802.11ad波束成形训练的性能分析与增强

Wen Wu，*IEEE*会员，Nan Cheng，*IEEE*会员，Ning Zhang，*IEEE*高级会员，Peng Yang，*IEEE*会员，Khalid Aldubaikhy，Xuemin (Sherman) Shen，*IEEE*会士

arXiv:2301.01140v1 [eess.SY] 2 Jan 2023

摘要——**波束成形（BF）训练对于在站点（STA）与接入点之间建立可靠的毫米波通信连接至关重要。在 IEEE 802.11ad 波束成形训练协议中，所有站点都要竞争有限的波束成形训练机会，即关联波束成形训练（A-BFT）时隙，这会导致严重的碰撞和显著的波束成形训练时延，在密集用户场景中尤为突出。本文首先建立一个**分析模型**，用于评估波束成形训练协议的性能。该分析模型考虑了多种协议组成因素，包括用户密度、A-BFT时隙数以及协议参数，即重试限制和竞争窗口大小。随后，我们推导出平均成功波束成形训练概率、波束成形训练效率和时延。由于推导出的波束成形训练效率是一个隐函数，为揭示系统参数与波束成形训练性能之间的关系，我们还推导出波束成形训练效率的**近似表达式**。理论分析表明，在密集用户场景中，波束成形训练效率会急剧下降。为解决这一问题，我们提出一种**增强方案，根据用户密度自适应地调整协议参数，从而提升密集用户场景中的波束成形训练性能。我们进行了大量仿真，以验证所建立分析模型的准确性。此外，仿真结果表明，在密集用户场景中，所提出的增强方案可将波束成形训练效率提高 35%。**

索引词 – **波束成形训练协议、毫米波、IEEE 802.11ad、增强方案、分析模型。**

I. 引言

虚拟/增强现实游戏 [1], 智慧城市 [2],社交网络 [3], 和大数据分析 [4], [5],等层出不穷、数据需求旺盛的新兴服务，正推动数据流量在不久的将来急剧增长 [6], [7]。Cisco 报告称，未来五年全球移动数据流量将增长七倍。为应对数据洪流，毫米波（mmWave）通信应运而生，它通过利用大片频谱 [8]–[10]，成为最有前景的无线技术，可提供“如同有线”的连接。多项标准化工作、大量商用现成（COTS）产品以及大规模现场试验为毫米波通信的成功铺平了道路。作为首个获批准的毫米波无线局域网（WLAN）标准，IEEE 802.11ad 可提供 7 Gbit/s 的数据速率 [11]。此外，在 802.11ad 基础上持续发展的 IEEE 802.11ay，预计可提供高达 40 Gbit/s 的数据速率 [12]–[14]。

W. Wu 和 X. Shen 任职于加拿大安大略省滑铁卢市 N2L 3G1 的滑铁卢大学电气工程与计算机工程系（电子邮箱：{w77wu、kaldubai、sshen}@uwaterloo.ca）。通信作者：*Peng Yang*。N. Cheng 任职于中国西安 710071 的西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室及通信工程学院（电子邮箱：dr.nan.cheng@ieee.org）；N. Zhang 任职于美国得克萨斯州科珀斯克里斯蒂市 78412 的德克萨斯农工大学科珀斯克里斯蒂分校计算科学系（电子邮箱：ning.zhang@tamucc.edu）；P. Yang 任职于中国武汉 430074 的华中科技大学电子信息与通信学院（电子邮箱：yangpeng@hust.edu.cn）；K. Aldubaikhy 任职于沙特阿拉伯布赖代 52571 的卡西姆大学电气工程系（电子邮箱：khalid@qec.edu.sa）。

毫米波通信不幸地因其高频频段 [15]而遭受严重的自由空间路径损耗。为补偿毫米波通信中的路径损耗，发射机和接收机均采用波束成形（BF）技术，将射频功率集中在狭窄方向上。由于只有在发射机和接收机的波束成形正确对准时才能实现可靠通信，因此需要在发射机与接收机之间执行波束成形训练 过程。若没有适当的波束成形训练，毫米波无线局域网的数据速率可能会从数Gbps降至仅几百Mbps [16]。因此，高效的波束成形训练对于毫米波网络至关重要。

近年来，许多研究探讨了波束成形训练方案，例如基于码本的波束搜索 [17], 、压缩感知方案 [18],以及带外解决方案 [19]。尽管这些研究能够显著提高波束成形训练的效率，但它们主要从物理层角度考察波束成形训练性能。然而，从协议角度来看，波束成形训练的竞争特性却很少受到关注，即多个站点（STAs）必须竞争有限的波束成形训练机会，这会导致严重的冲突，浪费宝贵的波束成形训练机会，并引入额外的波束成形训练时延，尤其是在密集用户场景下 [20]。因此，对波束成形训练协议进行详尽分析，是确定该协议在毫米波网络中适用性的必要步骤。

IEEE802.11ad规定了一种分布式波束成形训练协议。具体而言，波束成形训练时长被划分为若干关联波束成形训练（A-BFT）时隙，所有站点都以竞争与退避的方式，分布式地争用这些有限的A-BFT时隙。然而，对波束成形训练协议的性能进行建模是一项具有挑战性的任务，原因有三点。首先，对波束成形训练协议建模时，应纳入协议的各个组成部分，以揭示不同协议参数之间的关系，这需要理解并刻画该协议。其次，由于波束成形的高方向性特征会导致“聋”问题，即一个站点可能无法察觉其他站点的传输，因此波束成形训练协议不同于传统的基于载波侦听的协议。因此，针对传统微波

无线局域网的现有分析模型并不适用于波束成形训练协议。第三，系统参数（例如用户密度）与波束成形训练性能之间明确的数学关系，对于密集用户场景下的协议优化至关重要。因此，我们认为，建立一个全面的802.11ad波束成形训练协议理论框架十分必要且意义重大。此外，802.11ad最多只提供八个A-BFT时隙，因此在密集用户场景下碰撞概率较高，导致时延增加、波束成形训练效率降低（定义为已成功利用的A-BFT时隙所占的比例）。因此，需要对802.11ad提出增强方案，以改善其在密集用户场景下的性能。

本文研究了 802.11ad 中波束成形训练协议的性能。具体而言，我们旨在回答以下问题：*1*）波束成形训练协议的性能如何；以及 *2*）如何在密集用户场景下进一步提升波束成形训练协议的性能？首先，为评估波束成形训练协议的性能，我们构建了一个二维马尔可夫链分析模型，并将连续碰撞次数和退避时间作为状态。我们的分析结果揭示了 A-BFT时隙数、STA 数量以及协议参数（即重试限制和竞争窗口大小）对波束成形训练协议性能的影响。大量仿真结果验证了所提出分析模型的准确性。其次，基于该分析模型，我们推导出了成功波束成形训练概率、波束成形训练效率和波束成形训练时延的表达式。第三，由于推导出的波束成形训练效率表达式是一个隐函数，为刻画系统参数与波束成形训练性能之间的关系，我们推导出了密集用户场景下波束成形训练效率的近似表达式，该表达式表明，波束成形训练效率取决于 STA 数量与 A-BFT 时隙数之比。特别地，最大波束成形训练效率为 $1/e$。最后，鉴于实际系统中 A-BFT时隙的限制导致密集用户场景下的性能大幅下降，我们提出了一种增强方案，根据用户密度自适应地调整协议参数，以提升波束成形训练性能。我们进行了大量仿真，结果表明，与采用默认参数设置的 802.11ad 相比，该增强方案能够显著提高波束成形训练效率并降低波束成形训练时延。本文的主要贡献总结如下：

- 我们构建了一个精确的分析模型，用于评估波束成形训练协议的性能。基于所提出的分析模型，我们推导出成功波束成形训练概率、波束成形训练效率和平均波束成形训练时延；
- 我们推导出波束成形训练效率的近似表达式，以阐明系统参数与波束成形训练性能之间的关系；
- 我们提出了一种增强方案，以提升密集用户场景下的波束成形训练性能。

本文其余部分安排如下。相关工作将在第二节中回顾。第三节概述 802.11ad 中的波束成形训练过程。第四节给出所提出的分析模型及相应的性能分析。第五节对波束成形训练效率进行近似分析。随后，第 VI 节提出一种适用于高密度用户场景的增强方案。第七节通过大量仿真验证所提出的分析模型和增强方案。第八节给出结论，并讨论未来的研究工作。

II. 相关工作

许多研究致力于提升毫米波网络的性能 [21]–[23]。Yu 等人提出了一种新颖的两阶段算法，通过联合优化传输聚类和路径路由，减少毫米波网状网络中的回程流量 [21]。一项开创性研究提出了一种基于诱导着色技术的快速分组传输调度方案，以应对无线网络中的瑞利衰落干扰 [22]。另一项有趣的研究探讨了联合优化波束发射功率和波束成形增益，以适应毫米波卫星通信中的时变流量 [23]。上述研究着重从资源管理的角度提升网络性能。因此，它们没有考虑波束成形训练对毫米波网络的影响。相比之下，我们的工作旨在从波束成形训练的角度提升毫米波网络性能。

