利用非轴对称超原子实现潘查拉特南–贝里相的对称性破缺

Baifu Zhang、[1*] Yan Wang、[1] Zhixing Huang、[1] Huafeng Li、[1] Ji Xu、[2] 和 Jianping Ding[3,4]

[1]南京理工大学电子与光学工程学院，南京 *210094*，中国[2]南京邮电大学电子与光学工程学院和柔性电子学院（未来技术），南京 *210023*，中国[3]南京大学先进微结构协同创新中心和物理学院，南京 *210093*，中国[4]*jpding@nju.edu.cn***zhangbf@njust.edu.cn*

摘要：超表面中的潘查拉特南–贝里相（PB相位）遵循对称性限制，即两种正交圆偏振波的PB相位相同但符号相反。在此，我们揭示了一种打破超原子轴对称性、进而突破PB相位对称性限制的通用机制。作为概念验证，我们设计了一种具有二维码结构的新型超构原子，并成功实现了圆偏振复用超表面全息术。本研究为PB相位提供了全新的基础认识，并为利用非对称电磁结构实现任意波前工程开辟了道路。

1. 引言

过去十年间，超表面作为超薄电磁（EM）功能层，已成为用于波前工程的综合性紧凑平台 [1,2]。超表面的整体波前工程源于各个超原子调制后的电磁波的线性叠加，而超原子充当超表面的单元胞。超原子的传统相位调制机制包括动态相位和潘查拉特南–贝里（PB）相位（或几何相位）。动态相位源于电磁波在超原子中传播时累积的相位；相位累积取决于折射率、几何形状以及其他超原子参数 [3,4]。PB相位则源于光子在超原子中的自旋–轨道耦合，是各向异性电磁结构（包括椭圆结构和矩形结构）旋转角的函数 [5–7]。例如，当圆偏振电磁波穿过旋转角为 θ 的这类结构时，透射的交叉偏振分量会获得所谓的PB相位（Φ）。通常，$\Phi = \pm 2\theta$，其中符号 ± 由电磁波的手性决定，例如左旋圆偏振和右旋圆偏振（分别为LCP和RCP）。与动态相位不同，PB相位对两种正交圆偏振具有对称性。换言之，LCP和RCP的PB相位绝对值相同，但符号相反。近期，Xie 等人研究了超原子的旋转对称性，并展示了高阶潘查拉特南–贝里相，其相位等效于旋转角的若干倍（而不只是两倍）[8]。然而，这些超原子的PB相位仍然具有对称性。因此，仅利用几何相位难以实现偏振解耦电磁波前工程。

近年来，一些研究人员尝试打破PB相位的对称性。例如，通过引入非线性效应，透射谐波的PB相位可以改写为 $\pm(n\pm1)\,\theta$ 的形式，其中 n 为谐波产生的阶数 [9–11]。然而，

这种方法无法任意调控正交圆偏振的PB相位。对于线性过程，Bai等人提出将阿哈罗诺夫–阿纳丹相位与PB相位结合，以打破PB相位的对称性限制 [12]。该方法可应用于电磁波工程超表面 [13,14]。Chen等人提出了一种平面手性超原子，用于在超表面中进行局域相位操控，并实现了对正交圆偏振波的自旋解耦 [15]。迄今为止报道的研究从不同物理机制的角度追溯了非对称PB相位的起源，并展示了偏振解耦PB相位调制。然而，确定一种能够打破正交圆偏振波PB相位对称性限制的普遍基本因素，对于理解超原子结构与其相应电磁波前工程特性之间的关系至关重要。

据我们所知，本研究首次从解析角度证明，PB相位的对称性限制源于电磁结构的轴对称性。换言之，从几何与拓扑视角来看，非轴对称超构原子的拓扑结构自然会导致两束正交圆偏振波的PB相位发生对称性破缺，尽管不同的几何结构可能具有不同的偏振解耦机制。此外，我们从解析角度建立了基于圆偏振与线偏振基矢的琼斯矩阵之间的关系。此外，我们设计并研究了具有二维码结构的非轴对称超构原子，以验证PB相位对称性限制的破缺。作为概念验证，我们利用由二维码超原子构成的超表面设计了一种圆偏振复用全息图，并通过数值模拟验证了所提出的理论。本研究的结果为纳米光子学中的PB相位以及光与物质相互作用提供了全新的基础性认识，因此有望推动更先进的基于超表面和超材料的应用。

