arXiv:2301.01091v1 [econ.EM] 3 Jan 2023

使用最大模拟似然拟合混合Logit随机遗憾最小化模型

ZiyueZhu
理学院
鲁汶大学
比利时鲁汶
ziyue.zhu16@gmail.com

Alvaro A.Guti´errez-Vargas
经济与商业学院
鲁汶大学
比利时鲁汶
alvaro.gutierrezvargas@kuleuven.be

Martina Vandebroek 经济与
商业学院鲁汶大学比利时鲁汶
m
artina.vandebroek@kuleuven.be

摘要。 本文介绍了 `mixrandregret` 命令，该命令扩展了 `randregret` 命令。该命令由Guti´errez-Vargas 等人提出 (2021 年, *The StataJournal* 21: 626–658)，通过为随机后悔最小化模型纳入随机系数，实现了这一扩展。新开发的命令 `mixrandregret` 允许在遗憾函数中纳入随机系数。该函数属于Chorus (2010 年, *European Journal of Transport and Infrastructure Re-search* 10: 181-196) 提出的经典 RRM 模型。该命令允许用户指定固定系数与随机系数的组合。此外，用户还可以通过命令选项为随机系数指定正态分布和对数正态分布。模型采用模拟最大似然法进行拟合，并通过数值积分近似计算选择概率。

关键词： notag1、mixrandregret、mixrpred、mixrbeta、离散选择模型、混合随机后悔最小化模型

1 引言

McFadden(1974)提出了条件Logit模型，用于解释个体的选择行为并预测产品和服务的市场份额。条件Logit模型构成了大多数离散选择模型的基础。这些模型假设，个体在不同备选项之间进行选择时，采用基于随机效用最大化（RUM）的决策规则。与此相反，Chorus等人(2008)提出了一种称为随机后悔最小化（RRM）的替代决策规则，认为决策者在做出选择时力求将后悔最小化。McFadden和Train(2000)通过允许参数在个体之间变化，扩展了随机效用模型，由此形成了所谓的混合Logit模型。同样，Hensher 等人(2016)对随机后悔最小化模型进行了改进，纳入随机效应，以反映偏好异质性，并允许同一个体所做选择之间存在相关性。

本文将randregret (Guti´errez-Vargas等人 2021 年扩展为名为mixrandregret的混合版本，使其能够纳入随机参数。新命令允许用户在遗憾函数中指定正态分布和对数正态分布的偏好参数。系数分布的参数通过模拟极大似然法（SML）进行估计。具体而言，由于选择概率不存在闭式解，我们使用模拟对其进行近似。我们还开发了mixrpred估计后命令，可用于预测每个备选项的选择概率。此外，mixrbeta估计后命令可用于估计每个个体的个体层面参数。我们将通过van Cranenburgh和Chorus(2018)中的示例说明该命令的用法。

2 经典随机后悔模型

与随机效用最大化模型（RUM）的决策过程不同，RUM模型以效用衡量选择特定备选项的收益，而随机后悔最小化模型（RRM）关注未选备选项所带来的后悔。与其他可用备选项相比，如果某个备选项在某些属性上不如其他备选项，便会产生后悔（ Loomes 和 Sugden，1982）。因此，随机后悔最小化模型假设，个体在备选项之间进行选择时，意在使后悔最小化。形式上，Chorus等人(2008)提出了随机遗憾最小化模型的初始模型，Chorus (2010)对遗憾函数进行了修订，以获得平滑的似然函数。因此，他提出用式（1）表示个体 n 在选择备选项 i 时，在 J 个可能备选项中

$$\mathrm{R}_{in} = \sum_{j \neq i}^{J} \sum_{m=1}^{M} \ln[1 + \exp\{\beta_m \cdot (x_{jn,m} - x_{in,m})\}] + \alpha_i, \tag{1}$$

公式（1）表示个体（用 n 表示）在 J 个备选项中选择备选项 i 时所经历的后悔（用 j 或 i 表示）。此外，每个备选项都由 M 个属性的取值来描述（用 m 表示）。因此，x_{in}、m 表示个体 n 的备选项 i 的属性 m 的取值，而 β_m 是个体 n 对属性 m 的偏好参数。参数 β_m 表示，非选中备选项的属性 m 每变化一个单位，相对于选中备选项中同一属性的水平，后悔会增加（若 β_m 为正）或减少（若 β_m 为负）。此外，只需将备选项特定常数（ASC）加入后悔的系统部分（即 α_i），即可在所述模型中纳入 ASC。纳入 ASC 的目的与随机效用最大化模型相同，即考虑某个备选项的遗漏属性 i。按照惯例，为了实现模型识别，我们需要从模型设定中排除一个 ASC，因此将 $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_i、\ldots\ldots、\alpha_{J-1})$ 定义为模型中包含的 $J-1$ 个 ASC 组成的向量。关于 RRM 模型中的 ASC，详见 Van Cranenburgh 和 Prato（2016）。因此，R_{in} 表示个体 n 选择备选项 i 时的总系统后悔。