目前已有大量研究致力于设计高效的波束成形训练方案 [17]–[19], [24]–[27]。文献 [17],提出了一种基于码本的搜索方案，在该方案中，每一步都会调整波束宽度，直到确定最优波束。Marzi 等人利用毫米波信道的稀疏特性 [18]，开发了一种低复杂度的基于压缩感知的波束成形训练方法。文献 [19]提出了一种带外方案，利用传统 Wi-Fi信号来减少波束成形训练开销。类似地，文献 [24] 提出了另一种利用低频段无线电信号空间相关性的方法，以提升波束成形训练性能。在另一类研究中，Hassanieh 等人利用定向天线的多臂波束特性 [25]，提出了一种快速波束成形训练方案。Wu 等人开发了一种基于学习的波束成形训练方案 [26], ，利用邻近波束之间的相关结构来加快波束成形训练过程。此外，Zhou 等人针对高机动无人机网状网络提出了一种快速波束成形训练方案 [27], ，能够有效保证毫米波通信链路的鲁棒性。尽管上述工作能够提升波束成形训练的性能，但都没有考虑波束成形训练协议中多个站点之间的竞争。相比之下，我们的工作侧重于从协议角度研究波束成形训练性能。

另一方面， [28]–[32] 中的一些近期研究致力于波束成形训练协议。为缓解用户密集场景下波束成形训练的碰撞问题，一项开创性研究 [28] 提出了在 A-BFT 阶段采用二次退避方案，其中每个站点不仅会选择一个退避

表 I 主要缩略语汇总。

缩略语	描述
A-BFT	关联波束成形训练
AP	接入点
ATI	公告传输间隔
BF	波束成形
BI	信标间隔
BTI	信标传输间隔
DCF	分布式协调功能
DTI	数据传输间隔
MAC	介质访问控制
SSW	扇区扫描
SSW-FB	扇区扫描反馈
STA	站点

A-BFT时隙，还会在该时隙内选择一个二次退避时间，从而减少传输碰撞。Shao等人利用毫米波信道的稀疏性，在 [29]中开发了一种压缩感知方法，可同时为一组站点执行波束成形训练。此外，行业也在努力改进波束成形训练协议。Kim 等人在 [30]中将接入尝试分散到不同时间，以应对用户密集网络中的高碰撞问题。 [31] 中的另一项草案允许不同站点通过多个信道同时进行波束成形训练，以增强波束成形训练能力，但这可能会增加协议信令开销。Jo 等人在 [32] 中提出了一种短扇区扫描（SSW）帧结构，其分组长度比 SSW 帧更短，从而提升 A-BFT时隙内的波束成形训练能力。尽管这些研究为增强波束成形训练提供了高效方案，但或多或少都需要修改协议，因此可能与当前的 802.11ad 不兼容。与这些研究不同，我们并非提出具有独特特点的新方案，而是致力于深入理解 802.11ad 波束成形训练协议。原因有二。首先，802.11ad 建立在成功的 2.4/5 GHz Wi-Fi系统基础上，是毫米波无线局域网中最实用的标准，已广泛应用于许多商用现货毫米波设备。其次，正在制定的 802.11ay 是 802.11ad 的后续标准，旨在增强旧版 802.11ad，同时确保与旧版用户的向后兼容性 [33]。预计 802.11ay 将采用类似的波束成形训练协议，并增加 A-BFT时隙数 [34]。预计 A-BFT时隙数将从 802.11ad 中的 8 个增加到 802.11ay 中的 40 个，以缓解波束成形训练碰撞。因此，我们的分析模型可以直接扩展，用于研究 802.11ay 的性能。

III. 802.11ad 中的波束成形训练

本节首先介绍 802.11ad 中的波束成形训练过程，随后详细说明波束成形训练协议。为了更好地
为便于理解，表 I 汇总了下文使用的缩略语。

A. 波束成形训练过程

我们考虑一个符合802.11ad标准的WLAN网络，其中包含一个接入点（AP）和多个

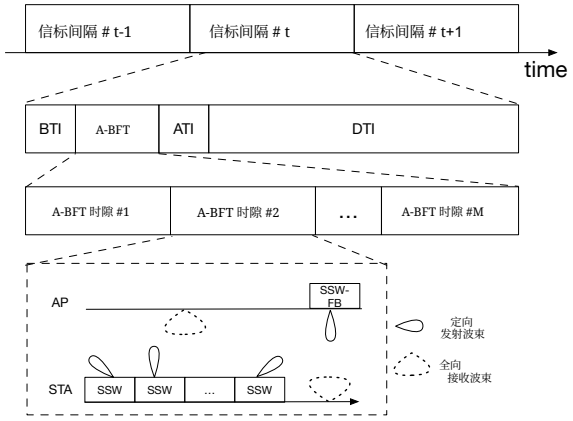


图 1. 802.11ad 信标间隔格式及波束成形训练过程示意图。

站点（STAs）。接入点负责协调网络中的波束成形训练、链路调度和网络同步。接入点和站点均采用定向多千兆位模式，即每个节点都配备了可电控转向的定向天线，能够支持定向传输。

为建立可靠的毫米波通信链路，站点应在每个信标间隔（BI）开始时与接入点进行波束成形训练。如图 1 所示，传输时间划分为多个信标间隔。每个信标间隔又进一步划分为：a) 信标传输间隔（BTI），在此期间接入点与站点进行波束成形训练；b) A-BFT，在此期间所有站点竞争与接入点进行波束成形训练；c) 公告传输间隔（ATI），用于协调数据传输间隔（DTI）中的传输调度；以及 d) DTI，用于定向数据传输 [11]。本文聚焦于 A-BFT 中的波束成形训练。A-BFT 进一步划分为多个 A-BFT时隙，以便为不同站点分别提供波束成形训练机会。具体而言，图 1 展示了 A-BFT 时隙内接入点与站点之间的波束成形训练过程。站点通过不同的定向波束发送多个扇区扫描帧，接入点则通过全向波束接收这些扇区扫描帧。接入点可根据这些定向波束的接收信号强度，确定站点的最佳发射波束。随后，接入点向发送站点发送 SSW 反馈（SSW-FB）帧，以确认波束成形训练成功。请注意，一个 A-BFT时隙仅能为一个站点提供波束成形训练机会。如果两个站点竞争同一个 A-BFT时隙，就会发生冲突 。因此，不会向站点发送 SSW-FB 帧，发送站点也就会意识到发生了冲突。

请注意，上述 A-BFT 中提到的波束成形训练是 802.11ad 整个波束成形训练过程的一部分。由于我们从协议角度关注波束成形训练性能，因此，详细的波束成形训练过程不在本文讨论范围之内。有关更多详情，请参阅 [12] 中的详细综述。

*B. 802.11ad*波束成形训练协议

为了协调多个站点的波束成形训练，802.11ad 规定了一种分布式波束成形训练协议，即

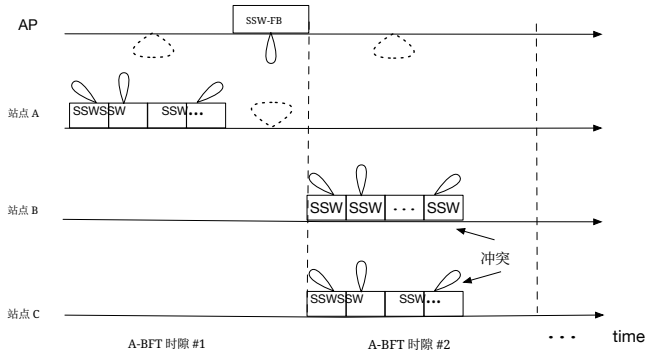


图2. 波束成形训练协议示意图。A-BFT 时隙 #1 中的波束成形训练成功，而 A-BFT 时隙 #2 中的训练失败，因为两个站点同时选择了该 A-BFT 时隙。

每个站点以竞争与退避的方式与接入点进行波束成形训练。该波束成形训练协议包含以下两个步骤。

- 在波束成形训练之前，每个活跃站点都会从范围 $[1, M]$ 中随机选择一个 A-BFT 时隙，用于发送波束成形训练数据包（下文简称为一次传输）。此处， M 表示 A-BFT 时隙的数量。波束成形训练能否成功取决于是否有多个站点选择同一个 A-BFT 时隙。如果一个 A-BFT 时隙仅被一个站点选择，则传输会成功，接入点会发回一个 SSW-FB 帧。如图2所示，站点 *A*在 A-BFT 时隙 #1 中的波束成形训练成功，因为没有其他站点选择该 A-BFT 时隙。反之，如果多个站点选择同一个 A-BFT 时隙，就会发生冲突，接入点不会发回 SSW-FB，例如图2中的站点 *B*和站点 *C* 。
- 波束成形训练后，如果某站点连续发生的冲突次数超过重试限制 R （在 802.11ad 中称为 *dot11RSSRetryLimit* ），该站点将从 $[0, W$ 中均匀随机地选择一个离散退避时间。此处， W 表示竞争窗口大小（在 802.11ad 中称为*dot11RSSBackoff* ）。具体而言，每个站点都会维护一个连续冲突计数器（在 802.11ad 中称为*FailedRSSAttempts* ），用于记录该站点在 A-BFT 中连续发生冲突的次数。每当发生冲突时，连续冲突计数器便加一；否则，在成功传输后，连续冲突计数器将清零。

请注意，只有当退避时间为零时，站点才能传输。每经过一个信标间隔，退避时间就减一。因此，如果某站点的退避时间为 w，则该站点在接下来的 w 个信标间隔内必须暂停传输。由于采用了退避机制，并非所有站点都会竞争 A-BFT 时隙。我们将参与竞争的站点称为活跃站点，而将其他退避时间非零的站点称为非活跃站点。