2. 非轴对称超原子的 PB 相位理论

首先，我们推导具有任意拓扑结构（例如非轴对称结构）的超构原子的 PB 相位一般形式。需要注意的是，三维（3D）超原子的结构也称为“非镜面对称”结构，而非非轴对称结构。不过，考虑到超原子的拓扑结构通常只在俯视平面内变化，而在高度维度上保持不变，为简化分析且不失一般性，我们采用“非轴对称性”这一概念。对于入射到超构原子上的电磁波，可以利用琼斯矩阵建立透射波与入射波之间的关系。通常，我们使用线偏振基矢描述入射与透射电磁波，如下所示：

$$E_{in} = a_1\hat{x} + a_2\hat{y} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

$$E_{out} = JE_{in} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

其中，E_{in} 和E_{out} 分别为入射与透射电磁波；$\hat{x}$ 和$\hat{y}$ 分别为x和y线偏振的基矢；a_1 和a_2 为相应的复振幅，其中$a_1^2 + a_2^2 = 1$ 为归一化条件；J为线偏振基矢对应的琼斯矩阵。对于任意超构原子结构，J的四个元素均为非零值。然而，对于轴对称结构，$J_{21} = J_{12} = 0$（详情见附录），这表明可以采用轴对称超原子设计线偏振解耦超表面，正如我们在先前的工作[16]中所讨论的那样。

将圆偏振基矢引入上述方程，可得

$$E_{in} = b_1\hat{L} + b_2\hat{R} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$E_{out} = SE_{in} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

其中，$\hat{L}$ 和 $\hat{R}$ 分别为左旋圆偏振和右旋圆偏振的基矢；b_1 和 b_2 为相应的复振幅，$b_1^2 + b_2^2 = 1$ 为归一化条件；S为圆偏振基矢的琼斯矩阵。进一步考虑两组正交基矢之间的关系 $\hat{L} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{x} - i\hat{y})$和 $\hat{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{x} + i\hat{y})$，并进行一些解析推导（详见附录）后，我们可以将$S$ 矩阵改写为J矩阵的形式，如下所示：

$$\begin{cases} S_{11} = \frac{1}{2}[(J_{11} + J_{22}) - i(J_{12} - J_{21})] \\ S_{21} = \frac{1}{2}[(J_{11} - J_{22}) - i(J_{12} + J_{21})] \\ S_{12} = \frac{1}{2}[(J_{11} - J_{22}) + i(J_{12} + J_{21})] \\ S_{22} = \frac{1}{2}[(J_{11} + J_{22}) + i(J_{12} - J_{21})] \end{cases}. \tag{5}$$

此外，若超构原子旋转角度为 θ，则琼斯矩阵可表示为

$$J(\theta) = R(-\theta)JR(\theta) = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}. \tag{6}$$

将式（2）和式（6）代入式（5），最终可得到最一般形式的 P B 相位，如下所示，其中任意超构原子均采用圆偏振基矢表示：

$$\begin{cases} S_{11}(\theta) = \frac{1}{2}[(J_{11} + J_{22}) - i(J_{12} - J_{21})] \\ S_{21}(\theta) = \frac{1}{2}[(J_{11} - J_{22}) - i(J_{12} + J_{21})]e^{-i2\theta} \\ S_{12}(\theta) = \frac{1}{2}[(J_{11} - J_{22}) + i(J_{12} + J_{21})]e^{i2\theta} \\ S_{22}(\theta) = \frac{1}{2}[(J_{11} + J_{22}) + i(J_{12} - J_{21})] \end{cases}. \tag{7}$$

与线偏振琼斯矩阵 $J(\theta)$ 相比，$S(\theta)$ 直观地展现出许多重要特性。首先，即使超构原子发生旋转，对角元素 S_{11} 和 S_{22} 仍保持不变。其次，透射交叉偏振对应的反对角元素 S_{21} 和 S_{12} 自然呈现对称性破缺。换言之，入射圆偏振电磁波的交叉偏振透射本质上是不对称的，这与传统观点相悖。在传统超构原子中，例如矩形、椭圆形及其他结构，其 PB 相位受到对称性限制，这些结构已在以往研究中得到广泛探讨；这是因为对于上述轴对称拓扑结构，$J_{12} = J_{21} = 0$。因此，不对称元素 $S_{21}(\theta)$ 和 $S_{12}(\theta)$ 会退化为最广为人知的对称 PB 相位形式：

$$\begin{cases} S_{21}(\theta) = \frac{1}{2}(J_{11} - J_{22})e^{-i2\theta} \\ S_{12}(\theta) = \frac{1}{2}(J_{11} - J_{22})e^{i2\theta} \end{cases}. \tag{8}$$

