存在功率受限对手时功率受限调度器的信息年龄

Subhankar Banerjee Sennur Ulukus Anthony Ephremides 马里兰大学帕克分校电气与计算机工程系，马里兰州 20742
sbanerje@umd.edu ulukus@umd.edu etony@umd.edu

arXiv:2301.01276v1 [cs.IT] 3 Jan 2023

摘要——我们研究一个时隙化通信网络，该网络由一个基站（BS）、一个对手、 N 个用户和N_s 条通信信道组成。在论文的第一部分，我们考虑 N_s 条通信信道 $\mathcal{N}_s$ 异构地分配给 N 个用户的情形。基站在部分通信信道上向第 i个用户发送更新$\mathcal{N}_{s,\ i}$ 其中$\mathcal{N}_{s,\ i} \cap \mathcal{N}_{s,\ j}$ 不一定是空集。在每个时隙，基站通过一条通信信道向用户发送一个更新数据包，而对手试图通过阻断一条通信信道来阻断基站发送的更新数据包。基站有 n 个离散传输功率等级，用于与用户通信；对手有 m 个离散阻断功率等级，用于阻断通信信道。更新数据包成功传输的概率取决于这些功率等级。基站和对手分别受到传输平均功率约束和阻断平均功率约束。我们给出了该通信网络平均信息年龄的普适下界。我们证明，均匀用户选择策略、均匀通信信道选择策略与任意可行传输功率选择策略的组合是 4 近似最优的；最大信息年龄用户选择策略、均匀通信信道选择策略与任意可行传输功率选择策略的组合是 2 近似最优的。在论文的第二部分，我们考虑这样的情形：基站从随机平稳策略集合中选择传输策略，对手则从该集合中选择阻断策略，并且$\mathcal{N}_{s,\ i} = \mathcal{N}_s$ 对所有 i均成立，即所有用户都可以在所有信道上接收更新。我们表明，该通信网络可能存在纳什均衡，也可能不存在，并指出了纳什均衡总是存在的特殊情况。

I. 引言

我们考虑一个由 N 个用户、一个基站（BS）、 N_s 条通信信道和一个对手组成的无线通信系统。通信信道对不同用户可能具有不同的信道增益，因此，并非所有子载波都可供所有用户传输更新数据包。我们考虑静态设定。因此，通信信道被划分为 N 个可能相互重叠的集合，每个集合对应一个用户。我们将用户i 可用的通信信道集合记为$\mathcal{N}_{s,\ i}$。一个子载波可以属于多个集合，因此集合$\mathcal{N}_{s,\ i} \cap \mathcal{N}_{s,\ j}$ 不一定为空。$\mathcal{N}_{s,\ i}$ 的基数为$N_{s,\ i}$。所有可用信道的集合为$\mathcal{N}_s = \bigcup_i \mathcal{N}_{s,\ i}$，其基数为 N_s。基站有 n 个离散功率等级可用于向用户传输更新数据包；对手有 m 个离散功率等级，可用于阻止更新数据包的传输。我们采用时隙时间模型。在每个时隙，基站选择一个传输功率，通过一条通信信道向某个用户发送更新数据包；对手则选择一条通信信道和一个阻塞功率，以阻止在所选信道上发送的任何更新数据包。

已有大量研究针对各种应用和系统模型中的信息年龄分析开展工作，例如无线网络的调度策略、泛洪网络、缓存系统、信源编码问题、远程估计、能量收集系统等，参见例如 [1]–[41]。这些论文研究的系统中不存在对手。近期文献 [42]–[50] 研究了无线通信网络中存在对手时的信息年龄。特别是， [49],[50] 考虑了对抗性泛洪网络。本文不考虑泛洪网络，而是考虑由中心节点（即基站）向用户传输更新数据包的情形。 [42], [43] 考虑了通过干扰降低通信链路信噪比的对手，因此通信速率下降，导致通信系统的信息年龄增加。本文考虑的是，对手阻塞通信信道时，会以正概率彻底消除更新数据包。 [44] 考虑了在一段时间内阻塞通信信道的对手，这会因在该时间段内禁用通信而增加系统的平均年龄。本文考虑的是，对手以时隙方式阻塞通信信道。 [45], [46] 考虑了会彻底消除更新数据包的对手，但没有考虑对手的任何功率约束。本文研究功率受限对手。 [47], [48] 考虑了会彻底消除更新数据包的功率受限对手。他们认为，在时间范围 T 内，对手阻塞 αT 个时隙，其中 $0 < \alpha < 1$。与此相反，本文考虑在每个时隙 t，对手按照概率质量函数 $\boldsymbol{d}(t)$，从 m 个阻塞功率级别中选择一个，并使期望功率不超过功率约束。与 [47], [48], 中的对手不同，本文中的对手会以正概率彻底消除

更新数据包（该概率严格小于 1），且此概率取决于对手选择的阻塞功率以及基站选择的传输功率。

本文的第一部分提出了用于最小化所述无线通信网络平均信息年龄的算法。我们证明，均匀用户选择策略与均匀通信信道选择策略相结合，并采用任意可行的传输功率选择策略时，性能距最优至多为 4 倍；在特殊情况下，距最优至多为 2 倍。我们还证明，最大信息年龄用户选择策略与均匀通信信道选择策略相结合，并采用任意可行的传输功率选择策略时，性能距最优至多为 2 倍。

本文的第二部分放宽了系统模型，并考虑在每个时隙中，基站可以选择任意一个 N_s 子载波，向任意一个 N 用户传输更新数据包，即 $\mathcal{N}_{s,\,i} = \mathcal{N}_s$，对所有 i 均成立。我们还将基站和对手的动作空间均限制为平稳策略。如果基站和对手的功率等级选择算法并未固定，且被纳入基站和对手的动作空间，那么我们证明，在平稳策略范畴下，纳什均衡可能不存在。我们给出一个反例来证明这一点。我们还展示了一个存在纳什均衡的特殊情况。然而，如果基站和对手的功率等级选择算法是固定的，即它们未被纳入基站和对手的动作列表，那么纳什均衡总是存在。

