arXiv:2301.01309v1 [gr-qc] 3 Jan 2023

圈量子引力中的正则黑洞

AbhayAshtekar[1]，* Javier Olmedo[2]，† 和 Parampreet Singh[3]‡

[1] 物理系及引力与宇宙研究所，宾夕法尼亚州立大学，大学公园，宾夕法尼亚州 *16802*，美国[2] 格拉纳达大学理论物理与宇宙学系，格拉纳达，*18071*，西班牙[3] 路易斯安那州立大学物理与天文学系，巴 *Baton Rouge*，路易斯安那州 *70803*，美国

关于圈量子引力（LQG）中的正则黑洞，已有大量文献，其中量子几何效应消除了奇点，从而实现了经典时空的量子延拓。正如我们将看到的，消除奇点的机制也可能引发一些概念上不理想的特征；这些特征可能十分微妙，往往只有经过详细考察才能发现。因此，必须相当审慎地选择量子化方案。我们首先以经典广义相对论中克鲁斯卡尔时空所描述的永恒黑洞为背景，继而讨论涉及引力坍缩的动力学情形，最后探讨霍金蒸发过程，以此阐释由此涌现的新物理。本文重点关注与因果结构、俘获视界和反俘获视界，以及与曲率和物质相关的不变量的有界性有关的新颖概念特征。本章并非旨在全面综述LQG关于无奇点黑洞的所有成果。相反，我们选取了几个主流研究方向作为讨论的基础，并提供相关参考文献，以便读者了解更多细节以及相关进展。在本书的宗旨下，我们旨在呈现一个面向广大读者、易于理解的概览。[a]

I 引言

引力学界普遍认为，经典广义相对论（GR）中的黑洞奇点为探索爱因斯坦理论之外的物理学提供了绝佳机会。然而，时至今日，对于完整量子引力中黑洞奇点的命运，尚未形成共识。事实上，即便是该领域的一个核心问题，也仍在持续争论：经典广义相对论中的奇点会在完整量子引力中自然得到解决，还是会继续存在？正如本卷的名称本身所暗示的，在许多学术圈中，肯定的答案被视为所提出的量子引力理论具有可行性的必要条件。但这并非普遍接受的观点。例如，有人提出，在渐近反德西特

[a] 《正则黑洞：迈向引力坍缩新范式》一书特邀章节，C. Bambi 编，新加坡施普林格（2023）* ashtekar.gravity@gmail.com

† javolmedo@ugr.es

‡ psingh@lsu.edu

时空中消除奇点将违反由 AdS/CFT 对应关系所启发的“无传输原理” [1]。更一般地说，对于黑洞蒸发过程的讨论，通常基于这样一种假设：量子引力中也存在奇点。这些预期源自霍金 40 多年前绘制的一幅蒸发黑洞彭罗斯图 [2], ，其中，即使黑洞已经完全消失，奇点仍作为时空未来边界的一部分存在（见图 4）。然而，这幅图中的这一特征并非通过计算得出；事实上，即便在今天，这样的计算仍不可得。此外，约 40 年后，霍金本人改变了看法：有人提出了一幅新的彭罗斯图，用于表示一个不存在奇点的蒸发黑洞（见 [3]中的图 2）。尽管如此，有趣的是，霍金最初的范式仍继续在关于信息丢失问题的讨论中占据重要地位：例如，参见文献 [4] ，其中这一奇点的持续存在导致了从 $\mathscr{I}^-$ 到 $\mathscr{I}^+$的非幺正演化；另见文献 [5–7] ，其中提出了尽管存在这一奇点，如何挽救幺正性的方案，从而避免信息丢失。

圈量子引力（LQG）以量子黎曼几何为基础，为探究经典广义相对论中的奇点命运提供了一条系统途径。因此，当经典广义相对论的连续时空变得不再适用时，普朗克区间便会出现新物理（例如参见 [8]）。在常用的宇宙学模型中，人们已对这种新物理的影响进行了详细分析。爱因斯坦方程的非微扰量子修正意味着，一旦某个曲率不变量接近普朗克尺度，爱因斯坦动力学的量子几何修正就会引入强烈的“排斥性修正”，使该不变量减小，从而阻止其发散（例如参见 [9–11]）。因此，在圈量子宇宙学（LQC）中，大爆炸/大坍缩奇点被量子反弹所取代。当曲率降至约为 $\sim 10^{-4}$ 普朗克尺度时，量子修正便可忽略，经典广义相对论也就成为良好的近似。

那么，一个自然的问题是：黑洞奇点处是否也会出现同样的现象？迄今的研究结果为此提供了大量证据。然而，从技术上讲，由于两个原因，这一情形比宇宙学模型中的情形更为复杂。首先，即使在史瓦西解中，尽管奇点附近的时空是均匀的，但并 非各向同性。其次，曲率发散的性质不同于常用宇宙学模型中的情况：正如彭罗斯所强调的，在均匀各向同性宇宙学模型中，外尔曲率在大爆炸时恒为零，而在史瓦西奇点处则会发散。因此，尽管所有圈量子引力研究都表明奇点得以消除，但截至目前，黑洞扇区的研究成果还不如圈量子宇宙学领域的成果有力。尽管如此，自2004年以来开展的大量研究，既在概念上加深了认识，也在技术上详细探讨了史瓦西奇点消除的性质。我们的目标是以初入门的研究人员也能理解的技术层次，呈现一个整体图景，并着重阐述概念问题、新颖之处以及尚待解决的问题。我们还提供了可供查阅详情的参考文献。此外，为方便非专业读者，在本章中，我们会在每次技术讨论之后暂停，总结要点，并在每个

小节末尾也会如此。

在第II 节和III 节中，我们重点讨论克鲁斯卡尔时空的量子延拓。由于静态Killing场在“内部”区域内是类空的——该区域的未来边界是奇点，过去边界则是视界——时空度规在空间上是均匀的（但并非各向同性）。众所周知，克鲁斯卡尔时空的这一部分与真空康托夫斯基-萨克斯宇宙学模型等距。因此，研究者在圈量子引力的多项研究中运用圈量子宇宙学的技术，分析史瓦西奇点的命运（例如参见[12–38]）。其中一些分析给出了支配系统量子态演化的方程，但详细结果是基于所谓的“有效方程”得出的，其目的是将尖锐峰化量子态下经典几何的主导阶量子修正纳入考量。[1] 从概念层面看，这些研究都采用了相同的策略。然而，这一程序在技术实现上的差异导致内部区域出现了不同的有效几何。尽管如此，在所有这些情形中，奇点都因量子修正而得以消解。我们将在第II节讨论这一策略，并比较各种结果、分析其异同。克鲁斯卡尔时空中的奇点消解，为其量子延拓的因果结构提供了若干明确的结论。特别是，奇点被一个“跃迁面”所取代；该面的紧邻过去一侧是俘获区域，紧邻未来一侧则是反俘获区域。这种几何有时被称为描绘了“黑洞到白洞的转变”。我们将避免使用这一说法，因为它还带有一些并不适用的含义。尤其是，“黑洞”和“白洞”这两个术语通常与奇点和事件视界相伴。在圈量子引力中，奇点不复存在；而在动力学情形下，事件视界也不存在。

在第 III 节中，我们考察史瓦西外部区域，即由视界和 $\mathscr{I}^{\pm}$所界定的区域。时空再次被分解为齐次三维曲面，但这些曲面现在是类时的，而非类空的。我们遵循 [28, 29, 39]，讨论将“内部”几何延拓到这一外部区域的一种可能性。这种延拓有若干引人注目的性质 [30], ，但也有一些令人费解之处：尽管量子修正度规以一种精确的意义再次渐近平坦（例如，这足以定义 ADM 质量），但它趋近平直度规的方式比物理学文献中通常采用的条件更弱。已有 一些其他方案，旨在得到具有标准渐近行为的有效度规（例如，参见 [33, 38]），但目前尚未形成定论。

不过，克鲁斯卡尔时空本身是一种理想化模型，因为它描述的是“永恒黑洞”；自然界中遇到的黑洞则是动态地形成的，例如通过引力坍缩或致密双星并合。在此情形下，人们仍会预期，量子效应消除奇点后所形成的因果结构，其定性特征具有稳健性。在第 IV 节中，我们讨论动力学情形的模型

[1]关于有效方程背后的概念框架，参见例如 [9]。请注意，此处“有效方程”一词的含义与标准量子场论中的含义截然不同。这在文献中偶尔引发了混淆。在圈量子引力中，人们并不会积掉“高能模”；普朗克尺度效应会被保留下来。例如，在圈量子宇宙学中，某些态即使处于普朗克区间仍保持尖锐峰态，而有效方程描述了这些态中量子波函数峰值的演化，并忽略了涨落。

这些模型已在圈量子引力框架内得到分析，本文将概述当前研究状况，重点关注勒梅特-托尔曼-邦迪类型的坍缩模型，以及 Choptuik 发现的临界现象。在第五节，我们将讨论黑洞蒸发和“信息丢失”问题。圈量子引力对这些问题的讨论有两个关键特点 [40]。首先，如上文所述，与霍金开创性论文中的彭罗斯图 [2],不同，时空内部不存在可充当“信息汇”的奇点。其次，如图6 中的圈量子引力彭罗斯图所示，不存在事件视界：形成并蒸发的是一个动力学视界 [41–43]。文献中的许多讨论都假设存在一个事件视界，它是“内部”区域的边界，任何因果信号都无法从该区域传至渐近区域。由此，人们要么得出信息丢失的结论，要么引入量子复印机、防火墙和快速扰乱器等“奇异”构想来恢复幺正性。正如我们将要讨论的，一旦认识到事件视界并不存在，通往幺正性的道路便更加直接。然而，与其他所有研究路径一样，仍有重要问题有待解决：蒸发过程末期量子辐射的精确性质需要借助完整圈量子引力加以研究，而这项分析才刚刚起步。我们将在第五节概述当前研究状况。在第六节，我们汇总圈量子引力中正则黑洞的关键特征，并将其与其他研究路径中的正则圈量子引力黑洞进行比较和对照。

我们的约定如下。时空度规g_{ab} 的特征信号为 -,+,+,+ ，曲率张量定义为$R_{abc}{}^{d}k_d = 2\nabla_{[a}\nabla_{b]}k_c$；$R_{ac} = R_{abc}{}^{b}$；以及$R = g^{ab}R_{ab}$。我们所说的宏观黑洞，是指满足$GM =: m \gg \ell_{\rm Pl}$的黑洞。

II 史瓦西内部

记(M, g_{ab}) 为史瓦西度规的克鲁斯卡尔延拓（见图 1），并以 $(M_{\rm II}, g_{ab})$表示该时空中代表（开放）内部区域 II 的象限，其边界由黑洞奇点和未来视界构成。该区域由一族$r_{\rm sch}$ = 常数类空流形叶状分解而成，其拓扑为 $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{R}^2$。每个叶面都具有 3 个切于其二维球面截面的旋转 Killing 场，这些截面在平移 Killing 场的作用下彼此映射。因此，$(M_{\rm II}, g_{ab})$ 具有空间齐次性，但并非各向同性；它与（真空）康托夫斯基–萨克斯宇宙学模型等距。因此，圈量子引力方法采用齐次宇宙学中的处理步骤。现在，基于度规变量的惠勒–德维特（WDW）理论中，大爆炸和大坍缩奇点依然存在；而在圈量子宇宙学中，由于使用联络变量所产生的量子几何，这些奇点自然得到消解（例如，见 [9]）。因此，针对史瓦西内部区域的圈量子引力研究也从使用联络变量分解爱因斯坦方程开始。在经典理论中，这些方程中出现的曲率张量分量，可通过先计算沿适当闭合回路的引力联络整体量（称为小方格），再令这些小方格所围面积趋于零而得到。在圈量子引力中，相应的量子算符通过不断缩小这些小方格，直至其围成的面积达到面积算符的最小非零本征值而得到。这个本征值称为面积间隙，记为 Δ。因此，量子几何的信息

被编码进动力学方程中。曲率标量等可观测量在整个动力学轨迹上都可以获得有限的 上界，因此奇点得以消解。 Δ 出现在这些上界表达式的分母中；当 $\Delta \to 0$ 时，经典奇点便会出现。

对于黑洞，尽管已经写出了算符方程 [12–15, 34, 37],，但利用第I节讨论的“有效方程”，已对奇点消解及随之而来的量子修正几何进行了详细研究。有效方程的解表明，中心奇点因量子修正而消解。然而，圈量子引力领域的不同研究采用了不同方案来构造量子修正曲率算符。直观而言，这些方案代表了量子化歧义，进而影响具体预测。为简洁起见，在第IIA 节和IIB 节中，我们将介绍近期一种不受早期研究局限的方法所采用的一般框架及其结果；在第IIC 节中，我们将简要比较其他方法。受篇幅限制，我们总体上只介绍各种构造背后的动机，并总结最终结果。关于详细推导及其他细节，尤其请参见 [12, 13, 19, 20, 29]。

A 框架

在联络动力学中，时空几何的初始数据由一个取值于 SU(2) 的联络 A_a^i 及其共轭“电场”E_i^a 构成，如同杨–米尔斯理论中一样。在

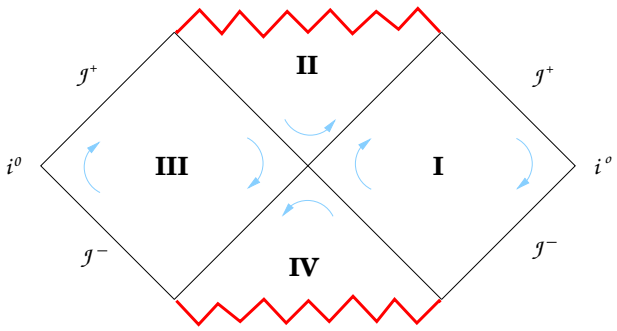

图 1: 克鲁斯卡尔时空的彭罗斯图。本节讨论第二部分的量子延拓，其过去边界为未来视界，未来边界为奇点。第 IIB 节讨论区域 I 的量子修正的有效几何。

爱因斯坦方程的最终解中，A_a^i 表示引力联络，它平行输运 SU(2)旋量；而E_i^a则表示正交归一的空间三分量（密度权重为 1）。由于模型具有空间齐次性，哈密顿框架中的各种空间积分会出现平凡的发散。因此，人们引入“红外截断”。这样一来，便将齐次切片截断为有限（而非无限）的圆柱体，其坐标为 (θ,ϕ,x)，其中x $\in$属于$(0,L_\circ)$（而不是x $\in$ 属于$(0,\infty)$）。当然，必须确保最终结果均不依赖于$L_\circ$。可以求解“运动学”约束方程，并通过规范固定将基本变量写成以下形式

$$\begin{aligned} A_a^i\,\tau_i\,\mathrm{d}x^a &= c/L_\circ\,\tau_3\,\mathrm{d}x + b\,(\tau_2\mathrm{d}\theta - \tau_1\sin\theta\,\mathrm{d}\phi) + \tau_3\cos\theta\,\mathrm{d}\phi, \\ E_i^a\,\tau^i\partial_a &= p_c\,\tau_3\,\sin\theta\,\partial_x + (p_b/L_\circ)\,\tau_2\,\sin\theta\,\partial_\theta - (p_b/L_\circ)\,\tau_1\,\partial_\phi \end{aligned} \tag{2.1}$$

其中，τ_i 是与泡利自旋矩阵 σ_i 通过 $\tau_i = -\mathrm{i}\sigma_i/2$相关联的 SU(2)生成元。实值联络分量 b、c 以及三标架分量 p_b、p_c 仅是时间的函数，并作为四维相空间上的共轭坐标。为方便起见，选择三标架的取向，使 b、c、p_c 为正，p_b 为负。由 (2.1) 可知，物理量只能依赖于 b、$(\mathrm{p}_b/\mathrm{L}_\circ)$、$(\mathrm{c}/\mathrm{L}_\circ)$、$\mathrm{p}_c$。给定一个标记空间均匀超曲面的时间坐标 τ 及其对应的引力时滞函数 $\mathrm{N}\tau$，区域 II 中的时空度规形式如下

$$g_{ab}\mathrm{d}x^a\mathrm{d}x^b \equiv \mathrm{d}s^2 = -N_\tau^2\mathrm{d}\tau^2 + \frac{p_b^2}{p_c L_\circ^2}\mathrm{d}x^2 + p_c(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2). \tag{2.2}$$

在视界处，b、p_b为零，平移类空矢量场X $=\partial/\partial x$变为类光。当p_c为零时，度规二球面的半径收缩至零，导致曲率标量在此处发散。这就是史瓦西奇点。

结果表明，如果采用引力时滞函数 $N_{\mathrm{cl}} = (\gamma\sqrt{p_c})/b$（它不同于 Schwarzschild 坐标中的标准引力时滞函数），支配基本变量动力学的爱因斯坦方程会大大简化。此表达式中的 γ 是圈量子引力的无量纲 Barbero-Immirzi 参数。它类似于量子色动力学中的 θ-参数，因为它代表一种量子化歧义：经典物理对 γ 的具体取值并不敏感；我们只需要 $\gamma > 0$。用相应的时间坐标 T_{cl} 表示时，动力学轨迹为：

$$b(T_{\mathrm{cl}}) = \gamma\left(e^{-T_{\mathrm{cl}}} - 1\right)^{1/2} \quad \text{and} \quad p_b(T_{\mathrm{cl}}) = p_b^{(\circ)}\,e^{T_{\mathrm{cl}}}\left(e^{-T_{\mathrm{cl}}} - 1\right)^{1/2}, \tag{2.3}$$

and

$$c(T_{\mathrm{cl}}) = c_{(\circ)}\,e^{-2T_{\mathrm{cl}}} \quad \text{and} \quad p_c(T_{\mathrm{cl}}) = p_c^{(\circ)}\,e^{2T_{\mathrm{cl}}}\,. \tag{2.4}$$

其中$c^{(\circ)}$，$p^{(\circ)}{}_b$ ，$p_c^{(\circ)}$是积分常数。将其与标准史瓦西解形式进行比较可得$p_c^{(\circ)} = 4m^2, p^{(\circ)}{}_b$ $/L_\circ = -2m$，以及$c_{(\circ)}/L_\circ = \gamma/4m$，其中$m$与史瓦西解的质量之间的关系为$m$ $=GM$。在视界处$T_{\mathrm{cl}} = 0$，在奇点处$T_{\mathrm{cl}} = -\infty$。

动力学变量满足哈密顿约束

$$H_{\rm cl}[N_{\rm cl}] \equiv -\frac{1}{2G\gamma}\Big(\big(b+\frac{\gamma^2}{b}\big)p_b + 2c\,p_c\Big) = 0. \tag{2.5}$$

很容易验证，b 和 c 扇区在（2.5）右侧的项分别随时间守恒，并且在解上分别等于 $-m$ 和 m。因此，如果约束（2.5）在某一时刻 $T_{\rm cl}$成立，那么它对所有 $T \in (-\infty,0)$均成立。

如上所述，在过渡到量子理论时，空间曲率是用引力联络的整体性来表示的；该联络 A_a^i 沿着适当选取、包围最小非零面积的面片回路取值，$\Delta = 4\sqrt{3}\,\pi\gamma\ell_{\rm Pl}^2$。（因此，尽管经典物理对 Barbero-Immirzi 参数 γ的取值不敏感，量子物理却并非如此。通常通过黑洞熵计算将其取值确定为 $\gamma = 0.2375$ 。）因此，描述主要量子修正的有效方程引入了新的'量子参数'，记作 δ_b 和 δ_c，它们表示这些面片的边长，并在经典极限下趋于零，$\ell_{\rm Pl} \to 0$（或者说，$\Delta \to 0$，同时保持 γ不变）。这些量子参数的不同选择构成了上文提到的量子化歧义。本节将采用一种策略 [28–30] 它不具有其他方法中遇到的、在物理上不可取的特征（详见第IIC节）。

