mathrm{b}}\mathbf{v} - (\mathbf{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}})^{\mathrm{T}} \cdot {}^{\mathrm{e}}\mathbf{v}_{\mathrm{w}}. \tag{5} $$

因此，空速矢量${}_{\mathrm{l}}\mathbf{v}_{\mathrm{a}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{a}_x} & v_{\mathrm{a}_y} & v_{\mathrm{a}_z} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$和空速$V_a$定义为

$$ {}^{\mathrm{l}}\mathbf{v}_{\mathrm{a}} = (\mathbf{R}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}} \cdot {}^{\mathrm{b}}\mathbf{v}_{\mathrm{a}}, \tag{6} $$

$$ V_{\mathrm{a}} = \sqrt{v_{\mathrm{a}_x}^2 + v_{\mathrm{a}_y}^2 + v_{\mathrm{a}_z}^2}. \tag{7} $$

气动角α和β定义为

$$ \alpha = \tan^{-1}(\frac{v_{\mathrm{a}_z}}{v_{\mathrm{a}_x}}),\ \beta = \sin^{-1}(\frac{v_{\mathrm{a}_y}}{V_{\mathrm{a}}}). \tag{8} $$

在纵向平面内，作用于升力翼机体上的升力、阻力和俯仰力矩为

$$ \begin{aligned} f_L &= QS(C_L + C_{L\delta_e}\delta_e) \\ f_D &= QS(C_D + C_{D\delta_e}\delta_e) \\ m &= QSc(C_m + C_{m\delta_e}\delta_e). \end{aligned} \tag{9} $$

作用于升力翼机体上的侧向力以及横滚和偏航力矩为 y

$$ \begin{aligned} f_Y &= QS(C_Y + C_{Y\delta_a}\delta_a) \\ l &= QSb(C_l + C_{l\delta_a}\delta_a) \\ n &= QSb(C_n + C_{n\delta_a}\delta_a) \end{aligned} \tag{10} $$

其中，$Q = \frac{1}{2}\rho V_a^2$；$C_L$、$C_D$、$C_m$、$C_Y$、$C_l$和$C_n$为无量纲气动系数，$C_{L\delta_e}$、$C_{m\delta_e}$、$C_{D\delta_e}$、$C_{Y\delta_a}$、$C_{n\delta_a}$和$C_{l\delta_a}$为控制导数；$S$为升力翼的面积，$c$为升力翼的平均弦长，$b$为升力翼飞机的翼展，$\delta_e$和$\delta_a$根据右侧和左侧副翼（$\delta_{ar}$和$\delta_{al}$，如图4(d)所示）计算如下

$$ \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{ar} \\ \delta_{al} \end{bmatrix}. \tag{11} $$

外力和力矩总结如下:

Tabl表 2 升力翼四旋翼飞行器结构参数、升力、阻力及扭矩系数 ts

m	飞行器质量	1.92 kg
κ	升力翼安装角	34 deg
η	电机安装角	10 度
d_x	从 $o_b x_b$ 到螺旋桨的距离	0.25 米
d_y	从 $o_b y_b$ 到螺旋桨的距离	0.2125 米
$[J_{xx}\ \ J_{yy}\ \ J_{zz}]$	转动惯量	$[5.12\ 5.54\ 7.6] \times 10^{-2}$ 千克 · 米^2
b	升力翼飞机的翼展	0.94 m
c	升力翼的平均弦长	0.17 m
K_m	阻力力矩系数	5.875e-07 千克 · 米^2
K_f	升力系数	2.824e-05 千克 · 米^2

$$
{}^{\mathrm{b}}\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{r_y} \\ f_{r_z} \end{bmatrix} + QS\mathbf{R}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{b}} \begin{bmatrix} -(C_D + C_{D\delta_e}\delta_e) \\ (C_Y + C_{Y\delta_a}\delta_a) \\ -(C_L + C_{L\delta_e}\delta_e) \end{bmatrix} + m\mathbf{R}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{b}}\mathbf{f}_g \tag{12}
$$

$$
{}^{\mathrm{l}}\mathbf{m} = \mathbf{R}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{l}} \begin{bmatrix} m_{r_x} \\ m_{r_y} \\ m_{r_z} \end{bmatrix} + QS \begin{bmatrix} b(C_l + C_{l\delta_a}\delta_a) \\ c(C_m + C_{m\delta_e}\delta_e) \\ b(C_n + C_{n\delta_a}\delta_a) \end{bmatrix}. \tag{13}
$$

升力翼四旋翼飞行器的结构参数、升力和阻力扭矩系数见表 2。

IV. 控制器设计

逐次闭环是无人机常用的一种控制架构 [24], ，由一个控制位置的外环和一个控制姿态的内环组成，如图6所示。逐次闭环的基本思想是围绕开环被控对象动力学依次闭合多个简单的反馈回路，而非设计单一的控制系统。位置控制器接收期望位置，然后计算期望加速度。随后，期望加速度被映射为总推力和姿态。姿态指令发送至内环，而推力指令则直接传递至控制分配环节。为便于逐步开展控制实验，姿态也可以由飞行员操控。此外，姿态控制器接收期望姿态并生成期望力矩。最后，控制分配算法将来自内环的力矩指令和来自外环的直接力指令分配给相应的副翼和旋翼。

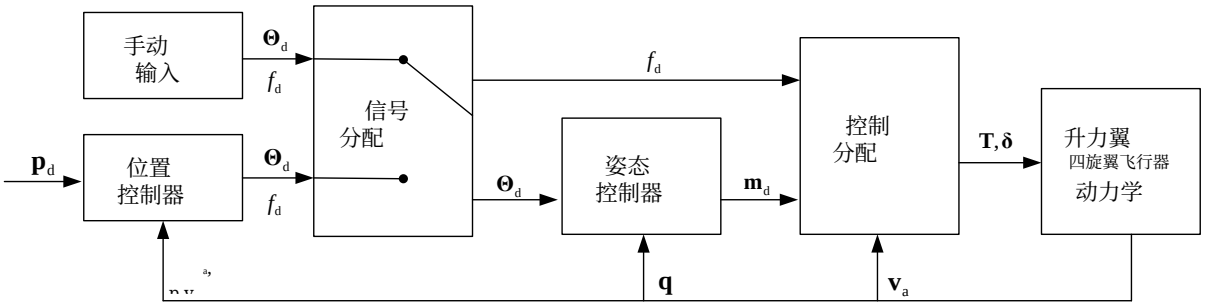


图6 控制结构

A. 控制器设计模型

由于 α，β 不易获得，我们认为 $\alpha \approx \kappa + \theta$ 和 $\beta \approx 0$。平动动力学涉及五个控制变量，即坐标系$_b\mathbf{F}$中的三维力和两个欧拉角（俯仰角和滚转角）。然而，根据三维期望加速度来确定这五个控制变量为时尚早，因为这些控制变量的界限难以获得。不恰当的选择可能无法通过副翼实现。为此，我们仅选择坐标系$_b\mathbf{F}$中的 f_z（主力分量）和两个欧拉角（俯仰角和滚转角），以唯一确定期望加速度，并直接指定期望偏航角，将 f_y 留作扰动。这采用了四旋翼飞行器的控制思路[7, 23], ，但由于气动力的存在，计算方法有所不同。根据上述思路，我们将系统方程（1）和（2）改写为以下形式：

$$\begin{aligned} {}^{e}\dot{\mathbf{p}} &= {}^{e}\mathbf{v} \\ {}^{e}\dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{u} + \mathbf{g} + \mathbf{d}_1 \\ \dot{\mathbf{R}}_l^e &= \mathbf{R}_l^e \left[{}^{l}\boldsymbol{\omega}\right]_\times \\ {}^{l}\dot{\boldsymbol{\omega}} &= \mathbf{J}^{-1} \cdot {}^{l}\mathbf{m} + \mathbf{d}_2 \end{aligned} . \tag{14}$$