802.11ad 波束成形训练协议的优势十分显著。首先，波束成形训练协议完全分布式，可随网络规模扩展。其次，波束成形训练协议简单，易于在不同场景下实现。然而，与传统全向无线局域网中广为人知的分布式协调功能（DCF）协议相比，由于缺少载波侦听机制，波束成形训练协议容易发生冲突，尤其是在密集用户场景中。接下来，我们将分析波束成形训练协议的性能。

表II 符号汇总。

符号	描述
p	条件冲突概率
p_s	条件成功传输概率
τ	站点处于活动状态的概率
$C(t)$	时间 t的连续冲突计数器
$B(t)$	时间 t的退避时间
$(r,\ w)$	具有 r 次连续碰撞和 w 退避时间的状态
M	A-BFT时隙数
R	重试限制
D	平均波束成形训练时延
W	竞争窗口大小
S	波束成形训练效率
$\boldsymbol{\pi}$	稳态概率向量
T_{BI}	信标间隔的持续时间
T_{SSW}	扇区扫描帧的持续时间
$\mathbb{Z}^+$	正整数集
F	A-BFT时隙中的SSW帧数量

IV. 分析模型与性能分析

本节首先为 802.11ad波束成形训练协议建立一个二维马尔可夫链分析模型。随后，推导平均成功波束成形训练概率和平均波束成形训练时延。在以下分析中，我们假设网络中的站点数量固定，且物理信道条件理想（即没有传输错误），并采用视距（LOS）通信。理想物理信道条件这一假设在介质访问控制（MAC）协议分析中被广泛采用 [35]–[37]。在理想信道条件下，一次波束成形训练尝试失败的原因仅可能是分组传输碰撞，这简化了 MAC 性能分析，因为无需考虑其他因素（例如解码错误）。这一假设在实际毫米波系统中也合理，因为 802.11ad标准面向室内毫米波通信而设计，其中视距链路占主导地位。短距离视距通信中的信号强度较高，因此传输错误可以忽略不计。现场测量表明，视距通信中的误码率极低 [38]。在非理想物理信道条件下，一次波束成形训练尝试失败的概率（p）是由 MAC 协议导致的分组传输碰撞概率（p_c）与非理想信道条件导致的分组错误概率（p_e）的联合概率，即 $p = 1 - (1 - p_c)(1 - p_e)$ [39]。根据这一关系，我们提出的分析模型可以轻松扩展，用于研究非理想信道条件下的波束成形训练性能。因此，为了更好地阐释波束成形训练协议的性能，本文考虑理想信道条件。此外，我们假设每个站点在每个 BI 都需要执行波束成形训练 [37], [40],

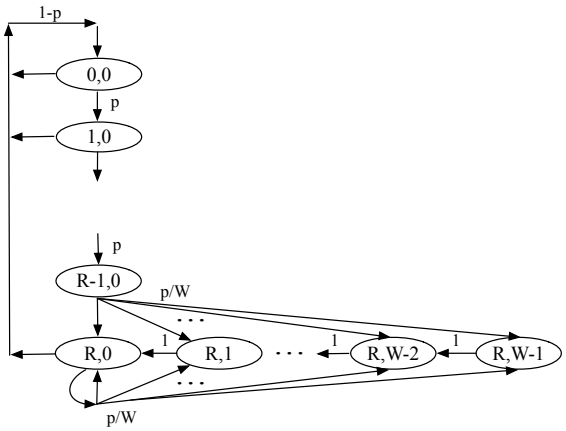


图3. T　二维波束成形训练协议的马尔可夫链模型 p　　协议。

[41]。这一假设对于动态毫米波网络而言是合理的。由于已建立的通信连接会因移动性和阻塞而呈间歇性且持续时间较短，因此会不断触发波束成形训练过程。为便于说明，表II汇总了重要符号。

A. 波束成形训练协议的马尔可夫模型

我们考虑一个离散时隙系统，其中 t 表示第 t 个信标间隔的开始。为了评估波束成形训练协议的性能，我们考察一个标记站点，并用二维马尔可夫链 $\{C(t)\ B(t)\}$表示其状态。令 $C(t) \in [0, R]$ 表示标记站点经历的连续碰撞次数。令 $B(t) \in [0, W-1]$表示标记站点当前的退避时间。例如，状态 $(r,\ w)$表示标记站点已经历r 次连续碰撞，且其当前退避时间为 w。

令 p 表示标记站点的平均碰撞概率。请注意， p 是条件冲突概率，因为只有在标记站点处于活动状态时才会发生冲突。因此， $1-p$ 表示平均条件成功传输概率。状态转移图如图3所示，其由以下事件及相应的单步转移概率决定。

- 发生冲突时，如果连续冲突计数器尚未达到重试限制，则将其加一。站点从状态（$r, 0$）转移到状态（$r+1$,0），相应的转移概率为

$$\mathbb{P}\left(r+1, 0 | r, 0\right) = p, \forall r \in [0, R-2]. \tag{1}$$

- 成功传输后，连续冲突计数器清零。站点从状态（r, 0）转移到状态（0,0）的转移概率如下

$$\mathbb{P}\left(0, 0 | r, 0\right) = 1-p, \forall r \in [0, R]. \tag{2}$$

- 如果连续冲突计数器达到重试限制 R，站点将随机选择一个退避时间 $w \in [0, W-1]$。站点从状态 $(R-1,$ 0) 转移到退避状态 $(R,\ w)$，相应的转移概率为

$$\mathbb{P}\left(R, w | R-1, 0\right) = \frac{p}{W}, \forall w \in [0, W-1]. \tag{3}$$

在接下来的 w 个信标间隔内，站点将被冻结，无法在 A-BFT 中进行传输。

- 每经过一个信标间隔，退避时间减一。站点从状态（R, w）转移到状态（$R, w-1$），一步转移概率为

$$\mathbb{P}\left(R, w-1 | R, w\right) = 1, \forall w \in [1, W-1]. \tag{4}$$

- 连续冲突计数器达到重试限制后将不再递增。传输失败时，站点从状态（R,0）转移到退避状态（R, w），相应的转移概率为

$$\mathbb{P}\left(R, w | R, 0\right) = \frac{p}{W}, \forall w \in [0, W-1]. \tag{5}$$

因此，在接下来的 w 个信标间隔内，站点保持在退避状态。

请注意，退避时间为零的状态称为活跃状态，而其他状态则称为非活跃状态。此处，状态（r, w）的稳态概率定义为

$$\pi_{r,w} = \lim_{t \to \infty} \mathbb{P}\left(C(t) = r, B(t) = w\right) \tag{6}$$

所提出的马尔可夫链对应的稳态概率为$\boldsymbol{\pi}$ $=$ $\{\pi_{0,0}, \pi_{1,0}, ..., \pi_{R-1,0}, \pi_{R,0}, \pi_{R,1}, ..., \pi_{R,W-1}\} \in \mathbb{R}^{(R+W)\times 1}$。令$\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{(R+W)\times(R+W)}$表示状态转移矩阵，其非零元素由式（1）至（5）给出。在数学上，$\boldsymbol{\pi}$ 可通过求解以下平衡方程得到:

$$\mathbf{P}\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi} \tag{7a}$$

$$\sum_{r=0}^{R} \sum_{w=0}^{W-1} \pi_{r,w} = 1 \tag{7b}$$

其中，式（7b）体现了所有稳态概率之和为 1 这一事实。

备注 *1*：我们提出的分析模型与著名的 Bianchi模型 [37] 有以下两点不同。首先，退避机制不同。在 Bianchi模型中，站点每次发生冲突后都会退避，而在我们的模型中，只有连续冲突计数器超过重试限制时，站点才会退避。其次，在 Bianchi模型中，竞争窗口大小随连续碰撞次数增加，而在我们的模型中，竞争窗口大小固定。

B. 成功波束成形训练概率

基于我们的分析模型，我们首先推导出稳态概率的闭式表达式，然后得到成功波束成形训练概率。

定理*1*：所提出的马尔可夫链的稳态概率可表示为

$$\pi_{r,w} = \begin{cases} \dfrac{p^r\left(1-p\right)}{p^R\left(W-1\right)/2+1}, \forall r \in [0, R-1], w = 0 \\ \dfrac{\left(W-w\right)p^R}{W\left(p^R\left(W-1\right)/2+1\right)}, \forall r = R, w \in [0, W-1]. \end{cases} \tag{8}$$

证明*1:* 详细证明见附录A。

定理1中的所有稳态概率均由 p 表示， p 是未知条件碰撞概率。接下来，将求出 p的值。

站点处于激活状态的概率为

$$\tau=\sum_{r=0}^{R}\pi_{r,0}=\frac{1}{p^{R}\left(W-1\right)/2+1}. \tag{9}$$

从站点的角度来看，只有当其他活跃站点选择其他A-BFT时隙进行传输或处于非活跃状态时，才会发生成功传输。因此，给定某站点处于激活状态时，其条件成功传输概率为

$$\begin{aligned} p_s&=\left(\tau\left(1-\frac{1}{M}\right)+1-\tau\right)^{N-1}\\ &=\left(1-\frac{\tau}{M}\right)^{N-1}\\ &=\left(1-\frac{1}{M\left(p^{R}\left(W-1\right)/2+1\right)}\right)^{N-1}. \end{aligned} \tag{10}$$

最后一步是通过代入式 (9) 得出的。

由于 $p_s+p=1$，我们可以得到以下方程:

$$\left(1-\frac{1}{M\left(p^{R}\left(W-1\right)/2+1\right)}\right)^{N-1}+p-1=0. \tag{11}$$