这一策略背后的一个关键思想是使用 δ_b 和 δ_c，它们是"狄拉克可观测量"，即沿动力学轨迹保持不变的相空间函数。[2] 从现在起，我们只考虑此类 δ_b，δ_c。那么，与之前一样，如果在引力时滞函数的选取中纳入适当的量子修正，并将其定义为$N := (\gamma\sqrt{p_c})\,\delta_b/\sin(\delta_b b)$，演化方程就会简化。（注意，当面积间隙 Δ趋于零时，δ_b 也趋于零，且N会还原为$N_{\rm cl}$。）用T表示相应的时间参数，并用"点"表示对T的导数。那么，与经典理论一样，有效演化方程中的b 扇区和c 扇区彼此分离：

$$\dot{b} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\sin(\delta_b b)}{\delta_b} + \frac{\gamma^2\delta_b}{\sin(\delta_b b)}\right), \qquad \dot{p}_b = \frac{p_b}{2}\cos(\delta_b b)\left(1 - \frac{\gamma^2\delta_b^2}{\sin^2(\delta_b b)}\right), \tag{2.6}$$

and

$$\dot{c} = -2\,\frac{\sin(\delta_c c)}{\delta_c}, \qquad \dot{p}_c = 2\,p_c\cos(\delta_c c). \tag{2.7}$$

但是，与经典理论一样，这两个扇区通过（现在的有效）哈密顿约束相互联系：

$$H_{\rm eff}[N] \equiv -\frac{1}{2G\gamma}\Big[\Big(\frac{\sin(\delta_b b)}{\delta_b} + \frac{\gamma^2\delta_b}{\sin(\delta_b b)}\Big)\,p_b + 2\frac{\sin(\delta_c c)}{\delta_c}\,p_c\Big] = 0. \tag{2.8}$$

[2]由于爱因斯坦演化方程右侧包含空间曲率，经典动力学轨迹的量子修正版（2.3）和（2.4）具有以下特征：沿着这些轨迹，δ_b 和 δ_c 本身保持不变，同时还包含 δ_b 和 δ_c（见（2.9）、（2.10）和（2.11））。因此，寻找作为狄拉克可观测量的 δ_b 和δ_c，在概念上颇为微妙，在技术上也相当复杂。这些微妙之处引发了一些担忧 [31]。该问题已在 [35–37, 44]中进行了详细分析。最终结果的一致性可直接由有效方程（2.6）—（2.8）得出。

直接计算表明，约束（2.8）在时间演化中保持不变。

总而言之，条件 $\delta_b = 0, \delta_c = 0$、演化方程 (2.6)、(2.7) 以及约束方程 (2.8) 构成了一组自洽的方程，它们推广了经典理论中的约束方程和演化方程。与经典理论的一个显著差异在于，在圈量子引力中，量子理论里有良定义算符与引力联络 A_a^i 所定义的整体性相对应，而不存在与 A_a^i 本身相对应的算符。因此，只会出现 δ_bb 和 δ_c c 的三角函数。由此，这些变量的取值范围被紧致化（如同在圈量子宇宙学 [45]中一样）：它们取值于开区间 $(0, \pi)$。相比之下，动量 p_b、p_c 仍像经典理论中那样取值为 $\mathrm{p}_b < 0$ 和 $\mathrm{p}_c > 0$。

为了求解演化方程，首先求出以下解会比较方便 $c(T), p_c(T)$以及 $b(T)$。现在，在 c 扇区，运动方程 (2.7) 立即表明，$m_c = (\sin(\delta_c c) p_c)/(\gamma L_\circ \delta_c)$ 是一个运动常数。这一事实使解的形式得以简化。可得

$$\tan\left(\frac{\delta_c\, c(T)}{2}\right) = \frac{\gamma L_o \delta_c}{8 m_c} e^{-2T}, \qquad p_c(T) = 4 m_c^2 \left(e^{2T} + \frac{\gamma^2 L_o^2 \delta_c^2}{64 m_c^2} e^{-2T}\right), \tag{2.9}$$

$$\cos\left(\delta_b\, b(T)\right) = b_o \tanh\left(\frac{1}{2}\left(b_o T + 2\tanh^{-1}\left(\frac{1}{b_o}\right)\right)\right), \tag{2.10}$$

其中常数b_o 由$b_o = (1+\gamma^2 {\delta_b}^2)^{1/2}$给出。然后利用哈密顿约束确定$p_b(T)$:

$$p_b(T) = -2 \frac{\sin(\delta_c\, c(T))}{\delta_c} \frac{\sin(\delta_b\, b(T))}{\delta_b} \frac{p_c(T)}{\frac{\sin^2(\delta_b\, b(T))}{\delta_b^2} + \gamma^2}. \tag{2.11}$$

方程 (2.9) - (2.10) 给出了有效理论的动力学轨迹。容易验证，在极限 $\delta_b \to 0$, $\delta_c \to 0$ 下，可恢复经典轨迹。总而言之，对于任意选取的运动常数 δ_b, δ_c，量子修正后的有效轨迹由 (2.9) - (2.11) 给出。由于这些方程仅涉及组合 b, $(\mathrm{p}_b/\mathrm{L}_\circ)$ δ_b; $(\mathrm{c}/\mathrm{L}_\circ)$, p_c 和 $\mathrm{L}_\circ \delta_c$，因此度量 (2.2) 及所有物理结果均不受红外截断 $\mathrm{L}_\circ$ 的选择影响。

到目前为止 δ_b, δ_c 可以是满足 $\delta_b = 0$ 和 $\delta_c = 0$ 的任意量子参数。接下来的考量为确定它们提供了一条自然途径。回想一下，在经典解中，c 部分的$H_{\mathrm{cl}}[N_{\mathrm{cl}}]$等于$m$，而$b$ 部分等于 $-m$。因此，在有效理论中，我们可以令

$$\frac{1}{2\gamma}\left(\frac{\sin(\delta_b b)}{\delta_b} + \frac{\gamma^2 \delta_b}{\sin(\delta_b b)}\right)\frac{p_b}{L_\circ} = -m_b \quad \text{and} \quad \frac{\sin(\delta_c c)}{\gamma L_\circ \delta_c} = m_c\,. \tag{2.12}$$

运动方程（2.6）和（2.7）意味着 m_b 和 m_c 都是运动常数，而有效哈密顿约束为 $m_b = m_c$。对于解，我们将省略下标，并令 $m_b = m_c = m$。 m_b 和 m_c 都是运动常数这一事实，提示了一种

自然的策略，可用于限制 δ_b、δ_c的形式：要求 δ_b 仅为 m_b的函数，并且δ_c 仅为 m_c的函数。要约束函数形式，还需要额外的信息，概述见第 IIB节。这里我们只指出，对于大黑洞（即对于满足 $m \gg \ell_{\rm Pl}$ 的解），最终答案的形式相当简单： δ_b 和 δ_c 可以用以下表达式极其精确地近似

$$\delta_b = \Big(\frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{2\pi}\gamma^2 m_b}\Big)^{1/3}, \qquad \text{and} \qquad L_o\delta_c = \frac{1}{2}\Big(\frac{\gamma\Delta^2}{4\pi^2 m_c}\Big)^{1/3}. \tag{2.13}$$

（请记住，物理结果只能取决于组合$L_o\delta_c$。）

总之，内部区域的有效度规由（2.14）给出，其中 c,p_c由（2.9）给出，b,p_b由（2.10）、（2.11）给出，而 δ_b, δ_c 由（2.13）给出。观察可知，当面积间隙 Δ 趋于零时， δ_b 和 δ_c 都趋于零，有效理论也就还原为经典广义相对论。

B 奇点消解、因果结构与曲率界

让我们来探究有效理论的时空度规性质

$$g_{ab}\mathrm{d}x^a\mathrm{d}x^b \equiv \mathrm{d}s^2 = -N^2\mathrm{d}T^2 + \frac{p_b^2}{p_c L_\circ^2}\mathrm{d}x^2 + p_c(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2). \tag{2.14}$$

。所考虑开放区域的过去边界仍由 $\mathrm{b} = 0$、$\mathrm{p}_b = 0$ 给出，它在每条动力学轨迹上的 $\mathrm{T} = 0$ 处出现。平移 Killing 矢量 X^a 在这些点变为类光；因此，与经典理论中一样，这一边界代表视界。在经典理论中，奇点的特征是度规二球面的半径（即 p_c）消失。然而，在有效理论中，p_c 具有一个非零最小值 $\mathrm{p}_c^{\min} = \frac{1}{2}\gamma(\mathrm{L}_\circ\delta_c)\mathrm{m}$，该值出现在 $\mathrm{T} = \frac{1}{2}\ln(\gamma\mathrm{L}_\circ\delta_c)/8\mathrm{m}$处。请注意，这个最小半径处于普朗克尺度，但取决于初始黑洞的质量：$\mathrm{r}_{\min} \sim (\mathrm{m}\ell_{\rm Pl}^2)^{1/3}$。这一曲面取代了经典奇点，而时空度规（2.14）可以平滑地延拓穿过这个三维流形。

可以通过计算度规二球面的两个零法向量的膨胀率$\Theta_\pm$ 来探究该曲面附近的因果结构。在该曲面的过去一侧，两个膨胀率均为负。因此，这里是一个俘获区域，与经典理论中的整个区域 II 一样。有趣的是，在该曲面上两个类光膨胀率均为零。这是经典广义相对论中未曾出现过的新情形。由于度量在该曲面两侧光滑，时空在此处定义良好，因此可以分析该曲面未来一侧的两个膨胀率。它们均为正，所以未来一侧的区域是反俘获区域。因此，在量子延拓有效时空中，该曲面恰好将俘获区域与反俘获区域分隔开来。因此它被称为跃迁面，记作 $\mathscr{T}$。它类似于圈量子宇宙学中的“反弹面”（取代大爆炸）；在反弹面过去一侧，宇宙的膨胀率为负，而在未来一侧

则为正。不过，此处的“膨胀率”指沿度规二球面的两个零法向量方向，度规二球面面积的变化。通过这一过程，时空向未来延拓了多远？在由曲面 $T = -(4/b_o)\,tanh^{-1}(1/b_o)$ 所围成的开放区域内，度量 $(\delta_b b) = \pi$ 且 $p_b = 0$ 均定义良好。Killing 场 X_a 在边界上再次变为类光，因此它再次代表一个视界，将未来一侧的反俘获区域围定起来。总之，有效动力学将开放区域 II（见图 1）延拓为一个菱形开放区域（见图 2），该区域由 Killing 视界围定。区域被跃迁面 $\mathscr{T}$ 分隔开来，其过去一侧是俘获区域，未来一侧则是反俘获区域。这种延拓通常称为黑洞到白洞的转变。

在圈量子宇宙学中，时空曲率在反弹面上达到最大值，而且这一上界具有普适性。量子修正几何在跃迁面 $\mathscr{T}$ 是否也呈现相同的特征？答案是肯定的。有：

$$R^2\,|_{\mathscr{T}} \approx \frac{256\pi^2}{\gamma^4\Delta^2} + \ldots \qquad R_{ab}R^{ab}\,|_{\mathscr{T}} = \frac{256\pi^2}{\gamma^4\Delta^2} + \ldots \tag{2.15}$$

$$C_{abcd}C^{abcd}\,|_{\mathscr{T}} = \frac{1024\pi^2}{3\gamma^4\Delta^2} + \ldots \qquad R_{abcd}R^{abcd} = \frac{768\pi^2}{\gamma^4\Delta^2} + \ldots \tag{2.16}$$

其中所有修正项...都具有相同的形式 $\mathscr{O}\big((\Delta/m^2))^{1/3}\ln(m^2/\Delta)\big)$。首先回顾一下，经典极限对应于 $\Delta \to 0$ （保持 $\gamma > 0$ 不变）。因此在此极限下

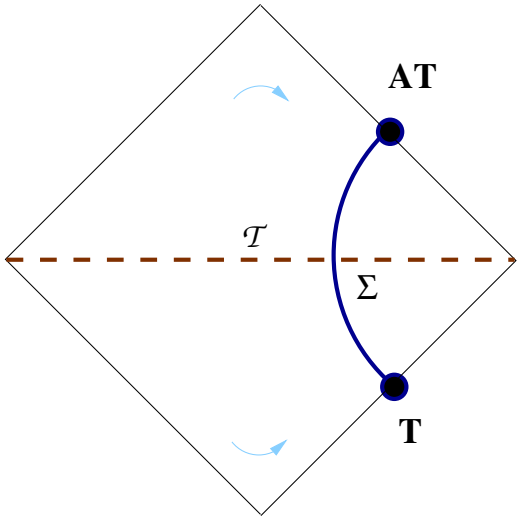

图 2：有效理论中区域 II 的量子延拓，见图 1 。奇点被跃迁面 $\mathscr{T}$ 取代。它将俘获区域与反俘获区域分隔开来。过去边界**T** 是一个类光（黑洞型）俘获视界，未来边界**AT** 是一个类光（白洞型）反俘获视界。连接两个视界上二维球面的类时三维流形 Σ 用于公式（2.17）。

所有不变量都会发散，$\mathscr{I}$而会被奇点取代。其次，由于主导项与质量无关，上界具有普适性。（数值系数之所以不同，只是因为这些不变量对应总曲率的不同部分。）第三，随着远离 $\mathscr{I}$，即使对于质量非常小的黑洞，这些曲率标量也会迅速趋近于其经典值。因此，远离跃迁面时，时空几何的量子修正非常小。例如，虽然有效解的视界半径始终大于其经典对应解的视界半径，即使在$m = 10^4 \ell_{\rm Pl}$的情况下，相对差异也只有 $\sim 10^{-15}$；对于一个太阳质量黑洞，这一差异则为 $\sim 10^{-115}$! 最后，我们可以考察构成菱形区域过去边界的俘获视界半径$r_{\rm T}$ 与构成未来边界的反俘获视界半径$r_{\rm AT}$ 之间的关系。它们是否近似相等？对于宏观黑洞，答案是肯定的，尽管“反弹”并非完全对称。例如，对于一个恒星质量黑洞，$r_{\rm T} = 3$千米，而$r_{\rm AT} = (3 + O(10^{-25}))$千米。正如我们将在第II C节看到的，有效动力学的这些结果并非平凡：要实现奇点消解，同时又不在奇点之外引发意料之外的大效应，出乎意料地困难。

接下来请注意，虽然经典解中的里奇张量恒等于零，但有效解中的里奇张量并非为零。只需令 $8\pi G_{\rm N} T\mathrm{eff}_{ab} := R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab}$，并将$T^{\rm eff}_{ab}$解释为量子修正时空的有效应力能量张量即可。正如前文所述，对于宏观黑洞，远离 $\mathscr{I}$ 时，这些量子修正可以忽略不计。然而，在 $\mathscr{I}$ 的紧邻区域内，它们会变得很大并占据主导地位。不出所料，尽管$T^{\rm eff}_{ab}$所定义的能量密度处处有限，但在这一区域内会变得很大且为负，从而违反能量条件；而奇点消解要发生，就必然如此。

有趣的是，这一事实与科马尔质量$M_{\rm K}$相关的考量形成了表面上的矛盾。回想一下，在经典理论中，由平移 Killing 场 $M_{\rm K}$ 定义的质量 X^a 等于（半个）视界半径。正如我们所见，对于宏观黑洞，半径 $r_{\rm T}$ 和$r_{\rm AT}$ 基本相同。但在反俘获视界与俘获视界处计算的科马尔质量之差，等于在一个三维流形 Σ 上的积分；该流形连接俘获视界的一个截面与反俘获视界的一个截面（见图2），

$$M_{\rm K}^{\rm AT} - M_{\rm K}^{\rm T} = 2 \int_\Sigma \left(T^{\rm eff}_{ab} - \frac{1}{2} T^{\rm eff}\, g^{\rm eff}_{ab} \right) X^a \mathrm{d}\Sigma^b \,, \tag{2.17}$$

而对于宏观黑洞，右侧被积函数在附近是 $\mathscr{I}$很大且为负（因为它代表有效能量密度）。那么，两个科马尔质量怎么会相同呢？事实证明，对于宏观黑洞，式（2.17）的被积函数确实很大且为负，但其数值非常接近 $-2M_K^{\rm T}$。因此，与反俘获视界相关的科马尔质量为M

$$M_{\rm K}^{\rm AT} \approx M_{\rm K}^{T} - 2 M_K^{\rm T} = M M_{\rm K}^{\rm T},$$

这个负号恰到好处，因为平移 Killing 场在俘获视界$\mathbf{T}$上指向未来，而在反俘获视界AT上则指向过去！参见图3中的（蓝色）箭头。这一解答又一次体现了通过选择量子参数（2.13）所实现的概念上微妙的平衡。

总之，在第IIA 节讨论的有效理论中，史瓦西奇点得到了自然消解；图1 中由奇点界定、向未来延伸的区域 II，被扩展为图2所示的无奇点菱形区域，其过去边界是俘获视界，未来边界是反俘获视界。奇点被一个类空曲面 $\mathscr{T}$取代，该曲面标记了俘获区域与反俘获区域之间的转变。曲率标量在 $\mathscr{T}$上达到最大值，且在首阶近似下这些最大值具有普适性。尽管面积间隙所体现的量子修正Δ 在 $\mathscr{T}$附近占主导地位，但随着远离该处会迅速减弱；对于宏观黑洞，在视界附近则完全可以忽略。具体而言，宏观黑洞的俘获视界与反俘获视界半径无法区分。

C 圈量子引力研究综述

正如我们已经指出的，对史瓦西奇点的圈量子引力研究遵循相同的总体步骤，但在量子参数的选择上有所不同 δ_b， δ_c。由于史瓦西内部区域与康托夫斯基-萨克斯宇宙学模型是等距的，讨论往往聚焦于受宇宙学考量启发的问题，例如“标量因子”和剪切的行为，而不是那些与黑洞更直接相关的考量，尤其是会导致俘获和反俘获的有效几何性质。我们聚焦于一种 [28, 29]的方法。现在我们将概述用于确定 δ_b的各种策略， δ_c 以及这些策略得出的结果。由于我们的目标只是通过比较结果，呈现一幅关于整体现状的连贯图景，因此讨论将相当简要；详情可参阅参考文献中列出的原始论文。

总的来说，这些策略可分为三类：
(i) 参数被选为常数。这些方法通常称为 μ_o 型方案，因为它们模仿了圈量子宇宙学（LQC） [46]中采用常数值作为量子参数 μ 的策略。在这里，曲率算符通过沿小方格取引力联络的整体量，并不断缩小小方格，直至其所围成的坐标 面积等于面积间隙 Δ来定义；
(ii) 参数基于物理考量被选为相空间函数。这些方法通常称为 $\bar{\mu}$ 型方案，其名称源自圈量子宇宙学（LQC） [45] 中的一种策略：将小方格不断缩小，直至其所围成的物理 面积等于 Δ，并据此定义曲率算符 μ；
(iii) 参数被选为在有效动力学轨迹上保持为运动常数的相空间函数。最后两个小节中采用的策略属于这一类。

最早的研究 [12–14] 采用了策略 (i)；从技术上说，这是最容易实现的方案。这里使用与对称性相适配的坐标中的“正方形”小方格，将量子参数设为 $\delta_b = \delta_c = 2\sqrt{3}$ 。在 [19] 中对由此得到的有效理论的预测进行了详细分析。奇点再次得到消解，并被一个三维曲面取代，在该曲面上，对称二球面的面积达到最小值。然而，最小半径值和反俘获