Here

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{R}_b^e}{m}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_z \end{bmatrix} + QS\mathbf{R}_w^b \begin{bmatrix} -C_D \\ 0 \\ -C_L \end{bmatrix}\right),$$

以及$\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ 是扰动，其中

$$\mathbf{d}_1 = \frac{\mathbf{R}_b^e}{m}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ f_y \\ 0 \end{bmatrix} + QS\mathbf{R}_w^b \begin{bmatrix} -C_{D\delta_e}\delta_e \\ (C_Y + C_{Y\delta_a}\delta_a) \\ -C_{L\delta_e}\delta_e \end{bmatrix}\right)$$

$$\mathbf{d}_2 = -\mathbf{J}^{-1} \cdot {}^{l}\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^{l}\boldsymbol{\omega}).$$

B. 位置控制

给定一条二阶可微轨迹$\mathbf{p}_{\mathrm{d}}(t)$，为满足$\lim_{t\to\infty}\|{}^{\mathrm{e}}\mathbf{p}(t)\ -\mathbf{p}_{\mathrm{d}}(t)\|=0$，式 (14) 中的期望$\mathbf{u}_{\mathrm{d}}$可设计为如下形式的 PID控制器

$$\mathbf{u}_{\mathrm{d}}=-\mathbf{g}+\ddot{\mathbf{p}}_{\mathrm{d}}-\mathbf{K}_{\mathbf{P}_{\mathrm{d}}}\left({}^{\mathrm{e}}\mathbf{v}-\dot{\mathbf{p}}_{\mathrm{d}}\right)-\mathbf{K}_{\mathbf{P}_{\mathrm{p}}}\left({}^{\mathrm{e}}\mathbf{p}-\mathbf{p}_{\mathrm{d}}\right)-\mathbf{K}_{\mathbf{P}_{\mathrm{i}}}\int\left({}^{\mathrm{e}}\mathbf{p}-\mathbf{p}_{\mathrm{d}}\right)\mathrm{d}s \tag{15}$$

其中$\mathbf{K}^{\mathbf{P}}{}_{\mathrm{p}}$、$\mathbf{K}^{\mathbf{P}}{}_{\mathrm{i}}$、$\mathbf{K}_{\mathbf{P}_{\mathrm{d}}}\in\mathbb{R}^{3\times3}$为对角矩阵，用作控制增益。接下来需要确定旋翼$f_{\mathrm{d}}\in\Omega_f$和$\theta_{\mathrm{d}}$，$\phi_{\mathrm{d}}\in\Omega_a$的期望推力，使得

$$\left(f_{\mathrm{d}},\theta_{\mathrm{d}},\phi_{\mathrm{d}}\right)=\underset{f_z\in\Omega_f,\theta,\phi\in\Omega_a}{\arg\min}\left\|\mathbf{u}\left(f_z,\theta,\phi\right)-\mathbf{u}_{\mathrm{d}}\right\| \tag{16}$$

其中Ω_f是用于限制力的集合，Ω_a是用于限制俯仰和横滚的集合。为减小阻力，飞行器机头应与当前飞行器速度方向一致，即

$$\psi_{\mathrm{d}}=\tan^{-1}\left(\frac{v_{y_{\mathrm{e}}}}{v_{x_{\mathrm{e}}}}\right). \tag{17}$$

如图6所示，当GPS不可用导致位置控制器失效时，飞行员也可以给出姿态指令。最后，期望姿态表示为$\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{d}}=\left[\phi_{\mathrm{d}}\ \ \theta_{\mathrm{d}}\ \ \psi_{\mathrm{d}}\right]^{\mathrm{T}}$。

C. 姿态控制

如图6所示，姿态控制器根据位置控制器的输出或飞行员给出的姿态生成期望力矩。据我们所知，关于混合式无人机的研究几乎未考虑横向控制，例如向右或向左转弯。对于所研究的无人机，多旋翼模式和固定翼模式下的偏航控制截然不同。为实现统一控制，姿态控制在升力翼坐标系ıF中进行，因此1
$\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{d}}=\left[\phi_{\mathrm{d}}\ \ \theta_{\mathrm{d}}+\kappa\ \ \psi_{\mathrm{d}}\right]^{\mathrm{T}}$。

1. 基本姿态控制

姿态误差以四元数形式表示，并据此设计相应的控制器。这可以保证对所有初始姿态误差均具有一致且良好的收敛速率 [25]

$$\mathbf{q}_{\mathrm{e}}=\mathbf{q}_{\mathrm{d}}^{*}\otimes\mathbf{q}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{e}}=\left[q_{\mathrm{e}_0}\ \ q_{\mathrm{e}_1}\ \ q_{\mathrm{e}_2}\ \ q_{\mathrm{e}_3}\right]^{\mathrm{T}}, \tag{18}$$

其中$\mathbf{q}_{\mathrm{d}}$ 由 l $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{d}}$ 按照“ZXY”旋转顺序变换得到，$(\cdot)^*$ 表示四元数的共轭，$\otimes$ 表示四元数乘积。随后$\mathbf{q}_{\mathrm{e}}$ 转换为轴角形式$\mathbf{q}_{\mathrm{e}} = \left[\cos\ \frac{\vartheta}{2}\ \ \boldsymbol{\xi}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\sin\ \frac{\vartheta}{2}\right]^{\mathrm{T}}$，即

$$\begin{aligned}
&\vartheta = \mathrm{wrap}_{\pi}\left(2\mathrm{acos}\left(q_{\mathrm{e}_0}\right)\right)\\
&\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{e}} = \begin{cases} [0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}, & \theta = 0\\ \mathrm{sign}(q_{\mathrm{e}_0})\frac{\vartheta}{\sin\vartheta/2}\left[q_{\mathrm{e}_1}\ \ q_{\mathrm{e}_2}\ \ q_{\mathrm{e}_3}\right]^{\mathrm{T}}, & \theta \neq 0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{19}$$