II. 系统模型与问题表述

在每个时隙，基站使用用户选择算法 π_u 从 N 个用户$N > 1$中调度一个用户 i，并使用通信信道选择算法 π_s 从$N_{s,i}$ 个通信信道$N_{s,i} > 1$中选择一个通信信道，向被调度的用户 i发送更新数据包。本文中，我们交替使用“子载波”和“通信信道”这两个术语。我们假设基站可使用 n 种离散传输功率，即 $\{p_1, p_2, \cdots, p_n\}$，并且在每个时隙，基站按照功率选择算法 π_p从中选择一种传输功率 n。因此，基站的一项操作是一个三元组（π_u，π_s，π_p），我们称有效的三元组为基站调度算法 $\boldsymbol{\pi}$。我们将所有因果调度算法的集合记为 $\boldsymbol{\Pi}$。假设 π_p 满足：在时隙 t，基站以概率 $e_i(t)$选择第 i种传输功率。我们考虑基站满足以下功率约束，

$$\sum_{i=1}^{n} e_i(t) p_i \le \bar{p}, \quad t \in \{1, \cdots, T\} \tag{1}$$

我们也考虑系统中存在一个对手。在每个时隙，对手按照算法 ψ_s，从 N_s 个子载波中选择一个子载波，以阻塞基站在该子载波上传输的任何更新数据包。我们考虑对手可使用 m 种离散阻塞功率，即$\{p'_1, p'_2, \cdots, p'_m\}$，并且在每个时隙，对手按照阻塞功率选择算法 ψ_p，从这些功率中选择一种，以阻塞所选子载波上的任何更新数据包。因此，对手的一个动作是一个有序对 (ψ_s, ψ_p)，我们将有效的有序对称为对抗动作 $\boldsymbol{\psi}$。我们将所有有效对抗动作构成的集合称为 $\boldsymbol{\Psi}$。设 ψ_p，则在时隙 t，对手以概率 $d_i(t)$选择第 i种阻塞功率。我们考虑对手满足以下功率约束，

$$\sum_{i=1}^{m} d_i(t) p'_i \le \tilde{p}, \quad t \in \{1, \cdots, T\} \tag{2}$$

我们构造一个 $n \times m$矩阵 $\boldsymbol{F}$，其第（i，j）个元素 $f_{i,\,j}$表示与基站传输功率p_i 和对手阻塞功率 p'_j相对应的更新数据包成功传输概率。因此，在时隙 t，如果基站调度用户 k，并选择子载波 l，以功率 p_i 发送更新数据包，而对手以功率 p'_j阻塞子载波 l，那么以概率$f_{i,\,j}$第 k个用户在时隙（$t+1$）的信息年龄变为 1；以概率$1 - f_{i,\,j}$ 第 k 个用户在时隙$t+1$ 的信息年龄增加 1。

用户 i在时隙 t的信息年龄定义为 $t - t_i$（t），其中t_i（t）是第 i个用户成功接收更新数据包的最后一个时隙。注意，用户 i 的信息年龄最小值为 1。我们假设，在每个时隙，基站都有一个新鲜更新数据包要发送给系统中的每个用户。这里，新鲜更新数据包是指在时隙 t 为第 i个用户生成的数据包，该数据包在时隙t生成。由于我们关注的是信息的新鲜度，因此假设如果第 i个用户在时隙 t未收到相应的更新数据包，那么该数据包会在基站被丢弃，不产生任何代价。这是文献 [45]–[48]中采用的一项合理假设。

对手掌握 π_u、π_s 和 π_p 的信息。然而，由于基站在时隙 t 使用随机化算法，对手并不知道在 t' 时隙、当 $t \le t' \le T$ 时，会调度哪个用户、选择哪个子载波以及使用何种传输功率。不过，在时隙 t，对手完全掌握时隙 t'、当 $1 \le t' < t$ 时的所有这些信息，并且可以根据这些已知信息优化其未来动作。对手完全了解每个集合 $\mathcal{N}_{s,\,i}$ 中各元素的情况。对于基站调度算法 $\boldsymbol{\pi}$ 和对抗动作 $\boldsymbol{\psi}$，用户 i 在时隙 t 的信息年龄记为 $v_i^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})}(t)$，因此，$v_i^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})}(t) = t - t_i(t)$；用户 i 在时隙 t 的期望年龄记为 $\Delta_i^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})}(t)$。注意，如果基站在时隙 t 成功向用户 i 传输更新数据包，那么 $v_i^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})}(t+1) = 1$；否则，$v_i^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})}(t+1) = v_i^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})}(t)+1$。对于基站调度算法 $\boldsymbol{\pi}$ 和对抗动作 $\boldsymbol{\psi}$，整体系统的平均年龄为，

$$\Delta^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})} = \limsup_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \Delta_i^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})}(t) \tag{3}$$

为简化表述，本文余下部分将省略上标 $(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\psi})$，除非另有说明。

现在，由于基站无法控制对手，我们考虑以下约束优化问题，

$$\Delta^* = \sup_{\boldsymbol{\psi}\in\boldsymbol{\Psi}} \inf_{\boldsymbol{\pi}\in\boldsymbol{\Pi}} \quad \Delta^{(\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi})} \\ \text{s.t.} \quad (1),(2) \tag{4}$$