与随机效用最大化模型类似，我们可以通过在系统性后悔函数 R_{in} 中加入一个独立同分布的 I 型极值误差项，得到随机后悔函数 RR_{in}，以此考虑纯随机噪声以及后悔函数中遗漏属性的影响： $\mathrm{RR}_{in} = \mathrm{R}_{in} + \varepsilon_{in}$。从数学上说，最小化随机后悔函数等价于最大化其相反数，由此可得公式（2）中给出的选择概率的常规闭式 Logit 公式。

$$P_{in} = \frac{\exp(-R_{in})}{\sum_{j=1}^{J} \exp(-R_{jn})}. \tag{2}$$

个体的后悔模型的对数似然函数由方程 (3) 给出，其中 $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_m)$ 是偏好参数向量， y_{in} 是虚拟变量：当个体 n选择备选项 i 时取值为 1，否则取值为 0。

$$LL(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{s=1}^{S} \sum_{i=1}^{J} y_{in} \times \ln\left(P_{in}\right). \tag{3}$$

文献中，经典随机后悔最小化模型存在若干扩展形式（Chorus2014；van Cranenburgh 等人 2015）。Chorus (2014) 提出了广义随机后悔最小化模型，该模型将遗憾函数中的“1”替换为一个新参数 γ_m ，表示属性 m的后悔权重。van Cranenburgh 等人(2015) 在 RRM 中加入了一个尺度参数，这种模型现称为 μRRM。同一篇文章（van Cranenburgh 等人 2015）还提出了纯随机后悔最小化模型，作为 μ RRM 在 μ任意趋近于零时的特例。关于不同类型的随机后悔最小化模型和随机效用最大化模型的比较综述，参见Guti´errez-Vargas 等人(2021)。下文将重点讨论Chorus (2010) 的经典遗憾函数，同时允许纳入由Hensher 等人(2016) 引入的随机偏好参数。该模型称为混合随机后悔最小化（Mixed RRM）模型，通过假设偏好参数服从某种参数分布，将偏好异质性纳入考量。

3 混合随机后悔最小化模型

在本节中，我们介绍混合 RRM，其中 (i) 假设偏好参数服从参数分布，且 (ii) 能够对具有面板结构的数据进行建模。因此，(i) 会为偏好参数引入一个新的子索引，$\boldsymbol{\beta}_n = (\beta_{n,1}, \ldots\ldots, \beta_{n,m})$，这些参数现在服从参数分布 $f(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\varphi})$，其中 $\boldsymbol{\varphi}$是用于描述该分布的参数[1]。因此，$\beta_{n,m}$ 现在是个体特定的偏好参数，表示个体 n 对属性 m变化的后悔敏感度。此外，(ii) 意味着同一个体会回答多个选择情境（以s表示），因此公式中需要为选择情境引入一个新的子索引。因此，$x_{ins,m}$ 现在表示个体 n 在选择情境 s中，备选项 i 的属性 m 的取值。类似地， y_{ins} 是

1. 例如，如果我们假设服从正态分布， $\boldsymbol{\varphi}$ 将包含其均值和方差。

现在是一个二元变量：当个体 n 在选择情境 s 中选择备选项 i 时取值为 1，否则取值为 0。话虽如此，我们将在方程 (4) 中定义一个新的遗憾函数，同时考虑 (i) 和 (ii)，其中 R_{ins} 表示个体 n 在选择情境 s中选择备选项 i 时的系统后悔。

$$R_{ins} = \sum_{j \neq i}^{J} \sum_{m=1}^{M} \ln[1 + \exp\{\beta_{n,m} \cdot (x_{jns,m} - x_{ins,m})\}] + \alpha_i, \tag{4}$$

同样，我们将独立同分布的 I 型极值误差项加入系统性后悔函数，选择概率由方程（5）给出。

$$P_{ins} = \frac{\exp(-R_{ins})}{\sum_{j=1}^{J} \exp(-R_{jns})}. \tag{5}$$

此外，个体 n 的观测选择序列的概率（在已知 $\boldsymbol{\beta}_n$的条件下）由方程（6）给出。方程（6）与方程（2）的不同之处在于，方程（6）考虑了来自同一个体的回答可能相关，而来自不同个体的回答则被视为彼此独立。

$$P_n(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{s=1}^{S} \prod_{j=1}^{J} \{P_{ins}\}^{y_{ins}}. \tag{6}$$

观测选择序列的无条件选择概率，是对整个分布定义域积分后得到的条件选择概率（见方程 6）。因此，方程（7）给出了混合随机后悔最小化模型的对数似然函数。

$$LL(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\varphi}) = \sum_{n=1}^{N} \ln \left[\int_{\boldsymbol{\beta}} P_n(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) f(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\varphi}) d\boldsymbol{\beta} \right] \tag{7}$$

鉴于方程（7）所述的积分不存在闭式解，因此采用模拟方法进行近似（Train 2009）。据此，我们使用模拟极大似然法估计模型。因此，我们最大化方程（8）的模拟对数似然函数，其中R 为抽样次数， $\boldsymbol{\beta}^r$ 是从 r中抽取的第 $f(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\varphi})$。最后，我们使用 Halton 抽样生成抽样值，以近似选择概率。

$$SLL(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\varphi}) = \sum_{n=1}^{N} \ln \left\{ \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} P_n(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}^r) \right\} \tag{8}$$