视界的半径等物理量如今取决于红外截断 $L_\circ$。另一项局限是，即使在视界附近的低曲率区域，量子效应也可能变得显著。

在基于策略 (ii) 的方法中，量子参数通过仿效圈量子宇宙学中行之有效的策略来确定。再次根据问题的对称性调整小方格，并不断缩小它们，直到其围成的物理面积达到 Δ。因此，小方格本身现在取决于所考虑的相空间点，并会随时间演化而变化。由此，量子参数成为特定的相空间函数，沿动力学轨迹并非常量：$\delta_b = \Delta/\mathrm{p}_c \text{and } \mathrm{L}_\circ^2\,\delta_c^2 = (\mathrm{L}_\circ^2\,\mathrm{p}_c\Delta)/\mathrm{p}_b^2$。在这些定义中，$\mathrm{L}_\circ$的依赖关系恰好是确保物理结果不受基准选择 $\mathrm{L}_\circ$影响所必需的。这比策略 (i) 的结果有了显著改进。然而，由于 δ_b 取决于 p_c ，而 δ_c 取决于 p_c，因此出现了技术上的复杂性：b 扇区和 c 扇区的方程不再解耦。因此，目前尚无法写出解析解，迄今为止的所有研究都是通过数值计算完成的。这些计算表明，该框架有两类局限。首先，与 (i) 中一样，即使曲率较低，也会显著偏离经典理论。其次，当沿时间演化越过跃迁面后，动力学轨迹会进入相空间的一个区域，在该区域中，度规二球面的面积小于面积间隙 Δ，使得该方案在内部自相矛盾。因此，扩展时空的某些性质在物理上难以理解，或许并不令人意外。

策略 (iii) 最初被采用，旨在通过使 δ_b, δ_c 成为沿动力学轨迹保持恒定的相空间函数 [19, 20]来改善这一状况。这样，第二节 II A 节第一部分的考量便适用，b 扇区和 c 扇区彼此分离，动力学轨迹可以解析地写出，且 m_b 和 m_c 是运动常数。在最初的研究中，δ_b 和 δ_c 是根据量纲考量选定的，同时考虑到只有组合 $(\mathrm{L}_\circ\delta_c)$ 在红外截断 $\mathrm{L}_\circ$ 改变时保持不变。随后选取满足这些要求的最简单表达式，即 $(\delta_b)^2 := \Delta/4\mathrm{m}^2$ 和 $\mathrm{L}_\circ(\delta_c)^2 = \Delta$，而未考虑小方格及其周围引力联络的整体量 [19]。如所期望的，物理结果现在在 $\mathrm{L}_\circ$ 的重标度下保持不变。此时仍存在一个跃迁面 $\mathscr{T}$，将俘获区域和反俘获区域分隔开来；量子修正时空呈菱形区域，其边界在过去是俘获视界，在未来是反俘获视界。此外，与 μ_o 和 $\bar{\mu}$ 型方案不同，在曲率较低的视界附近区域，量子修正很小。然而，详细考察揭示了两项局限。首先，在跃迁面处，初始为宏观黑洞的克雷奇曼标量现在按 $1/\mathrm{m}$ 变化；因此，随着质量 m 增大，它反而减小。因此，对于天体物理黑洞，在 $\mathscr{T}$ 处“反弹”核心发生的大幅量子修正出现在低曲率下。第二个违反直觉的结果涉及跨越 $\mathscr{T}$ 的“质量膨胀”。未来$\mathscr{T}$的视界半径 r_{AT} 现在按 $\mathrm{r}_{\mathrm{AT}} = (\mathrm{r}_{\mathrm{T}}) \times (\mathrm{r}_{\mathrm{T}}/\ell_{\mathrm{Pl}})^3$ 变化。因此，如果初始黑洞的质量为一个太阳质量，且 $\mathrm{r}_T = 3\mathrm{km}$，那么就会有 $\mathrm{r}_{\mathrm{AT}} \approx 10^{93}\mathrm{Gpc}$！导致如此巨大放大的物理机制仍不清楚。因此，随后通过引入新的无量纲常数 α，研究了更一般的量子参数选取

以及 β，令 $(\delta_b)^2 := (\alpha^2\Delta)/4m^2$ 和 $L_o(\delta_c)^2 = \beta^2\Delta$，并改变 α 和 β，以确保$r_{\rm AT} \approx (r_{\rm T})$ 对大黑洞成立。通过数值方法找到了两个满足该条件的选取方案，另一个则是解析得到的。解析表达式表明，在 $\mathscr{T}$ 处克雷奇曼标量的首项并非普适，而是随m 快速增长，呈m^4/Δ^4 的关系。

第 2.13 节中用于讨论结果的表达式 (IIB) 也属于策略 (iii)。然而，现在量子参数 δ_b 和 δ_c 是通过特定的小方格获得的；这些小方格周围的整体量用于定义曲率。这些小方格根据问题的对称性专门构造，并围成物理面积 Δ，与策略 (ii) 中相同。关键区别在于，这些环路被限制在跃迁面 $\mathscr{T}$[28, 29]上。由于每条动力学轨迹都与之相交 $\mathscr{T}$且只相交一次，因此这一处方没有歧义，而且按构造 δ_b 和 δ_c 都是运动常数。这一选择自动得出结果 $r_{\rm AT} \approx (r_{\rm T})$，无需借助任何额外的自由参数（例如上文讨论的 α、 β）。此外，此时跃迁面必然位于曲率处于普朗克尺度的区域内，并且所有曲率不变量表达式中的主导项都是普适的。

正如本讨论所示，选择恰当量子参数 δ_b， δ_c是一项非常微妙的任务。虽然不难作出一种“合理”的选择来消除奇点，但由此得到的量子修正几何必须满足若干非平凡约束，才具备物理可接受性。多年来，人们提出了多种选择，但圈量子引力界随后进行的仔细审查表明，这些选择会以这样或那样的方式导致物理上不尽如人意的结果。前两个小节讨论的选择通过了迄今所有已知的检验。虽然这令人欣慰，但分析仍有一方面尚不完整。在圈量子宇宙学中，可以从量子理论的算符方程出发，系统地推导有效方程；这些推导表明，即使在深量子区域，仍存在保持高度尖锐的态，并且可以利用这些态中可观测量的期望值 [47, 48] （以及[9]第五节）。因此，圈量子宇宙学的有效方程编码了这些波函数峰值的动力学。对于黑洞，人们将成功的圈量子宇宙学技术与扩展相空间框架（引入于 [29]）结合起来，从而得到所需的算符方程，并在 [37]中选取物理态。从这一量子理论系统地推导有效方程，仍是圈量子引力中一个有待解决且值得研究的问题。

III 史瓦西外部区域

讨论奇点消解时，只需考虑图 1 中的区域 II。因此，圈量子引力研究最初聚焦于这一区域。然而，要全面理解量子修正时空，还必须将区域 II 的有效时空几何与区域 I 的有效时空几何联系起来。我们在第 IIIA 节介绍一种完成这一任务的方法。第 IIIB 节总结该方法所给出的近视界量子修正几何的性质，而 IIIC 节讨论有效时空的渐近结构。正如预期的那样，对于宏观黑洞，近视界几何呈现出符合物理预期的特征，因为量子修正

在该处很小。另一方面，在渐近区域，这种有效几何呈现出一个出乎意料的特征：虽然量子修正度规在严格意义上是渐近平坦的，但其趋近平坦的程度弱于人们事先可能预期的程度。我们将在第 VI 节讨论这一问题，并概述目前的研究现状。

A 底层框架

回想一下，对史瓦西内部区域的分析之所以大为简化，是因为该区域可分解为由齐次、类空切片构成的叶状结构。另一方面，外部区域则不允许这样的叶状分解。不过，四个 Killing 场确实为该区域提供了一种自然的叶状分解，其切片齐次且类时 。事实上，教科书中经典施瓦西度规的推导，可以理解为沿r 方向求解“演化方程”，同时在r =const 齐次切片上施加“哈密顿”约束，这与在史瓦西内部区域（或 Kantowski-Sachs 时空）采用的步骤如出一辙。主要区别在于，齐次切片上内禀三维度规的特征信号现在是 -,+,+ ，而不是 +,+,+。因此，在联络框架中，必须将作用于正交标架三元组的内部群从 SU(2) 改为 SU(1,1)。[3] 原先为 SU(2) 李代数提供基底的生成元 τ_i ，现在由构成 SU(1,1) 李代数基底的 $\tilde{\tau}_i$ 取代。两者之间的关系是

$$\tilde{\tau}_1 = i\tau_1, \quad \tilde{\tau}_2 = i\tau_2, \quad \text{and} \quad \tilde{\tau}_3 = \tau_3. \tag{3.1}$$

因此，对于外部区域，我们可以选择以下基本变量：

$$\begin{aligned} A_a^i\,\tilde{\tau}_i\,\mathrm{d}x^a &= \frac{\tilde{c}}{L_o}\,\tau_3\,\mathrm{d}x + i\tilde{b}\,\tau_2\mathrm{d}\theta - i\tilde{b}\,\tau_1\sin\theta\,\mathrm{d}\phi + \tau_3\cos\theta\,\mathrm{d}\phi, \\ E_i^a\,\tilde{\tau}^i\partial_a &= \tilde{p}_c\,\tau_3\,\sin\theta\,\partial_x + \frac{i\tilde{p}_b}{L_o}\,\tau_2\,\sin\theta\,\partial_\theta - \frac{i\tilde{p}_b}{L_o}\,\tau_1\,\partial_\phi. \end{aligned} \tag{3.2}$$

与（2.1）的比较表明，只需作如下替换，便可得到外部区域中「约束」和「演化」方程的解：

$$b \to i\tilde{b},\ p_b \to i\tilde{p}_b \qquad \text{and} \qquad c \to \tilde{c},\ p_c \to \tilde{p}_c$$

在内部区域的解中。事实上，可以明确验证，若将这些替换代入经典解（2.3）和（2.4），即可得到外部区域的史瓦西度规。因此，我们可以将这些替换应用于内部有效方程的解（2.9）、（2.10）（2.11），从而得到外部区域中所需的动力学轨迹，$T > 0$。它们给出

[3] 这种利用类时三维流形指定场，再沿类空方向对其进行「演化」的策略，是在 [39] 中针对完整圈量子引力的哈密顿框架提出并加以发展的。正如文中所述，在完整理论中，由于 SU(1,1) 是非紧致群，会遇到一些非平凡的技术困难。在此处讨论的均匀情形中，则不会出现这些问题。

$$\tan\left(\frac{\delta_c\tilde{c}(T)}{2}\right)=\frac{\gamma L_o\delta_c}{8m}e^{-2T},\qquad \tilde{p}_c(T)=4m^2\left(e^{2T}+\frac{\gamma^2L_o^2\delta_c^2}{64m^2}e^{-2T}\right), \tag{3.3}$$

$$\cosh\left(\delta_b\tilde{b}(T)\right)=\tilde{b}_o\tanh\left(\frac{1}{2}\left(\tilde{b}_oT+2\tanh^{-1}\left(\frac{1}{\tilde{b}_o}\right)\right)\right), \tag{3.4}$$

其中 $\tilde{b}_o=(1+\gamma^2\delta_b^2)^{1/2}$ δ_b,δ_c如第 2.13 式所示，与第 II 节中的定义相同，并且，

$$\tilde{p}_b(T)=-2\frac{\sin(\delta_c\tilde{c}(T))}{\delta_c}\frac{\sinh(\delta_b\tilde{b}(T))}{\delta_b}\frac{|\tilde{p}_c(T)|}{\gamma^2-\frac{\sinh^2(\delta_b\tilde{b}(T))}{\delta_b^2}}. \tag{3.5}$$

因此，c-扇区中的显式解与内部区域（2.9）中的对应解具有相同的形式（$T<0$），而在 b-扇区中，$(b\delta_b)$的三角函数被其双曲函数类比所取代。关于推导的细节，以及经典描述与外部区域的有效描述之间比较的讨论，参见 [29]。

最后，我们通过说明外部区域中的时空几何来结束本节。平移 Killing 场——它在外部区域中是类时的——仍由 $\partial/\partial x$ 给出，而T 是一个在视界上取零、在外部区域为正的径向坐标。对于 $T>0$，有效度规为

$$\tilde{g}_{ab}\mathrm{d}x^a\mathrm{d}x^b=-\frac{\tilde{p}_b^2}{|\tilde{p}_c|L_o^2}\mathrm{d}x^2+\frac{\gamma^2|\tilde{p}_c|\,\delta_b^2}{\sinh^2(\delta_b\tilde{b})}\mathrm{d}T^2+|\tilde{p}_c|(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2). \tag{3.6}$$

度量在该区域内定义良好，其特征信号为 -,+,+,+。在 $T=0$ 处，它不再定义良好，因为 b 和 p_b 在那里均为零。然而，正如我们将在下文中展示的，这仅仅反映了坐标系的失效。在极限 $\ell_{\rm Pl}\to 0$ (或 $\Delta\to 0$，保持 γ为正）下，量子参数 δ_b 和 δ_c 均为零，度量（3.6）退化为外部区域中的史瓦西度规。由该有效度规诱导的几何性质将在接下来的两个小节中讨论。

B 量子修正的近视界几何

本小节将简要讨论近视界几何的两个特征：有效度规在视界两侧的匹配，以及使用欧几里得（更准确地说，黎曼）几何计算的霍金温度修正。更多细节参见 [30]。

视界 T 处的匹配 $=0$。回想一下，在经典理论中，尽管度量在视界两侧看起来并未定义良好，但可以引入爱丁顿–芬克尔斯坦型坐标，明确显示其正则性。在有效度规的视界$T=0$ 处，也可以采用同样的策略。与经典情形一样，可以忽略度量的角向部分。于是，内部和外部相关的二维度规可分别写成

如下形式

$$\mathrm{d}S_2^2 = f_1(T)\mathrm{d}x^2 - f_2(T)\mathrm{d}T^2; \quad \text{and} \quad \mathrm{d}\tilde{S}_2^2 = -\tilde{f}_1(T)\mathrm{d}x^2 + \tilde{f}_2(T)\mathrm{d}T^2, \tag{3.7}$$

其中

$$f_1(T) = \frac{p_b^2}{p_c L_o^2},\ f_2(T) = \frac{\gamma^2 p_c\,\delta_b^2}{\sin^2(\delta_b b)} \quad \text{and} \quad \tilde{f}_1(T) = \frac{\tilde{p}_b^2}{\tilde{p}_c\,L_o^2},\ \tilde{f}_2(T) = \frac{\gamma^2 \tilde{p}_c\,\delta_{\tilde{b}}^2}{\sinh^2(\delta_{\tilde{b}}\tilde{b})}. \tag{3.8}$$

与经典情形中的 Eddington-Finkelstein 延拓一样，可以从外部区域逼近视界。记住，用于有效度规的坐标（T,x）分别对应于 Schwarzschild 坐标（r,t），定义先进零坐标 $\tilde{v} = x + T_\star$，其中

$$\mathrm{d}\tilde{T}_\star = \left(\tilde{f}_2/\tilde{f}_1\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}T. \tag{3.9}$$

于是，外部区域中的度量变为

$$\mathrm{d}S_2^2 = \tilde{f}_1\,\mathrm{d}v^2 - 2\,(\tilde{f}_1\,\tilde{f}_2)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}T. \tag{3.10}$$

由于 f_1 在 $\mathrm{T} = 0$处消失，因此当且仅当 f_1 是光滑的，且 $\mathrm{f}_1\mathrm{f}_2$ 在 $\mathrm{T} = 0$的某个邻域内光滑且为正时，时空度规在视界处才有定义，并具有特征信号 -,+,+,+ 。事实确实如此。特别是，$\lim_{T\to 0}\tilde{\mathrm{f}}_1\,\tilde{\mathrm{f}}_2 = 4\mathrm{m}^2$。在经典理论中使用的标准 Schwarzschild 坐标（r, t）下，该乘积为 1；由于 $\mathrm{r} = 2\mathrm{m}\,\mathrm{e}^{T_{\mathrm{class}}}$，在（$\mathrm{T}_{\mathrm{class}}$, x）坐标下它又为 $4\mathrm{m}^2$。从这个意义上说，对于经典度规和有效度规，该乘积是“相同的”。f_1 的一阶导数与其经典值相差 $0(\varepsilon_m)$ 阶的项，其中 $\varepsilon_m = (\gamma^2\mathrm{L}_0^2\delta_c^2)/64\mathrm{m}^2$；二阶导数则相差 $0(\varepsilon_m, \delta^2\mathrm{b})$ 阶的项。对于度规系数（$\tilde{\mathrm{f}}_1\,\tilde{\mathrm{f}}_2$）$^{\frac{1}{2}}$，它们分别为 $2\mathrm{m}$ 和 $\mathrm{m}\left(2+\gamma^2\delta_{\bar{b}}^2\right)$。如果从内部逼近视界，会发现 f_1 和（$\mathrm{f}_1\,\mathrm{f}_2$）$^{\frac{1}{2}}$的极限及其前两阶导数均存在，并与从外部得到的结果相匹配。因此，有效度规在视界 $\mathrm{T} = 0$ 两侧至少是 C^2 的。此外，对于宏观黑洞，度规系数的修正可以忽略不计。

总之，尽管有效四维度规是在内部区域 $T < 0$利用类空叶层的空间齐次性构造的，并在外部区域 $T > 0$ 利用类时叶层的时间齐次性构造，且 x 坐标在视界处变得定义不明确（与经典理论中一样），但存在定义良好的 Eddington-Finkelstein 型坐标图 (v,T)，其中 $\mathrm{d}S_2^2$在 $T = 0$处也定义良好。因此，与图 1所示的经典 Kruskal 情形一样，有效度规可以延拓穿过未来和过去视界。此外，由于奇点已被消解，度规还可以延拓穿过图 2所示的新反俘获视界。继续进行这些延拓，便可得到 3 的彭罗斯图，该图向未来无限延伸

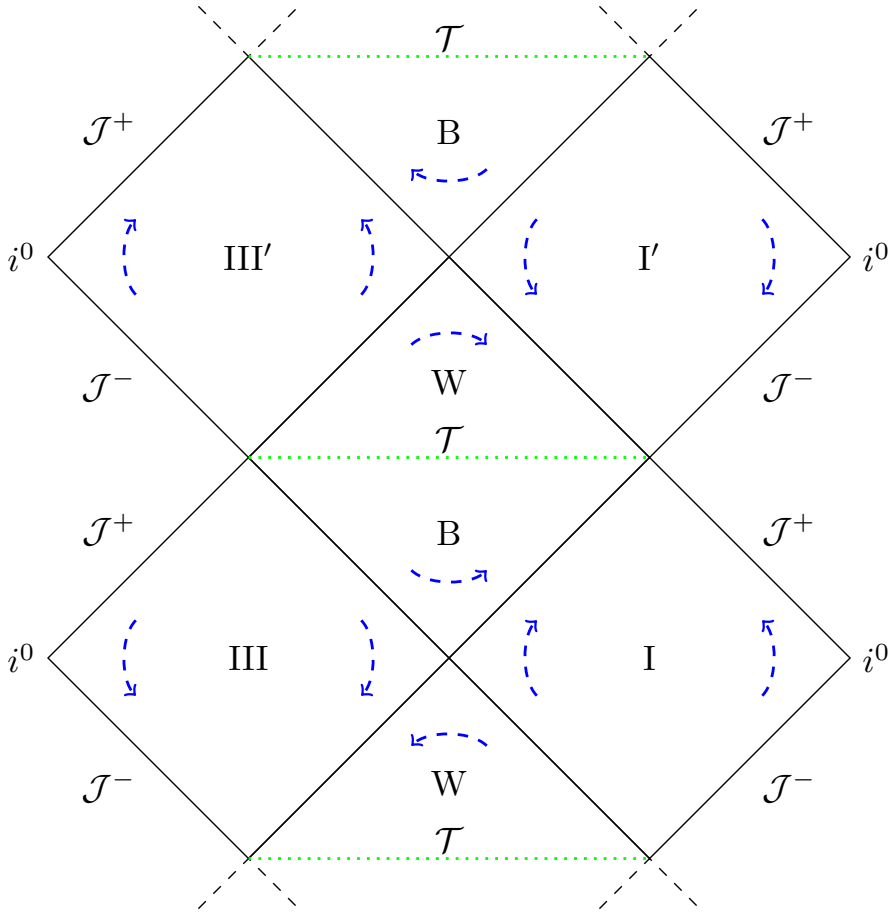

图 3：量子扩展克鲁斯卡尔时空在x，T 平面上的彭罗斯图。箭头表示静态Killing场的方向。由于有效度规跨越Killing视界时至少是C^2，时空会无限延伸至未来和过去。相邻的Killing视界分别为俘获视界和反俘获视界。它们围成的每个菱形区域都被一个类空跃迁面分隔 $\mathscr{T}$，该跃迁面将俘获区域（位于其过去一侧 $\mathscr{T}$）与反俘获区域（位于其未来一侧）分开。因此，紧邻 $\mathscr{T}$过去一侧的区域B 类似于黑洞内部，而紧邻其未来一侧的区域W则类似于白洞内部。对于宏观黑洞，相邻视界的面积半径几乎相等。这一延拓中只有一部分与坍缩动态形成的黑洞有关。