函数 $\mathrm{wrap}_{\pi}(\vartheta)$ 将 ϑ 限制在 $[-\pi\ \ \pi]$ 内，以确保沿最短旋转路径旋转。为消除姿态误差，姿态控制设计如下：

$$^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ac}} = \mathrm{sat}\left(\mathbf{K}_{\boldsymbol{\Theta}\mathrm{p}}\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{e}}, \boldsymbol{\omega}_{\min}, \boldsymbol{\omega}_{\max}\right) \tag{20}$$

其中，$\mathbf{K}_{\boldsymbol{\Theta}\mathrm{p}} \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 是作为控制增益的对角矩阵，$\boldsymbol{\omega}_{\min}$ 和 $\boldsymbol{\omega}_{\max} \in \mathbb{R}^3$ 分别是角控制速率的最小值和最大值，函数 $\mathrm{sat}\ (\mathbf{x},\mathbf{x}_{\min},\mathbf{x}_{\max})$ 定义如下：

$$\mathrm{sat}\left(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{\min}, \mathbf{x}_{\max}\right) \triangleq \begin{bmatrix} \mathrm{sat}\left(x_1, x_{1,\min}, x_{1,\max}\right) \\ \vdots \\ \mathrm{sat}\left(x_n, x_{n,\min}, x_{n,\max}\right) \end{bmatrix}, \mathrm{sat}\left(x_k, x_{k,\min}, x_{k,\max}\right) \triangleq \begin{cases} x_{k,\min}, & x_k < x_{k,\min} \\ x_{k,\max}, & x_k > x_{k,\max} \\ x_k, & \mathrm{else} \end{cases}. \tag{21}$$

2. 横向补偿

无人机高速飞行时，为跟踪指定轨迹而给出的滚转指令会导致侧向滑移。为减小无人机高速转弯时的侧滑角，应考虑协调转弯。在lF 坐标系中，假设没有风，则协调转弯方程表示为 [24]

$$\dot{\psi}_{\mathrm{d}} = \frac{g\tan\phi}{V_a}. \tag{22}$$

需要注意的是，欧拉角表示lF 之间的姿态。因此，协调转弯产生的期望偏航角速度为

$$^{\mathrm{l}}\omega_{\mathrm{ct}} = \dot{\psi}_{\mathrm{d}}\cos\theta\cos\phi. \tag{23}$$

3. 角速度指令合成

在升力翼协调转弯中，V_a 为零毫无意义。此外，考虑到空速较低时不应采用协调转弯，因此引入一个与空速相关的权重系数。于是，期望角速度可改写为

$$^{\mathrm{l}}\omega_{\mathrm{d}} = \left[\omega_{\mathrm{d}_{\mathrm{ac},x}}\ \ \omega_{\mathrm{d}_{\mathrm{ac},y}}\ \ \left(\omega_{\mathrm{d}_{\mathrm{ac},z}} + w\cdot^{\mathrm{l}}\omega_{\mathrm{ct}}\right)\right] \tag{24}$$

其中 $w = \text{sat}\left(\frac{V_a - V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}}, 0, 1\right)$。当空速低于 $V_{\min}$ 时，期望偏航角速度完全由基本姿态控制器决定。相反，当 $\mathrm{l}\ \omega_{\mathrm{d}_z} = 0$ 且空速达到指定值 $V_{\max}$ 时，期望偏航角速度完全由协调转弯决定。

4. 姿态角速度控制

为消除姿态角速度误差，控制器设计如下：

$$^{\mathrm{l}}\mathbf{m}_{\mathrm{d}} = \text{sat}\left(\mathbf{J}(-\mathbf{K}_{\omega_{\mathrm{p}}}(^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega} - {}^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}) - \mathbf{m}_{\mathrm{d,I}} - \mathbf{K}_{\dot{\omega}_{\mathrm{d}}}(^{\mathrm{l}}\dot{\boldsymbol{\omega}} - {}^{\mathrm{l}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}})), -\mathbf{m}_{\mathrm{d,max}}, \mathbf{m}_{\mathrm{d,max}}\right) \tag{25}$$

其中$\mathbf{m}_{\mathrm{d,I}} = \text{sat}\left(\mathbf{K}_{\omega_{\mathrm{i}}}\int(^{\mathrm{l}}\boldsymbol{\omega} - \mathrm{l}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}})\mathrm{d}s, -\mathbf{m}_{\mathrm{d,Imax}}, \mathbf{m}_{\mathrm{d,Imax}}\right)$、$\mathbf{K}_{\omega_{\mathrm{P}}}$、$\mathbf{K}_{\omega_{\mathrm{I}}}$和$\mathbf{K}_{\dot{\omega}_{\mathrm{d}}} \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 为对角矩阵，用作控制增益；$\mathbf{m}_{\mathrm{d,Imax}}$ 为积分作用的最大幅值；$\mathbf{m}_{\mathrm{d,max}}$ 为执行器产生的最大力矩。

S至此，我们得到了 f_{d} 和$\mathrm{l}\mathbf{m}_{\mathrm{d}}$，它们将由 T_{l}，$\cdots$，T_4，δ_{ar}，δ_{al}进一步实现。

D. 控制分配

升力翼四旋翼飞行器是一种过驱动飞行器，可提供六个独立的控制输入，即T_{l}，$\cdots$，T_4，δ_{ar}，δ_{al}，以满足特定的推力 $f_{\mathrm{d}} \in \mathbb{R}$ 和力矩需求$\mathrm{l}\mathbf{m}_{\mathrm{d}} \in \mathbb{R}^3$。本文提出一种基于优化的控制分配方法。回顾平动动力学中的控制，若此前通过优化确定了$_{\mathrm{b}}\mathbf{F}$中的三维力和两个欧拉角（俯仰角和滚转角），那么六个控制变量（加上期望偏航角）便可由六个执行器唯一确定。然而，这样一来，平动动力学控制中的优化便与节能没有直接关系。这就是我们只选择 $o_{\mathrm{b}}z_{\mathrm{b}}$ 力（主力分量）和两个欧拉角（俯仰角和滚转角），来确定式（16）中的期望加速度的原因。

首先，将式 (12) 和式 (13) 重排为

$$\underbrace{\begin{bmatrix} f_z \\ {}^{\mathrm{l}}m_x - QSbC_l \\ {}^{\mathrm{l}}m_y - QScC_m \\ {}^{\mathrm{l}}m_z - QSbC_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_{\mathrm{v}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\cos\eta & -\cos\eta & -\cos\eta & -\cos\eta & 0 & 0 \\ -K_2 & K_3 & K_2 & -K_3 & -QSbC_{l\delta_a} & QSbC_{l\delta_a} \\ d_x\cos\eta & -d_x\,\text{余弦}\,\eta & d_x\,\text{余弦}\,\eta & -d_x\,\text{余弦}\,\eta & QScC_{m\delta_e} & QScC_{m\delta_e} \\ -K_5 & K_4 & K_5 & -K_4 & -QSbC_{n\delta_a} & QSbC_{n\delta_a} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ \delta_{ar} \\ \delta_{al} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\delta}} \tag{26}$$