4 个体层面参数

在最大化模拟对数似然函数以获得$\hat{}\boldsymbol{\varphi}$ 和$\hat{}\boldsymbol{\alpha}$的估计值后，我们还可以获得个体层面参数的估计值。也就是说，在给定每个个体的选择序列

（记为 $\boldsymbol{y}_n$）以及该个体做出选择时面临的每个备选项和选择集的属性水平（记为 $\boldsymbol{x}_n$）的条件下，我们可以估计每个个体的偏好参数。例如，我们可以¯计算每个个体的个体层面参数 $\boldsymbol{\beta}_n$ ， n 该参数对应于 $\boldsymbol{\beta}_n$ 在给定 $\boldsymbol{y}_n$、 $\boldsymbol{x}_n$以及我们估计的 ˆ$\boldsymbol{\varphi}$的条件下的分布均值。¯的表达式 $\boldsymbol{\beta}_n$ 见公式 (9)，其推导可参见Train(2009)：

$$\bar{\boldsymbol{\beta}}_n = \frac{\int_{\boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\beta} \times P_n(\boldsymbol{y}_n|\boldsymbol{x}_n, \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \boldsymbol{\beta}) f(\boldsymbol{\beta}|\hat{\boldsymbol{\varphi}}) d\boldsymbol{\beta}}{\int_{\boldsymbol{\beta}} P_n(\boldsymbol{y}_n|\boldsymbol{x}_n, \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \boldsymbol{\beta}) f(\boldsymbol{\beta}|\hat{\boldsymbol{\varphi}}) d\boldsymbol{\beta}}. \tag{9}$$

同样，由于方程 (9) 中的积分没有闭式解，我们使用模拟对其进行近似，从而得到方程 (10)：

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}_n} = \sum_{r=1}^{R} \left(\frac{\boldsymbol{\beta}^r \times P_n(\boldsymbol{y}_n|\boldsymbol{x}_n, \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \boldsymbol{\beta}^r)}{\sum_{r=1}^{R} P_n(\boldsymbol{y}_n|\boldsymbol{x}_n, \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \boldsymbol{\beta}^r)} \right), \tag{10}$$

其中， R 为抽取次数， $\boldsymbol{\beta}^r$ 是从 $f(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\varphi})$ 中第 r 次抽取的值。

5 命令

5.1 mixrandregret

语法

mixrandregret 因变量 [自变量] [*if*] [*in*] [权重] , id(变量名) group(变量名) rand(变量列表) alernatives(变量名) basealternatives(≠) noconstant cluster(变量名) robust ln(≠) nrep(≠) burn(≠) level(≠) *maximize*选项]

因变量 等于 1 表示该备选项为已选方案，而 0 表示该备选项未被选择。每个选择集只有一个已选方案。

$fweights$、 $iweights$ 和 $pweights$ 均可使用（参见 [U] **权重**），但它们应用于决策者，而非个体观测值。

说明

`mixrandregret` 估计了Hensher 等人 (2016) 所述的混合随机后悔最小化模型。该模型是对 Chorus (2010 年) 提出的经典随机后悔最小化模型的混合版本。 `mixrandregret` 扩展了 `randregret` 命令

(Guti´errez-Vargas 等人 2021 年)，并允许用户在遗憾函数中指定服从正态分布和对数正态分布的偏好参数。该命令使用模拟最大似然进行估计（Train2009）。

选项

必须指定 id(变量名)，用于指定决策者的数值型标识符变量。

必须指定 group(变量名)，用于指定选择时点的数值型标识符变量。

必须指定 rand(变量列表)，用于指定系数为随机系数的自变量。随机系数可指定为服从正态分布或对数正态分布（参见 ln() 选项）。语法中紧跟因变量之后的变量指定为具有固定系数。

必须指定 alternatives(变量名)，用于标识每个案例可选的备选项 e.

如果未抑制备选项特定常数（ASC），basealternatives(≠) 将设置基准备选项的备选项特定常数（ASC）。

noconstant 会抑制备选项特定常数（ASC）。

cluster(*varname*)、robust 参见 [U] **估计**。聚类变量必须为数值型。

ln(≠) 指定 rand() 中最后 # 个变量的系数服从对数正态分布，而非正态分布。默认值为 ln(0)。

nrep(≠) 指定用于模拟的 Halton 抽样次数。默认值为 nrep(50)。

burn(≠) 指定创建 Halton 序列时要舍弃的初始元素数量。默认值为 burn(15)。指定此选项有助于降低各维度序列之间的相关性。

level(≠) 设置置信水平。默认值为 level(95)。

*maximize*选项困难度、technique(算法规格)、iterate(#)、trace、gradient、showstep、hessian、tolerance(#)、ltolerance(#)、gtolerance(#)、nrtolerance(#)、from(初始设定)；参见 [U] **maximize**。