以及过去方向。

霍金温度的量子修正。 在经典理论中，可以通过对外部区域的度量进行Wick旋转，转到黎曼截面，从而得到霍金温度。在这些考量中，只需将讨论限制在r,t 平面上，此时黎曼度量 $\tilde{\mathfrak{g}}_{ab}$ 的形式为

$$\tilde{\mathfrak{g}}_{ab}\mathrm{d}x^a\mathrm{d}x^b = \tilde{f}_1(r)\,\mathrm{d}t_{\mathrm{E}}^2 + \tilde{f}_2(r)\mathrm{d}r^2 \tag{3.11}$$

由于平移Killing矢量 $\tilde{f}_1(r)$在洛伦兹截面中的视界处范数为零，而在黎曼号差下只有零矢量的范数为零，因此视界收缩为 Killing 矢量消失的一个点。在该点附近，静态Killing场表现得像旋转，因此t_{E}具有周期 $\mathscr{P}$。如果令t_{E}^a 呈现这种“旋转”特征，就令 $R = (\tilde{f}_1(r))^{1/2}$，这样$r - t_{\mathrm{E}}$ 平面上的度量便变为

$$\tilde{\mathfrak{g}}_{ab}\mathrm{d}x^a\mathrm{d}x^b = R^2\,\mathrm{d}t_{\mathrm{E}}^2 + 4\,\frac{\tilde{f}_1\tilde{f}_2}{(\tilde{f}_1')^2}\,\mathrm{d}R^2\,. \tag{3.12}$$

要求度量在点$R = 0$ （Killing 场消失处）没有锥形奇点，这一条件将t_E 的周期 $\mathscr{P}$ 限制为

$$\mathscr{P} = \lim_{R\to 0}\frac{4\pi(\tilde{f}_1\tilde{f}_2)^{\frac{1}{2}}}{\tilde{f}_1'} = \lim_{R\to 0}\frac{4\pi(\tilde{f}_1)^{\frac{1}{2}}}{||D\tilde{f}_1||} \tag{3.13}$$

其中最后一步揭示了 $\mathscr{P}$ 的不变性，因为它只涉及$\tilde{f}_1$ Killing 场的范数及其协变导数的范数。这个周期性意味着，黎曼区域中满足标准边界条件的格林函数具有相同的周期性；借助洛伦兹场论与其 Wick 旋转版本之间的关系 [49, 50]，便可据此赋予黑洞温度$T_{\mathrm{H}} = \hbar/(K\mathscr{P})$。对于经典史瓦西解，我们有 $\mathscr{P} = 8\pi m$，由此得到 $T_{\mathrm{H}} = \hbar/(8\pi Km)$

这一策略可直接应用于外部区域中的有效度规（3.6）。经过 Wick 旋转后，$(r,\ t)$ 平面中的正定度规——即现在$(T,\ x)$ 平面中的度规——变为：

$$\tilde{\mathfrak{g}}_{ab}\mathrm{d}x^a\mathrm{d}x^b = \tilde{f}_1(T)\mathrm{d}x^2 + \tilde{f}_2(T)\mathrm{d}T^2 \quad \text{with} \quad \tilde{f}_1 = \frac{\tilde{p}_b^2}{\tilde{p}_c L_o^2} \quad \text{and} \quad \tilde{f}_2 = \frac{\gamma^2\,\tilde{p}_c\,\delta_{\tilde{b}}^2}{\sinh^2(\delta_{\tilde{b}}\tilde{b})}\,.$$

$\tilde{}$视界位于 $\mathrm{T} = 0$ 处，此时有效解中的 $\tilde{}\mathrm{p}_b$ 和 b 均为零。度量的正则性$\tilde{}$ $\tilde{}$源于上文讨论的 f_1 和 $\mathrm{f}_1\mathrm{f}_2$ 的性质。(3.13) 的周期 $\mathscr{P}$ 现在由 $\mathscr{P} = 8\pi\mathrm{m}(1+\varepsilon_m)$ 给出，其中与前文相同，$\varepsilon_m = (\gamma^2\mathrm{L}_0^2\delta_c^2)/64\mathrm{m}^2$。因此，量子修正黑洞视界的霍金温度为

$$T_{\rm H} = \frac{\hbar}{8\pi K m}\frac{1}{(1+\varepsilon_m)} \tag{3.14}$$

量子几何效应导致的质量依赖修正 $1/(1+\varepsilon_m)$ 对宏观黑洞而言非常小。对于一个太阳质量黑洞，该修正约为 $\sim 4\times 10^{-106}$。事实上，即使对于一个质量为 $\sim 10^6$ $M_{\rm Pl}$ 的黑洞，修正也约为 10^{-21}。（由于推导有效理论时存在固有近似，因此不宜进一步将结果外推至质量更小的黑洞。）

如第二节所述，宏观黑洞视界附近各种曲率不变量的量子修正非常小。霍金温度的修正 ε_m 则从另一个方面体现了这一普遍现象。

C 有效几何的渐近性质

正如我们所见，宏观黑洞视界附近的量子引力修正非常小。我们利用 MATHEMATICA，在视界附近一个（较大的）范围内进行了精确计算；随着距离视界越来越远，计算结果表明，几何的量子修正变得更小，这正如预期。然而，当进一步远离视界、进入渐近区域 $r \gg 2m$时，这一趋势并未延续。主要问题与渐近平坦性以及相关的 Arnowitt、Deser、Misner（ADM）能量有关，其中存在一些鲜为人知的微妙之处，可能会引起混淆（详情参见 [30]）。

因此，我们先回顾渐近平坦性的基本概念。若存在一个平直度规 $\mathring{\eta}_{ab}$，使得在由 $\mathring{\eta}_{ab}$ 定义的笛卡尔坐标图中，当保持 t θ、φ 不变且 $\mathrm{r}\to\infty$ 时，度量 g_{ab} 的分量趋近于 $\mathring{\eta}_{ab}$的分量，且趋近速度至少与 $1/\mathrm{r}$ 一样快，则称给定度量 g_{ab} 在空间无穷远处渐近平坦（其中 $(\mathrm{t},\mathrm{r}\,\theta,\varphi)$ 指的是 $\mathring{\eta}_{ab}$）。然而，$\mathring{\eta}_{ab}$未必是由 g_{ab} 所采用的坐标所暗示的那个“显而易见”的平直度规。一个显而易见的例子是二维度量 $\bar{}\mathrm{g}_{ab}$，其线元为 $\mathrm{d}\bar{}\mathrm{s}^2 = -\mathrm{r}^2\mathrm{dt}^2+\mathrm{dr}^2$。$\mathrm{t}$ 是该度量的 Killing 矢量这一事实表明，坐标 t、r 是“自然的”，因此人们可能会考虑线元为 $\bar{\eta}_{ab}\mathrm{dx}^a\mathrm{dx}^b = -\mathrm{dt}^2+\mathrm{dr}^2$的平直度规 $\bar{\eta}_{ab}$。于是便会得出结论：给定度量 $\bar{}\mathrm{g}_{ab}$ 并非渐近平坦，因为它并不趋近于 $\bar{\eta}_{ab}$。事实上，静态Killing 场的范数在 $\mathrm{r}\to\infty$时发散，这一事实似乎进一步印证了这一结论。但 $\bar{}\mathrm{g}_{ab}$ 不仅是渐近平坦的，而且实际上是平直的，因为 $\bar{}\mathrm{g}_{ab}$ 只是 Rindler 楔区中的闵可夫斯基度规。这个例子说明，即便是平直度规，相对于其他平直度规，通常也并不渐近平坦，即使采用最基本的定义亦是如此！不过请注意，要使给定度量 g_{ab} 渐近平坦，只需找到一个平直度规（比如 $\mathring{\eta}_{ab}$），使其趋近该度规即可；它不必趋近于预先选定的平直度规，例如上述例子中的 $\bar{\eta}_{ab}$。一个更微妙的例子是爱因斯坦方程的 Levi-Civita 解（称为“C 度规”） [51] 。后来发现，它描述的是两个加速黑洞 [52]的引力场。在这一解中，Killing 场 $\partial/\partial\mathrm{t}$ 的范数在空间无穷远处也会发散，因此在其通常采用的坐标下，它似乎也不是渐近平坦的

。这一特征曾引起相当大的困惑，人们不确定这种时空是否允许引力辐射。）但事实上，C 度规在标准意义下是渐近平坦的 [53]（并且确实允许辐射）；它在无穷远处趋近的平直度规 $\mathring{\eta}_{ab}$ 在表示 C 度规的坐标中并不显而易见。

铺垫已毕，让我们回到渐近区域中的式（$\tilde{g}_{ab}$（3.6）所给出的有效度规，并考虑它是否渐近平坦，同时牢记上文讨论的细微之处。现在，b，c，p_b，p_c 是 $\tilde{g}_{ab}$ 表达式中涉及的复杂函数，其自变量为T。为了清楚地展现渐近结构，我们先令

$$r_S := 2m, \qquad r := r_S e^T, \qquad \text{and} \qquad \varepsilon := 1 - b_0 \equiv 1 - (1+\gamma^2\delta_b^2)^{\frac{1}{2}} \tag{3.15}$$

并将 x 替换为 t，这样平移 Killing 场现在是 ∂/∂t（而不是 ∂/∂x）。对于宏观黑洞，无量纲参数 ε 非常小；例如，$\varepsilon = 10^{-26}$ 对于恒星质量黑洞而言。因而我们假设 $\varepsilon \ll 1$。于是，在渐近区域中，当 $\mathrm{r}_S/\mathrm{r} \ll 1$ 且 $(\gamma^2 \mathrm{r}_S \Delta)^{1/3}/2\mathrm{r} \ll 1$时，量子修正度规的精确表达式（3.6）可大幅简化：$\tilde{\mathrm{g}}_{ab} \approx \tilde{\mathrm{g}}^{\circ}_{ab}\mathrm{dx}^a\mathrm{dx}^b = \tilde{\mathrm{g}}^{\circ}_{tt}\mathrm{dt}^2 + \tilde{\mathrm{g}}^{\circ}_{rr}\mathrm{dr}^2 + \mathrm{r}^2\,\mathrm{d}\omega^2$，其中，

$$\tilde{g}^{\circ}_{tt} = -\left(\frac{r}{r_S}\right)^{2\varepsilon}\left(1-\left(\frac{r_S}{r}\right)^{1+\varepsilon}\right) \qquad \text{and} \qquad \tilde{g}^{\circ}_{rr} = \left(1-\left(\frac{r_S}{r}\right)^{1+\varepsilon}\right)^{-1}. \tag{3.16}$$

现在，由于 $\tilde{\mathrm{g}}^{\circ}_{tt}$——因此 $\tilde{\mathrm{g}}_{tt}$——在 $\mathrm{r} \to \infty$ 时发散，显然，“显而易见”的度量并不趋近于平直度量 $\tilde{\eta}_{ab}\mathrm{dx}^a\mathrm{dx}^b = -\mathrm{dt}^2 + \mathrm{dr}^2 + \mathrm{r}^2\mathrm{d}\omega^2$。因此，人们可能会倾向于得出结论：$\tilde{\mathrm{g}}^{\circ}_{ab}$——因此 $\tilde{\mathrm{g}}^{\circ}_{ab}$——不是渐近平坦的 [54]。然而，正如 Rindler 度量和 C 度规的例子所示，这一结论并不成立。真正的问题是，是否存在一个平直度量 $\tilde{\eta}^{\circ}_{ab}$，使得当 $\mathrm{r} \to \infty$ 时，$\tilde{\mathrm{g}}_{ab}$ 趋近于它；这个 $\tilde{\eta}^{\circ}_{ab}$ 度量不必是“显而易见”的平直度量 $\tilde{\eta}_{ab}$。结果证明，答案是肯定的 [30]。为展示其形式，需要用 $\tau = \mathrm{t}(\mathrm{r}/\mathrm{r}_S)^{\varepsilon}$ 替换 t（注意，当 $\varepsilon = 0$ 时，τ 与 t 一致）。然后，令 $\tilde{\eta}^{\circ}_{ab}\mathrm{dx}^a\mathrm{dx}^b = -\mathrm{d}\tau^2 + \mathrm{dr}^2 + \mathrm{r}^2\mathrm{d}\omega^2$，便可发现，当 $1/\mathrm{r}$ 时，$\tilde{\mathrm{g}}_{ab}$ 的各分量趋近于 $\tilde{\eta}^{\circ}_{ab}$ 的对应分量，从而确保 $\tilde{\mathrm{g}}_{ab}$ 渐近平坦。正如这一性质所预期的，g_{ab} 的所有曲率不变量都会在 $\mathrm{r} \to \infty$ 时趋于零。此外，这种衰减足以确保 ADM能量 有良好定义。它~可以利用空间 Ricci 张量 $\mathscr{R}_{ab}$，通过一个表达式 [55]计算；该表达式常用于近期有关这一主题的几何分析文献中（例如参见 [56]）。计算结果为

$$E_{\mathrm{Ricci}} := \lim_{r\to\infty} \frac{1}{8\pi G}\oint_r \mathrm{d}^2V\; rN\,\tilde{\mathscr{R}}_{ab}\hat{r}^a\hat{r}^b \equiv M(1+\varepsilon), \tag{3.17}$$

其中，d^2V 是r =const 二维球面的面积元，$\hat{r}^a$ 是单位径向矢量，而M 是经典解的施瓦西质量。因此，施瓦西质量存在量子修正，但对于宏观黑洞而言，这种修正微乎其微。

然而，$\tilde{g}_{ab}$ 并未趋近于“显而易见”的平坦度量 $\tilde{\eta}_{ab}$ 这一事实，反映了其渐近行为的局限性：趋近平直的程度不如渐近性的标准处理（例如参见 [55]）所假定的那样强，因为，虽然度量分量 com-

˜ponents 趋近于其平坦空间中的取值 $1/r$，但并非所有由 $\tilde{g}_{ab}$ 定义的联络分量 ∇ 都按 $1/r^2$ 衰减。因此，若干时空曲率分量的衰减速度比标准情形更慢。特别是，曲率不变量仅按 $1/r^4$ 衰减，而非按 $1/r^6$ 衰减。这些偏离标准渐近行为的情况会带来一些微妙的后果。

让我们通过一些例子来说明这些微妙之处。正如刚才所见，ADM能量的表达式 E_{Ricci}仍然定义良好，并给出 $E_{Ricci} = M(1+\varepsilon)$。我们也可以使用更熟悉的、涉及 3-度量的表达式进行计算，同时注意由 Killing 场 [57]定义的引力时滞函数。这样得到 $E_{3-metric} = M$，没有任何修正。类似地，我们也可以利用视界面积 A_{hor}，通过 $M_{hor} = (A_{hor}/16\pi)^{1/2}$ 计算视界处的质量，得到 $M_{hor} = M(1+\varepsilon_m)$；其中 ε_m是质量相关项，它出现在我们在 III B 节中得到的修正霍金温度表达式 (3.14) 中。对于太阳质量黑洞 $\varepsilon_m \approx 10^{-106}$，这一项远小于出现在 (3.17) 中的修正 $\varepsilon \approx 10^{-26}$ 。这些量在经典史瓦西解中彼此一致，因为渐近衰减具有标准形式[55]。现在，在极限理论（例如牛顿引力）中彼此一致的概念，在更完备的理论（例如广义相对论）中往往会变得模糊，因此被若干不同的概念所取代。尚待观察的是，与能量概念相关的这些发现，在从广义相对论过渡到量子引力时，是否在概念上也有类似之处；抑或它们只是一些瑕疵，表明外部区域的有效度规 $\tilde{g}_{ab}$ 确有局限性，而这种局限性将由更好的候选度规加以克服。正如我们将在第六节讨论的，这一问题目前正在圈量子引力领域受到积极研究。

IV 引力坍缩中的量子几何效应：示例

在第 II 节中，我们看到，Kantowski-Sachs时空与史瓦西内部区域之间的等距关系，使我们能够将圈量子宇宙学中的工具应用于施瓦西时空，并研究其详细的物理含义。然而，这些研究存在一个固有的局限：它们无法捕捉引力坍缩的动力学，而引力坍缩会形成黑洞。引力坍缩模型丰富得多：与永恒黑洞不同，在这类模型中存在一个场论，几何与物质的时间演化相互耦合，并由非线性方程支配 [33, 58–68]。在这类模型中，已有多项研究探讨奥本海默–斯奈德情景下均匀尘埃动力学坍缩所关联奇点的消解；在这些情景中，内部区域由弗里德曼–勒梅特–罗伯逊–沃克（FLRW）宇宙学模型描述 [68–75]。这使得人们能够应用圈量子宇宙学技术研究经典奇点的命运，并得出类似结论：某些量子化方案不可行。尤其是，事实证明，早期圈量子宇宙学所依据的‘μ_o 方案’——但后来因不符合宇宙学可行性标准而被排除 [45, 76]——在黑洞扇区有着新的局限：除非对

量子几何 [75]作出相当不自然的设定，否则该方案无法形成俘获面。这说明，尽管这些模型存在与其简单性相关的局限，仍能提供有价值的见解。

另一类研究考察壳层的动力学，其中内部区域通常是闵可夫斯基时空的一块，而外部则是施瓦西几何。这类研究能够探讨黑洞形成，并将恒星内部建模为简单、空无物质的平坦时空。在量子层面，关于这一主题已有相当多的文献（例如，参见 [77] 的综述）。为理解这一情形下的量子几何效应，研究者已对薄壳进行约化相空间量子化 [78–80]。其中一项研究表明，经典奇点得以消除，壳层要么穿过类似白洞的几何结构出现，要么隧穿进入黑洞内部的婴儿宇宙 [78]。另一项研究提出了一种受圈量子宇宙学（LQC）量子化技术启发的有效半经典描述，用于研究勒梅特-托尔曼-邦迪（LTB）时空，并着重考察物质最外层壳的动力学 [80]。在此情形下，黑洞内部的奇点得到消解。此外，黑洞形成后，物质发生反弹，最终使黑洞“蒸发”，并向无穷远处散逸。还有一些研究着眼于寻找不存在反常的有效约束代数，并纳入所谓的“逆三元组修正” [81, 82],和“整体自旋修正” [83, 84]。最后，也有研究探讨量子几何效应对经典广义相对论中由 Choptuik [85] 发现的标量场坍缩临界现象的影响 [86–92]。

鉴于底层物理的丰富性与复杂性，现阶段这些研究旨在揭示问题的某些具体方面，而非给出完整图景。为说明整体研究现状，我们将详细讨论两个具体例子：尘埃坍缩情景，以及标量场的临界坍缩。第一类研究结果侧重于奇点消解，因此采用穿越视界坐标。另一方面，第二类研究主要关注外部区域，因此只需使用覆盖时空该部分的坐标。这两个例子在以下意义上互为补充：在第一类研究中，几何一开始就以量子方式处理，并通过场方程对物质产生量子效应。在第二类研究中，起初只有物质以量子方式处理，随后物质又通过场方程将量子特征传递给几何。

尘埃场坍缩模型

在本小节中，我们将考察近期的几项研究 [61, 62, 65, 67]，这些研究展示了经典动力学的量子修正。这些研究采用约化相空间量子化，并在与非均匀尘埃场最小耦合的球对称时空中施加特定的规范固定条件。研究重点是球对称的 Lemaître–Tolman-Bondi（LTB）时空族，以及其中尘埃场均匀的 Oppenheimer-Snyder（OS）模型子族。这种方法受到圈量子宇宙学（LQC）“改进动力学”策略的启发。在这些模型中，物质扇区——尘埃——并未被量子化，但一旦底层