在论文的第二部分，我们考虑一个松弛系统模型。我们假设在每个时隙，所有N_s 子载波都可供基站使用，以向任意一个 N 用户发送更新数据包，即$\mathcal{N}_{s,i} = \mathcal{N}_s$ 对所有i均成立。基站选择一种调度算法，而对手从相应的平稳随机策略集合中选择一种对抗动作。换言之， π_u 表示基站在每个时隙按照概率质量函数$\boldsymbol{u} = [u_1, u_2, \cdots, u_N]$选择一个用户； π_s表示基站在每个时隙按照概率质量函数 $\boldsymbol{s} = [s_1, s_2, \cdots, s_{N_s}]$选择一个子载波； π_p 表示基站在每个时隙按照概率质量函数 $\boldsymbol{e} = [e_1, e_2, \cdots, e_n]$选择功率。类似地， ψ_s表示对手在每个时隙按照概率质量函数 $\boldsymbol{a} = [a_1, a_2, \cdots, a_{N_s}]$阻塞一个子载波； ψ_p表示对手在每个时隙按照概率质量函数 $\boldsymbol{d} = [d_1, d_2, \cdots, d_m]$选择阻塞功率。因此，对手和基站的功率约束分别变为 $\sum_{i=1}^{m} d_i p'(i) \leq \tilde{p}$ 和$\sum_{i=1}^{n} e_i p(i) \leq \bar{p}$。当我们仅考虑平稳随机策略时，不再像式（3）那样写作$\Delta^{\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\psi}}$，而将对应于概率质量函数 $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{e}$ （这三个概率质量函数由基站选择）以及概率质量函数 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{d}$ （这两个概率质量函数由对手选择）的整体系统平均信息年龄记为 $\Delta^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}}$。我们将时隙 t 用户 i 的期望信息年龄记为 $\Delta_i^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}}(t)$。因此，第 i个用户的平均信息年龄变为

$$\Delta_i^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}} = \limsup_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \Delta_i^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}}(t) \tag{5}$$

假设所有有效用户选择概率质量函数、所有有效子载波选择概率质量函数以及所有有效传输功率选择概率质量函数的集合分别为 $\mathcal{F}_u$、 $\mathcal{F}_s$ 和 $\mathcal{F}_e$。类似地，所有有效子载波阻塞概率质量函数的集合以及所有有效阻塞功率选择概率质量函数的集合分别为 $\mathcal{F}_a$ 和 $\mathcal{F}_d$。对于给定的对抗动作，即子载波阻塞概率质量函数 $\boldsymbol{a}$和阻塞功率等级选择概率质量函数 $\boldsymbol{d}$，基站旨在通过选择一种调度算法，即从集合 $B(\boldsymbol{a},\boldsymbol{d})$ 中选择用户选择概率质量函数 $\boldsymbol{u}$、子载波选择概率质量函数 $\boldsymbol{s}$ 和传输功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{e}$ ，使整体系统的平均年龄最小化，其中 $B(\boldsymbol{a},\boldsymbol{d})$ 定义如下：

$$B(\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}) = \underset{(\boldsymbol{u}\in\mathcal{F}_u,\boldsymbol{s}\in\mathcal{F}_s,\boldsymbol{e}\in\mathcal{F}_e,\sum_{i=1}^{n} e_i p_i\leq\bar{p})}{\arg\min} \Delta^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}} \tag{6}$$

类似地，对于给定的调度算法，即一组三元概率质量函数 $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e})$，对手旨在通过从集合 $B(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e})$ 中选择一对概率质量函数，即 $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{d})$，来最大化平均年龄，其中 $B(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e})$ 定义为

$$B(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e}) = \underset{(\boldsymbol{a}\in\mathcal{F}_a,\boldsymbol{d}\in\mathcal{F}_d,\sum_{i=1}^{m} d_i p'(i)\leq\tilde{p})}{\arg\max} \Delta^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}} \tag{7}$$

当且仅当 $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e}) \in B(\boldsymbol{a},\boldsymbol{d})$ 且 $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}) \in B(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e})$ 时，我们称由五个概率质量函数组成的元组，即 $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d})$，为纳什均衡点。

在前述纳什均衡设定中，我们认为传输功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{e}$ 和阻塞功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{d}$ 分别是基站和对手动作空间的组成部分。然而，如果 $\boldsymbol{e}$ 和 $\boldsymbol{d}$ 固定，且分别不包含在基站和对手的动作空间中，则定义：

$$B(\boldsymbol{a}) = \underset{(\boldsymbol{u}\in\mathcal{F}_u,\boldsymbol{s}\in\mathcal{F}_s)}{\arg\min} \Delta^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}} \tag{8}$$

类似地，我们写作，

$$B(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s}) = \underset{(\boldsymbol{a}\in\mathcal{F}_a)}{\arg\max} \Delta^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}} \tag{9}$$

当且仅当 $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s}) \in B(\boldsymbol{a},)$ 且 $\boldsymbol{a} \in B(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s})$ 时，我们称一组三元概率质量函数 $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{a})$ 为纳什均衡点。

III. 年龄的算法与分析

我们为式 (4) 中的优化问题找到了一个基本下界。定义 $x = \arg\max_{i\in\{1,\cdots,m\}} p'_i \leq \tilde{p}$。考虑如下对抗动作：在每个时隙，对手以均匀概率质量函数阻塞 N_s 个子载波中的任意一个，并选择功率等级 p_x。我们将这一对抗动作记作 $\boldsymbol{\psi} = (\psi_s, \psi_p)$。在每个时隙，如果基站调度信息年龄最大的用户，并在出现并列时优先调度索引较小的用户，我们就称这种用户选择策略为最大年龄策略。（本文将通过一系列引理和定理呈现研究结果，并辅以一些解释。由于篇幅限制，此处省略证明，并将在期刊版本中给出。）

引理1。对于对抗动作 $\boldsymbol{\psi}$，最优用户选择策略是最大年龄策略；若最大年龄策略选择了第 i个用户，则最优子载波选择策略是在$\mathcal{N}_{s,i}$ 中均匀选择一个子载波。

Let us define $\bar{y} = \arg\min_{i\in\{1,\cdots,n\}} p_i \geq \bar{p}$.