5.2 mixrpred

语法

mixrpred 新变量 [如果] [在] [, 概率 重复次数(≠) 预热期(≠)]

描述

与 mixrandregret 类似，mixrpred 可通过指定选项 proba 来获取预测概率。

选项

proba 用于计算每个选择情境下各备选项的选择概率；这是默认选项。

nrep(≠) 指定用于模拟的 Halton 抽样次数。默认值为 nrep(50)。

burn(≠) 指定生成 Halton 序列时要舍弃的初始元素数量。默认值为 burn(15)。指定此选项有助于降低各维度序列之间的相关性。

5.3 mixrbeta

语法

mixrbeta 变量列表 $[if]$ $[in]$, saving(文件名) [, plot nrep(≠) burn(≠) replace]

说明

mixrbeta 可在 mixrandregret 之后使用，根据公式（10）计算与指定变量名 相对应的个体层面参数。个体层面参数将存储在用户指定的数据文件中。

选项

saving(文件名) 将个体层面参数保存到文件名。

plot 根据每个个体的 mixrandregret 个体层面参数估计值，绘制个体层面参数分布图。

nrep(≠) 指定用于模拟的 Halton 抽样次数。默认值为 nrep(50)。

burn(≠) 指定生成 Halton 序列时要舍弃的初始序列元素数量。默认值为 burn(15)。指定此选项有助于降低各维度序列之间的相关性。

replace 会覆盖文件名。

6 示例

为了展示如何使用mixrandregret拟合混合随机遗憾最小化模型，我们使用了van Cranenburgh 和 Chorus（2018）关于陈述选择（SC）实验的数据[2]。这些数据旨在分析不同决策规则对设计统计效率的影响（Van Cranenburgh 和 Prato 2016）。参与者回答了 10 个选择情境，每个情境中，他们从三个未标记的路线备选项中进行选择；这些备选项包含两个通用属性：出行成本和出行时间。以下变量用于我们的示例：

- 备选项：标识用户面临的备选项（子索引i 或j）。
- 选择：个体是否选择了该备选项（虚拟变量，若选择则为 1）。
- 标识符：个体的 ID。
- cs：个体所面临的选择情境的 ID。
- tt：备选项的总旅行时间（分钟）。
- tc：备选项的总旅行成本（欧元）。

我们采用 randregret 中的数据设置（参见 [U] **randregret**），而 mixrandregret 的设置与 mixlogit 所需的设置相同（参见[U] **mixlogit**），即采用个体-备选项形式的面板表示。如下所示，数据集直接从服务器加载到 Stata 中。我们保留感兴趣的变量，并列出前 3 个观测值。加载的数据采用宽格式，因为每一行对应一个选择情境。

```
. scalar server = "https://data.4tu.nl/ndownloader/"
. scalar doi = "files/24015353"
. import delimited "`=server + doi´",clear
(encoding automatically selected: ISO-8859-1)(29 vars, 1,060 obs)
. keep obs id tt1 tc1 tt2 tc2 tt3 tc3 choice
. list obs id tt1 tc1 tt2 tc2 tt3 tc3 choice in 1/3,sepby(obs)
```

	obs	id	tt1	tc1	tt2	tc2	tt3	tc3	choice
1.	1	1	23	6	27	4	35	3	3
2.	2	1	27	5	35	4	23	6	2
3.	3	1	35	3	23	5	31	4	1

2. 您可以从 4TU ResearchData 下载数据集：https://data.4tu.nl/articles/dataset/Small value- of-time experiment 荷兰/12681650

按照Guti´errez-Vargas 等人 (2021 年) 对数据进行处理后，我们使用 reshape 命令转换数据集，并以下方的长格式呈现数据。我们列出前 12 行，此时每一行对应一个备选项。因变量 选择 在每个选择情境中，已选方案的值为 1，否则为 0。altern用于标识选择情境中的各个备选项；cs 用于标识个体面临的选择情境；标识符 用于标识个体。此外，总时间 和总成本 分别由 tt 和 tc 变量得到。

```
. rename (choice) (choice_w). qui reshape long tt tc, i(obs) j(altern)
. generate choice = 0. replace choice = 1 if choice_w==altern
. label define alt_label 1 "First" 2 "Second" 3 "Third"
. label values altern alt_label. gen cs = obs. gen total_time = tt
. gen total_cost = tc. list id cs altern total_time total_cost choice in 1/12,
 sepby(cs) ab(10) noo
```

id	cs	altern	total_time	total_cost	choice
1	1	First	23	6	0
1	1	Second	27	4	0
1	1	Third	35	3	1
1	2	First	27	5	0
1	2	Second	35	4	1
1	2	Third	23	6	0
1	3	First	35	3	1
1	3	Second	23	5	0
1	3	Third	31	4	0
1	4	First	27	4	0
1	4	Second	23	5	0
1	4	Third	35	3	1