几何进入高曲率区域，其动力学便会受到几何量子性质的深刻影响。

LTB时空的度量为 [65, 67]

$$\mathrm{d}s^2_{\mathrm{cl}} = -N^2\mathrm{d}t^2 + \frac{E^\varphi(t,x))^2}{E^x}\left(\mathrm{d}x + N^x_{\mathrm{cl}}(t,x)\,\mathrm{d}t\right)^2 + x^2\mathrm{d}\Omega^2, \tag{4.1}$$

其中$x \in [0,\infty)$是径向坐标， φ是空间切片中的方位角坐标。我们将范围限定在“临界束缚情形”，此时空间切片是平坦的。在哈密顿框架中，可以通过设定$E^x = x^2$来固定动量约束（或微分同胚约束）的规范。为了使这一规范固定条件在时间演化中得以保持，需用正则变量表示移位N^x_{cl}：$N^x_{\mathrm{cl}}(t,x) = -N(K^\varphi(t,x)/\gamma)$，其中$K^\varphi$是$E^\varphi$的共轭动量。（由于空间切片是平坦的，$K^\varphi$等于联络分量$A^\varphi$。）固定度规系数函数$N$不会造成任何损失；令$N = 1$，使$t$表示固有时。哈密顿约束将这些几何变量与物质密度联系起来，并通过泊松括号确定E^φ, K^φ的演化方程 [67]。

为了转到有效理论，令 $\beta(t,\ x) = (\sqrt{\Delta}/x)\ K^\varphi(t,\ x)$，并根据圈量子宇宙学中的已知结果，作如下假设：

$$N^x(t,x) = -\frac{x}{\gamma\sqrt{\Delta}}\sin\left(\beta(t,x)\right)\ \cos\left(\beta(t,x)\right) \tag{4.2}$$

（这样，在面积间隙 $\Delta \to 0$ 趋于零的极限下（保持 $\gamma > 0$不变），我们便恢复经典移位N^x_{cl}）。在类 Painlev´e-Gullstrand 坐标中（引力时滞函数取单位值），E^φ与时间无关，且由 $E^\varphi(x,\ t) = x$给出。哈密顿约束以及 K^φ的演化方程（现已编码在 β中）并非平凡：

$$\rho = \frac{1}{8\pi G\gamma^2\Delta x^2}\,\partial_x\left(x^3\sin^2\beta\right) \quad \text{and} \quad \partial_t\beta = -4\pi G\gamma\sqrt{\Delta}\,\rho,. \tag{4.3}$$

如前所述，在整个分析过程中， ρ 都是经典场；不过，由于它与量子几何的耦合，如今它获得了一个上界。

在这一族 LTB 时空中，值得分析其中 OS 解这一子族，即能量密度均匀的情形。恒星由表面 $x = L(t)$所围定，其外侧 $\rho(t)$ 为零，而内侧 $\rho(t)$ 对于每个t都是正常数。因此，沿着边界 ρ处存在有限的不连续性$x = L(t)$。方程（4.3）表明， β在边界两侧连续，但其时间导数在此处存在有限的不连续性。现在可以求出函数 $\rho(t)$，得到

$$\rho(t) = \frac{3GM}{4\pi\big(L(t)\big)^3} \quad \text{for}\ \ x < L(t), \qquad \text{and} \quad \rho(t) = 0 \quad \text{for}\ x > L(t). \tag{4.4}$$

恒星内部 $\rho(t)$的形式立即意味着一个有趣的关系，让人联想到圈量子宇宙学中的量子修正弗里德曼方程 [45]:

$$\left(\frac{\dot{L}}{L}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho\left(1-\frac{\rho}{\rho_c}\right), \tag{4.5}$$

对于 $x(t) < L(t)$，其中 $\rho_c = 3/8\pi G\gamma^2\Delta$，同样是一个 普适常数。（文献 [68, 71, 75, 80] 中也得到了均匀尘埃坍缩的类似运动方程。）在反弹处，有 $L_{\text{bounce}} = (2GM\gamma^2\Delta)^{1/3}$；反弹发生处的半径随恒星质量线性增长。特别是，尽管反弹处的密度无论恒星质量如何都处于普朗克尺度，但对于宏观黑洞，反弹处的半径却并非如此。例如，对于太阳质量黑洞，$L_{\text{bounce}} \approx 10^{13}\ell_{\text{Pl}}$。这种区别是圈量子引力的稳健特征。

由于有效理论中的反弹取代了经典奇点，人们可能会预期后续动力学呈现出更丰富的结构。事实确实如此。反弹后不久，$\beta(x,\ t)$ 在边界处出现不连续性。因此，由（4.3）可知，$\rho(x,\ t)$ 新增了一项，该项与狄拉克δ分布$\delta(L(t)-x)$成正比。因此，反弹之后必须在分布意义下求解演化方程；所得弱解满足通过对演化方程关于x积分得到的积分方程。当激波遇到动力学视界时，[41–43], 它便不再是俘获视界。将这一时刻视为黑洞的终结时刻，便可计算其寿命，即动力学视界形成与消失之间由远处观测者测得的固有时间间隔。结果为：

$$T_{\text{lifetime}} \sim \frac{8\pi G^2 M^2}{3\gamma\sqrt{\Delta}}. \tag{4.6}$$

尽管在上述讨论中我们使用了OS解来得到这一结果，但在圈量子引力中，$T_{\text{lifetime}} \propto M^2$ 的标度关系更为普遍。例如，它同样适用于壳层坍缩和非均匀尘埃的坍缩（除线性于M的修正外）[67]。这一寿命与文献[93–96], 中提出的$T_{\text{lifetime}} \propto M$ 猜想形成对照；这些猜想受一般量子引力考量的启发，但论证不够详尽。LIGO发现黑洞并合，排除了这种可能性。然而，即便遵循M^2 标度关系，也会得出一些令人意外的结论。首先回想一下，黑洞因霍金辐射而产生的寿命按M^3变化。因此，如果$T_{\text{lifetime}} \propto M^2$ 是成熟的量子引力理论所作出的可靠预言，就必须得出这样的结论：霍金蒸发过程在物理上并不重要，因为黑洞在产生显著的霍金辐射之前就已经消失了。其次，从天体物理学角度来看，我们知道黑洞在宇宙历史的相当早期就已形成。如果当时有黑洞形成时的质量约为月球质量，那么它们早已消失，并留下伴随反弹的激波所产生的特征信号。更有可能的是，未来更完整的分析会修正M^2 标度关系。例如，移位的选取依据的是一种基于经验的方案，而非从某些基本原理推导而来。事实上，近期研究表明，在有效动力学所生成的有效规范固定条件的动力学稳定性考量下，这一方案不同于由“poly- 马会员提出的方案。

化简后的正则哈密顿量 [97]。当前圈量子引力研究的价值恰恰在于，它们为使模型变得越来越贴近现实提供了有力而具体的动机。

B 临界现象中的量子几何效应

在经典理论中，球对称、最小耦合的无质量标量场发生引力坍缩时，根据初始数据的不同，可能有两种结局。一种可能的终态是标量场坍缩形成黑洞，另一种则是标量场向无穷远处弥散。可以用适当的参数p为标量场的每一族初始数据标记，使得当$p > p^*$ 时，坍缩会形成黑洞；而当$p < p^*$ 时，不会形成黑洞，即坍缩的标量场最终会向无穷远处弥散。当$\bar{p} \simeq \bar{p}^*$时，可以通过二级相变形成质量任意接近于零的黑洞 [85]。

更准确地说，Choptuik证明，黑洞的质量取决于差值（$p - p^*$），并遵循普适幂律$m_{\mathrm{BH}} \propto \left|p - p^*\right|^{\beta}$；对于$p = p^*$，则存在离散自相似行为。事实证明，$\beta \approx 0.37$ 是一个与初始数据无关的普适指数。进一步研究发现，在这一幂律关系之上还存在更精细的结构 [98]。由于离散自相似性，可以通过数值计算观察到回声，其周期与 β 之比决定了精细结构中的周期性。由于底层方程具有尺度不变性，经典理论中黑洞形成不存在质量间隙；黑洞可以具有任意小的质量。

自然会产生这样的疑问：纳入量子几何效应所导致的修正后，这种普适现象会如何变化？在圈量子引力对这类模型的研究中，引力扇区的量子修正有着不同的来源。第一种可能性是利用一个经典恒等式，将三分量的逆幂写成引力联络的整体量与三分量之间的泊松括号，然后用对易子取代泊松括号，从而将其推广到量子理论[99]。这类量子修正通常称为“逆三分量修正”。第二种可能性（见第II节）是利用闭合回路周围的整体量来表示联络的场强。这些修正正是导致背景有效几何发生反弹的原因。此外，也可以对物质扇区进行聚合物量子化 [100]。尽管尚未开展涵盖所有这些效应、以研究标量场临界行为的完整分析，但已有研究仅纳入逆三分量修正来探索临界行为的变化，参见文献 [86–89]，；另有研究考虑了标量场的圈量子引力量子化，参见文献 [90–92]。在所有这些模型中，都假设有效时空描述成立，由此得到的动力学方程编码了量子几何修正。由于逆三重态效应，物质能量的行为会以一种避免发散的方式修正几何，因此奇点得以缓和 [101]。由于纳入这些修正不可避免地引入了一个长度尺度，尺度不变性将被打破。

纳入这些修正后，临界现象得以恢复，尽管存在一个质量间隙，低于该间隙时无法形成黑洞。这个间隙的大小由量子几何中的离散尺度决定 [87]。在更一般的标量场坍缩过程中，也可以看到纳入逆三分量修正后出现的质量间隙 [101]。

相较之下，若考虑一个符合圈量子引力的量子标量场 ´，则可得到一组尺度不变的有效运动方程 [90–92]。此时质量间隙消失，因此可以研究在极小质量黑洞形成过程中，标量场的“聚合物量子化”效应。由于这种处理与经典理论十分相似，同时又能体现物质扇区中的“聚合物化”效应，我们将对此作较为详细的讨论。 [91] 中研究的时空线元为

$$\mathrm{d}s^2 = -N^2(t,x)\mathrm{d}t^2 + \frac{\left(E^{\varphi}(t,x)\right)^2}{E^x(t,x)}\mathrm{d}x^2 + E^x(t,x)\,\mathrm{d}\Omega^2, \tag{4.7}$$

其中，规范固定$E^x = x^2$，以仿照 Choptuik 的经典处理。其共轭变量$K_x(t,x)$由微分同胚约束确定。通过要求规范固定条件在时间演化中保持不变，可以确定移位向量。此外，还利用规范自由度令$K^{\varphi}(t,x) = 0$，以保持度规的对角形式。动力学变量为三分量$E^{\varphi}(t,x)$和度规系数函数N。将物质内容取为标量场（$\phi(t,x), P_{\phi}(t,x)$），通过将标量场聚合物化为 $\phi \to \sin(k\phi)/k$，即可得到有效运动方程：

$$\frac{N'}{N} - \frac{(E^{\varphi})'}{E^{\varphi}} + \frac{2}{x} - \frac{(E^{\varphi})^2}{x^3} = 0, \tag{4.8}$$

$$\frac{(E^{\varphi})'}{E^{\varphi}} - \frac{3}{2x} + \frac{(E^{\varphi})^2}{2x^3} - 2\pi x\left(\frac{\left(P_{\phi}\right)^2}{x^4} + \left(\phi'\right)^2\cos^2(k\phi)\right) = 0, \tag{4.9}$$

$$\dot{\phi} = \frac{4\pi N}{E^{\varphi}x}P_{\phi}, \tag{4.10}$$

$$\dot{P}_{\phi} = \frac{4\pi x^2}{E^{\varphi}}\left[\left(\frac{3NE^{\varphi} - xN\,(E^{\varphi})' + N'E^{\varphi}x}{E^{\varphi}}\right)\phi'\cos^2(k\phi)\right.$$
$$\left. + xN\phi''\cos^2(k\phi) - xNk\left(\phi'\right)^2\cos(k\phi)\sin(k\phi)\right], \tag{4.11}$$

引力时滞函数可由方程 (4.8) 确定（该方程通过要求规范固定条件 $K^{\varphi}(t, x) = 0$ 在时间演化中保持不变而得出）。最后，哈密顿约束方程 (4.9) 确定三分量 $E^{\varphi}(t, x)$。（注意，对于 $k \to 0$（并将 $E^{\varphi}(t, x) = xa(t, x)$ 表示为），可得到 [85] 的经典运动方程。）可以看出，这些有效方程在变换 $x \to cx$ 和 $t \to ct$ 下保持不变，其中 c 为常数。因此，不会像经典理论中那样出现质量间隙。坐标

此处使用的系统无法穿透视界。相反，引力时滞函数的坍缩，即 $N(t,\ x)\ \to 0$，被用来表示黑洞视界的形成。使用这些方程进行数值模拟，发现了“波纹”和“回声”，与经典描述中的情况相同 [90, 91]。研究发现，该有效理论具有与经典理论中观测到的质量标度关系相同的普适性，但当“聚合参数”k取较大值时会出现微小偏差。离散自相似性的周期似乎与“聚合化参数”无关，这表明聚合有效理论具有一个临界解，其周期与经典理论中的相同。

让我们用几点评论来结束本节。在第II 节和第III节中对克鲁斯卡尔时空的研究，得益于四维对称群的存在，使得对几何中的量子修正及其物理意义进行详细分析成为可能。本节讨论的动力学问题只有球对称性，因此要困难得多。因此，仍有许多问题尚未探究。例如，在 [102, 103]中采用的量子化方案（称为“K量子化” [61, 62, 65, 67, 68] ）仅适用于边缘束缚情形，却被用于推导支配尘埃坍缩的有效方程。其次，有迹象表明 [97] ，人们可能需要重新审视对哈密顿约束进行“聚合化”时所作的假设、对引力时滞函数和移位进行“聚合化”时所作的选择，以及规范固定条件的一致性问题。此外， [61, 62, 65, 67]以及 [33] 中对移位向量的选择，似乎会损害有效几何的协变性[33]。最后，也有研究探讨了这些经典模型的另一种（“非聚合”）量子化方案 [104–111]。对这两种量子化方案进行详细比较，或可进一步澄清这两种互补方法在物理可行性和数学一致性方面的表现。同样，在对标量场临界坍缩的研究中，引力扇区中量子几何所起的作用仍有待纳入[90, 91]。如果像尘埃坍缩模型那样对引力联络进行“聚合化”，很可能会引入一个长度尺度，从而打破尺度不变性，并像其他纳入逆三分量修正的研究那样产生质量间隙 [87, 101]。在对临界坍缩的探索中，尚未形成更完整的图景，其中应包括引力扇区中的量子几何效应。这是一个重要的缺口，因为正是这些量子几何效应促成了奇点消解。尽管存在这些局限，令人鼓舞的是，这些模型已为量子效应如何显现于黑洞形成与演化的动力学过程、经典奇点的消解以及临界现象中，提供了新的视角。

V 黑洞蒸发

第IV节报告的研究为我们深入理解导致引力坍缩的动力学情形中的量子效应提供了有益见解。然而，由于其基础假设的限制，这些研究无法探讨黑洞蒸发问题。本节将转而讨论圈量子引力对霍金过程的研究，以及

与之相关的“信息丢失”问题。

在他最初的讨论中， [2] 霍金考虑了一个测试标量量子场，该场处于描述球形恒星引力坍缩的经典时空上。关于将时空几何的反作用纳入考量的启发式思考，导出了图4 所示的彭罗斯图，这种图至今仍被广泛使用。在此图中， $\mathscr{I}^+$ 并非完整的未来边界，因为奇点也是这一边界的一部分。由此便得出一个惊人的结论：量子引力的考量将迫使我们通过放弃幺正性来推广量子物理 [112]。然而，这一推理思路存在重要局限。首先，有一个基本观察：要一致地讨论幺正性，就需要一个封闭系统。因此，遥远过去的入射坍缩物质必须用量子场来描述，而遥远未来的出射量子态则应指涉相同的场。图4的时空图忽略了这个相当基本的问题，因为渐近希尔伯特空间并未包含恒星中物质的量子态。第二个问题则更为微妙。在关于这一主题的大量讨论中，种种挑战和悖论之所以出现，是因为人们假设量子修正时空具有一个事件视界，它包围着一个与渐近区域因果断开的俘获区域。从传统的图4彭罗斯图的角度看，这似乎很自然。然而，事件视界具有目的论性质，正如 Hajicek 早在 1987 [113], 指出的那样，只需改变奇点普朗克尺度邻域内的时空几何，就能任意移动事件视界，

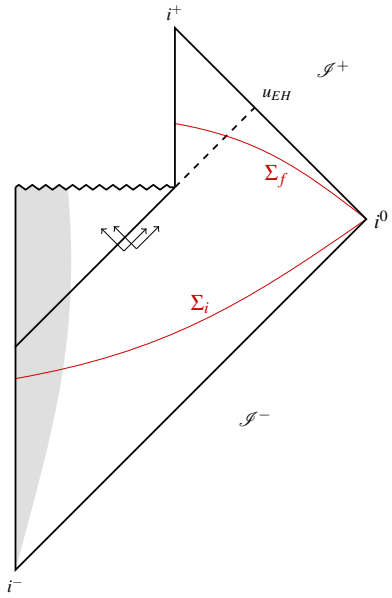

图 4：通常用于描绘黑洞蒸发（包括反作用）的彭罗斯图。模成对产生，其中一个逃逸至 $\mathscr{I}^+$，另一个则落入黑洞。虚线表示事件视界的延续，并在迟滞时间u_{EH}与 $\mathscr{I}^+$ 相交。如果这幅图准确无误，那么从 $\mathscr{I}^-$ 到 $\mathscr{I}^+$ 的演化将不是幺正的，因为未来的奇点会充当“信息汇”。

甚至将其彻底消除。如今，人们普遍认为，在这样的邻域中，不能信赖经典广义相对论。因此，假定事件视界会在量子引力中持续存在，并没有明显依据。事实上，圈量子引力的考量表明，事件视界不会持续存在。

在第VA 节中，我们将说明圈量子引力文献如何处理这两个问题。在第VB 节中，我们将概述圈量子引力在半经典引力方面研究的现状，以及对完整量子引力的预期。从总体上说，这些研究提供了彼此密切相关的途径，以实现 [40]中基于奇点消解所提出的范式。因此，从圈量子引力的角度看，无奇点黑洞在讨论信息丢失问题时发挥着核心作用。为了阐明这一讨论，我们将采用 [114, 115]所发展的方法。补充讨论可见 [139]。

设定舞台

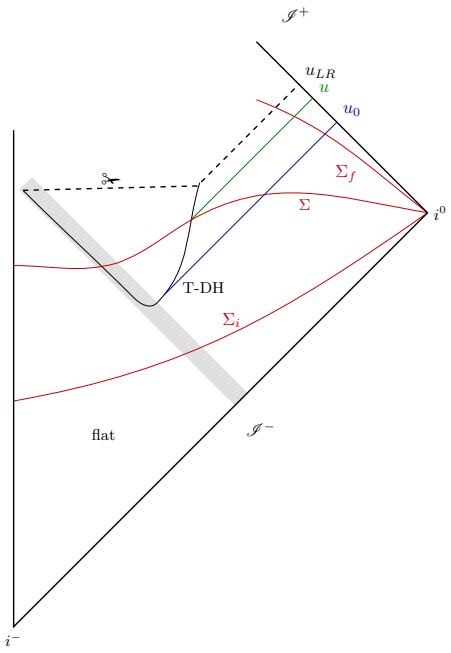

图5：半经典时空：黑洞由从 $\mathscr{I}^-$ 入射的标量场脉冲引力坍缩形成，图中以（灰色）阴影区域表示。俘获动力学视界 *T-DH* 随之形成。坍缩期间，该视界为类空，其面积（沿向外方向）增加。蒸发期间，它转为类时，其面积（沿未来方向）减小。霍金辐射在 $u = u_0$ 处开始显著产生。带剪刀标记的虚线包含最后一条光线 $u = u_{LR}$，表示半经典区域的未来边界。