定理1。式（3）中定义的通信网络的平均年龄下界为$\frac{N+1}{2} + \frac{N_s(N_s-1+f_{\bar{y},x})}{N}$。

现在，我们考虑在每个时隙中，基站以概率$\frac{1}{N}$调度用户 i，并以概率$\frac{1}{N_{s,i}}$选择$N_{s,i}$ 个子载波之一，以向被调度的用户发送更新数据包；发送功率为 p_y 的概率是β，发送功率为 $p_{\bar{y}}$ 的概率是（$1-\beta$），其中 β 满足以下等式：

$$\beta p_y + (1-\beta) p_{\bar{y}} = \bar{p} \tag{10}$$

我们将此基站调度策略记为$\tilde{\boldsymbol{\pi}}$。定义$\bar{x} = \arg\min_{i\in\{1,\cdots,m\}} p'_i \geq \tilde{p}$。

定理 2. 当基站采用调度算法 $\tilde{\boldsymbol{\pi}}$ 时，通信系统的平均年龄上界为 $2N$；当 $N_{s,i} = N_s$ 对所有 i均成立时，平均年龄的上界为 $\frac{NN_s}{N_s-1+\beta f_{y,\bar{x}}+(1-\beta)f_{\bar{y},\bar{x}}}$。

现在，我们考虑基站在每个时隙调度最大年龄用户 i，并以概率 $\frac{1}{N_{s,i}}$从 $N_{s,i}$ 个子载波中选择一个。我们还考虑基站以概率 β 选择功率 p_y，以概率 $1-\beta$选择功率 $p_{\bar{y}}$，其中 β 满足式 (10)。将此基站调度策略记为 $\tilde{\boldsymbol{\pi}}$。

定理3：当基站采用调度算法 $\tilde{\boldsymbol{\pi}}$ 时，通信系统的平均年龄上界为 $\frac{N+1-\bar{N}_s(1-\beta)f_{\bar{y},\bar{x}}}{2\bar{N}_s-1+\beta f_{\bar{y},\bar{x}}}$，其中 $\bar{N}_s=\min\{N_{s,1},N_{s,2},\cdots,N_{s,N}\}$。

接下来，我们对本节的研究结果作一些总结性评论。由定理1和定理 2 可知，在一般情况下，$\hat{\tilde{\boldsymbol{\pi}}}$ 是 $\frac{4N(N_s-1+f_{\bar{y},x})}{(N+1)N_s}$ 最优，其中

$$\frac{4N(N_s-1+f_{\bar{y},x})}{(N+1)N_s}\leq 4 \tag{11}$$

对于特殊情况，当 $\mathcal{N}_{s,i}=\mathcal{N}_s$时，对所有 i，$\hat{\tilde{\boldsymbol{\pi}}}$ 是 $\frac{2(N+1)(N_s-1+f_{\bar{y},x})}{N(N_s-1+f_{y,\bar{x}})}$ 最优，其中

$$\begin{aligned}\frac{2(N+1)(N_s-1+f_{\bar{y},x})}{N(N_s-1+f_{y,\bar{x}})}&\leq\frac{2(N_s-1+f_{\bar{y},x})}{(N_s-1+f_{y,\bar{x}})} &(12)\\ &\leq\frac{2N_s}{N_s-1} &(13)\\ &\leq 4 &(14)\end{aligned}$$

如果 N_s 很大，则 (13) 的右侧可近似为 2。因此，对于上述特殊情况，当 $\hat{N}_s$ 很大时，$\tilde{\boldsymbol{\pi}}$ 是 2 最优的。

根据定理1和定理3，我们可以看出，调度策略 $\tilde{\tilde{\boldsymbol{\pi}}}$ 是 $\frac{\bar{N}_s}{N_s-1}$ 最优的，并且当 $N_{s,i}>1$ 时，对于所有 i，$\tilde{\tilde{\boldsymbol{\pi}}}$ 都是 2 最优的。注意，当 $\bar{p}$ 与集合 $\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}$ 和 $\mathcal{N}_{s,i}=\mathcal{N}_s$ 中的某个功率完全匹配时，对于所有 i，$\tilde{\boldsymbol{\pi}}$ 就是最优调度策略。

IV. 随机化平稳动作空间中的平均年龄均衡点

假设在每个时隙，基站按照概率质量函数 $\boldsymbol{u}$ 选择一个用户，按照概率质量函数 $\boldsymbol{s}$ 选择一个子载波，按照概率质量函数 $\boldsymbol{e}$ 选择传输功率，而对手按照概率质量函数 $\boldsymbol{a}$ 选择一个子载波，并按照概率质量函数 $\boldsymbol{d}$ 选择阻塞功率。回想一下，本节采用松弛系统模型，其中我们考虑 $\mathcal{N}_{s,i}=\mathcal{N}_s$ 对所有 i 均成立。在某个时隙 t，用户 i 成功接收到基站发送的一个更新数据包，然后等待 Γ_i 个时隙后，再次从基站接收到另一个更新数据包。注意，Γ_i 是一个随机变量。第 i 个用户的信息年龄演化构成一个更新过程，而 Γ_i 是一个更新间隔。因此，根据更新报酬定理，

$$\Delta_i^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}}=\frac{\mathbb{E}\left[\Gamma_i^2+\Gamma_i\right]}{2\mathbb{E}\left[\Gamma_i\right]} \tag{15}$$

设向用户 i 成功传输更新数据包的概率为 q_i。那么，Γ_i 服从成功概率为 q_i的几何分布。因此，(15)可简化为:

$$\Delta_i^{\boldsymbol{u},\boldsymbol{s},\boldsymbol{e},\boldsymbol{a},\boldsymbol{d}}=\frac{1}{q_i} \tag{16}$$