条件冲突概率 p 可通过求解式 (11) 得到。然而，由于涉及求和与排列，式 (11) 是一个隐函数，因此难以获得闭式解。这里，我们采用数值方法求得 p。更重要的是，式 (11) 表明，条件冲突概率 p 取决于重试限制 R、竞争窗口大小 W、A-BFT时隙数 M 和 STA 数量 N。显然，这些参数彼此紧密耦合，给进一步分析波束成形训练效率带来了挑战。

利用所得的 p，可以通过以下方式计算成功传输概率。由于 $1-p$ 表示站点处于活动状态时的条件成功传输概率，因此成功传输概率表示如下:

$$\hat{p}_s=(1-p)\,\tau \tag{12}$$

这也表示成功波束成形训练概率。

C. 平均波束成形训练时延

除了平均成功波束成形训练概率之外，波束成形训练时延也是该协议的另一个重要性能指标。平均波束成形训练时延表示直到成功传输所耗费的平均时间。考虑成功传输前的连续碰撞，平均波束成形训练时延可表示为

$$\begin{aligned} D&=\sum_{i=0}^{\infty}\mathbb{P}\left(\text{Success}|\text{Collisions}=i\right)\mathbb{E}\left[D_i\right]\\ &=\sum_{i=0}^{\infty}\left(1-p\right)p^{i}\mathbb{E}\left[D_i\right] \end{aligned} \tag{13}$$

其中， $\mathbb{E}[D_i]$ 表示经历 i 次连续碰撞后成功传输的波束成形训练时延。请注意，如果连续碰撞次数超过重试限制，站点将被冻结，无法传输，并等待一段退避时间。因此，可以根据连续碰撞次数，将 $\mathbb{E}[D_i]$ 的计算分为以下两种情况:

- When $i<R$, $\mathbb{E}\left[D_i\right]$ can be represented by

$$\mathbb{E}\left[D_i\right]=i\cdot T_{BI}+F\cdot T_{SSW}=T_{BI}\left(i+\alpha\right) \tag{14}$$

其中， $\alpha=F\cdot T_{SSW}/T_{BI}$。这里， T_{BI}和 T_{SSW}分别表示一个信标间隔的时长和一个SSW帧的时长。式（14）中的第一项表示成功传输前因 i次连续碰撞造成的时延。根据波束成形训练协议，如果发生碰撞，发生碰撞的站点必须等到下一个信标间隔才能发起传输尝试，这会使时延增加一个完整的BI时长。式（14）中的第二项表示成功传输所需的时延。如图2所示，成功的波束成形训练过程由 F 个SSW帧组成（在802.11ad中称为*FSS* 字段），相应的波束成形训练时延为 $F\cdot T_{SSW}$。根据式（14），当连续碰撞次数小于 R时，站点的平均波束成形训练时延为

$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^{R-1}\left(1-p\right)p^{i}\mathbb{E}\left[D_i\right]\\ &=\sum_{i=0}^{R-1}\left(1-p\right)p^{i}\left(i+\alpha\right)T_{BI}\\ &=T_{BI}\left(1-p\right)\left(\sum_{i=0}^{R-1}p^{i}\cdot i+\alpha\sum_{i=0}^{R-1}p^{i}\right)\\ &=T_{BI}\left(\frac{p^{R+1}\left(R-1\right)-Rp^{R}+p}{1-p}+\left(1-p^{R}\right)\alpha\right). \end{aligned} \tag{15}$$

- 当 $i\geq R$ 时，每次冲突都会导致额外的 w 个信标间隔的随机退避时间，因此 $\mathbb{E}\left[D_i\right]$ 为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\left[D_i\right]&=((i-R+1)(\mathbb{E}\left[w\right]+1)+R-1)T_{BI}+F\cdot T_{SSW}\\ &=T_{BI}\left((i-R+1)(\mathbb{E}\left[w\right]+1)+R-1+\alpha\right) \end{aligned} \tag{16}$$

其中， $\mathbb{E}\left[w\right]$ 表示平均退避时间。当连续碰撞次数超过

R时，波束成形训练时延可表示为

$$\begin{aligned}&\sum_{i=R}^{\infty}(1-p)\,p^{i}\mathbb{E}\left[D_i\right]\\&=\sum_{i=R}^{\infty}T_{BI}\,(1-p)\,p^{i}\,((i-R+1)(\mathbb{E}\left[w\right]+1)\\&+R-1+\alpha)\\&\overset{(a)}{=}\sum_{j=0}^{\infty}T_{BI}\,(1-p)\,p^{R+j}\,((j+1)\,(\mathbb{E}\left[w\right]+1)\\&+R-1+\alpha)\\&=T_{BI}\,(1-p)\,p^{R}\left((\mathbb{E}\left[w\right]+1)\sum_{j=0}^{\infty}p^{j}\cdot j\right.\\&\left.+\left((\mathbb{E}\left[w\right]+1)+R-1+\alpha\right)\sum_{j=0}^{\infty}p^{j}\right)\\&\overset{(b)}{=}T_{BI}\cdot p^{R}\left(\frac{W+1}{2(1-p)}+R+\alpha-1\right)\end{aligned}\tag{17}$$

其中，(*a*) 是通过变量替换 $j=i-R$ 得出的；是 (*b*) 将 $\mathbb{E}\left[w\right]=(W-1)/2$ 代入后得到的。

综合考虑上述两种情况，可得式 (13) 中的平均波束成形训练时延如下：

$$\begin{aligned}D&=\sum_{i=0}^{R-1}(1-p)\,p^{i}\mathbb{E}\left[D_i\right]+\sum_{i=R}^{\infty}(1-p)\,p^{i}\mathbb{E}\left[D_i\right]\\&=T_{BI}\left(\frac{p^{R+1}\,(R-1)-Rp^{R}+p}{1-p}+\left(1-p^{R}\right)\alpha\right)\\&+T_{BI}p^{R}\left(\frac{W+1}{2(1-p)}+R+\alpha-1\right)\\&=T_{BI}\left(\frac{p^{R}(W-1)/2+p}{1-p}+a\right).\end{aligned}\tag{18}$$

式 (18) 表明，波束成形训练时延取决于碰撞概率 p、重试限制 R 和竞争窗口大小 W。显然，随着碰撞概率增大，波束成形训练时延也会增加，因为严重的碰撞会导致网络中大量重传。

V. 波束成形训练效率分析

A. 近似波束成形训练效率

由于平均成功传输概率为 $p_s\tau$，成功进行波束成形训练的 STA 平均数量为 $p_s\tau N$。协议的 波束成形训练效率表示成功利用的 A-BFT时隙所占的百分比，其定义如下：

$$\begin{aligned}S&=\frac{p_s\tau N}{M}\\&=\left(1-\frac{\tau}{M}\right)^{N-1}\frac{\tau N}{M}\end{aligned}\tag{19}$$

其中，最后一步是将（10）代入所得。由于 τ 取决于协议参数，上述公式刻画了站点数量、A-BFT时隙数和协议参数对波束成形训练效率的影响。

根据 (19)，很难得出协议参数与波束成形训练效率之间的明确关系。这是因为 (19) 是关于 τ、 N 和 M 的复杂函数。为了便于进行性能分析，我们需要波束成形训练效率的近似表达式。根据 (10)，对于大量站点，条件成功传输概率可近似为

$$\begin{aligned}\hat{p}_s&=\left(1-\frac{\tau}{M}\right)^{N-1}\\&\overset{(a)}{\approx}\left(1-\frac{\tau}{M}\right)^{N}\\&=\left(\left(1-\frac{\tau}{M}\right)^{M/\tau}\right)^{N\tau/M}\\&\overset{(b)}{\approx}e^{-N\tau/M}\end{aligned}\tag{20}$$

其中，当 N 足够大时，可得到 (*a*)。由于我们考虑的是密集用户场景，这一条件很容易满足，因此该近似是有效的；而 (*b*) 则由方程 $\lim_{n\to\infty}(1-1/n)^{n}=1/e$ 得出，其中 $n=M/\tau$ 在密集用户场景下足够大。这里，(20) 表明平均成功传输概率取决于 N/M。

将 (20) 代入 (19)，当站点数量足够大时，波束成形训练效率的近似值可表示如下：

$$\hat{S}=\frac{\tau N}{M}e^{-\tau N/M}.\tag{21}$$

式（21）刻画了波束成形训练效率与系统参数之间的近似关系，并为密集用户场景下的协议设计提供了以下重要见解。首先，密集用户场景中的波束成形训练效率取决于站点数与 A-BFT时隙数之比，即 N/M。因此，根据站点数自适应地增加 A-BFT时隙数，是保持较高波束成形训练效率的有效解决方案。其次，通过进一步分析式（21）可知，当 $\tau N/M$ 小于 1 时，波束成形训练效率会随其增加而提高；当 $\tau N/M$ 大于 1 时，波束成形训练效率则会随其增加而降低。对于 A-BFT时隙数固定的实际系统，在密集用户场景中，波束成形训练效率会随着用户密度的增加而降低。第三，由于 τ 由协议参数决定，波束成形训练效率也会受到协议参数的影响。因此，我们可以得出结论：默认的协议参数设置并非在不同用户密度场景下始终最优，这意味着应根据用户密度调整协议参数。图8中的仿真结果验证了该近似的准确性。