我们首先使用 randregret 命令拟合经典随机遗憾模型，以获得合理的初始值，供 mixrandregret 使用。由于调查中的备选项未标记，我们还指定 noncons，以抑制备选项特定常数（ASC）。如果数据中的备选项有标记，则可以通过指定 base() 选项来设定基准备选项。由于同一个体做出了多次选择，我们通过指定 cluster(id) 来校正标准误。与预期一致，两个参数估计值均为负且高度显著，这表明，与已选方案中相同的属性水平相比，未选方案中的出行时间或出行成本水平越高，后悔程度越低。这些系数保存在 init mix rrm 中，供之后用作 mixrandregret 的初始值。

```
   . randregret choice total_time total_cost, group(cs) alternatives(altern) ///
> rrmfn(classic) nocons cluster(id)
------------------------------------------------------------------------------
Fitting Classic RRM Model
------------------------------------------------------------------------------

initial:       log likelihood =  -1164.529
```

```
alternative:   log likelihood = -1156.5784
rescale:       log likelihood =   -1121.29
Iteration 0:   log likelihood =   -1121.29
Iteration 1:   log likelihood = -1118.4843
Iteration 2:   log likelihood = -1118.4784
Iteration 3:   log likelihood = -1118.4784

RRM: Classic Random Regret Minimization Model

Case ID variable: cs                          Number of cases    =       1060
Alternative variable: altern                  Number of obs      =       3180
                                              Wald chi2(2)       =      40.41
Log likelihood = -1118.4784                   Prob > chi2        =     0.0000
                                 (Std. Err. adjusted for   106 clusters in id)
------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
      choice | Coefficient  std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
RRM          |
  total_time |    -.102813   .0182526    -5.63   0.000    -.1385874   -.0670386
  total_cost |    -.417101    .068059    -6.13   0.000    -.5504943   -.2837078
------------------------------------------------------------------------------
```

```
. matrix b_rrm = e(b)
. matrix zero = J(1,1,0.01)
. matrix init_mix_rrm = b_rrm, zero
. matrix li init_mix_rrm
init_mix_rrm[1,3]
             RRM:         RRM:
total_time  total_cost          c1
y1    -.102813  -.41710104         .01
```

接下来，我们拟合一个混合随机后悔最小化模型，其中总成本的系数固定，而总时间的系数服从正态分布。我们在 mixrandregret 中使用选项 from()，将 init mix rrm 中保存的值作为总时间参数均值的起始值，以此初始化优化程序。我们使用 500 次 Halton 抽样来估算公式 (8) 的选择概率。此外，我们使用 cluster(id) 在个体层级对标准误进行聚类。

```
. mixrandregret choice total_cost, group(cs) alter(altern) rand(total_time) ///
> id(id) nocons cluster(id) nrep(500) from(init_mix_rrm) tech(bhhh)
Iteration 0:   log likelihood = -2850.0956Iteration 1:   log likelihood =  -2169.409
Iteration 2:   log likelihood = -861.11253Iteration 3:   log likelihood = -771.96998
Iteration 4:   log likelihood = -771.20333Iteration 5:   log likelihood = -771.09059
Iteration 6:   log likelihood =  -771.0649Iteration 7:   log likelihood = -771.05912
Iteration 8:   log likelihood = -771.05774Iteration 9:   log likelihood = -771.05741
Iteration 10:  log likelihood = -771.05733Iteration 11:  log likelihood = -771.05731
Case ID variable: cs                          Number of cases    =       1060
Alternative variable: alternRandom variable(s): total_time

                                 (Std. Err. adjusted for  106 clusters in id)
```

```
Mixed random regret model                                 Number of obs =  3,180
                                                          Wald chi2(2)  = 606.11
Log likelihood = -771.05731                               Prob > chi2   = 0.0000
```

choice	Coefficient	OPG std. err.	z	P>|z|	[95% conf.	interval]
Mean						
total_cost	-1.102136	.0449727	-24.51	0.000	-1.190281	-1.013991
total_time	-.3580736	.0581449	-6.16	0.000	-.4720355	-.2441117
SD						
total_time	.5068268	.041366	12.25	0.000	.425751	.5879027

```
The sign of the estimated standard deviations is irrelevant: interpret them as
being positive
. matrix b_mixrrm = e(b)
```

平均而言，与已选方案中相同的出行时间水平相比，未选方案中的总旅行时间越长，后悔程度越低。总旅行成本属性的解释类似。此外，由于总旅行时间的标准差参数在统计上显著异于零，我们观察到总旅行时间存在显著的遗憾异质性。进一步地，在估计混合随机后悔最小化模型后，我们可以使用 mixrbeta 计算个体层面参数。在下面的代码中，我们使用公式（10），通过 500 次 Halton 抽样近似计算每个个体的遗憾系数值。此外，mixrbeta 会创建一个新的数据集，其中每个个体（标识符）对应一条观测记录及其相应的参数估计值。随后，我们还展示样本中前五个个体的估计值，并观察到其中一些个体的总时间属性系数为正。此外，我们在图1中绘制了样本中所有个体的总时间个体层级参数，并观察到部分个体的总时间系数估计值为正，这与直觉相悖。

```
. mixrbeta total_time, nrep(500) replace saving("${graphs_route}\mixRRM_normal_idl")
. use "${graphs_route}\mixRRM_normal_idl", replace
. list id total_time in 1/5
```

	id	total_time
1.	1	.37640482
2.	2	-.05517462
3.	3	.37672848
4.	4	.38495822
5.	5	.37607978