据报道，PB相位的传统对称性限制源于超原子的轴对称性，因此打破超原子的轴对称性本质上会导致PB相位对称性被打破。值得注意的是，在这种情况下，应采用超原子结构内部的光学模式（电磁场）作为比结构对称性更普遍的物理量；不过，这两个因素通常彼此一致。因此，为简化起见，我们从结构角度进行分析。

接下来，我们将公式（7）中的$S_{21}(\theta)$和$S_{12}(\theta)$改写为更直观的形式。若S_{21} 和S_{12} 分别简化为$A_{21}e^{i\varphi_{21}}$ 和$A_{12}e^{i\varphi_{12}}$，则$S_{21}(\theta)$和$S_{12}(\theta)$可表示为：

$$\begin{cases} S_{21}(\theta) = (A_{21}e^{i\varphi_{12}})e^{-i(2\theta-\Delta\varphi)} \\ S_{12}(\theta) = (A_{12}e^{i\varphi_{12}})e^{i2\theta} \end{cases}, \tag{9}$$

其中，A_{12} 和A_{21} 分别是S_{21} 和S_{12}, 的振幅；φ_{21} 和φ_{12} 分别是S_{21} 和S_{12}, 的辐角；并且$\Delta\varphi = \varphi_{21} - \varphi_{12}$。PB相位的对称性通过关键相位$\Delta\varphi$被打破。

3. 具有二维码结构的非轴对称超构原子示意图

为打破PB相位的对称性限制，超构原子在拓扑结构上应打破轴对称性。如图1所示，我们设计了一种新型的二维码结构介质超构原子，以消除任何几何对称性。这种二维码拓扑结构曾在我们此前关于完美超材料吸收器的研究中得到探讨，具有大量自由度，因此能够为波前工程提供丰富的特性[17]。在本研究中，该超构原子的周期P为800 nm，由二氧化硅基底和呈二维码排列的方形硅柱阵列组成。每个二维码由5 × 5 个像素组成，每个像素随机设为方形硅柱（长度：100 nm；高度：1400 nm）或空气。由于生成的二维码拓扑结构完全随机，因此能够轻易且彻底地打破轴对称性。

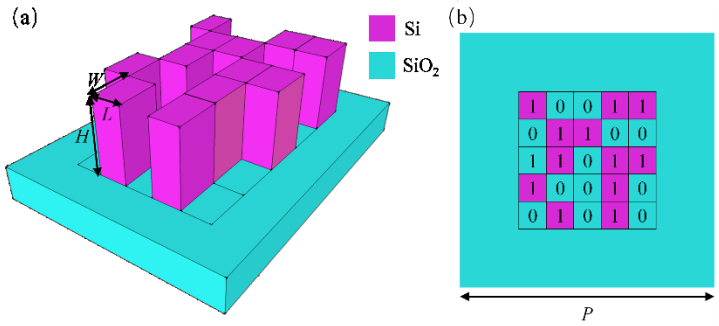


图1 二维码结构非轴对称超构原子的示意图：(a) 三维视图和 (b) 俯视图。参数设置为 P = 800 nm、L = W = 100 nm 和 H = 1400 nm。

我们进行了全波三维时域有限差分（FDTD）仿真，以设计和研究二维码超构原子结构。在仿真中，我们将二氧化硅基底的折射率设为 1.45，并通过将 Palik实验数据拟合到 Drude–Lorentz模型，得到硅的介电常数值 [18,19]。对于超构原子仿真，我们在水平方向采用周期边界，在纵向采用完美匹配层（PMLs）。通过随机设置二维码结构的每个像素，我们获得了多种非轴对称超构原子，并对其参数进行了数值计算。所有仿真的超构原子均表现出非对称 PB相位，下一节将对此进行详细讨论。