其中 $K_2 = d_y\,\text{余弦}\,\eta\,\text{余弦}\,\kappa + K_1\,\text{正弦}\,\kappa$, $K_3 = d_y\,\text{余弦}\,\eta\,\text{余弦}\,\kappa - K_1\,\text{正弦}\,\kappa$, $K_4 = d_y\,\text{余弦}\,\eta\,\text{正弦}\,\kappa + K_1\,\text{余弦}\,\kappa$, $K_5 = d_y\,\text{余弦}\,\eta\,\text{正弦}\,\kappa - K_1\,\text{余弦}\,\kappa$。数值 $\boldsymbol{\delta}$ 是执行器的控制输入，$\mathbf{u}_{\mathrm{v}}$ 是虚拟控制，$\mathbf{B}$ 是控制效率矩阵。

如式（26）所示，$\text{rank}\,(\mathbf{B}) = 4$，$\boldsymbol{\delta}$ 的维数为 6，高于$\mathbf{u}_{\mathrm{v}}$的维数，因此式（26）存在最小范数解。为考虑$\mathbf{u}_{\mathrm{v}}$ 各分量的控制优先级、$\boldsymbol{\delta}$ 的执行器优先级以及执行器饱和

在此考量下，控制分配被表述为如下优化问题：

$$\begin{aligned} &\min \ \left\|\mathbf{W_u}\left(\mathbf{B}\boldsymbol{\delta}-\mathbf{u}_{\mathrm{v,d}}\right)\right\|^2+\gamma\left\|\mathbf{W}_{\boldsymbol{\delta}}\left(\boldsymbol{\delta}-\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{p}}\right)\right\|^2 \\ &\text{s.t.} \quad \underline{\boldsymbol{\delta}} \leqslant \boldsymbol{\delta} \leqslant \bar{\boldsymbol{\delta}} \end{aligned} \tag{27}$$

其中，$\mathbf{u}_{\mathrm{v,d}}=\left[f_{\mathrm{d}}, m_{\mathrm{d}_x}-QSbC_l, m_{\mathrm{d}_y}-QScC_m, m_{\mathrm{d}_z}-QSbC_n\right]^{\mathrm{T}}$ 为期望虚拟控制，$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{p}}$ 为首选控制向量，稍后将对其进行说明；$\mathbf{W_u} \in \mathbb{R}^{6\times6}$ 为正定加权矩阵，当无法实现期望虚拟输入$\mathbf{u}_{\mathrm{v,d}}$ 时，该矩阵用于确定各指令的优先级；$\mathbf{W}_{\boldsymbol{\delta}} \in \mathbb{R}^{6\times6}$ 为正定加权矩阵¯，用于确定不同执行器的优先级；$\underline{\boldsymbol{\delta}}=\max(\boldsymbol{\delta}_{\min}, \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{l}}-\Delta\boldsymbol{\delta})$、$\boldsymbol{\delta}=\min(\boldsymbol{\delta}_{\max}, \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{l}}+\Delta\boldsymbol{\delta})$分别为执行器在每个采样时刻的下界和上界，$\boldsymbol{\delta}_{\min}$ 和 $\boldsymbol{\delta}_{\max} \in \mathbb{R}^6$ 为执行器位置界限，$\Delta\boldsymbol{\delta} \in \mathbb{R}^6$ 为速率限制，$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{l}}$ 为 $\boldsymbol{\delta}$的上一个值。

式（27）中有两个优化目标，即 $\left\|\mathbf{W_u}\left(\mathbf{B}\boldsymbol{\delta}-\mathbf{u}_{\mathrm{v,d}}\right)\right\|^2$ 和 $\left\|\mathbf{W}_{\boldsymbol{\delta}}\left(\boldsymbol{\delta}-\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{p}}\right)\right\|^2$。第一个目标是最小化由$\mathbf{W_u}$加权的松弛变量，这是主要目标，因此加权因子 γ 通常取较小值。许多情况下，首选控制向量设为 $\boldsymbol{\delta}$, $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{p}}=\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{l}}$ 的最后一个值。但为了节省能量，我们更倾向于使用气动力，因为旋翼力的变化意味着电机转速发生变化，而这会消耗大量功率。基于上述考虑，我们可以提高 δ_{ar} 和 δ_{al} 的权重，并将 $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{p}}$ 的前四个元素设为 $\frac{T_1+T_2+T_3+T_4}{4}$，后两个元素设为 $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{l}}$对应的值。

飞行控制的硬件资源非常有限，因此确保所提出算法的实时运行至关重要。为求解约束二次规划问题，人们提出了几种不同的算法，例如再分配伪逆、内点法和主动集法。其中，主动集法[26] 在所考虑的控制分配问题中表现良好，因为其初始化可以利用前一个采样时刻的解（即热启动），而该解通常是当前采样时刻最优解的良好估计。在许多情况下，这可以减少求得最优解所需的迭代次数。研究 [27] 表明，主动集法的计算复杂度与再分配伪逆法和不动点算法相近，但主动集法能够产生精度更高的解。

V. 仿真实验

为了验证所设计飞行器的三项主要优势：控制性能、节能和可靠的过渡飞行，开展了多项实验。这些性能的验证主要由两个因素决定，即有无副翼以及有无协调转弯。

因此，实验主要由两部分组成。第一部分是比较有副翼和无副翼时的控制性能、节能效果和过渡飞行。第二部分是比较有副翼且

采用协调转弯和不采用协调转弯时的控制性能。此外，还在硬件在环仿真环境中分析了图 2 所示的三种不同垂直起降飞行器的过渡飞行。

A. 仿真平台

硬件在环仿真在 RflySim 平台 [28–30]，上进行，该平台提供 CopterSim 仿真器并支持 Pixhawk/PX4 自动驾驶仪。在进行硬件在环仿真时，CopterSim 会通过 USB 串口向 Pixhawk 系统发送由数学模型生成的传感器数据，例如加速度计、气压计和磁力计数据。Pixhawk/PX4 自动驾驶仪接收传感器数据，并通过 EKF2 滤波器进行状态估计，再通过内部 uORB 消息总线将估计状态作为反馈发送给控制器。随后，控制器将各电机的控制信号作为输出发送回 CopterSim，从而在硬件在环仿真中形成闭环。与数值仿真相比，控制算法被部署并运行在真实的嵌入式系统中，与真实飞行时的情况相同。硬件在环仿真完成后，控制器将直接部署到真实飞行器上，并进一步开展验证实验。



图 7 RflyLW2 的硬件在环仿真。

根据公式 (1)、(2)、(12) 和 (13)，在 MATLAB/Simulink 中建立升力翼四旋翼飞行器模型。此外，电机和舵机的动力学采用如下的一阶传递函数建模:

$$\varpi = \frac{1}{T_{\mathrm{m}}s+1}(C_{\mathrm{m}}\sigma_i + \varpi_{\mathrm{b}}), \delta_{\mathrm{a}} = \frac{1}{T_{\mathrm{a}}s+1}(C_{\mathrm{a}}\sigma_j + \delta_{\mathrm{b}}), i = 1,2,3,4, j = 5,6 \tag{28}$$