对“信息丢失”问题的精确定义，可以通过以下问题来表述：从 $\mathscr{I}^-$ 到 $\mathscr{I}^+$ 的 S 矩阵是否为幺正矩阵？正如我们所讨论的，这个问题仅与封闭系统有关。最简单的此类系统是与引力耦合的无质量克莱因-戈尔登场。那么，考虑一个球对称无质量标量场 ϕ 从 $\mathscr{I}^-$发生的引力坍缩。在经典理论中，如果入射的 ϕ 脉冲很窄，坍缩便会迅速发生，分析也不会过多受到脉冲轮廓细节的影响。解在这个窄脉冲之前具有闵可夫斯基度规 η_{ab}，之后则形成史瓦西黑洞。从图5 的下半部分可以清楚地看到，事件视界最初在时空的平坦区域形成并扩张。实际的坍缩可能要到数十亿年之后才发生！这具体说明了事件视界（事件视界）的目的论性质。特别是，这表明事件视界的面积增长并不与任何局部物理过程相关。

$\hat{}$ 在量子理论中，脉冲被替换为场 ϕ on$\mathscr{I}^+$ 的相干态。在半经典区域——预计在时空曲率远小于普朗克尺度的区域内，这种描述是有效的——可以继续使用光滑度规来描述量子修正几何。时空的这一部分如图 5 所示，未来具有普朗克尺度曲率的区域则被剔除。让我们先聚焦于这一区域。量子场 ϕ 的霍金量子成对发射；其中一个逃逸到 $\mathscr{I}^+$，其伙伴则落入黑洞。半经典时空部分的柯西曲面 Σ 上的量子态仍然是纯态，但入射量子与出射量子之间存在纠缠。就几何而言，入射脉冲过去的时空度规仍是 η_{ab}。但在未来，度规不再由静态史瓦西解给出。度规不仅在脉冲内部是动力学的，在脉冲之后也是如此。由于其动力学特性，会出现与蒸发过程直接相关的新结构： 动力学视界。它们是第 II 节讨论的量子修正克鲁斯卡尔时空中俘获视界和反俘获视界的动力学对应物 II。事实证明，在经典广义相对论的数值模拟中讨论黑洞形成与并合时，以及在量子理论中讨论蒸发过程时，它们都比事件视界更为相关 [41–43]。

因此，我们简要回顾一下这一概念。动力学视界（动力学视界）是一个三维类空或类时子流形，它可叶状分解为二维曲面S，这些曲面具有球面拓扑；每个叶面S 的两个零法向量之一的膨胀率为零，而另一个零法向量的膨胀率处处为正或处处为负。因此，每个S 都是一个边缘俘获面（MTS）。在渐近平坦时空中，我们可以区分S的两个零法向量。我们用l^a 表示出射零法向量，用n^a 表示入射零法向量。对于黑洞型动力学视界，出射零法向量的膨胀率 $\Theta_{(\ell)}$为零（在MTS紧邻外侧为正，紧邻内侧为负），而入射零法向量的膨胀率 $\Theta_{(n)}$ 为负（无论在外侧还是内侧）。因此，在黑洞型动力学视界紧邻内侧，两个膨胀率均为负，故存在一个俘获区域。因此，这些动力学视界称为俘获动力学视界，*T-DH*。当MTS的面积沿着l^a 在动力学视界上的投影方向，即向外方向，增加时，*T-DH* 是类空的。事实上，动力学视界面积的增长与通量之间存在明确而精确的关系

（由物质和/或引力波携带的）能量流入其中它 [41]。因此，黑洞力学第二定律不仅适用于未来型动力学视界，而且视界面积的增长直接关联于局部物理过程。这与事件视界的情况形成鲜明对比：在经典广义相对论中，我们只能定性地说，事件视界的面积不会减小。事实上，我们无法将面积的增长直接追溯到局部能量的落入，因为正如我们刚才所见，事件视界可以在平直时空中形成并增长，而那里根本没有任何东西落入其中。

然而，在蒸发过程中，*T-DH* 上的边缘陷获面会收缩，此时是对穿过该视界的局部负能量通量作出的响应，而*T-DH* 则是类时的。回想一下，在量子修正的克鲁斯卡尔时空中，我们也有（白洞型）反俘获视界。但它们只有在时空跨越跃迁面 $\mathscr{T}$ 向外延拓时才会出现，该跃迁面上的曲率达到普朗克尺度。因此，我们预期在动力学情形中，反俘获动力学视界 *AT-DH* 也只有在时空跨越取代经典奇点的跃迁面向外延拓时才会出现。这一预期是正确的。在半经典时空中不存在 *AT-DH* （图5），其中普朗克尺度曲率区域已被手动移除。但在图6所示的量子扩展时空中，它确实存在。

在*AT-DH* 上，消失的是入射零法向量的膨胀率 $\Theta_{(n)}$，而出射零法向量的膨胀率 $\Theta_{(\ell)}$ 为正。因此，就在这些视界的内侧，两个膨胀率均为正：这里存在一个反俘获区域。由于在任何*AT-DH*上消失的都是 $\Theta_{(n)}$，因此自然要考察沿着*AT-DH*上n^a 的投影移动时，边缘陷获面的面积会发生什么变化。如果*AT-DH* 是类空的，其面积会减小（此时沿向内方向）；如果它是类时的，其面积则会增大（此时沿未来方向）。

因此，事件视界与动力学视界之间的主要区别可概括如下。首先，事件视界具有目的论性质，只有将度量演化至无限未来后才能确定其位置。动力学视界则不同，它们可以准局域地确定，其性质与所在位置的物理过程直接相关。其次，事件视界是类光的，而动力学视界可以是类空或类时的，只有在变为“孤立”时才会成为类光的，也就是说，能量不会穿过它们。第三，任何事物都绝不可能从黑洞型事件视界所包围的俘获区域逃逸到“外部”区域，也绝不可能进入白洞型事件视界所界定的反俘获区域。虽然*T-DH*紧邻内侧存在俘获面，但因果信号可以穿过 *T-DH* 从内向外传播（见图5）。同样，也存在未来指向的因果曲线穿过*AT-DH* 从外向内延伸（见图6）。最后，虽然事件视界的截面没有自然定义的质量和角动量，但动力学视界上按规范方式定义的边缘俘获面则有，而且还能导出黑洞力学的第一定律和第二定律 [41]。圈量子引力中的量子动力学讨论聚焦于动力学视界。一旦不再过分强调事件视界，关于蒸发过程和量子态“纯化”的许多困惑便会消散。

B 圈量子引力中的黑洞蒸发

圈量子引力对量子修正时空半经典部分的研究以图5 为基础；尽管一些详细计算仍在进行中，但从概念层面看，我们对该时空结构的整体理解已相当令人满意。要理解这一区域未来的结构，需要完整量子引力；与其他所有研究路径一样，仍有若干问题尚待解决。不过，对于大多数问题，人们已形成普遍共识。本小节将概述这一现状。

ˆ半经典区域：考虑量子标量场的一个相干态 Ψ　ϕ，其峰值对应于 $\mathscr{I}^-$ 上的经典入射脉冲，并正在经历快速坍缩。假设入射态的 ADM 能量相当于一个太阳质量，$M_\odot$。当脉冲半径变得足够小时，便会形成一个俘获动力学视界 *T-DH*。在经典广义相对论中，该*T-DH* 只有一个类空分支，其半径从零增长至 3 公里，随后与半径相同的类光事件视界相接。一旦霍金辐射开始产生，并将反作用纳入考虑，黑洞便会收缩。起初这一过程非常缓慢，因为向内的负能量通量极其微弱。黑洞需要若干 10^{64} 年才能收缩至月球质量 $M_{\rm moon}$。然而，即便这一漫长的绝热过程结束时，黑洞仍然是宏观的。因此，根据我们在第II 节中的讨论，可以预期量子引力修正足够小，半经典考量便已足够。让我们聚焦于这一蒸发阶段。在此阶段，动力学应当能够由方程很好地描述

$$G^{\rm sc}_{ab} = 8\pi G_{\rm N} \langle \hat{T}_{ab} \rangle_{\rm ren} \quad \text{and} \quad \Box\hat{\phi} = 0\,, \tag{5.1}$$

其中，$G^{\rm sc}_{ab}$ 是半经典度规$g^{\rm sc}_{ab}$ 的爱因斯坦张量，而重整化应力-能量张量的期望值是使用海森堡态 Ψ计算的。度规$g^{\rm sc}_{ab}$ 确实包含量子修正，但这些修正是由量子物质引起的（而非由量子几何的面积间隙考量所决定）。

这些对几何的修正是绝热且微小的。但落入的负能量通量使视界结构发生了质的变化：此时，动力学视界的扩张类空分支*T-DH* 连接的不是经典情形中的类光事件视界，而是外侧的类时分支；由于霍金“落入的伙伴模”携带负能量通量，该分支的面积在未来减小。这两个*T-DH* 分支构成了图($M_{\rm sc}$，$g^{\rm sc}_{ab}$) 所示半经典时空中俘获区域的过去边界5。在这一持续 $\sim 10^{64}$ 年的漫长绝热过程中，霍金量子对不断产生，其中一个前往 $\mathscr{I}^+$，其伙伴则落入俘获区域。这些模彼此纠缠，因此，如果使用通常仅基于 $\mathscr{I}^+$的可观测量代数，该态看起来就会是混合态，且接近热态。

幺正性问题引出这样一个疑问：关联何时会恢复？要实现这一点，伙伴模必须从俘获区域中涌出并向外传播，从而在 $\mathscr{I}^+$ 恢复关联，并在那里“纯化”该状态。由于俘获区域边界外侧的 *T-DH* 是类时的，因此不存在因果障碍

使这些模能够在漫长的蒸发过程中持续穿过 *T-DH* 离开俘获区域；与事件视界相关的标准因果障碍并不适用。文献中曾利用这一事实论证，根本不存在信息丢失问题 [116, 117]；纯化可能在整个蒸发过程中一直发生。然而，这种看似简单的解释存在缺陷。对重整化能量通量的考察表明，在这一过程中，半经典引力下只有物质穿过 *T-DH* 向内流入。因此，伙伴模离开俘获区域时不存在因果障碍，并不足以使纯化在半经典时空中发生。

事实上，与信息丢失问题相关的一个明显疑难，在半经典区域内就已经存在。由于$M_{\rm moon} \sim 10^{-7} M_\odot$，在这一漫长的蒸发过程结束时，初始ADM质量中的大部分都由霍金量子带到 $\mathscr{I}^+$。粗略估算表明，有极大量的 $\mathcal{N}(\sim 10^{75})$个量子逃逸到 $\mathscr{I}^+$，并且它们全部与那些穿过*T-DH* 的量子相关联。因此，在所考虑的半经典过程结束时， $\mathscr{I}^+$ 以及俘获区域中都必须存在数量巨大的 $\mathcal{N}$个量子；然而，与俘获区域相关的质量仅为向 $\mathscr{I}^+$飞出的N 个量子所携带质量的 10^{-7} 倍。此外，*T-DH* 外部部分的半径已经缩小到仅为0.1毫米——这正是月球质量黑洞的施瓦西半径。一个半径仅为0.1毫米的*T-DH* 怎么可能容纳所有这些 $\mathcal{N}$quote? 即使我们允许每个模具有（表面上看似最大的）0.1毫米波长，从启发式角度看，也需要视界拥有巨大的质量——约为月球质量的 10^{22} 倍！尽管这些考量颇具启发式性质，但我们仍需正视其中的概念张力：在所考虑的过程结束时，俘获区域中的量子实在太多，而其能量预算却微乎其微，根本无法容纳它们。这些考量促使人们提出，‘纯化’必须早在佩奇时间 [118] 就已经开始，此时*T-DH* 仅损失了其原始质量$M_\odot$的一半，并且在*T-DH* 缩小到月球质量时基本完成。但这将意味着，由于未预见的、在天体物理黑洞视界之外也起作用的量子引力效应，即使在表面上温和的区域内，半经典考量也必然失效！正如我们在前几节中讨论的，在圈量子引力中，宏观黑洞视界附近的量子引力修正完全可以忽略。

这一表观悖论的出路在于，半经典理论本身预言，俘获区域的几何具有一些相当非凡的特征；这些特征直到相对较近时期才被发现，即使在今天也尚未被更广泛的学界充分认识。在施瓦西时空上对应力能量张量的计算证实了这一观点：在半经典引力中，存在穿过*T-DH* 的负能量通量，使得$M_{T\text{-}DH}$ 会按照标准霍金公式减小：$\mathrm{d}M_{T\text{-}DH}/\mathrm{d}v = -\hbar/(GM_{T\text{-}DH})^2$。（事实上，这正是蒸发时间按 $\sim M^3_{\rm ADM}$变化这一标准估算的基础。）因此可以认为，在从太阳质量蒸发至月球质量的阶段，图5 中俘获区域的时空度规形式可以很好地由Vaidya度规近似：

$$\mathrm{d}s^2 = -\big(1 - \frac{2m(v)}{r}\big)\mathrm{d}v^2 + 2\mathrm{d}v\mathrm{d}r + r^2\big(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\varphi^2\big), \tag{5.2}$$

其中 $\mathrm{m(v)} = \mathrm{GM}_{T\text{-}DH}\mathrm{(v)}$ 缓慢减小。正如我们在第二节中所看到的，在史瓦西内部区域，量子几何导致的修正完全可以忽略，直到达到普朗克曲率；而如图5所示，在所考虑的半经典时空中，该区域并不存在。因此，在度规（5.2）中，所有量子修正都由量子物质诱发，并编码在 $\mathrm{m(v)}$ 中。为了探究俘获区域的几何，对其进行叶状分解是很方便的；圈量子引力界采用了两种自然的叶状分解：一种由克雷奇曼标量保持不变定义，另一种由度规二球面的半径保持不变定义 [30, 114]。每个类空切片在拓扑上都是$\mathbb{S}^2 \times \mathbb{R}$，其自身又由圆形二维球面构成叶状分解，这些二维球面可以用先进时坐标 v 的取值加以标记。令 $\mathrm{v} = 0$，当 $\mathrm{M}_{T\text{-}DH} = 1\mathrm{M}_\odot$；并令 $\mathrm{v} = \mathrm{v}_0$，当 $\mathrm{M}_{T\text{-}DH} = \mathrm{M}_{\mathrm{moon}}$。在这一漫长过程中，AT-DH 外部类时部分的边缘陷获面半径从 $\mathrm{r}|_{v=0} = 3$千米减小至 $\mathrm{r}|_{v=v_0} = 0.1$毫米。令人惊讶的是，随着 v 增大，各叶面沿 $\mathbb{R}$方向 [30, 119, 120]形成越来越长的颈部，其长度为 ℓ_N。对于所考虑的这一过程，“最终叶面”从右端 $\mathrm{v} = \mathrm{v}_0$处开始。该最终叶面的长度 ℓ_N 大得惊人：第一种叶状分解为 $\ell_N \approx 10^{64}$光年，第二种则为 $\ell_N \approx 10^{62}$ 光年！这些天文数字般的巨大长度之所以能够出现，是因为该过程所需的时间极其漫长；10^{64}年相当于我们宇宙历史的 $\sim 10^{53}$ 倍！

这种巨大的拉伸类似于（各向异性）宇宙学中的膨胀。回想一下，在宇宙膨胀期间——例如暴胀期间——模的波长会被大幅拉伸。这表明，在从 $v = 0$ 到 $v = v_0$, 的演化过程中，落入俘获区域的伙伴模也会被大幅拉伸，就像膨胀的宇宙学时空上的量子场论中那样，并变成红外模。这种现象能否化解“量子如此之多，能量却如此之少”的困境？答案是肯定的。对于这样长的红外波长，只需 M_{moon}的能量预算，就很容易将它们容纳在俘获区域中。因此，尽管出射模带走了几乎全部初始质量 $M_\odot$ 到 $\mathscr{I}^+$，但并不妨碍在图 Σ 的切片上将它们的所有伙伴容纳在俘获区域中，所需的能量预算仅为 $10^{-7}M_\odot$。这一论证消除了必须在佩奇时间之前开始纯化的必要性。在圈量子引力的视角下，纯化可以推迟到更晚的阶段。

总而言之，在半经典区域中，存在一些与“纯化”过程相关的表面悖论；而要使动力学能够由幺正过程描述，这一过程是必不可少的。当人们将关注点从事件视界转向俘获动力学视界，并将俘获区域随时间演化的几何纳入考量时，这些悖论便会消失。总体而言，圈量子引力界已采纳了这一观点。

超越半经典区域：量子几何效应何时会变得显著，从而使半经典近似不再适用？圈量子引力的观点是，当曲率标量和物质密度等可观测物理量进入普朗克区间时，就会出现这种情况。第II节对史瓦西内部区域的研究证实了这一预期。因此，人们会预期，半经典考量在$T\text{-}DH$ 缩小到$M_{T\text{-}DH} = M_{\mathrm{moon}}$之前都仍然有效；正如上文讨论的那样，这一有效性会一直延续到曲率达到例如 10^{-6} 倍

普朗克曲率时，对应的$M_{T\text{-}DH} \approx 10^3 M_{\rm Pl}$。不同研究团队正在探索这一阶段之后的圈量子引力蒸发过程。主要依据包括：第II节总结的史瓦西内部区域因果结构研究成果；从 CGHS 等较简单模型中获得的直觉 [121], ；一系列长期研究得出的结论（例如参见 [122–131]），这些研究为整个过程设定了时空结构，并推演其后果；对随之而来的时空几何提出的严格一致性要求（例如参见 [96]）；以及基于 Vaidya 度规对遥远未来时空结构所做的计算 [127, 132]。尽管人们对整体图景已形成广泛共识，但仍有许多未解决的问题。下面我们将概述目前的研究现状。

在半经典区域的未来，曲率可能超过 $10^{-6}\ell_{\rm Pl}^{-2}$，因此我们需要完整量子引力。这个具有普朗克尺度曲率的区域由图6中的阴影（粉色）区域表示。（在该区域的过去和未来，半经典引力应能给出合理的近似。）在阴影（粉色）区域内，几何由量子态 $\Psi_{\rm geo}$ 描述，而困难的任务是在这一量子几何上演化量子场 $\hat{\phi}$。幸运的是，其他系统的既有经验——例如在量子 FLRW 几何上传播宇宙学微扰——表明，在普朗克区间的绝热阶段可以采用一种适用的策略。只要质量损失没有发生得过快，蒸发过程就是绝热的；也就是说，这种情况会持续到*T-DH* 的半径达到 $\approx 10^3\ell_{\rm Pl}$为止。在这一过程结束时，系统会进入*T-DH* 未来端点附近的区域，该区域由一个（红色）团块表示，其中曲率达到普朗克尺度，且过程迅速加快，违反绝热近似。我们先讨论绝热阶段，然后再回到（红色）团块。

圈量子宇宙学（LQC）中的先前研究强烈表明，在绝热阶段，将量子场 $\hat{\phi}$ 传播到由 $\Psi_{\rm geo}$ 表示的量子几何上的问题可以大大简化：我们可以构造一个平滑的 $\tilde{g}_{ab}$，它包含了 $\Psi_{\rm geo}$ 中量子场 ϕ 的动力学所敏感的全部信息（例如，参见 [133]）。$\tilde{g}_{ab}$ 称为修饰度规。因此，在量子几何上演化量子场这一困难任务，可简化为在修饰度规 $\tilde{g}_{ab}$的时空上演化量子场。接下来，根据第二节的研究结果，我们预期阴影区域（粉色）将包含一个跃迁面 $\mathscr{T}$（相对于 $\tilde{g}_{ab}$而言），它取代经典奇点，并将位于其过去的俘获区域与位于其未来的未俘获区域分隔开来。度量 $\tilde{g}_{ab}$ 将反映两种不同的效应：一类源自量子几何，并具有面积间隙 Δ 这一特征（如第二节所述）；另一类则由落入的量子物质在 $\tilde{g}_{ab}$ 上诱发，其中主要包括粉色阴影区域左端的入射标量场脉冲，以及朝右端移动时携带负能量的落入霍金量子。