获得总时间系数的非正估计值的一种方法是使用有界分布。使用 mixrandregret 时，我们可以指定系数服从对数正态分布。在本案例中，由于我们希望总时间系数服从非正分布，因此必须将总时间属性

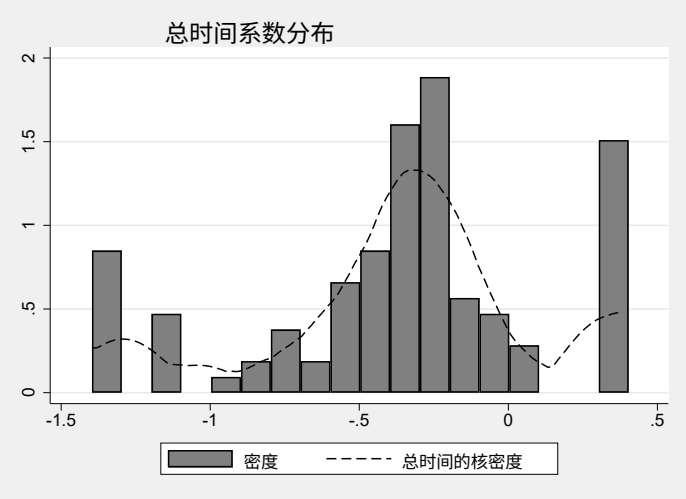

图1：总时间系数分布（正态分布）

乘以 -1，以确保其为非正值。为此，我们创建了新变量 ntt，它对应于总时间的负值。

```
. gen ntt = -1 * total_time
. mixrandregret choice total_cost, group(cs) alt(altern) rand(ntt) ln(1) id(id) ///
> nocons cluster(id) nrep(500) tech(bhhh) from(b_mixrrm)
Iteration 0:   log likelihood = -994.35461
Iteration 1:   log likelihood = -858.23241
Iteration 2:   log likelihood =  -798.4694
Iteration 3:   log likelihood = -785.66872
Iteration 4:   log likelihood = -785.30817
Iteration 5:   log likelihood = -785.27945
Iteration 6:   log likelihood = -785.27728
Iteration 7:   log likelihood = -785.27686
Iteration 8:   log likelihood = -785.27675
Iteration 9:   log likelihood = -785.27672
Iteration 10:  log likelihood = -785.27671
Case ID variable: cs                            Number of cases    =       1060
Alternative variable: altern
Random variable(s): ntt
                                (Std. Err. adjusted for  106 clusters in id)
Mixed random regret model                       Number of obs =    3,180
                                                Wald chi2(2)  = 1230.55
Log likelihood = -785.27671                     Prob > chi2   =  0.0000
------------------------------------------------------------------------------
             |                 OPG
      choice | Coefficient  std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
Mean         |
  total_cost |  -1.217682   .0442047    -27.55   0.000    -1.304321   -1.131042
         ntt |  -1.312285   .1562202     -8.40   0.000    -1.618471   -1.006099
------------------------------------------------------------------------------
```

```
SD
        ntt |   1.363632   .1185994     11.50   0.000     1.131181    1.596082
------------------------------------------------------------------------------
The sign of the estimated standard deviations is irrelevant: interpret them as
being positive
```

估计的ntt 参数是系数自然对数的均值和标准差，我们可以将它们转换回系数本身的估计值。系数的中位数为 exp(b_{ntt})，均值为 exp($b_{ntt} + s^2_{ntt}/2$)，标准差为 exp($b_{ntt} + s^2_{ntt}/2$) $\times\sqrt{\exp(s^2_{ntt})} - 1$ (Train 2009)。估计前的符号变换可通过将估计值乘以 -1 予以逆转。

```
. nlcom (mean_time: -1*exp([Mean]_b[ntt]+0.5*[SD]_b[ntt]^2))
>       (med_time: -1*exp([Mean]_b[ntt]))
>       (sd_time : exp([Mean]_b[ntt]+0.5*[SD]_b[ntt]^2)
>                  *sqrt(exp([SD]_b[ntt]^2)-1))
   mean_time: -1*exp([Mean]_b[ntt]+0.5*[SD]_b[ntt]^2)
    med_time: -1*exp([Mean]_b[ntt])
     sd_time: exp([Mean]_b[ntt]+0.5*[SD]_b[ntt]^2)*sqrt(exp([SD]_b[ntt]^2)-1)
------------------------------------------------------------------------------
      choice | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
   mean_time |   -.682127   .1587961    -4.30   0.000    -.9933616   -.3708923
    med_time |  -.2692041   .0420551    -6.40   0.000    -.3516307   -.1867776
     sd_time |   1.588122   .6295756     2.52   0.012     .3541763    2.822067
------------------------------------------------------------------------------
```