定理4。对于给定的对抗动作，即一对概率质量函数 $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{d})$，最优子载波选择概率质量函数 $\boldsymbol{s}$仅取决于 $\boldsymbol{a}$，且独立于用户选择概率质量函数 $\boldsymbol{u}$、传输功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{e}$ 和 $\boldsymbol{d}$。此外，如果对手屏蔽概率最低的任意 l 个子载波，则基站的最优选择是以概率 1 选择这些 l 个子载波中的任意子集。同样，最优用户调度概率质量函数 $\boldsymbol{u}$ 不取决于 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{s}$、$\boldsymbol{d}$、$\boldsymbol{e}$。最优用户调度概率质量函数为均匀概率质量函数。

定理5。对于给定的基站调度策略，最优子载波阻塞概率质量函数 $\boldsymbol{a}$仅取决于 $\boldsymbol{s}$，而与 $\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{e}$ 和 $\boldsymbol{d}$无关。此外，如果基站以最高概率选择任意l 个子载波，那么对手的最优选择是以概率1阻塞这些 l 个子载波中的任意子集。

不失一般性，令 $p_1\leq p_2\leq\cdots\leq p_n$和 $p'_1\leq p'_2\leq\cdots\leq p'_m$。因此，我们有$f_{i,j}\leq f_{2,j}\leq\cdots\leq f_{n,j}$以及$f_{i,1}\geq f_{i,2}\geq\cdots\geq f_{i,m}$、$i=1,\cdots,n$、$j=1,\cdots,m$。下文的算法1针对给定的阻塞功率选择概率质量函数$\boldsymbol{d}$，给出了最优传输功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{e}$。该算法指出，若 $\bar{p}<p_1$，则不存在可行的 $\boldsymbol{e}$；若 $p_n<\bar{p}$，则最优的 $\boldsymbol{e}$ 是以概率1选择功率 p_n。若这两种情况均未发生，则定义 $x=$为 $\arg\max_{i\in\{1,\cdots,n\},p_i<\bar{p}} i$，并定义 $y=$为 $\arg\min_{i\in\{1,\cdots,n\},p_i>\bar{p}} i$。显然，$x<y$。我们定义一个常数 $g_i=\sum_{j=1}^m d_j f_{i,j}$，$i=1,\cdots,n$。我们将常数 $\left(g_i+g_x\frac{p_y-p_i}{p_x-p_y}-g_y\frac{p_x-p_i}{p_x-p_y}\right)$称为功率 p_i、$i\in\{1,\cdots,n\}\backslash\{x,y\}$的系数。接下来，我们从功率 p_{y+1} 遍历到功率 p_n，并将此过程称为第一次遍历过程。在此遍历过程中，如果发现 $\left(g_j+g_x\frac{p_y-p_j}{p_x-p_y}-g_y\frac{p_x-p_j}{p_x-p_y}\right)$、$j>y$是一个严格正数，则将功率 p_k的系数改为 $\left(g_k+g_x\frac{p_j-p_k}{p_x-p_j}-g_j\frac{p_x-p_k}{p_x-p_j}\right)$、$k\in\{1,\cdots,n\}\backslash\{x,j\}$。我们继续执行此过程，直到到达 p_n。假设在此遍历过程中，p_i 是系数为正的最后一个功率，则定义 $y=i$。然后，我们从功率 p_{x-1} 到功率 p_1开始执行第二次遍历过程。在此遍历过程中，如果发现 p_l、$l<x$是一个严格正数，则将功率p_k的系数改为 $\left(g_k+g_l\frac{p_y-p_k}{p_l-p_y}-g_y\frac{p_l-p_k}{p_l-p_y}\right)$、$k\in\{1,\cdots,n\}\backslash\{l,y\}$。我们继续执行此过程，直到到达 p_1。假设在第二次遍历过程中，p_r 是系数为正的最后一个功率，则定义$x=r$。现在，如果 $\bar{p}$ 恰好与集合 $\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}$中的某个功率相同，不失一般性，假设 $p_i=\bar{p}$，则比较向量 $\boldsymbol{z}_i$和$\left(\frac{\bar{p}-p_y}{p_x-p_y}\boldsymbol{z}_x+\frac{p_x-\bar{p}}{p_x-p_y}\boldsymbol{z}_y\right)$，并选择使式（15）最小的那个；否则，选择 $\left(\frac{\bar{p}-p_y}{p_x-p_y}\boldsymbol{z}_x+\frac{p_x-\bar{p}}{p_x-p_y}\boldsymbol{z}_y\right)$，其中 $\boldsymbol{z}_i$是 $\mathbb{R}^n$的第 i个基向量。

我们注意到，算法1可在 $O(n)$时间内找到最优解。接下来，我们陈述算法1的最优性。

算法1 针对给定的 $\boldsymbol{d}$，寻找一个最优的 $\boldsymbol{e}$

输入： $\boldsymbol{d}, \boldsymbol{F}, \boldsymbol{p}, \bar{p}$

定义： $\boldsymbol{g} = (g_1, g_2, \cdots, g_n)$, 其中 $g_i = \sum_{j=1}^{m} d_j f_{i,j}$, $x = \arg\max_{i\in\{1,2,\cdots,n\},\ p_i<\bar{p}} i$ and $y = \arg\min_{i\in\{1,2,\cdots,n\},\ p_i>\bar{p}} i$, $\boldsymbol{z}_i$ is the ith 基向量，对应 $\mathbb{R}^n$、$x_1 = x$、$y_1 = y$