第二节的讨论 强烈表明，第一组效应会随着我们从普朗克曲率区域进入半经典区域而迅速衰减。因此，在半经典区域中，$\tilde{g}_{ab}$ 将可以很好地近似为该处使用的$g^{\rm sc}_{ab}$。向着未来离开（粉色）阴影区域时，会遇到一个反俘获动力学视界 *AT-DH*（见图6）。由跃迁面 $\mathscr{T}$（过去方向）和*AT-DH*（未来方向）围成的区域将如图2所示处于反俘获状态。但现在*AT-DH* 将会是

类空而非类光，其面积也不会保持恒定，而是随着向左移动而减小。从定性上看，*AT-DH* 的结构相较于图2 中的结构所发生的变化，与我们已经详细讨论过的俘获视界*T-DH* 的结构变化相平行。

最后，*AT-DH* 未来的区域也可以用 Vaidya度规很好地近似，不过此处应采用出射形式，并以迟滞时间坐标 u 取代式（v ）中的先进时坐标 5.2。它将描述红外模的传播，这些红外模将从 *AT-DH* 中涌现，并在极晚的时刻抵达 $\mathscr{I}^+$ 。（由于标量场中的总能量很小，且分散在非常大的空间区域中，因此该区域的度量将近乎平坦。）请记住，这些伙伴模曾落入视界，因此与带走了大部分初始ADM质量的出射模相纠缠。因此，在圈量子引力情景中，关联最终会在 $\mathscr{I}^+$ 恢复；最终，落入模也会抵达那里。这两组模所携带的总能量截然不同。但这并不妨碍关联的恢复，也就是说，并不妨碍“纯化”过程的发生。这个纯化过程的时间尺度非常长，为 $0(M^4)$ [127, 130, 132]。由于圈量子引力奇点消解，纯化可以在佩奇时间之后很久才发生。

最终图景与燃烧煤块的过程颇为相似，这一过程常被

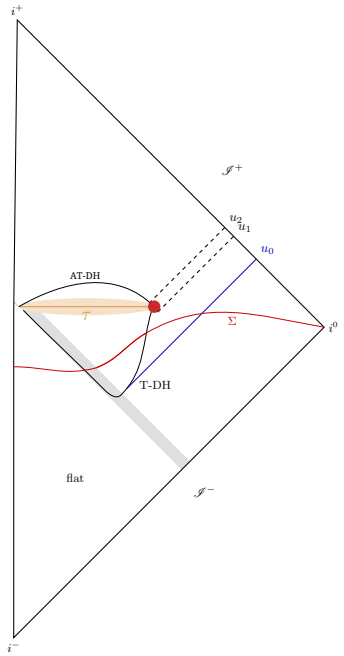

图6：圈量子引力中的时空量子延拓。经典奇点被跃迁面 τ取代；其过去一侧是俘获区域，过去边界为俘获动力学视界*T-DH*；其未来一侧是反俘获区域，边界为反俘获动力学视界*AT-DH*。柯西曲面 Σ 在半经典区域内就已形成极长的颈部。 τ 右端的暗色（红色）团块属于真正的量子区域。

用于讨论黑洞蒸发。起初，煤块处于纯态。点燃后，它会发射光子，而这些光子携带的能量可很好地用高温热态描述。但整体状态仍是纯态，因为出射光子的量子态与剩余煤块之间存在关联。随着火焰逐渐熄灭，剩余能量所剩无几，灰烬会在很长一段时间里持续发射频率越来越低的光子。过程结束时，冰冷的灰烬处于纯态，所有光子都已逃逸。后期发射的长波长光子能够恢复那些在过程当中似乎丢失的关联（当时光子谱看起来近似热谱），尽管它们携带的总能量远小于先前发射的高频光子所携带的能量。

然而需要注意的是，这一情景并不完整，因为我们仍须处理蒸发过程的最后阶段，也就是图中的红色团块及其相关类光射线所示的部分 $u = u_1$ 和 $u = u_2$，见图 6。在这一区域，曲率不仅达到普朗克尺度，而且变化极其迅速，因为这里正处于蒸发过程的终点。正是这两种特征的结合使问题变得困难；如果只有其中一种，我们便可以采用已知的近似方法。独立的考量表明，这一区域必定会发生某种非常不平凡的事情。最后，我们举一例说明。在半经典阶段，随着 *T-DH* 收缩，与辐射相关的温度在 $\mathscr{I}^+$ 处升高。因此，越接近 $u = u_1$ 上的 $\mathscr{I}^+$，这些模就越趋于紫外。另一方面，从反俘获区域逸出的辐射则属于红外，并在 $\mathscr{I}^+$ 未来方向上、位于 $u = u_2$之后被接收到。这是一个显著的转变，强烈暗示高度动力学且并且 具有普朗克尺度曲率的区域，其物理过程将十分微妙而有趣。例如，有人提出，普朗克尺度“种子”可能会遗留下来，散布在这一区域 [134]。理解这种量子几何的本质，仍是圈量子引力中一项颇具吸引力的挑战。

我们来总结一下圈量子引力对黑洞蒸发的研究现状。这些研究的特点是强调了其他方法通常忽略的两个方面：(i) 从目的论的事件视界事件视界 转向准局域定义的俘获和反俘获动力学视界 *T-DH* 和 *AT-DH*；以及 (ii) 以跃迁面 $\mathscr{T}$取代经典奇点。因此，传统上使用的图 4 中的彭罗斯图被图 6中的彭罗斯图取代。

VI 讨论

正如参考文献所示，圈量子引力中关于正则黑洞的文献非常丰富。事实上，这份长长的清单也远非详尽无遗！为了让非专业读者也能理解这些内容，我们重点介绍了取得进展的四条研究路线，并围绕每条路线中的几项主流进展展开讨论。其中许多讨论以有效方程为基础，这一选择的动机在于，高性能计算表明，有效时空度规能够很好地近似圈量子宇宙学中的量子几何；在外尔曲率非零且在奇点处发散的 Bianchi模型中也是如此。 [135, 136]。

第一方面在第II节讨论，聚焦于包含奇点的“史瓦西内部区域”。由于消解这一奇点是本卷“正则黑洞”主题的核心，我们介绍了几种不同的有效描述。这些研究揭示了两个特点：（i）圈量子引力底层量子几何效应所导致的奇点消解具有稳健性，并不依赖量子化方法的具体细节；（ii）但量子化的具体实施方式可能引发意料之外且在物理上不可取的效应，只有经过详细考察才能发现。我们总结了一种能够避免这些缺陷的方案。由此得到的量子修正几何呈现出有趣的因果结构：奇点被跃迁面取代，$\mathscr{T}$其过去一侧是俘获区域，未来一侧则是反俘获区域。两者均由类光视界围定；对于宏观黑洞，未来视界的面积近似等于过去视界的面积（见图2）。在这些有效几何中，曲率标量均在跃迁面处达到最大值，而且这些最大值具有普适的特征，与黑洞质量无关。这种普适性似乎是圈量子引力的量子几何效应所导致的奇点消解的一般特征。

第 III 节将第 II 节中的量子修正几何推广到施瓦西时空的外部渐近区域，方法是探究类时曲面 $r_{\rm sch}$ =const 的均匀性。对于宏观黑洞（即 $m \gg \ell_{\rm Pl}$），该外部区域的近视界几何具有预期且符合物理要求的特征：量子修正后的有效度规在视界处平滑，而使用欧几里得量子场论的方法计算得出的霍金温度修正极小。更一般地说，对于宏观黑洞，在外部区域视界附近的广大范围内，有效几何与经典史瓦西度规所描述的几何高度吻合。不幸的是，文献中对此存在一些混淆，源于度规的简化形式（3.16）仅适用于远渐近区域，即 只有忽略 $O(r_s/r)$项时才成立。若忽视这一关键近似，并在整个外部区域使用（3.16）——正如文献 [137]所做的那样——便会得到一些“令人不安的特征”，例如最内层圆轨道出现非平凡修正。这些并非实际有效几何的结果，而是错误使用其简化形式所致。（尽管如此，遗憾的是，文献 [137]中的错误结论在后续一些文献中仍被重复，例如 [138]。）更一般地说，在可预见的未来，天体物理黑洞的近视界量子修正都极小，不足以产生可观测的影响（至少对于非旋转情形如此；迄今为止，大多数圈量子引力研究都集中于此）。[4]

该　外部区域中的完整度量也渐近平坦，曲率衰减　y

[4]在本综述中，我们没有涉及这样一个问题：在 LQG 中，通过统计与表征给定宏观黑洞的参数相容的面积算符微观态，可以得到黑洞熵（参见，例如 [139]。利用引力波检验面积离散性的可能性在文献中引起了相当大的关注。有人认为，通过足够多的致密双星并合数据，便可以排除最简单的面积谱，其面积本征值为 $kn\ell_{\rm Pl}^2$（其中 n 为整数，且 k 为常数），贝肯斯坦和穆哈诺夫 [140], 提出的这种面积谱可能会被排除。但在 LQG 中，面积谱 并非 等间距的；它会呈指数式拥挤，因此连续谱很快就成为极佳的近似。然而，对于小黑洞，面积本征值会成组分布，呈现能带结构，而能带之间的间隔为 $O(\ell_{\rm Pl}^2)$。如果这种结构能够在大质量旋转黑洞中持续存在，那么每条能带都可作为贝肯斯坦—穆哈诺夫本征值的替代物，而引力观测将由此产生非平凡的约束 [141]。然而，目前没有证据表明能带结构会在宏观面积下持续存在。

这足以使 ADM质量得到良好定义（例如，若使用以空间里奇张量表示的表达式（3.17））。对于宏观黑洞而言，相对于经典值的量子修正非常小。然而，其衰减速度慢于标准渐近平坦性概念下的衰减速度。因此，在标准渐近条件成立时必须完全一致的 ADM质量不同表达式[55], 如今会因量子修正而有所不同。更令人惊讶的是，有效度规的时间平移 Killing 场的范数在空间无穷远处发散！人们的第一反应可能是：这种偏离标准渐近平坦性的行为必然会导致大量物理上不可接受的后果。准正规模提供了一项检验。这些准正规模是否表现出病态行为？一项详细研究[142] 表明，进入准正规模分析的势在任何地方都保持良好定义。随后可以使用旨在提高精度的近似方法计算准正规频率。结果发现，相对于经典结果的修正小到可以忽略。另一项独立研究 [143] 给出了轴向扰动和极向扰动的表达式，计算了它们的准正规频率，并发现其相对于经典理论存在偏离；特别是，等谱性遭到破坏。然而，即使对于小至 $r_S \sim 10^3 \ell_{\rm Pl}$ 的黑洞，所有这些相对于经典预言的相对偏差也仅是几个百分点的效应；并且它们会随黑洞质量增加而减小，对于宏观黑洞则完全可以忽略。这些研究还表明，该度规通过了张量扰动和无质量标量场扰动的稳定性判据。然而，该势的红外行为不同于经典的施瓦西情形，从而导致幂律尾出现定性差异。这些尾部在数学文献中发挥着重要作用，但在天体物理学上并不重要，因为它们出现在引力波于准正规振铃阶段呈指数衰减之后。总之，目前尚不清楚，有效度规的渐近行为所伴随的这些反直觉特征 [29] 究竟表明它在渐近区域 $r_S/r \ll 1$ 中可能不可接受，还是在物理上无害。鉴于这种不确定性，目前有数项研究正在探索其他途径，以获得具有标准渐近行为的有效度规（参见，例如 [33, 38]）。

另一个概念性问题涉及协变性。在完整的量子扩展克鲁斯卡尔时空中，存在一个 4-度量；例如，关于奇点消解的结果会涉及曲率不变量；这些考量在四维意义下都是协变的。但是，要得到带有量子几何修正的有效爱因斯坦方程，需要进行对称性约化。问题在于，是否存在一个不进行对称性约化的完整理论协变作用量，其运动方程在静态球对称扇区中可约化为第*II* 节和III 节中的方程。这是一个技术上颇具难度、至今仍未解决的问题。事实上，人们花了一些时间才证明，圈量子宇宙学齐次各向同性扇区中简单得多的有效方程 [144]可以通过这种方式得到，但最终答案是肯定的 [29] 。弦理论中也出现过类似的情况：很长一段时间里，人们似乎认为，精确的 [145]维弦论黑洞 1+1 无法通过协变作用量的对称性约化得到 [146] 。最终证明，确实存在这样的作用量，但它需要纳入额外场 [147]

[148]。有一些具体迹象表明，我们讨论过的圈量子引力黑洞扇区很可能也存在类似情况；例如， [38]该研究在 mimetic 引力框架下引入了协变作用量，加入一个具有特定势的标量场，并在对称性约化扇区中使用与第III 节相同的类时齐次切片；而[84] 该研究则依据约束代数进行推理，以论证协变性。

第II 节和III 节的讨论仅限于圈量子引力对永恒黑洞的处理，并得出了图3 所示的克鲁斯卡尔时空量子延拓彭罗斯图。整个时空是无奇点的。无论是在经典相对论中，还是在黑洞蒸发的讨论中，图1 所示的克鲁斯卡尔时空都提供了有用的数学工具和物理直觉。其量子延拓也是如此。然而，现实且更有趣的情形涉及引力坍缩形成黑洞（此时完整克鲁斯卡尔时空中只有一部分相关）。在第IV节中，我们聚焦于动力学情形下引力坍缩研究中的两个互补问题。第一个问题涉及尘埃坍缩模型中的奇点消解。这里强调的是量子几何效应，因为物质由尘埃而非基本量子场构成。因此，与物质相关的非经典特征——例如尘埃密度有界——是由几何的量子本质赋予物质的。这些研究表明，与宇宙学中的情况一样，奇点会被反弹取代；这是一个稳健的结果。第二类研究聚焦于临界现象。此时策略恰恰相反：物质由圈量子引力的量子标量场表示 [100]，而几何起初是经典的；量子物质通过场方程对几何产生经典效应的量子修正。总体而言，研究发现，宏观黑洞的经典结果所受的量子修正很小，正如人们所期望的那样。然而，经典理论中不存在“质量间隙”——也就是说，黑洞可以由任意小的质量形成——但若采用导致有效方程违反尺度不变性的量子化方案，则可能出现质量间隙。

尽管动力学是这些研究的核心，但它们并未涵盖霍金过程，因为第一组分析中的物质是经典的，而第二组关注的是引力坍缩中的临界行为，而非向外传播至 $\mathscr{I}^+$的标量场量子，也没有讨论纠缠问题。关于蒸发过程的圈量子引力研究——包括反作用对几何的影响问题——已在第V节讨论。这些研究反映出一种广泛共识：导致图4所示传统彭罗斯图的论证存在两个重要缺陷。首先，这些论证假设经典奇点的一部分在量子理论中仍然存在，然而在圈量子引力中，奇点已得到消解。

其次，事件视界在图 4 中发挥着关键作用，尽管它具有目的论性质，而且只要改变奇点普朗克尺度邻域内的时空几何，就能使其消失 [113]。传统的彭罗斯图被图 6所示的新圈量子引力彭罗斯图取代。人们已经达成共识：不存在信息丢失。当然，前提是我们考虑一个封闭系统，其中黑洞由量子场从 $\mathscr{I}^-$ 到 $\mathscr{I}^+$ 的引力坍缩形成，并且使用该场在 $\mathscr{I}^+$时的量子态。从两个方面可以认为量子几何效应能够消除奇点：(i) 量子

第二节讨论的几何效应 II 由于面积间隙非零，为曲率标量提供了普适上界；(ii) CGHS 情形下的详细数值模拟表明，即使在半经典理论中，纳入反作用效应后，奇点也会显著减弱，这已经足以使该处的度量连续 [149]。最终图景中不存在 事件视界 ；引力坍缩中经典形成、并通过量子过程蒸发的是动力学视界。

圈量子引力的蒸发过程可以描述如下。霍金量子成对产生，出射量子按照霍金最初的范式向外传播至 $\mathscr{I}^+$，而它们的伙伴量子则穿过俘获动力学视界 T-DH 向内落下。在图5所示的半经典区域中，出射量子态可以很好地近似为 $\mathscr{I}^+$ 处（在足够晚的时刻）的热态，而伙伴模则将负能量通量带入图中由 T-DH 界定的俘获区域。计入反作用后，俘获区域内的几何会发生绝热变化，图6中的类空曲面 Σ 被拉伸，变成长颈曲面（LNS）。假设黑洞形成时的质量为 $M_\odot$ 个太阳质量。尽管颈部延长的过程非常缓慢，但由于半经典阶段会持续 10^{64} 年左右，这一过程会延续很长时间。到这一阶段结束时，颈部会变得长得惊人，被拉伸至 10^{62} 光年！因此，落入俘获区域的模也会被极度拉伸（如同暴胀期间发生的那样），并变成红外模。在这个漫长的半经典阶段，它们可以继续与那些向外传播至 $\mathscr{I}^+$ 的伙伴模保持纠缠 —— 尽管出射模携带的总能量几乎为 $M_\odot$，而俘获模携带的能量微乎其微——这恰恰是因为俘获模属于红外模。因此，诸如 Σ 这样的曲面上的量子态仍然是纯态。由于奇点得到消解，并被位于阴影（粉色）区域内的跃迁面 $\mathscr{T}$ 取代，这些模可以穿过跃迁面 $\mathscr{T}$ 演化，并在另一侧显现出来。随后，它们传播到反俘获动力学视界 AT-DH 未来一侧的大致平坦区域，并于 $\mathscr{I}^+$ 到达，从而恢复与早在半经典阶段就已到达 $\mathscr{I}^+$ 的伙伴模之间的关联。（正如第五节 B末尾所解释的，这种情况在定性上类似于燃烧一块煤：当长波长模在煤灰冷却时从中显现出来，晚期的关联便得以恢复，并重新建立与此前发射的短波长模之间的关联。）

迄今仍鲜有研究的是图中阴影（粉色）区域右端的（红色）“团块”，以及它如何影响6 中的物理。正如第 $\mathscr{I}^+$节末尾所讨论的，这个问题很难，因为同时会遇到两个困难：普朗克尺度曲率，以及使绝热近似不再适用的快速变化。但可行的计算或许足以揭示：当红外模穿过反俘获区域并在 $\mathscr{I}^+$处出现时，大部分（甚至全部）关联是否得以恢复。如果得以恢复，那么完全量子化的“团块”对信息丢失问题就不会那么重要，且S矩阵将是幺正的。尽管圈量子引力界普遍倾向于这一可能性，但这个问题仍未有定论。有人提出了关于从团块过去到其未来的完全量子演化的论证，但迄今尚无定论，因为它们依赖于

底层假设。在现阶段，例如，我们无法排除“团块”连接到一个婴儿宇宙的可能性，而其中的状态无法从图 $\mathscr{I}^+$ 6 的处访问。如果这种情况发生，那么从该图中 $\mathscr{I}^\pm$ 的视角来看，信息可能会丢失，尽管“整体”S矩阵仍将是幺正的。证明这种情况不会发生，仍是圈量子引力界一项引人入胜的挑战。