其中， $\sigma_i \in [0,1]$ 为 i油门指令， T_{m} 和 T_{a} 分别为电机和舵机响应的时间常数参数， C_{m}、C_{a}、 δ_{b} 和 ϖ_{b} 为常数参数。硬件在环仿真所用的传感器包括惯性测量单元、磁力计、气压计、GPS 和空速计，其建模参考 [7]。

由于该飞行器具备垂直起降能力，气动参数的建模范围不能仅限于失速迎角，

还必须涵盖失速后区域，以覆盖整个飞行包线。完整的迎角气动参数由 CFD 仿真获得的小迎角气动参数与经验气动模型 [31]结合而成。低迎角和大迎角下的气动特性近似为

$$\begin{cases} C_{L_S}(\alpha) = \dfrac{0.5c_2^2}{(c_2 - c_3)\cos^2(\alpha) + c_3}\sin(2\alpha) \\ C_{D_S}(\alpha) = c_0 + \dfrac{c_2 c_3}{(c_2 - c_3)\cos^2(\alpha) + c_3}\sin^2(\alpha) \end{cases}, \begin{cases} C_{L_L}(\alpha) = c_1 \sin(2\alpha) \\ C_{D_L}(\alpha) = c_0 + 2c_1 \sin^2(\alpha) \end{cases},$$

并采用伪 S 形函数

$$\sigma(\alpha_0, k, \alpha) = \frac{1 + \tanh\left(k\alpha_0^2 - k\alpha^2\right)}{1 + \tanh\left(k\alpha_0^2\right)}, \alpha \in [-\pi, \pi)$$

将低迎角区域与大迎角区域混合在一起

$$\begin{cases} C_L(\alpha) = C_{L_S}(\alpha)\sigma(\alpha_0, k_L, \alpha) + C_{L_L}(\alpha)[1 - \sigma(\alpha_0, k_L, \alpha)] \\ C_D(\alpha) = C_{D_S}(\alpha)\sigma(\alpha_0, k_D, \alpha) + C_{D_L}(\alpha)[1 - \sigma(\alpha_0, k_D, \alpha)] \end{cases}. \tag{29}$$

低迎角和大迎角参数 c_0，c_1，c_2，c_3以及混合参数 α_0，k_L，k_D 根据 CFD 结果进行调整，其取值设为 $c_0 = 0。055$，$c_1 = 0。9$，$c_2 = 13。0$，$c_3 = 3。3$，$\alpha_0 = 3$度，$k_L = 38$，$k_D = 48$。相应的气动曲线如图 8 所示。