如果 $\bar{p} < p_1$，那么

  返回：解不存在

否则如果 $p_n < \bar{p}$ 则

  返回： $\boldsymbol{z}_n$

对于 $i = y+1:\ n$，执行

  如果 $\left(g_i + g_x \frac{p_y - p_i}{p_x - p_y} - g_y \frac{p_x - p_i}{p_x - p_y}\right) > 0$ 则

    $y = i$

对于 $i = 1:\ x-1$，执行

  如果 $\left(g_i + g_x \frac{p_y - p_i}{p_x - p_y} - g_y \frac{p_x - p_i}{p_x - p_y}\right) > 0$ 则

定义 $\boldsymbol{e} := \left(\frac{\bar{p} - p_y}{p_x - p_y}\boldsymbol{z}_x + \frac{p_x - \bar{p}}{p_x - p_y}\boldsymbol{z}_y\right)$

如果 $x_1 + 1 = y_1 - 1$，则

  如果 $\sum_{i=1}^{n} e_i \sum_{j=1}^{m} d_j f_{i,\ j} \le \sum_{j=1}^{m} d_j f_{x_1+1,\ j}$，则

    返回： $\boldsymbol{z}_{x+1}$

  else

    返回： $\boldsymbol{e}$

else

  返回： $\boldsymbol{e}$

算法2 给定 $\boldsymbol{e}$，寻找最优的 $\boldsymbol{d}$

输入： $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{p}$, $\bar{p}$

定义： $\boldsymbol{g} = (g_1, g_2, \cdots, g_m)$, 其中 $g_i = \sum_{j=1}^{n} e_j f_{j,i}$, $x = \arg\max_{i\in\{1,2,\cdots,m\},\ p'_i<\tilde{p}} i$ and $y = \arg\min_{i\in\{1,2,\cdots,m\},\ p'_i>\tilde{p}} i$, $\boldsymbol{z}_i$ is the ith 基 $\mathbb{R}^n$、$x_1 = x$、$y_1 = y$的基函数

如果 $\tilde{p} < p'_1$，则

  返回：解不存在

否则，如果 $p'_n < \tilde{p}$，则

  返回： z_n

对于 $i = y+1:\ n$ 执行

  如果 $\left(g_i + g_x \frac{p'_y - p'_i}{p'_x - p'_y} - g_y \frac{p'_x - p'_i}{p'_x - p'_y}\right) < 0$，则

    $y = i$

对于 $i = 1:\ x-1$ 执行

  如果 $\left(g_i + g_x \frac{p'_y - p'_i}{p'_x - p'_y} - g_y \frac{p'_x - p'_i}{p'_x - p'_y}\right) < 0$，则

定义 $\boldsymbol{d} := \left(\frac{\tilde{p} - p'_y}{p'_x - p'_y}\boldsymbol{z}_x + \frac{p'_x - \tilde{p}}{p'_x - p'_y}\boldsymbol{z}_y\right)$

如果 $x_1 + 1 = y_1 - 1$，则

  若 $\sum_{j=1}^{m} d_j \sum_{i=1}^{n} e_i f_{i,j} \le \sum_{i=1}^{n} e_i f_{i,x_1+1}$，则

    返回： $\boldsymbol{d}$

  else

    返回： $\boldsymbol{z}_{x+1}$

else

  返回： $\boldsymbol{d}$

定理6. 给定阻塞功率概率质量函数 $\boldsymbol{d}$，算法1给出最优传输功率概率质量函数 $\boldsymbol{e}$。

对于给定的 $\boldsymbol{e}$，算法2可提供最优阻塞功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{d}$。在算法2中，我们执行与算法1类似的遍历过程。唯一的区别是：在算法1的遍历过程中，如果某个功率等级对应的系数严格为正，我们就更改该系数；而在算法2中，如果该系数严格为负，我们才更改它。接下来，我们陈述算法2的最优性。

定理7. 给定传输功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{e}$，算法2给出最优阻塞功率概率质量函数 $\boldsymbol{d}$。

接下来，我们给出一个反例，说明当传输功率选择概率质量函数和阻塞功率选择概率质量函数未固定，且分别属于基站和对手的动作空间时，纳什均衡可能不存在。考虑一个系统，其中基站有三个功率等级，对手也有三个功率等级，即 $n = m = 3$。基站和对手的功率约束均为 3.5 瓦特。基站和对手的可行功率相同，即 $[1, 3, 5]$。矩阵 $\boldsymbol{F}$ 取为

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.35 & 0.2 \\ 0.6 & 0.55 & 0.4 \\ 0.8 & 0.7 & 0.65 \end{bmatrix} \tag{17}$$

我们可以证明，对于这个例子，给定 $\boldsymbol{d}$，$\boldsymbol{e}$ 不可能具有 $[e_1, e_2, e_3]$ 的形式，其中 $e_i > 0$、$i \in \{1, 2, 3\}$ 满足 $\sum_{i=1}^{3} e_i p_i \le \bar{p}$。现在，根据算法1，我们知道如果对手选择功率 3 和 5，那么基站的最优选择是选择功率 3 和 5；类似地，如果对手选择功率 1 和 5，那么基站的最优选择是选择功率 1 和 5。根据算法2，我们知道，如果基站选择功率 1 和 5，那么对手的最优选择是选择功率 3 和 5；类似地，如果基站选择功率 3 和 5，那么对手的最优选择是选择功率 1 和 5。因此，这个例子中不存在纳什均衡。

在下一个定理中，我们考虑传输功率选择概率质量函数和阻塞功率选择概率质量函数分别不属于基站和对手的动作空间时的纳什均衡。

定理 8. 三元动作组 $(\hat{\boldsymbol{u}}, \hat{\boldsymbol{s}}, \hat{\boldsymbol{a}})$ 是纳什均衡点，其中 $\hat{\boldsymbol{a}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{s}}$ 是 N_s 个子载波上的均匀概率质量函数，而 $\hat{\boldsymbol{u}}$ 是 N 个用户上的均匀概率质量函数。