同样，我们计算个体层面参数。正如我们从图 2 中列出的数据和所呈现的分布可以观察到的，现在所有个体层面参数均为负值，正如我们所预期的那样。

```
. mixrbeta ntt, nrep(500) replace saving("${graphs_route}\mixRRM_ln_idl")
. use "${graphs_route}\mixRRM_ln_idl" , replace
. replace ntt = -1 * ntt /*reverse sign for graph*/
(106 real changes made). list id  ntt in 1/5

     +----------------+
     | id          ntt |
     |----------------|
  1. |  1   -.04032598 |
  2. |  2   -.08142616 |
  3. |  3   -.04047817 |
  4. |  4   -.04110615 |
  5. |  5   -.04025335 |
     +----------------+
```

运行 mixrandregret 后，我们还可以使用 mixrpred 生成预测。为演示此命令，我们使用正态分布随机系数，通过 quietly 命令（参见 [U] **quietly**）抑制输出，并重新运行 mixrandregret 模型。然后，使用 proba 选项，我们生成 pred p 变量，其中包含每个备选项的预测概率。代码和输出如下所示。

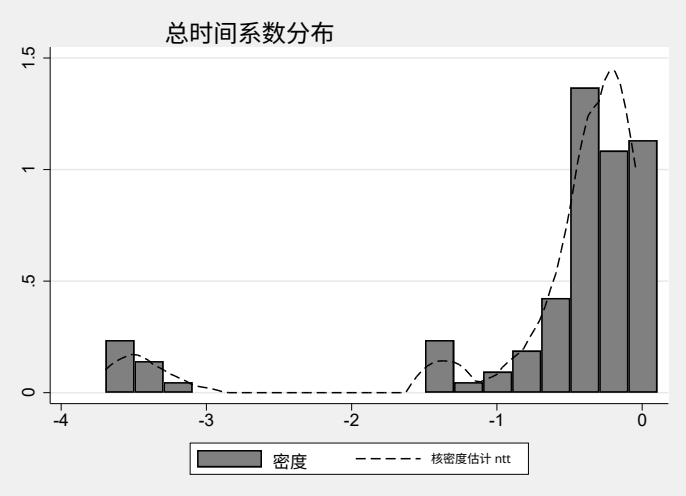

图 2：总时间系数分布（对数正态分布）

```
. qui mixrandregret choice total_cost, group(cs) alter(altern) rand(total_time) ///
> id(id) nocons cluster(id) nrep(500) from(init_mix_rrm) tech(bhhh)
. mixrpred pred_p,
 proba nrep(500)
. list id cs altern total_time total_cost choice pred_p in 151/162, sepby(cs) ab(10) noo
```

id	cs	altern	total_time	total_cost	choice	pred_p
6	51	First	23	6	0	.1516009
6	51	Second	27	4	1	.5547292
6	51	Third	35	3	0	.2936699
6	52	First	27	5	0	.3153724
6	52	Second	35	4	1	.291449
6	52	Third	23	6	0	.3931786
6	53	First	35	3	0	.3134595
6	53	Second	23	5	1	.5523607
6	53	Third	31	4	0	.1341798
6	54	First	27	4	0	.3153724
6	54	Second	23	5	1	.3931786
6	54	Third	35	3	0	.291449

此外，如果用户拥有带标签的数据，mixrandregret 也允许纳入备选项特定常数（ASC）。尽管本例中的数据集没有标签，但我们将其视为有标签数据，因为每个备选项都代表一个不同的类别。我们运行包含 basealternative(1) 选项的模型，该选项指定第一个备选项为备选项特定常数的参照组。

```
. mixrandregret choice total_cost, group(cs) alt(altern) rand(total_time) id(id) ///
```

```
> basealternative(1) cluster(id) nrep(500) tech(bhhh)
Iteration 0:   log likelihood =  -1164.529
Iteration 1:   log likelihood = -812.87881
Iteration 2:   log likelihood = -773.05839
Iteration 3:   log likelihood =  -769.1873
Iteration 4:   log likelihood = -768.22193
Iteration 5:   log likelihood = -767.97262
Iteration 6:   log likelihood = -767.90237
Iteration 7:   log likelihood =  -767.8867
Iteration 8:   log likelihood = -767.88268
Iteration 9:   log likelihood = -767.88165
Iteration 10:  log likelihood = -767.88138
Iteration 11:  log likelihood = -767.88131
Iteration 12:  log likelihood = -767.88129
Case ID variable: cs                          Number of cases    =       1060
Alternative variable: altern
Random variable(s): total_time
                                (Std. Err. adjusted for  106 clusters in id)
Mixed random regret model                              Number of obs =  3,180
                                                       Wald chi2(2)  = 465.50
Log likelihood = -767.88129                            Prob > chi2   = 0.0000
```

choice	Coefficient	OPG std. err.	z	P>|z|	[95% conf.	interval]
Mean						
total_cost	-1.06784	.0498243	-21.43	0.000	-1.165494	-.9701866
total_time	-.3455217	.0594409	-5.81	0.000	-.4620237	-.2290197
SD						
total_time	-.5095087	.0420965	-12.10	0.000	-.5920163	-.4270012
ASC						
ASC_2	.0064798	.0510223	0.13	0.899	-.0935221	.1064816
ASC_3	.136445	.0605786	2.25	0.024	.0177131	.2551768

```
The sign of the estimated standard deviations is irrelevant: interpret them as
being positive
```