我们来总结一下。圈量子引力界探索了黑洞诸多迷人特性的不同方面。这些研究的显著特点是强调量子几何：它直接促成了以具有有趣因果性质的跃迁面取代奇点，并使曲率标量和物质密度等物理可观测量保持有界。正如第 I 节所述，这些特点并非其他方法所共有：受 AdS/CFT 对应关系的启发，有时有人认为奇点在量子引力中也应当继续存在；事实上，许多文献采用图 4 中的彭罗斯图，其中奇点是时空未来边界的一部分。另一方面，由于量子几何效应只有在普朗克区间才会变得重要，圈量子引力对经典结果的修正，在天体物理黑洞的视界附近非常微小；我们讨论过的例子包括利用近视界几何和欧几里得量子场论方法对霍金温度的修正、对天体物理黑洞准正规频率的修正，以及对临界坍缩相关结果的修正。这与其他一些方法形成了鲜明对比，例如源于弦理论考量的“防火墙情景”。更广泛地说，圈量子引力不会导致对天体物理黑洞视界附近物理学半经典预期的违背；在 LIGO 的发现表明，致密双星并合中实现的是经典广义相对论在没有此类重大修正时所作的预测之前，有人曾主张这种违背。正如第 VB 节所述，还有大量研究预先设定了整个过程的时空结构，并推导其后果。总体而言，这类研究会在不同区域求解 经典爱因斯坦方程（配以适当的应力-能量张量），再将各区域一致地拼接起来。其中一些时空图类似于图 6。虽然这些研究确实密切关注一致性条件，而且往往也考虑能量问题，但它们很少关注量子关联和幺正性。第 V 节中圈量子引力的推理思路填补了这一概念上的重要空缺，而这正是“信息丢失”问题的关键。

关于年轻黑洞与老年黑洞以及长寿命残余物的问题，也有大量讨论。在圈量子引力中，年轻黑洞与老年黑洞确实存在重要差异。举一个具体例子，考虑两个月球质量黑洞：一个是刚由引力坍缩形成的年轻黑洞；另一个则是最初为太阳质量黑洞、随后蒸发至月球质量的老年黑洞，正如第 VB 节所讨论的那样。尽管它们的动力学视界半径相同，均为 0.1 毫米，质量也都是 $M_{T\text{-}DH} = M_{\rm moon}$，但它们的外部环境和内部结构将会非常不同。第二种情况下，蒸发过程已经持续了约 10^{64} 年。因此，外部区域中将有大量向外传播的霍金量子，而俘获区域中也有数量相同的向内传播的量子，两者彼此纠缠。因此，T-DH 的小面积不会是.....*T-DH* 的

衡量内部（或外部）熵的指标。然而，在圈量子引力中，两种情况下的面积都衡量视界的表面自由度，也就是说，衡量能够与内外区域进行通信的自由度。但有时有人认为，这种情形可能存在一个问题：老年黑洞的能量可能很低，却拥有数量惊人的模，因此应该很容易在粒子加速器中产生它们。不过，这些论证只采用了计算散射振幅时通常使用的守恒定律；由于老年黑洞拥有天文尺度的长颈，很难想象时空结构会如何在加速器物理的时间尺度内发生这种变化 [150]。

最后，我们来讨论当前圈量子引力研究的一些局限。我们总结的分析大量运用了对称性约化模型和能够捕捉主要量子修正的有效方程。不过，也有不少有趣的研究尝试从完整圈量子引力出发推导这些有效方程（例如，见 [151, 152]）。但这些研究仍处于相当初步的阶段，还需要开展更多、更深入的研究。另一个关键局限是，迄今圈量子引力研究主要聚焦于非旋转黑洞，其经典奇点是类空的。但对于旋转黑洞，内视界会不稳定，因此奇点将是类光的。迄今为止，量子几何的考量尚未应用于类光奇点。这仍是一个尚待解决的重要问题。事实上，在蒸发过程中的“信息丢失”讨论中纳入旋转黑洞，仍是所有量子引力研究路径中一个引人入胜的问题。

致谢

本研究部分由美国国家科学基金会项目 PHY-1806356、PHY-1912274 和 PHY-2110207，宾夕法尼亚州立大学与埃伯利讲席及阿瑟顿教授职位相关的研究经费，以及西班牙政府资助的项目 PID2020-118159GB-C43、PID2019-105943GB-I00（含欧洲区域发展基金资助）提供支持；此外，格拉纳达大学通过项目 E-FQM-262-UGR18，依据“欧洲区域发展基金 2014—2020 安达卢西亚自治区政府经济与知识事务部运行计划”提供了支持。我们感谢 Eugenio Bianchi、Kristina Giesel、Muxin Han、Bao-Fei Li、Guillermo Mena、Sahil Saini 和 Ed Wilson-Ewing 的讨论，并感谢 Tommaso De Lorenzo 绘制图 4—6。

---

[1] N. Englehardt 和 G. T. Horowitz，《国际现代物理学杂志》**25**, 1643002 (2016).[2] S. W. Hawking, [勘误：Commun. Math.Phys. **46**, 206 (1976)] doi:10.1007/BF02345020 [3] S. W. Hawking, M. J. Perry 和 A. Strominger,**116**, 231301 (2016).[4] W. G. Unruh 和 R. M. Wald，信息丢失，Rep. Prog. Phys.**80**, 092002 (2017).[5] A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, D. Stanford, J. Sully, JHEP**09**, 018 (2013).[6] S. Giddings, Phys. Lett. B**738**, 92 (2014).[7] D. Marolf, Rep. Prog. Phys.**80**, 092001 (2017).

[8] A. Ashtekar 和 J. Pullin（编），《圈量子引力：前 30 年》（World Scientific，新加坡，2017）[9] A. Ashtekar 和 P. Singh，《经典与量子引力》28，213001（2011）。[10] P. Singh，《经典与量子引力》26，125005（2009）。[11] I. Agullo 和 P. Singh，载于《圈量子引力：前 30 年》，A. Ashtekar 和 J. Pullin 编，World Scientific，新加坡（2017），arXiv:1612.01236。[12] A. Ashtekar 和 M. Bojowald，《经典与量子引力》23，391（2006）。[13] L. Modesto，《经典与量子引力》23，5587（2006）。[14] M. Campiglia、R. Gambini 和 J. Pullin，《美国物理联合会会议论文集》977，52–63（2008）。[15] R. Gambini 和 J. Pullin，《物理评论快报》110，211301（2013）。[16] D. Cartin 和 G. Khanna，《物理评论D辑》73，104009（2006）。[17] C. G. Boehmer 和 K. Vandersloot，《物理评论D辑》76，1004030（2007）。[18] D. W. Chiou，《物理评论D辑》78，064040（2008）。[19] A. Corichi 和 P. Singh，《经典与量子引力》33，055006（2016）。[20] J. Olmedo、S. Saini 和 P. Singh，《经典与量子引力》34，225011（2017）。[21] J. Cortez、W. Cuervo 和 H. A. Morales-T´ecotl、J. C. Ruelas，《物理评论D辑》95，064041（2017）。[22] A. Yonika、G. Khanna 和 P. Singh，《经典与量子引力》35，045007（2018）。[23] A. Joe 和 P. Singh，《经典与量子引力》32，015009（2015）。[24] D-W. Chiou，《物理评论D辑》78，044019（2008）。[25] J. Brannlund、S. Kloster 和 A. DeBenedictis，《物理评论D辑》79，084023（2009）。[26] R. Gambini、J. Olmedo 和 J. Pullin，《经典与量子引力》31，095009（2014）。[27] N. Dadhich、A. Joe 和 P. Singh，《经典与量子引力》32，185006（2015）。[28] A. Ashtekar、J. Olmedo 和 P. Singh，《物理评论快报》121，241301（2018）。[29] A. Ashtekar、J. Olmedo 和 P. Singh，《物理评论D辑》98，126003（2018）。[30] A. Ashtekar 和 J. Olmedo，《国际现代物理学杂志》29，2050076（2020）。[31] N. Bodendorfer、F. M. Mele 和 J. M¨unch，《经典与量子引力》36，187001（2019）。[32] C. Zhang、Y. Ma、S. Song 和 X. Zhang，《物理评论·物理评论D辑》105，024069（2020）。[33] R. Gambini、J. Olmedo 和 J. Pullin，《天文学与空间科学前沿》8，74（2021）。[34] C. Zhang、Y. Ma、S. Song 和 X. Zhang，《物理评论D辑》105，024069（2022）。[35] B. E. Navascu´es、A. Garc´ía-Quismondo、G. A. Mena Marug´án，《物理评论D辑》106，063516（2022）。[36] A. Garc´ía-Quismondo 和 G. A. Mena Marug´án，《物理评论D辑》106，023532（2022）。[37] B. E. Navascu´es、A. Garc´ía-Quismondo、G. A. Mena Marug´án，《物理评论D辑》106，043531（2022）。[38] M. Han 和 H. Liu，arXiv:2212.04605。[39] H. Liu 和 K. Noui，《经典与量子引力》34，135008（2017）。[40] A. Ashtekar 和 M. Bojowald，《经典与量子引力》22，3349（2005）。[41] A. Ashtekar 和 B. Krishnan，《物理评论D辑》68，104030（2003）。[42] A. Ashtekar 和 B. Krishnan，《相对论生活评论》7，第 10 期（2004）。[43] I. Booth，《加拿大物理学杂志》83，1073（2005）。[44] G. Ongole、H. Zhang、T. Zhu、A. Wang 和 B. Wang，《宇宙》8，543（2022）。

[45] A. Ashtekar, T. Pawlowski and P. Singh, 《物理评论D辑》74, 084003 (2006).
[46] A. Ashtekar, M. Bojowald and J. Lewandowski, 《数学物理进展》7, 233-268 (2003).[47] J. Willis, 圈量子引力的低能效应及其数学扩展；博士学位论文，宾夕法尼亚州立大学（2004年）。[48] V. Taveras, 《物理评论D辑》78, 064072 (2008).[49] G. W. Gibbons, M. J. Perry, 《伦敦皇家学会会刊》A358, 467 (1978年).[50] S. A. Fulling and S. N. M. Ruijsenaars, 《物理报告》152, 135 (1987).[51] T. Levi-Civita, B2子情形：斜解, 《林琴国家科学院院刊》Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. Rend. 27, 343 (1918年).[52] William Kinnersley and M. Walker, 《物理评论D辑》2, 1359 (1970年).[53] A. Ashtekar and T. Dray, 《数学物理通讯》79, 581 (1981).[54] M. Bouhmadi-L´opez, S. Brahma, C-Y Chen, P. Chen and D-h Chen, 《暗宇宙物理学》30, 100701 (2020).[55] A. Ashtekar and A. Magnon, 《数学物理学杂志》25 2682 (1984年).[56] R. Schoen, 爱因斯坦方程的局部化解，亨利·庞加莱研究所讲座，广义相对论：纪念100周年,
https://philippelefloch.files.
wordpress.com/2015/11/2015-ihp-richardschoen.pdf (2015年).[57] T. Thiemann, 《经典与量子引力》12, 181 (2003年).[58] M. Bojowald and R. Swiderski, 《经典与量子引力》23, 2129 (2006年).[59] D.-W. Chiou, W.-T. Ni, and A. Tang, arXiv:1212.1265[60] J. Ben Achour, F. Lamy, H. Liu, and K. Noui, 《欧洲物理快报》123, 20006 (2018年).[61] J. G. Kelly, R. Santacruz, and E. Wilson-Ewing, 《物理评论D辑》102, 106024 (2020).[62] J. G. Kelly, R. Santacruz, and E. Wilson-Ewing, 《经典与量子引力》38, 04LT01 (2021).[63] R. Gambini, J. Olmedo, and J. Pullin, 《经典与量子引力》37, 205012 (2020).[64] M. Han and H. Liu, 《经典与量子引力》39, 035011 (2022年).[65] V. Husain, J. G. Kelly, R. Santacruz, and E. Wilson-Ewing, 《物理评论快报》128, 121301 (2021)[66] C. Zhang, 《物理评论D辑》104, 126003 (2021).[67] V. Husain, J. G. Kelly, R. Santacruz, and E. Wilson-Ewing, 《物理评论D辑》106, 024014 (2022年).[68] K. Giesel, M. Han, B. F. Li, H. Liu and P. Singh, arXiv:2212.01930[69] L. Modesto, 《国际理论物理学杂志》47, 357 (2008年).[70] S. Hossenfelder, L. Modesto, and I. Premont-Schwarz, 《物理评论D辑》81, 044036 (2010).[71] Y. Tavakoli, J. Marto, and A. Dapor, Int. J. Mod. Phys. D 23, 1450061 (2014年).[72] C. Bambi, D. Malafarina, and L. Modesto, 《物理评论D辑》88, 044009 (2013年).[73] Y. Liu, D. Malafarina, L. Modesto, and C. Bambi, 《物理评论D辑》90, 044040 (2014年).[74] J. Ben Achour, S. Brahma, and J.-P. Uzan, 《宇宙学与天体粒子物理学杂志》2003, 041 (2020).[75] B. F. Li and P. Singh, 《宇宙》7, no.11, 406 (2021)[76] A. Corichi and P. Singh, 《物理评论D辑》78, 024034 (2008)
[77] P. H´a j´ıˇcek, “量子引力：引力坍缩量子理论（量子锥学讲义），”施普林格·柏林·海德堡 255–299 (2003年)。

[78] M. Campiglia, R. Gambini, J. Olmedo, and J. Pullin, 《经典与量子引力》33, LT01 (2016)[79] J. Ziprick, J. Gegenberg, and G. Kunstatter, 《物理评论D辑》94, 104076 (2016).[80] K. Giesel, B.-F. Li, and P. Singh, 《物理评论D辑》104, 106017 (2021).[81] M. Bojowald, T. Harada, and R. Tibrewala, 《物理评论D辑》78, 064057 (2008年).[82] M. Bojowald, J. D. Reyes, and R. Tibrewala, 《物理评论D辑》80, 084002 (2009).[83] A. Alonso-Bardaji and D. Brizuela, 《物理评论D辑》104, 084064 (2021)[84] A. Alonso-Bardaji, D. Brizuela and R. Vera, Phys. Lett. B 829, 137075 (2022年)[85] M. W. Choptuik, 《物理评论快报》70, 9 (1993).[86] V. Husain and O. Winkler, 《经典与量子引力》22, L127 (2005).[87] V. Husain, arXiv:0808.0949[88] J. Ziprick and G. Kunstatter, 《物理评论D辑》80, 024032 (2009).[89] A. Kreienbuehl, V. Husain, and S. S. Seahra, 《经典与量子引力》29, 095008 (2012).[90] F. Benitez, R. Gambini, L. Lehner, S. Liebling, and J. Pullin, 《物理评论快报》124, 071301 (2020).[91] F. Benitez, R. Gambini, S. Liebling, and J. Pullin, 《物理评论D辑》104, 024008 (2021).[92] F. Benitez, R. Gambini, and J. Pullin, 《宇宙》8, 10 (2022年)[93] C. Barcel´o, R. Carballo-Rubio, and L. J. Garay, Int. J. Mod. Phys. D 23, 1442022 (2014年).[94] C. Barcelo, R. Carballo-Rubio, L. J. Garay, and G. Jannes, 《经典与量子引力》32, 035012 (2015年).[95] C. Barcel´o, R. Carballo-Rubio, and L. J. Garay, JHEP 01, 157 (2016).[96] R. Carballo-Rubio, F. Di Filippo, S. Liberati, M. Visser, 《经典与量子引力》37, 14 (2020).[97] K. Giesel, B. F. Li, P. Singh and S. A. Weigl, 《物理评论D辑》105, 066023 (2022年)[98] S. Hod and T. Piran, 《物理评论D辑》55, 440 (1997).[99] T. Thiemann, 《经典与量子引力》15, 839 (1998)[100] A. Ashtekar, J. Lewandowski and H. Sahlmann, 《经典与量子引力》20, L11 (2003)[101] M. Bojowald, R. Goswami, R. Maartens and P. Singh, 《物理评论快报》95, 091302 (2005)[102] K. Vandersloot, 《物理评论D辑》75, 023523 (2007).[103] P. Singh and E. Wilson-Ewing, 《经典与量子引力》31, 035010 (2014年)[104] T. Schmitz, 《物理评论D辑》101, 026016 (2020).[105] R. J. LeVeque,《双曲问题的有限体积方法》。剑桥大学出版社，2002。[106] C. Vaz and L. Witten, Gen. Rel. Grav. 43, 3429 (2011).[107] C. Kiefer and T. Schmitz, 《物理评论D辑》99, 126010 (2019)[108] W. Piechocki a nd T. Schmitz, 《物理评论D辑》102 046004 (2020).[109] T. Schmitz, 《物理评论D辑》103, 064074 (2021).[110] J. M¨unch, 《经典与量子引力》38, 175015 (2021).[111] J. Ben Achour, S. Brahma, S. Mukohyama, and J. P. Uzan, 《宇宙学与天体粒子物理学杂志》09, 020 (2020).[112] S. W. Hawking, 《物理评论D辑》14, 2460 (1976).[113] P. Hajicek, 《物理评论D辑》36, 1066 (1987).[114] A. Ashtekar, 信息丢失问题：当前状况, ILQG 研讨会，2015年2月23日, http://relativity.phys.lsu.edu/ilqgs/ashtekar022316.pdf[115] A

[116] S. Hayward，arXiv:gr-qc/0504038。[117] S. Hayward，arXiv:gr-qc/0504037。[118] D. Page，《物理评论快报》71，3743-3746（1993）。[119] M. Christodoulou 和 T. De Lorenzo，《物理评论 D 辑》 94，104002 （ 2016 ）。[120] M. Christodoulou 和 C. Rovelli，《物理评论D辑》91，064046（2015）。[121] A. Ashtekar、V. Taveras 和 M. Varadarajan，《物理评论快报》100，211302（2008）。[122] S. A. Hayward，《物理评论快报》96，031103（2006）。[123] V. P. Frolov，JHEP 1405，049（2014）。[124] J. M. Bardeen，arXiv:1406.4098。[125] C. Rovelli 和 F. Vidotto，《普朗克星》，arXiv:1401.6562。[126] E. Bianchi 和 M. Smerlak，《广义相对论与引力》46，1809（2014）。[127] E. Bianchi、T. De Lorenzo 和 M. Smerlak，JHEP 06 180，（2015）。[128] H. M. Haggard 和 C. Rovelli，《物理评论D辑》92，104020（2015）。[129] M. Christodoulou，《协变圈量子引力中的几何转变：黑洞到白洞》，http://relativity.phys.lsu.edu/ilqgs/christodoulou102417.pdf[130]E. Bianchi、M. Christodoulou、F. D’Ambrosio、H. M. Haggard 和 C. Rovelli，arXiv:1802.04264。[131] P. Martin-Dessuad，C. Rovelli，《经典与量子引力》36，245002（2019）[132] A. Ori，个人通信。[133] I. Agullo、A. Ashtekar 和 W. Nelson，《经典与量子引力》30，085014（2013）。[134] L. Amadei 和 A. Perez，《物理评论D辑》106，063528（2022）。[135] P. Diener、B. Gupt 和 P. Singh，《经典与量子引力》31，105015（2014）。[136] P. Diener、A. Joe、M. Megevand 和 P. Singh，《经典与量子引力》34，094004（2017）。[137] V. Faraoni，A. Giusti，《对称性》12，1264（2020）。[138] M. Bojowald，《宇宙》6，125（2020）。[139] A. Perez，《物理学进展报告》80，126901（2017）[140] J.D. Bekenstein 和 V. F. Mukhanov，Phys. Lett. B 360，7-12（1995）[141] I. Agullo、V. Cardoso、A. del Rio、M. Maggiore 和 J. Pullin，《物理评论快报》126，041302（2021）。[142] R. G. Daghigh、M. D. Green、G. Kunstatter，《物理评论D辑》103，084031（2021）。[143] D. del-Corral 和 J. Olmedo，《物理评论D辑》105，064053（2022）。[144] M. Bojowald，arXiv:1906.04650[145] G. Olmo 和 P. Singh，《宇宙学与天体粒子物理学杂志》0901，030（2009）。[146] R. Dijkgraaf、H. Verlinde 和 E. Verlinde，《核物理B》371，269-314（2002）。[147] D. Grumiller，JHEP，0211，018（2002）。[148] D. Grumiller，JHEP 0505，028（2005）。[149] A. Ashtekar、F. Pretorius 和 F. Ramazanoglu，《物理评论D辑》83，044040（2011）。[150] A. Ori，《广义相对论与引力》48，9（2016）。[151] W. C. Gan、G. Ongole、E. Alesci、Y. An、F. W. Shu 和 A. Wang，《物理评论D辑》106，126013（2022）。[152] M. Assanioussi、A. Dapor 和 K. Liegener，《物理评论D辑》101，026002（2020）。