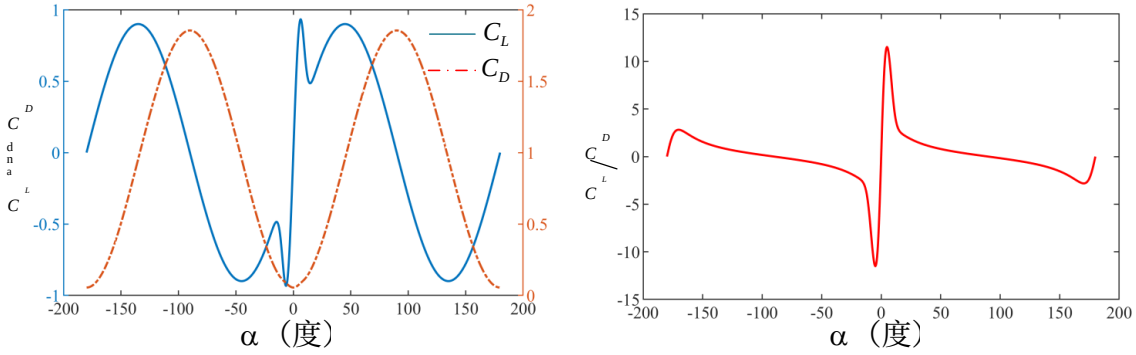


图 8 通过 CFD 获得的气动参数

B. 仿真实验

1. 验证副翼的有效性

为展示副翼的有效性，进行了两组对比实验。两组实验的姿态控制和位置控制相同，但第一组的控制分配使用副翼，而第二组

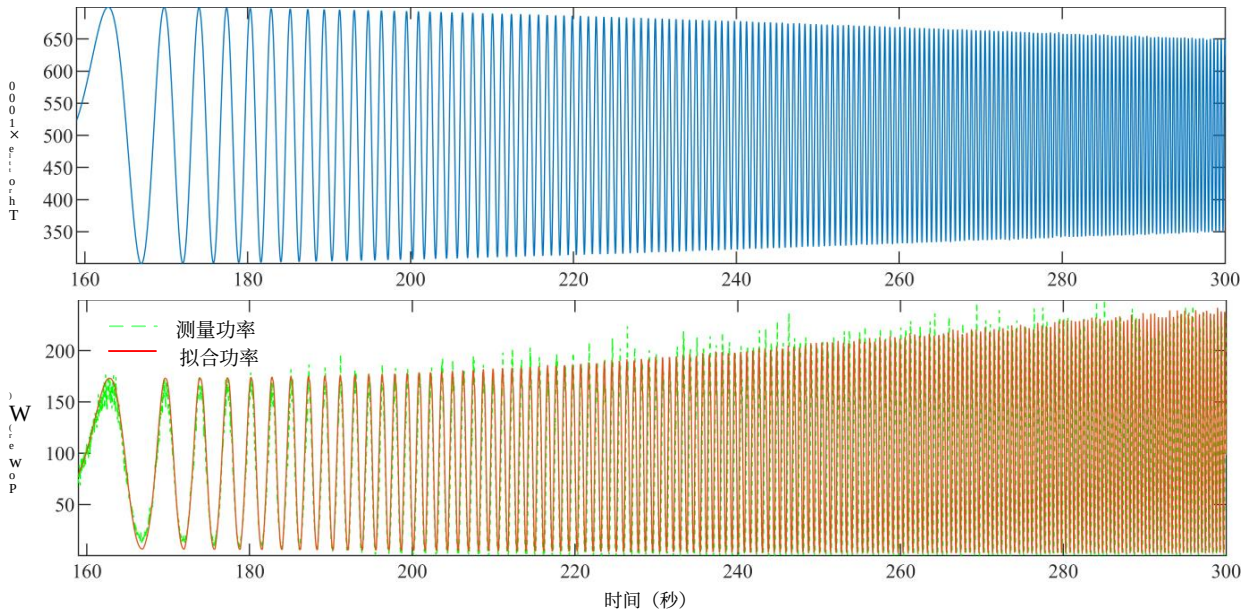


图 9 电机油门指令及辨识结果

不使用副翼。第二组仅依赖四旋翼飞行器的控制分配。在该实验中，飞行器跟踪指定轨迹，如图 10(a) 所示，该轨迹由一条直线和一个半径为 200m 的圆组成。

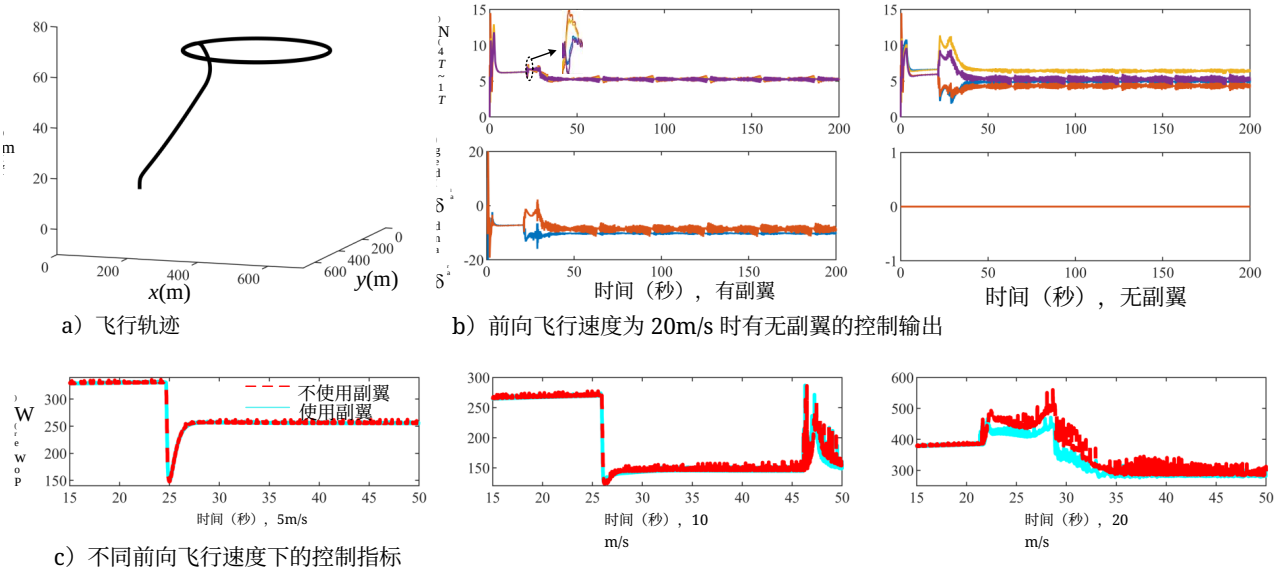
如图 10(b) 所示，加入副翼后，四个电机的控制幅值变化趋势几乎相同，尤其是在飞行器由直线轨迹切换至圆形轨迹时，这表明姿态控制主要由副翼实现，而在这种情况下，电机更像是固定翼上的推进器。然而，当姿态发生剧烈变化时，如图 10(b) 中的 $t = 22 \sim 23$s所示，电机和副翼会同时参与控制，以提高控制性能。当无人机处于缓慢调整状态时，副翼会尽可能承担控制任务，以节省能量。

为了量化副翼的影响，确定油门指令与电机及执行器能耗之间的关系。设计了一个幅值恒定、频率线性增加的正弦信号，同时对舵机和电机开展能耗测试实验。电机的测量与辨识结果如图9所示，其中油门的幅值随着频率增加而减小，这是因为对其应用了公式（28）中的低通滤波器。我们发现，在油门固定时，电机功率与油门呈二次函数关系，并且电机加速和减速时的功率不同。当油门指令的变化频率加快时，功率会增加。因此，建立以下公式以拟合油门指令与电机功率之间的关系

$$P_T = \sum_{i=1}^{4} p_1 {\sigma_i}^2 + p_2 \sigma_i + p_3 \dot{\sigma}_{up,i}^{p4} + p_5 \dot{\sigma}_{down,i}^{p6} + p_7 \tag{30}$$

在给定的升力翼四旋翼飞行器平台上， $p_1 = 563。7$， $p_2 = -147。4$， $p_3 = 15$， $p_4 = 1。05$， $p_5 = 4$， $p_6 = 1$， p_7 =0。05538。对于舵机而言，其功率可以忽略不计，因为舵机的功率仅为0.2W，远低于电机的功率，即使在两个副翼上悬挂100克的重量也是如此。

轨迹跟踪实验进行了三次，前向飞行速度分别为5m/s、10m/s和20m/s。三种飞行速度下的功率如图10(c)所示。可以观察到，当速度为5m/s时，功率相同，因为低速飞行时不使用副翼。当速度增加到10 m/s时，使用副翼时的功率略低。速度进一步增加到20m/s时，使用副翼时的功率大幅降低，因为高速下气动力更强。