B. 最大波束成形训练效率

基于近似的波束成形训练效率，我们旨在分析密集用户场景下的最大波束成形训练效率 。最大波束成形训练效率是波束成形训练协议的最大吞吐量，它

为 802.11ad 波束成形训练协议的容量提供了理论见解。由于网络中的站点数量无法控制，因此我们根据站点数量优化 A-BFT时隙数，以最大化波束成形训练效率。在此，我们假设 A-BFT时隙数充足。A-BFT时隙数受限时的问题将在下一节讨论。波束成形训练效率最大化问题可表述如下：

$$\begin{aligned} \mathcal{P}1: \max_{M} \quad & \hat{S} \\ \text{s.t.} \quad & M \in \mathbb{Z}^{+}. \end{aligned} \tag{22}$$

该约束表明，A-BFT时隙数取正整数。因此，问题 (22) 是一个整数规划问题。为求解该问题，我们首先将整数约束放宽为非整数约束。然后，通过对 (21) 求导即可轻松求解该优化问题。达到最大波束成形训练效率的相应条件为

$$M^{\star} = \tau N. \tag{23}$$

条件 (23) 对协议设计提供了一个有趣的见解：为使波束成形训练效率最大化，网络中的 A-BFT时隙数应等于活跃站点数 (τN)。换言之，网络应为所有活跃用户提供相同数量的 A-BFT时隙。

在满足条件 (23) 时，最大波束成形训练效率为

$$\hat{S}^{\star} = e^{-1}. \tag{24}$$

由于 τ 取决于协议参数，因此 A-BFT时隙的最优数量也取决于协议参数。当满足条件 (23) 时，根据 (20)，有 $p = 1 - 1/e$。然后，根据 (9)，(23) 可改写为

$$M^{\star} = \frac{N}{\left(1 - e^{-1}\right)^{R} \left(W - 1\right)/2 + 1}. \tag{25}$$

这刻画了 A-BFT时隙的最优数量与协议参数（R 和 W）之间的关系。进一步分析式（25）可知，随着 R 减小以及 W增大，A-BFT时隙的最优数量会减少。为在 A-BFT时隙有限的情况下实现最大波束成形训练效率，我们应选择较小的 R 和较大的 W。协议参数的详细优化见第VI节。

注*2*：对最大波束成形训练效率的近似分析揭示了波束成形训练协议性能的两个重要见解。首先，最大波束成形训练效率仅为 $1/e$。由于波束成形训练过程中存在严重的碰撞，波束成形训练效率较低。其次，要实现最大波束成形训练效率，最佳 A-BFT时隙数应等于网络中的活跃站点数。活跃站点数与 A-BFT时隙数不匹配会导致性能下降。

VI. 增强方案

本节提出一种增强方案，以提升密集用户场景下的波束成形训练性能。此前的分析表明，波束成形训练效率取决于 STA 数量与 A-BFT时隙数之比。然而，当前 802.11ad 中的 A-BFT时隙数受到限制。具体而言，802.11ad 在波束成形训练中最多仅提供 8 个 A-BFT时隙。尽管未来的 802.11ay 将 A-BFT时隙数增加到 40 个，但 A-BFT时隙数仍然有限 [34]。A-BFT时隙的限制导致密集用户场景下的性能下降。

为提高高密度用户网络中的波束成形训练效率，我们提出一种增强方案，即根据网络中的用户密度调整协议参数（R 和 W）。增强方案的依据是，调整协议参数可以决定站点在 τ时处于活跃状态的概率，从而使活跃站点的数量与所提供的 A-BFT时隙数相当。我们的解析结果也验证了这一依据。由于在式（9）中，$\tau = 1/\left(p^{R}\left(W-1\right)/2+1\right)$，$\tau$会随 R的减小而减小；也就是说，较小的重试限制会使站点更容易进入退避状态，从而减少网络中的活跃站点数量。此外，τ也会随 W的减小而减小，因为较大的竞争窗口会使站点在更长时间内保持非活跃状态。因此，根据用户密度自适应地调整协议参数，是解决密集用户场景问题的有效方案。

所提出的增强方案主要包括两个步骤。首先，接入点获取网络中的站点数量。其次，接入点根据网络中的站点数量，配置波束成形训练协议的最优参数设置，并向网络中的所有站点广播协议参数。增强方案的关键在于确定最优协议参数，这些参数可通过求解以下以最大化波束成形训练效率为目标的优化问题获得：

$$\begin{aligned} \mathcal{P}2: \max_{R,W} \quad & S \\ \text{s.t.} \quad & 1 \le W \le W_{max}, W \in \mathbb{Z}^{+} && \text{(26a)} \\ & 1 \le R \le R_{max}, R \in \mathbb{Z}^{+} && \text{(26b)} \end{aligned}$$

其中，W_{max} 表示最大竞争窗口大小，用于避免无限退避时间。同样，R_{max} 表示重试限制的最大值。

由于以下两个原因，这个问题具有挑战性，难以求解。首先，优化变量满足整数约束。其次，目标函数是非凸的。这是因为 S 是关于 R和 W的隐函数，因为两个变量 R 和 W 根据式（11）相互耦合。因此，问题 $\mathcal{P}2$ 是一个整数非凸问题，难以获得最优解。不过，由于协议参数可能的组合数量有限，我们可以通过穷举搜索法 [36]求解此问题。由于 W 取正

表 III 仿真参数 [11], [32]。

参数	数值
BI 时长（T_{BI}）	100 毫秒
SSW 帧时长（T_{SSW}）	15.8 微秒
STA 数量（N）	[8, 32]
A-BFT时隙数（M）	8
重试限制（R）	8
竞争窗口大小（W）	8
一个 A-BFT时隙中的 SSW帧数量（F）	16
频段	60 GHz
最大重试次数 (R_{max})	20
最大竞争窗口大小 (W_{max})	20

整数值且范围为 $(0, W_{max}]$，W 可取的值的数量为 W_{max}。类似地，对于整数变量$R \in (0, R_{max}]$，R 可取的值的数量为 R_{max}。这样，R 和 W 可能的组合数量为 $R_{max}W_{max}$。为了获得最优值，穷举搜索法需要枚举 $R_{max}W_{max}$种组合。因此，穷举搜索法的计算复杂度为 $O(W_{max}R_{max})$。此外，为了减少计算时间，可以针对不同的站点数量离线计算最优协议参数，并将其作为表格加载到接入点中。然后，接入点可根据其覆盖范围内的站点数量查找该表，以低复杂度获得最优协议参数。

VII. 仿真结果

本节通过大量蒙特卡洛仿真，评估所提出的分析模型和增强方案。

A. 仿真设置

我们基于使用 Matlab 编写的离散事件模拟器验证所提出的分析模型。我们考虑一个在免许可60 GHz频段运行的802.11ad系统。具体而言，我们仿真 10,000 个信标间隔，并研究感兴趣的统计特性。根据实际802.11ad系统中的典型取值，BI 时长设为 100 ms。除非另有说明，我们根据802.11ad标准 [11] 的默认配置设置 $M = 8$、$W = 8$ 和 $R = 8$。其他重要的仿真参数列于表 III。对于每项实验，我们进行 1000 次仿真，并为每个仿真点绘制 95% 置信区间。

B. 分析模型验证

图 4 展示了在 $M = 8$，12，16 条件下，成功波束成形训练概率随 STA 数量的变化情况。可以看出，我们的分析模型所得结果与仿真结果高度吻合。正如预期的那样，在用户场景更密集时，成功波束成形训练概率更低，因为更多站点需要竞争有限的 A-BFT时隙。随着 STA 数量从 4 增加到 32，成功波束成形训练概率从 80% 以上降至 20% 以下。此外，随着 A-BFT时隙数（M) 增加时，由于提供了更多 A-BFT时隙，成功波束成形训练概率也随之提高。结果验证了

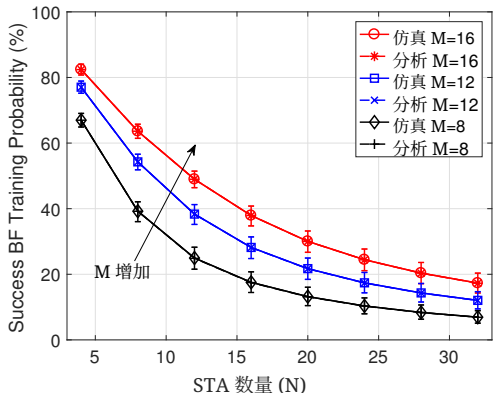


图4. 不同 STA 数量下的波束成形训练成功概率。

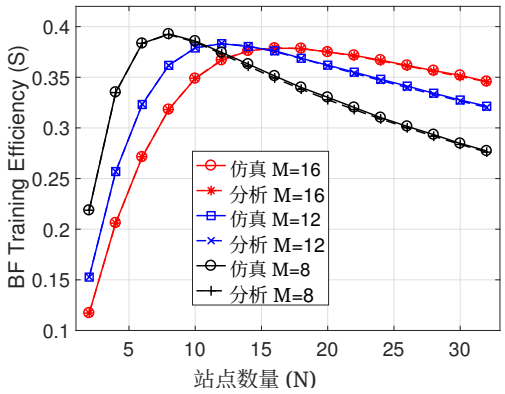


图5. 不同 STA 数量下的波束成形训练效率。

成功波束成形训练概率主要取决于站点数量和 A-BFT时隙数量。请注意，图 4–7 中所示的解析结果是通过对式 (11) 进行数值求解得到的，而非使用仅在站点数量较大时才有效的式 (20) 中的近似。因此，即使站点数量较少，所示结果仍然准确。