4. 利用非轴对称超原子打破 PB 相位的对称性限制

我们设计并通过数值方法评估了 13,000 种由随机排列的 5×5 二维码纳米柱构成的超原子结构。所有二维码超原子均能为左旋圆偏振和右旋圆偏振产生解耦的 PB 相位。我们选取透射系数高于 0.7 的结构，以确保其适用于高效的偏振复用应用，并将这些结构的 PB 相位绘于图2(a)中。显然，左旋圆偏振和右旋圆偏振的 PB 相位均覆盖 0–2π 范围，且

打破了对称性限制，这与公式（7）和（9）的预测一致。为简便起见且不失一般性，我们在图2中不旋转超原子，这表示旋转角 θ 为零。相应结果表明，源自非轴对称结构的偏振解耦 PB 相位，是用于调控电磁波前的新自由度。此外，在 0 到 2π的整个范围内，无需旋转超原子，我们便可独立调控正交圆偏振对应的 PB 相位。

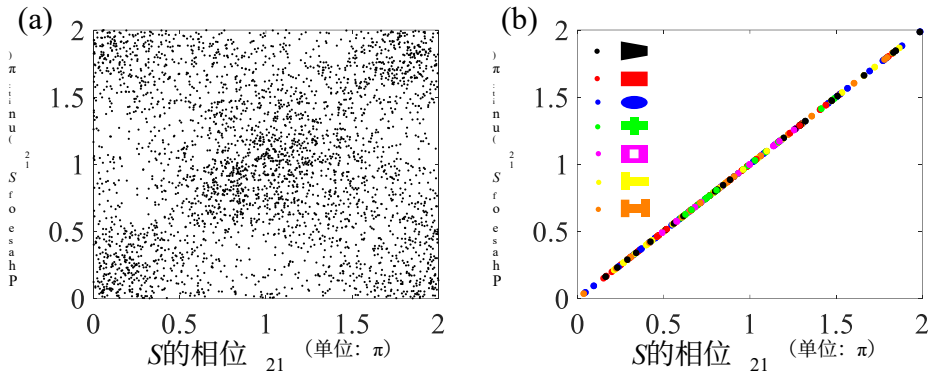


图2 不同超原子结构的PB相位。(a) 图1所示二维码结构的PB相位。(b) 不同轴对称结构的PB 相位。 B

我们研究了多种轴对称超构原子结构作为对照组，其PB相位绘于图2(b)中。所有轴对称超原子与非轴对称超原子具有相同的周期（800 nm）和高度（1400 nm），但俯视图中的拓扑结构不同。无论超原子的拓扑结构如何（如矩形、椭圆、梯形、十字形、T形、H形或空心矩形），所有PB相位都位于$y = x$ 线上，这表明两种正交圆偏振对应的PB相位值相同。这就是传统PB相位的对称性限制，公式（8）对此作出了预测，其根源在于轴对称结构。

从图2可以验证我们对PB相位的解析预测：打破轴向对称性即可实现PB相位解耦。此外，与超构原子的旋转角无关的解耦PB相位，为波前工程提供了一个新的自由度。作为概念验证，我们基于所提出的二维码超构原子设计了一种圆偏振复用超表面全息图。

圆偏振解耦超表面全息图的设计流程如图3所示。首先，我们计算了左旋和右旋的纯相位计算机生成全息图（CGH）

-使用 Gerchberg–Saxton（GS）算法处理圆偏振入射光束 [20]。我们为两种正交偏振编码了两幅不同的图像，并在 GS 迭代后获得了两幅输出全息相位图。其次，我们进行了八级相位量化，将两幅相位图改写为两个相位矩阵。在此过程中，我们从图2(a)中选取 8 × 8 个超构原子结构，以建立八级相位库；随后通过搜索，找出同时满足左旋圆偏振和右旋圆偏振全息图相位要求的超构原子结构。为确定这些结构，我们对相位矩阵中的元素逐一进行了搜索。最后，我们用64种二维码结构模拟了所需的超表面全息图。由于计算资源有限，我们模拟了一个含有 101 × 101 个周期的超表面，作为概念验证，成功验证了我们的理论。由于周期设为800 nm，超表面全息图可覆盖80.8 × 80.8 μm²的区域。