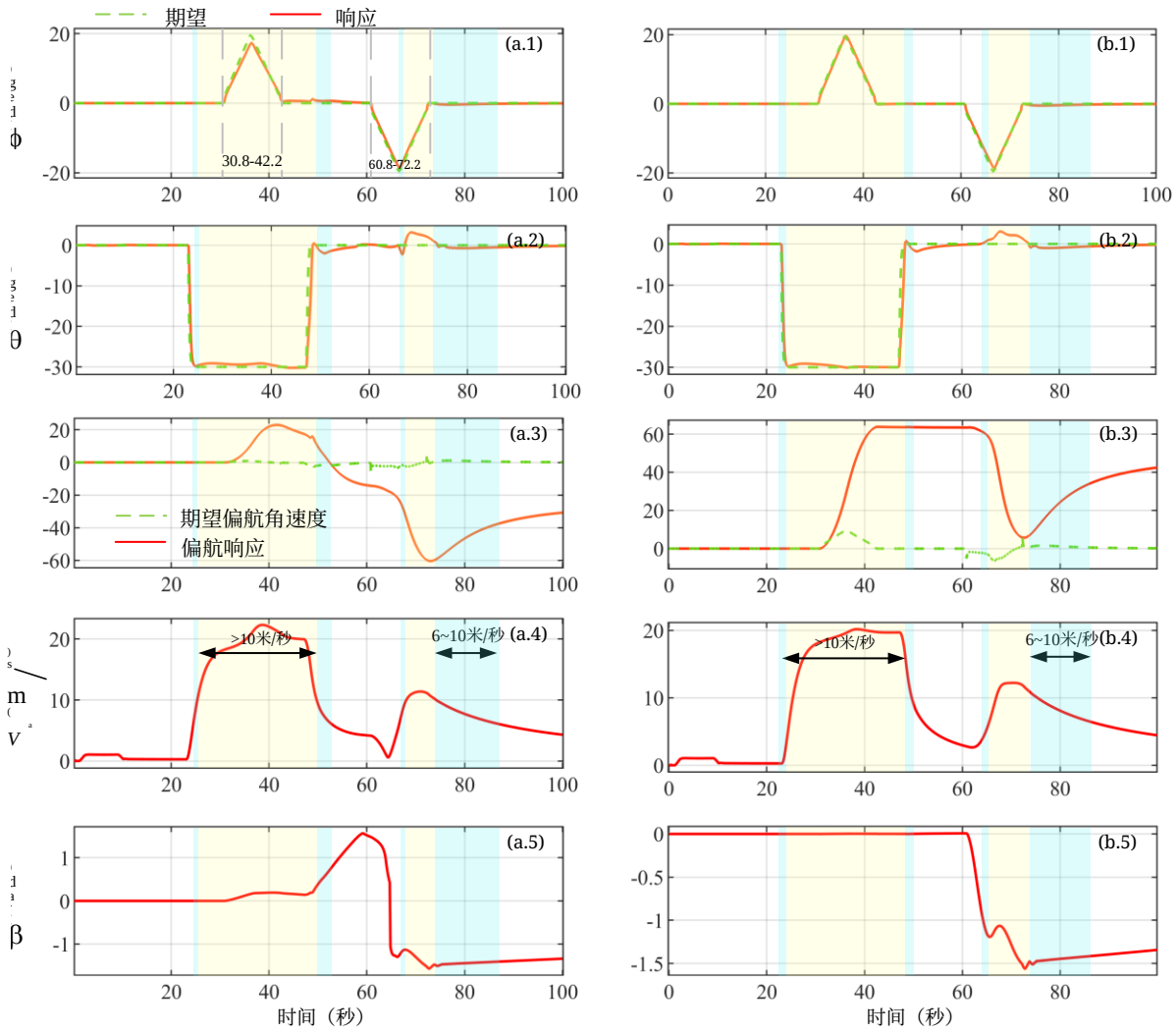
a）飞行轨迹　　b）前向飞行速度为 20m/s 时有无副翼的控制输出

c）不同前向飞行速度下的控制指标

图10 使用和不使用副翼时的姿态控制性能与混控器输出　　n

2. 验证协调转弯的有效性

对于横向控制，在悬停和高速前飞状态下进行了实验，结果如图 11 所示。在高速前飞过程中，如图 11 黄色区域所示，首次转弯指令在 30.8 ~ 42.2s 发出时，进行协调转弯的升力翼四旋翼飞行器没有侧滑角，且横向跟踪性能更好，如图 11(a.1 与 b.1，以及 a.5 与 b.5)所示。在此状态下，升力翼四旋翼飞行器的控制方式类似于固定翼飞行器，期望偏航角速度由式 (23) 生成并作为前馈。当第二次转弯指令在 60.8 ~ 72.2s 发出时，升力翼四旋翼飞行器处于低速飞行状态，其控制方式类似于四旋翼飞行器，因此无论是否进行协调转弯，实验中都会出现较大的侧滑角。



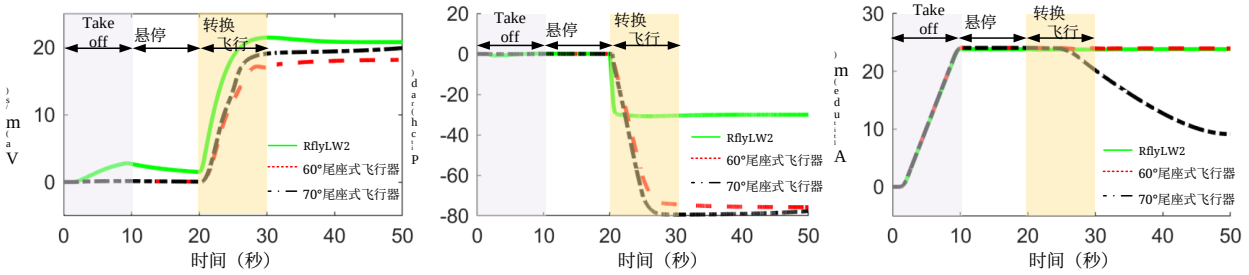
a) 未进行协调转弯时的车辆状态　　b) 协调转弯时的车辆状态

图 11 有协调转弯和无协调转弯时的控制响应

3. 转换飞行

过渡飞行通常定义为飞行器从悬停转为平飞。为量化这一阶段，将过渡过程定义为飞行器开始过渡飞行至空速超过 18m/s 所需的时间。过渡质量主要体现在过渡时间 和高度控制精度上。在仿真中，飞行器先爬升至一定高度，然后向俯仰通道输入阶跃信号 –30° 。这是因为风洞计算流体力学测试结果表明，当 $\alpha = 4°$ 时能效最高。作为对比，还对尾座式四旋翼进行了相同的实验。尾座式四旋翼的模型基于升力翼四旋翼飞行器构建，将升力翼的安装角从 34° 调整至 90°，如图 2(a) 所示。

图12展示了硬件在环仿真中，升力翼四旋翼飞行器和尾座式无人机在过渡阶段的俯仰角、高度和空速响应曲线。可以观察到，在升力翼四旋翼飞行器的



a) 空速响应　　b) 俯仰响应　　c) 高度响应

图12 升力翼四旋翼飞行器与尾座式无人机的过渡飞行。

过渡阶段，俯仰角达到期望值所需的时间为1.1s，如图12(b)所示；空速达到设定值18m/s所需的时间为4.7s，如图12(a)所示。因此，升力翼四旋翼飞行器的过渡时间为4.7s。此外，过渡一开始，高度便开始下降，并在 t = 21.68 s时达到最大高度误差0.09 m。尾座式无人机的过渡时间为7.1s，此时俯仰角达到期望值–70°。但过渡结束后，高度急剧下降，如图12(c)所示。当俯仰角达到期望值 –60°时，高度保持稳定，但过渡时间为20.48s，远长于RflyLW2。因此，升力翼四旋翼飞行器的过渡阶段性能显著优于尾座式无人机，且无需额外的控制器。

VI. 结论

本文介绍了一种新型混合式飞行器——升力翼四旋翼飞行器的建模、控制器设计及硬件在环仿真验证。建模部分考虑了升力翼和旋翼产生的力与力矩。基于现有模型，构建了适用于整个飞行阶段的统一控制器。根据速度指令，该控制器能够平等地处理悬停与前飞，并实现两种模式之间的无缝转换。实验结果表明，在过渡阶段的跟踪性能方面，所提出的飞行器优于尾座式无人机。此外，该控制器结合了四旋翼飞行器的特性和固定翼控制律，使其在悬停阶段能够保持偏航，并在巡航阶段减小侧滑角。除此之外，通过同时考虑旋翼推力和气动力，采用基于优化的控制分配实现节能协同控制。通过辨识，我们发现，与电机相比，副翼在执行高频控制输入时能够降低能耗。

参考文献

[1] Saeed, A. S.、Younes, A. B.、Cai, C. 和 Cai, G.，《混合型无人驾驶飞行器综述》，*Progress in AerospaceSciences*，第98卷，2018年，第91–105页。