图5进一步展示了不同 STA 数量下的波束成形训练效率。可以得出几个重要结论。首先，仿真结果与解析结果高度吻合，进一步验证了我们的分析模型。其次，波束成形训练效率呈钟形变化。这有两个原因：a）在用户密度较低的场景中，许多 A-BFT时隙未被利用；b）在用户密度较高的场景中，发生了严重冲突，导致波束成形训练效率较低。因此，为了达到最大波束成形训练效率，应谨慎选择 A-BFT时隙数。第三，与 A-BFT时隙较少的系统相比，A-BFT时隙较多的系统能够实现更高的波束成形训练效率。例如，在一个高密度用户场景（$N = 32$）中，$M = 16$ 的波束成形训练效率比 $M = 8$高 25%。这是因为更多的 A-BFT时隙能够有效缓解密集用户场景中的碰撞问题。最后，我们可以观察到，最大波束成形训练效率约为 $1/e$(0.37)，这与我们的解析结果一致。

图6展示了 STA 数量对平均波束成形训练时延的影响。可以看出，仿真结果与式（18）中的解析结果一致。显然，

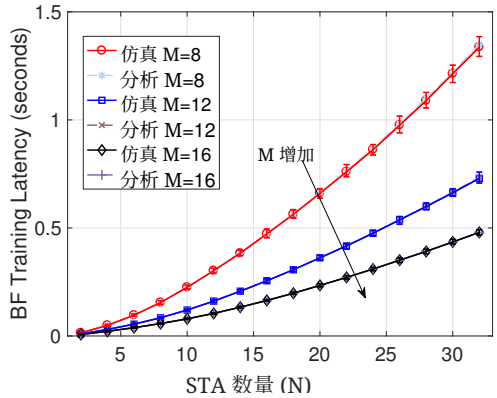


图 6. 不同站点数量下的平均波束成形训练时延。

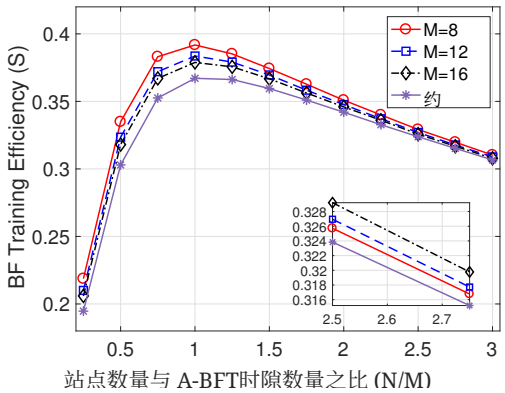


图8. 不同站点数量与A-BFT时隙数量之比下的波束成形训练效率。

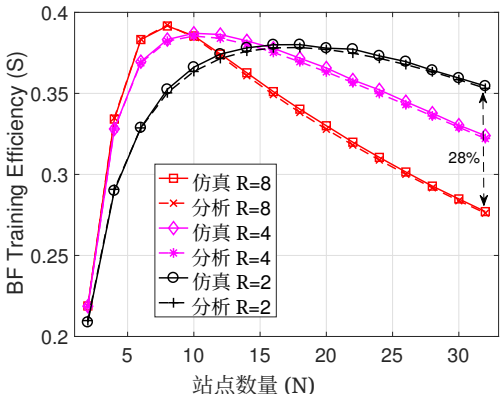
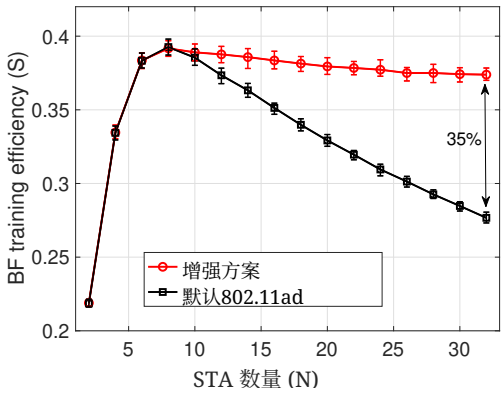
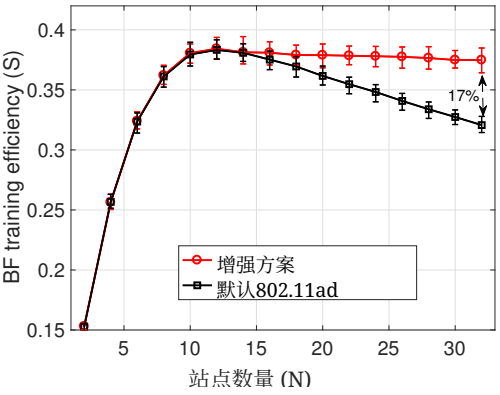


图7. 不同重试限制值下的波束成形训练效率。



(a) M=8



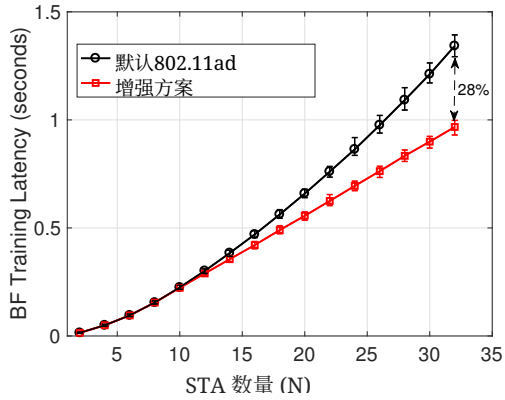
(b) M=12

图9. 不同系统参数下波束成形训练效率的比较。

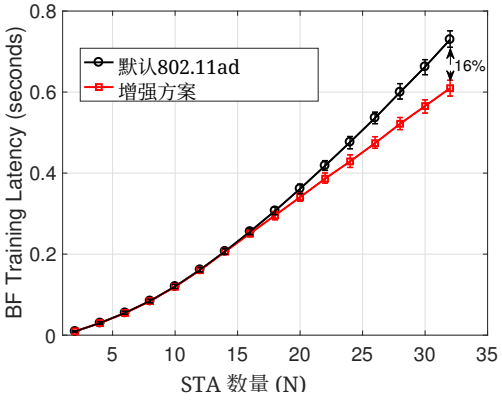
波束成形训练时延会随 STA 数量增加而增大。这是因为在密集用户场景中，遭遇严重冲突的站点需要大量重传。此外，随着 A-BFT时隙数量增加，平均波束成形训练时延会降低。具体而言，当 $N = 32$ 时，$M = 8$ 的平均波束成形训练时延最高可达 1.3 秒，比 $M = 16$ 高 150%。因此，增加 A-BFT时隙数量可以有效降低波束成形训练时延。

图7展示了重试限制值对波束成形训练效率的影响。具体而言，在高密度用户场景中，重试限制值较小的协议比重试限制值较大的协议具有更高的波束成形训练效率。例如，当 $N = 32$ 时，针对 $R = 2$ 的协议相比针对 $R = 8$ 的协议，性能提升约为 28%。这是因为较小的重试限制值使站点更容易进入退避状态。因此，参与竞争A-BFT时隙的活跃站点更少，从而提高了高密度用户场景下的波束成形训练效率。更重要的是，由于 $R = 8$ 是重试限制的默认配置，我们认为默认协议配置在高密度用户场景下并非最优。根据用户密度自适应调整协议参数，是提高波束成形训练效率的一种潜在解决方案。

如图8所示，我们以站点数量与 A-BFT时隙数量之比来展示波束成形训练效率。对于相同比值，波束成形训练效率不同数量的 A-BFT 时隙和站点对应的结果非常接近，这与我们的分析结果一致：波束成形训练效率主要取决于竞争站点数与所提供的 A-BFT 时隙数之比。此外，随着 M 增大，仿真结果与式（21）中的近似值之间的差距逐渐缩小。在密集用户场景中，即该比值大于 2 时，这一差距可以忽略不计，从而验证了近似的准确性。



(a) M=8



(b) M=12

图 10. 不同系统参数下的平均波束成形训练时延比较。

C. 增强方案评估

在本小节中，我们通过与默认802.11ad波束成形训练协议进行比较，评估所提出增强方案的性能；该协议中，R 和 W 均采用默认配置。

我们首先在图 9 中评估所提出增强方案的波束成形训练效率。从仿真结果中可以得到几个重要结论。首先，与基准方案相比，所提出的增强方案能够显著提高密集用户场景下的波束成形训练效率，如图 9(a) 所示。具体而言，我们展示了当 $N = 32$ 时可实现 35% 的性能提升。其主要原因在于，所提出的方案能够根据用户密度调整协议参数，从而获得最佳性能。其次，随着 A-BFT时隙数增加，两种方案之间的性能差距逐渐缩小。如图 9(b) 中针对 $M = 12$ 的结果所示，与默认802.11ad相比，所提出的增强方案仅能实现 17% 的性能提升。因此，仿真结果表明，所提出的增强方案更适用于 A-BFT时隙不足的密集用户场景。

然后，我们比较了所提出的增强方案与默认802.11ad协议在 $M = 8$，12下的平均波束成形训练时延，如图10所示。由于碰撞概率增加，两种方案的平均波束成形训练时延均随着STA数量的增加而增加