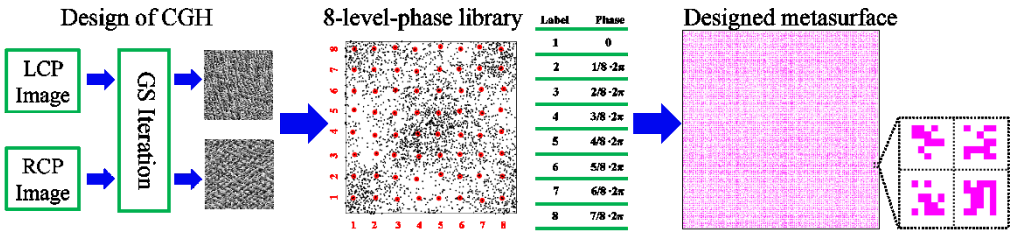


图3 圆偏振解耦超表面全息图的设计流程图。

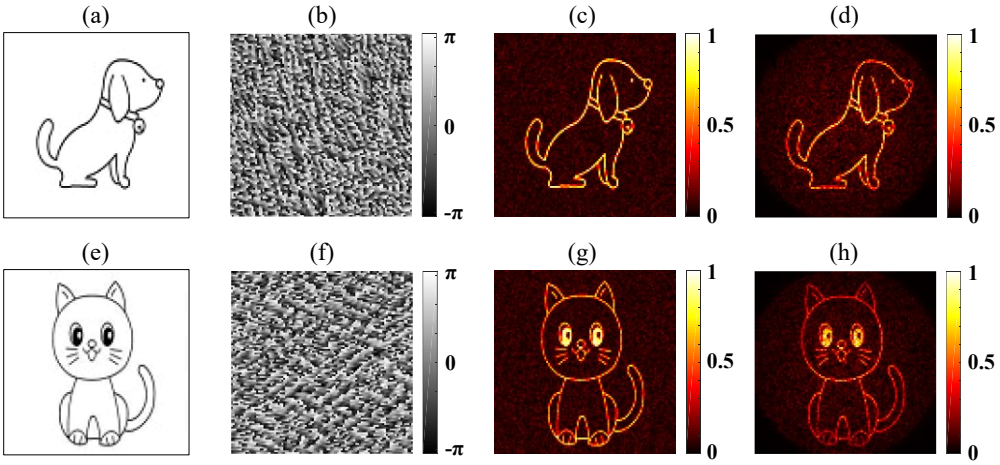


图4 圆偏振解耦超表面全息术。（a）和（e）分别为左旋圆偏振和右旋圆偏振照明下的原始图像。（b）和（f）对应于计算所得全息图的相位分布。（c）和（g）为理论重建图像。（d）和（h）对应于模拟超表面全息图的重建图像。

采用三维时域有限差分法对设计的超表面全息图进行了模拟，结果如图3所示；左旋圆偏振和右旋圆偏振下的重建图像见图4。图4(a)和(e)展示了作为原始图像的101 × 101像素狗和猫图像，分别由左旋圆偏振光和右旋圆偏振光照射。因此，图像通过利用PB相位进行重建，并包含交叉偏振分量右旋圆偏振和左旋圆偏振。采用Gerchberg–Saxton算法模拟的两种正交偏振的纯相位计算机生成全息图如图4(b)和(f)所示。作为对照组，理论重建图像如图4(c)和(g)所示。由不同圆偏振电磁波照射的模拟超表面全息图的重建图像绘于图4(d)和(h)。可以看出，超表面全息图的重建图像与原始图像及理论重建图像吻合良好，从而证实了通过波前工程对圆偏振光进行解耦的可行性。这一结果表明，非对称超构原子结构确实能够打破PB相位的对称性限制，并可为超表面和超材料带来新的见解，推动其在各个领域的应用。

5. 结论

总之，我们利用琼斯矩阵和圆偏振基矢，在理论上建立了描述超构原子波前工程特性的一般公式。分析结果表明，超构原子的非轴对称性导致了

打破 PB 相位的对称性限制。作为一个示例，我们设计了

一种新型二维码超构原子，以打破拓扑轴对称性并实现偏振解耦的 PB 相位调控。此外，我们利用所提出的二维码超原子设计了一个圆偏振复用超表面全息图，以展示对称性破缺的 PB 相位在超表面和超材料的各种应用中的潜力。我们相信，这项研究将从根本上拓展对 PB 相位的理解，并有助于推动电磁结构设计方法的发展，从而实现任意波前工程。

附录 A：琼斯矩阵 *S* 的推导

当左旋圆偏振光束入射到任意超构原子上时，透射光（或反射光）为

$$E_{out} = SE_{in} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = S_{11}\hat{L} + S_{21}\hat{R} = S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{x} - i\hat{y}) + S_{21}\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{x} + i\hat{y}) \quad \text{(A1)}$$