[2] Raj, N.、Banavar, R.、Abhishek 和 Kothari, M.，《新型尾座式飞行器的姿态控制：可旋转双翼四旋翼飞行器》，《制导、控制与动力学杂志》，第43卷第3期，2020年，第599–607页。[3] wsj.com，《Google尾座式无人机》，https://www.wsj.com/articles/BL-DGB-40935，2015年。访问日期：2023年1月1日。[4] Ritz, R. 和 D'Andrea, R.，《尾座式飞行器悬停控制的全局策略》，《机器人研究》，施普林格，2018年，第21–37页。[5] Xiao, K.、Meng, Y.、Dai, X.、Zhang, H. 和 Quan, Q.，《安装于多旋翼无人机上的升力翼以实现长飞行航程》，*2021*年国际无人机系统会议（*ICUAS*），IEEE，2021年，第1605–1610页。[6] Zhang, H.、Tan, S.、Song, Z. 和 Quan, Q.，《升力翼多旋翼飞行器的性能评估与设计方法》，*IEEE/ASME*机电一体化学报，第27卷第3期，2021年，第1606–1616页。[7] Quan, Q.，《多旋翼飞行器设计与控制导论》，施普林格，2017年。

[8] Emran, B. J., 和 Najjaran, H., "四旋翼飞行器综述：一种欠驱动机械系统"，《控制年度评论》，第 46 卷，2018 年，第 165–180 页。

[9] Theys, B., De Vos, G., 和 De Schutter, J., "一种用于垂直起降无人机转换的控制方法：转换角连续变化并由差动推力控制"，*2016*年国际无人机系统会议（*ICUAS*），IEEE，2016 年，第 118–125 页。

[10] tx tech.cn，"Volitation vespertilio"，http://www.tx-tech.cn/en/col.jsp?id=133，2019 年。访问日期：2023年1月1日。

[11]theverge.com，"亚马逊Prime Air"，https://www.theverge.com/2019/6/5/18654044/amazon-prime-air-delivery-drone-new-design-safety-transforming-flight-video，2019 年。访问日期：2023年1月1日。

[12] Hassanalian, M. 和 Abdelkefi, A.，"无人机的分类、应用与设计挑战：综述"，*Progress inAerospaceSciences*，第 91 卷，2017 年，第 99–131 页。

[13] Argyle, M. E.、Beard, R. W. 和 Morris, S.，"垂直蝙蝠式尾座飞行器：动力学模型与控制架构"，*2013*年美国控制会议，IEEE，2013 年，第 806–811 页。

[14] Escareno, J.、Stone, R.、Sanchez, A. 和 Lozano, R.，"可转换尾座式无人机的建模与转换控制策略"，*2007*年欧洲控制会议 *(ECC)*，IEEE，2007 年，第 3385–3390 页。

[15] Oosedo, A.、Abiko, S.、Konno, A. 和 Uchiyama, M.，"四旋翼尾座式无人机从悬停到平飞的最优过渡"，*AutonomousRobots*，第 41 卷，第 5 期，2017 年，第 1143–1159 页。[16] Li, B.、Sun, J.、Zhou, W.、Wen, C.-Y.、Low, K. H. 和 Chen, C.-K.，"垂直起降尾座式无人机的过渡优化"，*IEEE/ASME*机电一体化学报，2020 年。

[17] Li, B., Sun, J., Zhou, W., Wen, C.-Y., Low, K. H., and Chen, C.-K.，《尾座式飞行器的非线性鲁棒飞行模式过渡控制》，*IEEE/ASME*机电一体化学报，第25卷，第5期，2020年，第2534–2545页。

[18] Smeur, E. J., Bronz, M., and de Croon, G. C., 《增量控制与制导在尾座式无人飞行器上的应用》，《制导、控制与动力学杂志》，第43卷，第2期，2020年，第274–287页。

[19] Lyu, X., Gu, H., Zhou, J., Li, Z., Shen, S., and Zhang, F., “四旋翼尾座式飞行器垂直 cal 起飞和降落无人机的仿真与飞行实验，其飞行包线宽广，”《国际微型飞行器杂志》，第 10, 4卷，2018年，第303–317页。[20] Liu, H., Peng, F., Lewis, F. L., andWan, Y., “尾座式飞行器在飞行模式转换过程中的鲁棒跟踪控制，” *IEEE*航空航天与电子系统汇刊 *ns* 《航空航天与电子系统》，第55卷，第4期，2018年，第2023–2035页。

[21] Zhou, J., Lyu, X., Li, Z., Shen, S., and Zhang, F., “适用于所有飞行模式（悬停、转换和平飞）的四旋翼尾座式无人机统一控制方法，” *2017*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），IEEE，2017年，第4835–4841页。

[22] Flores, A., de Oca, A. M., and Flores, G.,“一种用于尾座式无人机转换机动的简易控制器”，*2018*年*IEEE*决策与控制会议 *(CDC)*，IEEE，2018年，第4277–4281页。

[23] Nascimento, T. P., and Saska, M.,“多旋翼飞行器的位置与姿态控制：综述”，《控制年度评论》，第48卷，2019年，第129–146页。

[24] Beard, R. W., and McLain, T. W.,小型无人机：理论与实践，普林斯顿大学出版社，2012年。

[25] Lyu, X., Gu, H., Zhou, J., Li, Z., Shen, S., and Zhang, F.,“四旋翼尾座式垂直起降无人机的分层控制方法及实验验证”，*2017*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议 *(IROS)*，IEEE，加拿大不列颠哥伦比亚省温哥华，2017年，第5135–5141页。

[26] Johansen, T. A., 和 Fossen, T. I., “控制分配——综述”，*Automatica*，第 49 卷，第 5 期，2013 年，第 1087–1103 页。

[27] Harkegard, O., “用于求解飞行器控制分配中约束最小二乘问题的高效活动集算法”，第 *41* 届 *IEEE* 决策与控制会议论文集，*2002* 年。，第 2 卷，IEEE，2002 年，第 1295–1300 页。

[28] Wang, S.、Dai, X.、Ke, C. 和 Quan, Q.，“RflySim：一个基于 Pixhawk 和 MATLAB、用于教育与研究的快速多旋翼开发平台”，*2021*年国际无人机系统会议（*ICUAS*），IEEE，2021 年，第 1587–1594 页。

[29] Dai, X.、Ke, C.、Quan, Q. 和 Cai, K.-Y.，“RFlySim：用于无人机自动驾驶仪系统的 FPGA-bas 自动测试平台 ed 硬件在环仿真，”《航空航天科学与技术》，第114卷，2021年，第106727页。[30] rflysim.com，“rflysim”，https://rflysim.com/en/index.html，2020年。访问日期：2023年1月1日。

[31] Pucci, D.、Hamel, T.、Morin, P. 和 Samson, C.，“受阻力和升力作用的垂直起降飞行器非线性控制”，*2011*年第*50*届*IEEE*决策与控制会议和欧洲控制会议，IEEE，2011年，第6177–6183页。