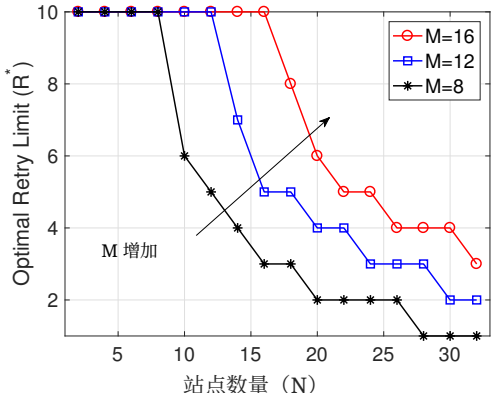


图 11. 重试限制的最优值与 STA 数量的关系。

。与默认802.11ad相比，所提出的方案能够显著降低时延。具体而言，对于较大的STA数量（$N = 32$），如图10(a)所示，时延可明显降低28%。与波束成形训练效率类似，随着A-BFT时隙数增加，平均波束成形训练时延方面的性能增益会降低，因为A-BFT时隙数的增加缓解了冲突。如图10(b)所示，对于 $M = 12$，当 $N = 32$时，所提出的方案仍可将时延降低16%，进一步验证了所提出方案的有效性。

最后，图 11 展示了当 $M = 8$、12、16 时，重试限制的最优值随 STA 数量的变化情况。重试限制的最优值会随着 STA 数量的增加而降低。仿真结果表明，在高密度用户场景中，较小的重试限制值更为理想。例如，对于 $M = 8$，当 STA 数量大于 28 时，重试限制的最优值降至 1。原因在于，在高密度用户场景中，较小的重试限制值会使站点更容易进入退避状态，从而降低冲突概率，提高波束成形训练效率。此外，随着 A-BFT时隙数量增加，波束成形训练过程中的拥塞程度会降低，因此应选择较大的重试限制值。例如，当 $N = 32$ 时，对于$M = 16$，重试限制的最优值为 3，高于 $M = 8$ 对应的值。

VIII. 结论与未来工作

本文研究了 802.11ad 中的波束成形训练协议性能。我们建立了一个精确的分析模型，用于分析波束成形训练效率和时延，并通过大量仿真结果进行了验证。理论分析揭示了各种协议组成部分（包括 A-BFT时隙数、用户密度和协议参数）对波束成形训练性能的影响。为提升密集用户场景下的波束成形训练性能，我们提出了一种增强方案，可有效提高波束成形训练效率并降低波束成形训练时延。

由于预计 802.11ay 将采用类似的波束成形训练协议，因此所提出的分析模型可以轻松扩展到未来的 802.11ay 系统。这项工作可视为对毫米波网络中

波束成形训练协议性能分析的一次有效尝试。未来，我们将研究该协议在移动场景下的性能。

IX. 致谢

本研究由华为加拿大有限公司提供经费支持。作者感谢华为加拿大的 Yan Xin、Osama Aboul-Magd 和 Edward Au 提供宝贵的建议和意见。作者感谢 Qinghua Shen 和 Miao Wang（迈阿密大学）对论文提出的宝贵反馈和建议。

附录

A. 定理*1*的证明

根据所提出的分析模型，可以通过以下三个步骤求解稳态概率向量。

首先，根据式（1）中的一步转移概率，我们知道 $\pi_{r+1,0}=p\cdot\pi_{r,0},\forall r\in[0,R-2]$。因此，状态（$R-1$,0）下的稳态概率可表示为

$$\pi_{R-1,0}=p^{R-1}\pi_{0,0}. \tag{27}$$

其次，根据退避状态 (3)–(5) 中的一步转移概率，退避状态的稳态概率可表示如下:

$$\pi_{R,w}=\frac{(W-w)\,p}{W}\left(\pi_{R,0}+\pi_{R-1,0}\right),\forall w\in[0,W-1]. \tag{28}$$

具体而言，将 $w=0$ 代入 (28) 可得 $\pi_{R,0}=\frac{p}{1-p}\pi_{R-1,0}$。因此，根据 (27)，(28) 可改写为

$$\begin{aligned}\pi_{R,w}&=\frac{(W-w)\,p}{W\,(1-p)}\pi_{R-1,0}\\&=\frac{(W-w)\,p^{R}}{W\,(1-p)}\pi_{0,0},\forall w\in[0,W-1].\end{aligned} \tag{29}$$

最后，将 (27) 和 (29) 代入 (7b)，可解得 $\pi_{0,0}$

$$\pi_{0,0}=\frac{(1-p)}{p^{R}\,(W-1)/2+1}. \tag{30}$$

由于其他稳态概率可表示为 $\pi_{0,0}$，如 (27) 和 (29) 所示，定理1得证。

参考文献

[1] O. Abari、D. Bharadia、A. Duffield 和 D. Katabi，“实现高质量无线虚拟现实”，载于 *Proc.USENIXNSDI*，2017年，第531–544页。[2] J. Wang、L. Zhao、J. Liu 和 N. Kato，“移动边缘计算的智能资源分配：一种深度强化学习方法”，*IEEE Trans. Emerg. Topics Comput.*，doi: 10.1109/TETC.2019.2902661，2019年。[3] K. Ota、M. Dong、J. Gui 和 A. Liu，“QUOIN：群智感知网络的激励机制”，*IEEE Network*，第32卷，第2期，第114–119页，2018年3/4月。[4] H. Li、K. Ota、M. Dong 和 M. Guo，“利用多个接入点的 Wi-Fi信道状态信息学习人类活动”，*IEEE*通信杂志，第56卷，第5期，第124–129页，2018年5月。[5] H. Li、K. Ota 和 M. Dong，“ECCN：5G无线接入网中边缘中心化计算与内容中心化网络的编排”，*IEEE*无线通信，第25卷，第3期，第88–93页，2018年6月。[6] X. Shen、J. Gao、W. Wu、K. Lyu、M. Li、W. Zhuang、X. Li 和 J. Rao，“基于人工智能辅助网络切片的下一代无线网络”，*IEEE Open Journal of Vehicular Technology*，第1卷，66，2020 1，45第。–。

[7] N. Kato、Z. M. Fadlullah、B. Mao、F. Tang、O. Akashi、T. Inoue 和 K. Mizutani，“异构网络流量控制的深度学习愿景：提案、挑战与未来展望”，IEEE无线通信，第24卷，第3期，第146–153页，2016年6月。[8] J. Zhao、F. Gao、Q. Wu、S. Jin、Y. Wu 和 W. Jia，“搭载于无人机上的移动中卫星通信系统的大规模天线阵列波束跟踪”，IEEE通信选定领域期刊，第36卷，第2期，第363–375页，2018年2月。[9] W. Peng、W. Gao 和 J. Liu，“ 面向智慧城市的人工智能赋能大规模设备多址接入 ”，IEEE 物联网期刊，第6卷，第5期，第7623–7634页，2019年10月。[10] L. Zhao、J. Wang、J. Liu 和 N. Kato，“智慧城市中的人群管理路由：深度强化学习视角”，IEEE通信杂志，第57卷，第4期，第88–93页，2019年4月。[11] I EEE标准协会，“IEEE 802.11ad-2012标准：60 GHz频段超高吞吐量增强”，2012年。[12] P. Zhou、K. Cheng、X. Han、X. Fang、Y. Fang、R. He、Y. Long 和 Y. Liu，“基于IEEE 802.11ay的毫米波无线局域网：设计挑战与解决方案”，IEEE通信调查与教程，第20卷，第3期，第1654–1681页，2018年第三季度。[13] W. Wu、N. Zhang、N. Cheng、Y. Tang、K. Aldubaikhy 和 X. Shen，“利用D2D辅助协作边缘缓存增强毫米波密集蜂窝网络”，IEEE车辆技术汇刊，第68卷，第4期，第3890–3904页，2019年4月。[14] N. Cheng、F. Lyu、W. Quan、C. Zhou、H. He、W. Shi 和 X. Shen，“面向物联网应用的空间/空中辅助计算卸载：基于学习的方法”，IEEE通信选定领域期刊，第37卷，第5期，第1117–1129页，2019年5月。[15] W. Wu、Q. Shen、M. Wang 和 X. Shen，“IEEE 802.11.ad下行链路混合波束成形的性能分析”，载于 IEEE国际通信会议论文集，2017年。[16] S. Sur、X. Zhang、P. Ramanathan 和 R. Chandra，“BeamSpy：在阻塞条件下实现稳健的60 GHz链路”，载于 USENIX NSDI论文集，2016年，第193–206页。[17] J. Wang、Z. Lan、C. Pyo、T. Baykas、C. Sum、M. A. Rahman、J. Gao、R. Funada、F. Kojima、H. Harada 和 S. Kato，“基于波束码本的多Gbps毫米波无线个域网系统波束成形协议”，IEEE通信选定领域期刊，第27卷，第8期，第1390–1399页，2009年10月。[18] Z. Marzi、D. Ramasamy 和 U. Madhow，“毫米波微微蜂窝中大规模阵列的压缩信道估计与跟踪”，IEEE信号处理选题期刊，第10卷，第3期，第514–527页，2016年4月。[19] S. Sur、I. Pefkianakis、X. Zhang 和 K. H. Kim，“ WiFi辅助的60 GHz无线网络”，载于 ACM移动计算与网络会议论文集，2017年，第28–41页。[20] Y. Zhou、Z. M. Fadlullah、B. Mao 和 N. Kato，“面向5G超密集网络的基于深度学习的无线电资源分配技术”，IEEE Network，第32卷，第6期，第28–34页，2018年11月/12月。[21] Y.-J. Yu、T.-Y. Hsieh 和 A.-C. Pang，“5G蜂窝网络中CoMP的毫米波回程流量最小化”，IEEE车辆技术汇刊，第68卷，第4期，第4003–4015页，2019年4月。[22] Y. Wang、D. Yu、Q. Liu 和 F. C. Lau，“归纳着色：利用瑞利衰落干扰实现基本通信原语”，载于 IEEE计算机通信会议论文集，2016年，第1–9页。[23] M. Takahashi、Y. Kawamoto、N. Kato、A. Miura 和 M. Toyoshima，“高吞吐量卫星通信系统中结合多波束方向性控制的自适应功率资源分配”，IEEE无线通信快报，第8卷，第4期，第1248–1251页，2019年8月。[24] M. Hashemi、C. E. Koksal 和 N. B. Shroff，“带外毫米波波束成形与通信：实现5G系统中的低时延和高能源效率”，IEEE通信汇刊，第66卷，第2期，第875–888页，2018年2月。[25] H. Hassanieh、O. Abari、M. Rodriguez、M. Abdelghany、D. Katabi 和 P. Indyk，“快速毫米波波束对准”，载于 ACM数据通信特别兴趣组会议论文集，2018年，第432–445页。[26] W. Wu、N. Cheng、N. Zhang、P. Yang、W. Zhuang 和 X. Shen，“ 通过相关多臂老虎机学习实现快速毫米波波束对准 ”，IEEE 无线通信汇刊，第18卷，第12期，第5894–5908页，2019年12月。[27] P. Zhou、X. Fang、Y. Fang、R. He、Y. Long 和 G. Huang，“毫米波无人机网状网络中的波束管理与自愈”，IEEE车辆技术汇刊，第68卷，第2期，第1718–1732页，2019年2月。[28] P. Zhou、X. Fang、Y. Fang、Y. Long、R. He 和 X. Han，“高用户密度毫米波无线局域网络中的增强型随机接入与波束训练”，IEEE无线通信汇刊，第16卷，第12期，第7760–7773页，2017年12月。[29] S. Shao、H. Zhang、D. Koutsonikolas 和 A. Khreishah，“拥挤的基于802.11ad的网络中波束训练开销的二维缩减”，载于 IEEE计算机通信会议研讨会论文集，2018年，第680–685页。