类似地，当右旋圆偏振光束入射时，输出光场可表示为：

$$E_{out} = SE_{in} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = S_{12}\hat{L} + S_{22}\hat{R} = S_{12}\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{x} - i\hat{y}) + S_{22}\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{x} + i\hat{y}) \quad \text{(A2)}$$

我们可以利用线偏振基矢重写上述方程。对于左旋圆偏振入射光束，透射电场为

$$E_{out} = JE_{in} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}i \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2}(J_{11} - iJ_{12})\hat{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}(J_{21} - iJ_{22})\hat{y} \quad \text{(A3)}$$

类似地，对于右旋圆偏振入射光束，可得

$$E_{out} = JE_{in} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2}(J_{11} + iJ_{12})\hat{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}(J_{21} + iJ_{22})\hat{y} \quad \text{(A4)}$$

无论采用圆偏振基矢还是线偏振基矢，上述方程所表示的物理过程均保持不变。因此，我们联立求解方程 (A1)–A(4)，并建立 J 与 S 之间的解析关系，如下所示：

$$\begin{cases} S_{11} = \frac{1}{2}[(J_{11} + J_{22}) - i(J_{12} - J_{21})] \\ S_{21} = \frac{1}{2}[(J_{11} - J_{22}) - i(J_{12} + J_{21})] \\ S_{12} = \frac{1}{2}[(J_{11} - J_{22}) + i(J_{12} + J_{21})] \\ S_{22} = \frac{1}{2}[(J_{11} + J_{22}) + i(J_{12} - J_{21})] \end{cases} \quad \text{(A5)}$$

附录 B：超原子的轴对称性

对于x偏振入射光束，输出光波为

$$\begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = J_{11}\hat{x} + J_{21}\hat{y} \quad \text{(B1)}$$

如果沿着对称轴（例如x轴）对超构原子进行镜像操作，那么琼斯矩阵J'变为（$\begin{matrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21}' & J_{22}' \end{matrix}$），输出则变为

$$\begin{pmatrix} J'_{11} & J'_{12} \\ J'_{21} & J'_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = J'_{11}\hat{x} + J'_{21}\hat{y} \tag{B2}$$

根据镜像操作的性质，y偏振分量实际上经历了 $e^{i\pi}$ 的相位延迟，因此我们得到 $J_{11}\hat{x} = J'_{11}\hat{x}, J_{21}\hat{y} = J'_{21}\hat{y}\cdot e^{i\pi}$，这意味着 $J'_{11} = J_{11}, J'_{21} = -J_{21}$。

类似地，对于y偏振入射光束，我们可以得到 $J'_{12} = -J_{12}$、$J'_{22} = J_{22}$。因此，J与J' 之间的关系可表示为

$$J' = \begin{pmatrix} J'_{11} & J'_{12} \\ J'_{21} & J'_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \tag{B3}$$

对于轴对称超原子，沿其对称轴进行镜像操作不会改变其几何形状。因此，我们得到以下方程：

$$J' = \begin{pmatrix} J'_{11} & J'_{12} \\ J'_{21} & J'_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} = J \tag{B4}$$

这表明 $J_{12} = -J_{12} = 0, J_{21} = -J_{21} = 0$。因此，轴对称超原子的琼斯矩阵$J$可简化为

$$J_{axis-symmetry} = \begin{pmatrix} J_{11} & 0 \\ 0 & J_{22} \end{pmatrix} \tag{B5}$$

此外，如果轴对称超原子旋转角度 θ，那么公式（7）中的相应琼斯矩阵$S(\theta)$可简化为

$$S_{axis-symmetry}(\theta) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} J_{11} + J_{22} & (J_{11} - J_{22})e^{i2\theta} \\ (J_{11} - J_{22})e^{-i2\theta} & J_{11} + J_{22} \end{pmatrix} \tag{B6}$$