接下来，我们介绍一种特殊情况：即使传输功率选择概率质量函数和阻塞功率选择概率质量函数分别属于基站和对手的动作空间，纳什均衡仍然存在。考虑矩阵 $\boldsymbol{F}$ 具有以下性质，

$$f_{i,j} - f_{1,j} = l_i, \quad j \in \{1, \cdots, m\},\ i \in \{1, \cdots, n\} \tag{18}$$

其中 l_i 为非负常数。考虑一个固定的阻塞功率选择概率质量函数 $\boldsymbol{d}$。那么，算法1中的 g_i 为

$$g_i = \sum_{j=1}^{m} d_j f_{i,j} = \sum_{j=1}^{m} d_j f_{1,j} + l_i \tag{19}$$

因此，

$$g_i + g_x \frac{p_y - p_i}{p_x - p_y} - g_y \frac{p_x - p_i}{p_x - p_y}$$
$$= \left(\sum_{j=1}^{m} d_j f_{1,j} \right) \left(1 + \frac{p_y - p_i}{p_x - p_y} - \frac{p_x - p_i}{p_x - p_y} \right) + l_x \frac{p_y - p_i}{p_x - p_y}$$
$$- l_y \frac{p_x - p_i}{p_x - p_y} + l_i \tag{20}$$

因此，$g_i + g_x \frac{p_y - p_i}{p_x - p_y} - g_y \frac{p_x - p_i}{p_x - p_y}$ 的符号不依赖于 $\boldsymbol{d}$，这意味着对于所有 $\boldsymbol{d}$ $g_i + g_x \frac{p'_y - p'_i}{p'_x - p'_y} -$，$g_y \frac{p'_x - p'_i}{p'_x - p'_y}$ 2 $\boldsymbol{e}$ 最优传输功率选择概率质量函数都相同。同样，算法中 的符号不依赖于 ，换言之，最优阻塞功率选择概率质量函数独立于$\boldsymbol{e}$。现在，对任意 $\boldsymbol{d}$ 运行算法1，并将输出记为 $\hat{\boldsymbol{e}}$；类似地，对任意 $\boldsymbol{e}$ 运行算法2，并将输出记为 $\boldsymbol{d}$。那么，根据定理 8，我们有：5 元组 $(\boldsymbol{b}, \hat{\boldsymbol{c}}, \hat{\boldsymbol{e}}, \hat{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{d})$ 是唯一的纳什均衡。