7 结论

本文介绍了用于拟合带随机参数的随机后悔最小化模型的命令`mixrandrgret` 。我们还开发了估计后命令`mixrpred` ，用于预测估计概率。此外，`mixrbeta` 估计后命令允许用户估计模型中所含随机系数的个体层面参数。这些命令的用法和选项通过 van Cranenburgh 和 Chorus (2018) 的离散选择数据加以说明。

8 致谢

我们感谢 Michel Meulders、Jan De Spiegeleer，以及 2022 年伦敦 Stata 会议的与会者所提供的宝贵意见和建设性建议。此外，我们的程序有相当一部分灵感源自 Willian Gould、Jeffrey Pitblado 和 Brian Poi （ 2010 年）所著的《使用 Stata 进行最大似然估计》第四版。最后，我们对数据进行的许多前期检查以及对数似然函数的构造，在很大程度上借鉴了《使用 *Stata* 进行最大似然估计》第四版 。最后，我们对数据进行的许多前期检查以及对数似然函数的构造，在很大程度上借鉴了`randregret` (Guti´errez-Vargas 等，2021 年) 和 `mixlogit` (Hole，2007 年) 命令。

9 资金支持

´本研究是在 Alvaro A. Guti´errez-Vargas 担任鲁汶大学运营研究与统计学研究中心（ ORSTAT）博士生期间完成的，其经费由鲁汶大学特别研究基金（Bijzonder Onderzoeksfonds KU Leuven）提供。

10 利益冲突

´Ziyue Zhu、Alvaro A. Guti´errez-Vargas 和 Martina Vandebroek 声明不存在利益冲突。

11 贡献

´Ziyue Zhu 和 Alvaro A. Guti´errez-Vargas 共同为本文作出了同等贡献，包括开发命令和撰写文章。Martina Vandebroek 对文章和命令的功能均提出了重要意见。

12 参考文献

Chorus, C. G. 2010 年。《随机后悔最小化的新模型》。《欧洲交通与基础设施研究期刊》10(2)。

———。2014。广义随机后悔最小化模型。《交通研究 *B* 部分：方法论》68：224–238。

Chorus, C. G.、T. A. Arentze 和 H. J. Timmermans。2008。旅行选择的随机后悔最小化模型。《交通研究 *B* 部分：方法论》42(1)：1–18。

vanCranenburgh, S. 和C.Chorus。2018。荷兰小型时间价值实验[数据集]。代尔夫特理工大学 - *4TU.ResearchData*。

van Cranenburgh, S., C. A. Guevara 和 C. G. Chorus。2015 年。关于随机

遗憾最小化模型的新见解。《交通研究*A*辑：政策与实践》74：91–109。´Guti´errez-Vargas, A. A., M. Meulders 和 M. Vandebroek。2021 年。randregret：一条使用 Stata 拟合随机遗憾最小化模型的命令。《*Stata*期刊》21(3)：626–658。Hensher, D. A., W. H. Greene 和 C. Q. Ho。2016。偏好异质性存在时的随机后悔最小化与随机效用最大化：一项实证比较。《交通工程期刊》142(4)：1–10。Hole, A. R. 2007 年。使用最大模拟似然拟合混合Logit模型。《*Stata*期刊》7(3)：388–401。Loomes, G. 和 R. Sugden。1982。遗憾理论：不确定性下理性选择的另一种理论。《经济学杂志》92(368)：805–824。McFadden, D. 1974。定性选择行为的条件Logit分析。载于：*Zarem- bka, P.*，编，《计量经济学前沿》，105–142。McFadden, D. 和 K. Train。2000。离散响应的混合多项Logit模型。《应用计量经济学杂志》15(5)：447–470。Train, K. E. 2009。带模拟的离散选择方法。剑桥大学出版社。Van Cranenburgh, S. 和 C. G. Prato。2016。遗漏属性对随机遗憾最小化建模结果稳健性的影响。《选择建模期刊》18：51–70。

作者简介

Ziyue Zhu 是比利时鲁汶大学统计学与数据科学专业的硕士生。她获得了武汉大学经济学学士学位和巴塞罗那经济学院经济学硕士学位。

´Alvaro A. Guti´errez-Vargas 是比利时鲁汶大学运筹学与统计学研究中心（ORSTAT）的博士生。他获得了智利大学经济学理学学士学位。他的研究兴趣主要集中于方法论，涉及计算统计学、机器学习和离散选择模型。他的研究成果发表于《Stata期刊》和《选择建模期刊》。

Martina Vandebroek 是比利时鲁汶大学经济与商业学院的正教授。她在鲁汶大学获得精算学博士学位。她的研究兴趣包括实验设计、离散选择实验和多元统计学。她的研究成果发表于《交通研究B辑》、《选择建模期刊》、《营销科学》和《统计软件期刊》等期刊。