经费支持。 国家重点研发计划（2022YFA1404800，2018YFA0306200）；国家自然科学基金委员会

致谢。 感谢 Yong Chen 先生在本研究期间进行的富有成效的讨论并提供帮助。

利益冲突声明。 作者声明不存在任何利益冲突。

数据可用性。 本文所报告结果的基础数据目前尚未公开，但可在合理请求后向作者获取。

参考文献

1. H. T. Chen、A. J. Taylor 和 N. Yu，“超表面综述：物理学与应用”，Rep. Prog. Phys. **79**(7), 076401–076401 (2016)。 2. G. Yoon、T. Tanaka、T. Zentgraf 和 J. Rho，“超表面的最新进展：应用与制备”，J. Phys. D: Appl. Phys. **54**(38), 383002 (2021)。 3. J. P. B. Mueller、N. A. Rubin、R. C. Devlin、B. Groever 和 F. Capasso，“超表面偏振光学：任意正交偏振态的独立相位控制”，《物理评论快报》**118**, 113901 (2017)。 4. A. C. Overvig、S. Shrestha、S. C. Malek、M. Lu、A. Stein、C. Zheng 和 N. Yu，“用于完整、独立调控光振幅与相位的介质超表面”，Light Sci. Appl. **8**, 92 (2019)。 5. S. Pancharatnam，“干涉的广义理论及其应用”，Proc. Ind. Acad. Sci. A **44**, 247–262 (1956)。 6. M. V. Berry，“偏振光的绝热相位与潘查拉特南相位”，J. Mod. Opt. **34**, 1401 (1987)。 7. C. P. Jisha、S. Nolte 和 A. Alberucci，“光学中的几何相位：从波前调控到波导”，Laser Photon. Rev. **15**, 2100003 (2021)。 8. X. Xie、M. Pu、J. Jin、M. Xu、Y. Guo、X. Li、P. Gao、X. Ma 和 X. Luo，“旋转对称超原子中的广义潘查拉特南-贝里相位”，《物理评论快报》**126**, 183902 (2021)。 9. G. Li、S. Zhang 和 T. Zentgraf，“非线性光子超表面”，Nat. Rev. Mater. **2**, 17010 (2017)。

10. G. Li、S. Chen、N. Pholchai、B. Reineke、P. W. H. Wong、E. Y. B. Pun、K. W. Cheah、T. Zentgraf 和 S. Zhang，“谐波产生中非线性相位的连续调控”，《自然·材料》**14**, 607 (2015)。 11. M. Tymchenko、J. S. Gomez-Diaz、J. Lee、N. Nookala、M. A. Belkin 和 A. Alù，“梯度非线性潘查拉特南–贝里超表面”，《物理评论快报》**115**, 207403 (2015)。 12. G. D. Bai、Q. Ma、R. Q. Li、J. Mu、H. B. Jing、L. Zhang 和 T. J. Cui，“通过超表面几何相位实现自旋对称性破缺”，《物理评论应用》**12**(4), 044042 (2019)。 13. R. Ji、X. Xie、X. Guo、Y. Zhao、C. Jin、K. Song、S. Wang、J. Yin、Y. Liu、C. Jiang、C. Yang、X. Zhao 和 W. Lu，“手性辅助的阿哈罗诺夫–阿南丹几何相位超表面，实现自旋解耦相位调制”，《ACS 光子学》**8**, 1847–1855 (2021)。 14. T. Liu、X. Fu、J. Wang、Y. Meng、H. Ma、X. Li、R. Zhu、X. Wang、W. Li、W. Tang、Y. Li 和 S. Qu，“单层非手性超表面，可独立调控左旋和右旋圆偏振的振幅–相位”，《ACS 应用材料与界面》**14**, 33968–33975 (2022)。 15. C. Chen、S. Gao、W. Song、H. Li、S. N. Zhu 和 T. Li，“采用平面手性超构原子的超表面，实现自旋光操控”，《纳米快报》**21**, 1815−1821 (2021)。 16. H. Wang、B. Zhang、C. Han 和 J. Ding，“利用具有非对称偏振解耦超构原子的全介质超表面实现偏振复用波前工程”，《光学快报》**29**, 32377–32387 (2021)。 17. C. Han、B. Zhang、H. Wang、J. Xu 和 J. Ding，“利用深度学习预测由二维码超构原子构成的超材料本征结构”，《光学快报》**47**, 1863–1866 (2022)。 18. A. Taflove 和 S. C. Hagness，《计算电动力学：时域有限差分法》，第 3 版（ Artech House，诺伍德，2005），第354页。 19. E. D. Palik，《固体光学常数手册》（学术出版社，纽约，1985），第566页。 20. R. W. Gerchberg、W. O. Saxton，“从图像与衍射平面图确定相位的实用算法”，《光学》**35**, 237−246 (1972)。