参考文献

[1] A. Kosta、N. Pappas 和 V. Angelakis。《信息年龄：一种新概念、度量与工具》。Foun. Trends Networ., 12(3):162–259，2017年。[2] Y. Sun、I. Kadota、R. Talak 和 E. Modiano。《信息年龄：衡量信息新鲜度的新指标》。Synthesis Lectures on Communication Networks, 12(2):1–224，2019年12月。[3] R. D. Yates、Y. Sun、R. Brown、S. K. Kaul、E. Modiano 和 S. Ulukus。《信息年龄：导论与综述》。IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 39(5):1183–1210，2021年5月。[4] I. Kadota、A. Sinha、E. Uysal-Biyikoglu、R. Singh 和 E. Modiano。《用于最小化广播无线网络中信息年龄的调度策略》。IEEE/ACM ToN, 26(6):2637–2650，2018年12月。[5] E. Najm、R. D. Yates 和 E. Soljanin。《通过带混合自动重传请求的 M/G/1/1 队列进行状态更新》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2017年6月。[6] A. Soysal 和 S. Ulukus。《G/G/1/1系统中的信息年龄：年龄表达式、界、特殊情况与优化》。IEEE Trans. on Information Theory, 67(11):7477–7489，2021年11月。[7] R. D. Yates。《网络中的信息年龄：矩、分布与采样》。IEEE Trans. Info. Theory, 66(9):5712–5728，2020年9月。[8] S. Farazi、A. G. Klein 和 D. R. Brown III。《能量采集服务器状态更新系统的平均信息年龄》。发表于 IEEE 信息通信会议，2018年4月。[9] X. Wu、J. Yang 和 J. Wu。《采用能量采集源、以最小化信息年龄为目标的最优状态更新》。IEEE Trans. on Green Communications and Networking, 2(1):193–204，2018年3月。[10] S. Leng 和 A. Yener。《能量采集认知无线电中的信息年龄最小化》。IEEE TCCN, 5(2):427–43，2019年6月。[11] A. Arafa 和 S. Ulukus。《能量采集双跳网络中的及时更新：离线与在线策略》。IEEE Trans. on Wireless Communications, 18(8):4017–4030，2019年8月。[12] Y. Gu、Q. Wang、H. Chen、Y. Li 和 B. Vucetic。《资源约束下双跳状态更新系统的信息新鲜度优化》。IEEE JSAC, 39(5):1380–1392，2021年3月。[13] A. Arafa、J. Yang、S. Ulukus 和 H. V. Poor。《有限电池能量采集传感器的最小年龄传输：在线策略》。IEEE Trans. on Information Theory, 66(1):534–556，2020年1月。[14] Q. He、D. Yuan 和 A. Ephremides。《无线系统中用于年龄最小化的最优链路调度》。IEEE Trans. on Information Theory, 64(7):5381–5394，2018年7月。[15] B. Buyukates、A. Soysal 和 S. Ulukus。《无线网络中信息年龄的标度定律》。IEEE Trans. on Wireless Communications, 20(4):2413–2427，2021年4月。[16] M. Abd-Elmagid、H. Dhillon 和 N. Pappas。《优化射频供能通信系统中信息年龄的强化学习框架》。IEEE Trans. on Comm., 68(8):4747–4760，2020年5月。[17] B. Buyukates、A. Soysal 和 S. Ulukus。《多跳多播网络中的信息年龄》。Jour. Comm. Netw., 21(3):256–267，2019年7月。[18] Y. Hsu。《信息年龄：随机到达调度的 Whittle 指数》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2018年6月。[19] J. Liu、X. Wang 和 H. Dai。《面向无人机辅助数据收集的年龄最优轨迹规划》。发表于 IEEE 信息通信会议，2018年4月。[20] E. Ceran、D. Gunduz 和 A. Gyorgy。《将强化学习应用于多用户网络中的信息年龄》。发表于 IEEE 个人、室内和移动无线电通信国际研讨会，2018年9月。[21] B. Buyukates 和 S. Ulukus。《存在掉队节点时的及时分布式计算》。IEEE Trans. on Comm., 68(9):5273–5282，2020年9月。[22] H. H. Yang、A. Arafa、T. Q. S. Quek 和 H. V. Poor。《移动边缘网络中联邦学习的基于年龄的调度策略》。发表于 IEEE 声学、语音与信号处理国际会议，2020年5月。[23] E. Ozfatura、B. Buyukates、D. Gunduz 和 S. Ulukus。《用于降低偏差的分布式学习基于年龄的编码计算》。发表于 IEEE 全球通信会议，2020年12月。[24] B. Buyukates 和 S. Ulukus。《联邦学习中的及时通信》。发表于 IEEE 信息通信会议，2021年5月。[25] M. Wang、W. Chen 和 A. Ephremides。《实时计数过程重构：队列中的信息新鲜度》。发表于 IEEE 国际通信会议，2019年7月。[26] M. Bastopcu 和 S. Ulukus。《Google Scholar 应该更频繁地更新谁？》。发表于 IEEE 信息通信会议，2020年7月。[27] Y. Sun、Y. Polyanskiy 和 E. Uysal。《通过具有随机时延的信道远程估计维纳过程》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2017年6月。[28] J. Chakravorty 和 A. Mahajan。《通过具有马尔可夫状态的分组丢弃信道进行远程估计》。IEEE Trans. on Automatic Control, 65(5):2016–2031，2020年7月。[29] M. Bastopcu 和 S. Ulukus。《带失真的更新的信息年龄：恒定和依赖年龄的失真约束》。IEEE/ACM Trans. on Networking, 29(6):2425–2438，2021年12月。[30] N. Rajaraman、R. Vaze 和 G. Reddy。《不仅要考虑年龄，还要考虑信息年龄与信息质量》。IEEE JSAC, 39(5):1325–1338，2021年。[31] J. Zhong、R. D. Yates 和 E. Soljanin。《针对随机到达符号的及时无损源编码》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2018年11月。[32] P. Mayekar、P. Parag 和 H. Tyagi。《用于及时更新的最优源代码》。IEEE Trans. on Info. Theory, 66(6):3714–3731，2020年3月。[33] M. Bastopcu、B. Buyukates 和 S. Ulukus。《用于最大化信息新鲜度的选择性编码策略》。IEEE Trans. on Communications, 69(9):5714–5726，2021年9月。[34] R. D. Yates、P. Ciblat、A. Yener 和 M. Wigger。《年龄最优的受约束缓存更新》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2017年6月。[35] M. Bastopcu 和 S. Ulukus。《缓存更新系统中的信息新鲜度》。IEEE Trans. Wireless Comm., 20(3):1861–1874，2021年3月。[36] B. Abolhassani、J. Tadrous、A. Eryilmaz 和 E. Yeh。《动态内容的新鲜缓存》。发表于 IEEE 信息通信会议，2021年5月。[37] P. Kaswan、M. Bastopcu 和 S. Ulukus。《并行中继网络中基于新鲜度的缓存更新》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2021年7月。[38] R. D. Yates。《网络中的八卦信息年龄》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2021年7月。[39] B. Buyukates、M. Bastopcu 和 S. Ulukus。《具有社区结构的网络中的八卦信息年龄》。发表于 IEEE 信号处理进展无线通信研讨会，2021年9月。[40] M. Bastopcu、B. Buyukates 和 S. Ulukus。《采用二元新鲜度指标进行八卦传播》。发表于 IEEE 全球通信会议，2021年12月。[41] C. Kam、S. Kompella 和 A. Ephremides。《用于远程估计二元马尔可夫源的错误信息年龄》。发表于信息通信会议，2020年7月。[42] A. Garnaev、W. Zhang、J. Zhong 和 R. D. Yates。《干扰下维持信息新鲜度》。发表于 IEEE 信息通信会议，2019年5月。[43] G. D. Nguyen、S. Kompella、C. Kam、J. E. Wieselthier 和 A. Ephremides。《恶意干扰对信息新鲜度的影响：一种博弈方法》。发表于 IEEE 无线网络优化研讨会，2017年5月。[44] Y. Xiao 和 Y. Sun。《实时状态更新的动态干扰博弈》。发表于 IEEE 信息通信会议，2018年4月。[45] S. Banerjee、R. Bhattacharjee 和 A. Sinha。《平稳与非平稳环境中的信息年龄基本极限》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2020年6月。[46] R. Bhattacharjee 和 A. Sinha。《用于最小化最大信息年龄的竞争算法》。发表于 ACM 性能评估，2020年9月。[47] S. Banerjee 和 S. Ulukus。《存在对手时的信息年龄》。发表于 IEEE 信息通信会议，2022年5月。[48] S. Banerjee 和 S. Ulukus。《对抗性状态更新系统的博弈论分析》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2022年6月。[49] P. Kaswan 和 S. Ulukus。《存在干扰攻击时环形网络中的八卦信息年龄》。发表于阿西洛马会议，2022年10月。[50] P. Kaswan 和 S. Ulukus。《八卦信息年龄对时间戳篡改的易受影响性》。发表于 IEEE 信息论研讨会，2022年11月。