[30] S. G. Kim、K. Jo、S. Park、H. Cho、J. Kim 和 S. Bang，“关于A-BFT中的随机接入”，*IEEE 802.11* 文档，文档：*IEEE 802.11-16/0948-00-00ay*，2016年7月。[31] Y. Xin、R. Sun 和 O. Aboul-Magd，“多信道上的A-BFT信道接入”，*IEEE 802.11* 文档，文档：*IEEE 802.11- 16/0101r0*，2016年1月。[32] K. Jo、S. Park、H. Cho、J. Kim、S. Bang 和 S. G. Kim，“用于A-BFT的短SSW帧”，*IEEE 802.11* 文档，文档：*IEEE 802.11-17/0117- 00-00ay*，2017年1月。[33] K. Aldubaikhy、W. Wu、Q. Ye 和 X. Shen，“毫米波无线局域网中面向多用户传输的低复杂度用户选择算法”，*IEEE*无线通信汇刊，doi：10.1109/TWC.2020.2964551，2020年。[34] Y. Ghasempour、C. R. da Silva、C. Cordeiro 和 E. W. Knightly，“IEEE 802.11ay：面向100 Gb/s Wi-Fi的下一代60 GHz通信”，*IEEE*通信杂志，第55卷，第12期，第186–192页，2017年12月。[35] D.-Y. Yang、T.-J. Lee、K. Jang、J.-B. Chang 和 S. Choi，“地理位置分散的站点对多速率IEEE 802.11无线局域网性能的增强”，*IEEE*移动计算汇刊，第5卷，第7期，第906–919页，2006年7月。[36] T. H. Luan、X. Ling 和 X. Shen，“移动中的MAC：移动性对汽车穿行互联网MAC的影响”，*IEEE*移动计算汇刊，第11卷，第2期，第305–319页，2012年2月。[37] G. Bianchi，“IEEE 802.11分布式协调功能的性能分析”，*IEEE*通信选定领域期刊，第18卷，第3期，第535–547页，2000年3月。[38] Y. Ren、L. Li、G. Xie、Y. Yan、Y. Cao、H. Huang、N. Ahmed、Z. Zhao、P. Liao、C. Zhang、G. Caire、A. F. Molisch、M. Tur 和 A. E. Willner，“结合传统空间复用的利用轨道角动量复用的视距毫米波通信”，*IEEE*无线通信汇刊，第16卷，第5期，第3151–3161页，2017年5月。[39] Y. Zheng、K. Lu、D. Wu 和 Y. Fang，“非理想信道中IEEE 802.11分布式协调功能的性能分析”，*IEEE*车辆技术汇刊，第55卷，第5期，第1648–1656页，2006年9月。[40] Q. Ye 和 W. Zhuang，“面向物联网的移动网络中的分布式自适应介质访问控制”，*IEEE*物联网期刊，第4卷，第2期，第446–460页，2017年4月。[41] Q. Ye、W. Zhuang、L. Li 和 P. Vigneron，“面向流量负载的全连接移动自组网自适应介质访问控制”，*IEEE*车辆技术汇刊，第65卷，第11期，第9358–9371页，2016年11月。



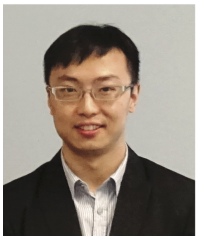
Wen Wu （S’13-M’20）于2019年在加拿大安大略省滑铁卢的滑铁卢大学获得电气与计算机工程博士学位。他分别于2012年和2015年在中国广州的华南理工大学获得信息工程学士学位，并在中国合肥的中国科学技术大学获得电气工程硕士学位。自2019年起，他在滑铁卢大学电气与计算机工程系担任博士后研究员。

他的研究兴趣包括毫米波网络和人工智能赋能的无线网络。



Nan Cheng （M’16）于2016年在滑铁卢大学电气与计算机工程系获得博士学位，并于2009年和2012年分别在中国上海的同济大学电子与信息工程系获得学士学位和硕士学位。他目前是中国陕西西安电子科技大学通信工程学院教授，并在综合业务网理论及关键技术国家重点实验室工作。他曾在电气与计算机工程系担任博士后研究员，

多伦多大学，2017年至2018年。他目前的研究重点是空天地一体化系统、车联网中的大数据以及自动驾驶系统。



Ning Zhang （M’15-SM’18）于2015年获得加拿大滑铁卢大学博士学位。此后，他先后在加拿大滑铁卢大学和多伦多大学担任博士后研究员。自2017年起，他一直担任美国德克萨斯农工大学科珀斯克里斯蒂分校助理教授。他担任《IEEE 物联网期刊》、《IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking》、《IEEE Access》和《IET Communications》的副编辑。他目前的研究兴趣包括无线通信

信与网络、移动边缘计算、机器学习和物理层安全。



Peng Yang （S’16-M’18）于2013年和2018年分别获得中国武汉华中科技大学（HUST）通信工程学士学位和信息与通信工程博士学位。2015年9月至2017年9月，他在加拿大滑铁卢大学电气与计算机工程系担任访问博士生；2018年9月至2019年12月担任博士后研究员。自2020年1月起，他一直在电子信息与通信学院任教

华中科技大学。他目前的研究方向包括移动边缘计算、视频流和分析。



Khalid Aldubaikhy （S’10）现任沙特阿拉伯布赖代卡西姆大学助理教授。他于2008年获得沙特阿拉伯卡西姆大学学士学位，2012年获得加拿大哈利法克斯达尔豪斯大学电气与计算机工程应用科学硕士学位，并于2019年获得加拿大滑铁卢滑铁卢大学电气与计算机工程博士学位。他的研究兴趣包括毫米波无线网络、介质访问控制和毫米波5G网络。



Xuemin (Sherman) Shen （M’97-SM’02-F’09）于1990年在美国新泽西州新布朗斯维克的罗格斯大学获得电气工程博士学位。他目前是加拿大滑铁卢大学电气与计算机工程系的大学教授。他的研究方向包括网络资源管理、无线网络安全、物联网、5G及后续技术，以及车载自组织与传感器网络。他是加拿大安大略省注册专业工程师、加拿大工程学会会士，

加拿大工程院会士、加拿大皇家学会会士、中国工程院外籍院士，以及IEEE车辆技术学会和通信学会杰出演讲人。

Shen博士于2019年获得IEEE加拿大分会颁发的R.A.费森登奖，2018年获得IEEE车辆技术学会颁发的詹姆斯·埃文斯先锋奖，2015年获得约瑟夫·洛西塞罗奖，并于2017年获得IEEE通信学会颁发的教育奖。他还于2006年获得滑铁卢大学优秀研究生指导奖，并五次获得杰出表现奖；2003年获得加拿大安大略省颁发的省长研究卓越奖（PREA）。他曾担任IEEE Globecom’16、IEEE Infocom’14、IEEE VTC’10秋季会议和IEEE Globecom’07的技术程序委员会主席／共同主席，担任IEEE ICC’10专题研讨会主席，以及IEEE通信学会无线通信技术委员会主席。他曾任IEEE物联网期刊和IEEE Network主编，并担任IEEE通信学会出版副主席。