arXiv:2301.01332v1 [physics.optics] 3 Jan 2023

石墨烯超表面中拓扑谷输运的全光控制

Yupei Wang, * Jian Wei You, † 和 Nicolae C. Panoiu
Department of Electronic and Electrical Engineering, University College London, London WC1E 7JE, U.K.

（日期：2023年1月5日）

我们证明，克尔效应对石墨烯超表面中谷霍尔拓扑输运的影响可用于实现全光开关。具体而言，利用石墨烯较大的克尔系数，可通过泵浦光束调节具有拓扑保护的石墨烯超表面的折射率，从而实现对超表面光子能带的光控频移。这种光谱变化进而可用于控制和切换光信号在石墨烯超表面某些波导模式中的传播。重要的是，我们的理论与计算分析表明，光学开关切换信号所需的阈值泵浦功率强烈依赖于泵浦模式的群速度，尤其是在器件工作于慢光区时。本研究有望为新型有源光子纳米器件开辟新途径，其基本功能源自其拓扑特性。

I. 引言

近年来，拓扑等离激元边缘态因其独特而稳健的光学特性而备受关注，其中包括单向传播以及与结构无序相互作用时无背向散射的光学特性 [1–3]。拓扑保护边缘模可出现在非平庸带隙中，而带隙通常由打开对称性保护的狄拉克锥而产生。例如，对光子结构施加外部静磁场可打破时间反演对称性，从而产生类似量子霍尔效应的现象 [1–4]。除了打破时间反演对称性外，还可通过施加不满足反演对称性变换不变性的空间扰动来打破空间反演对称性，从而产生类似量子谷霍尔效应的现象 [1–3]。借鉴固体物理学中引入的谷自由度，并将其应用于光子学 [5, 6]，研究者提出二维（2D）蜂窝光子晶格具有依赖于谷的拓扑指标，即所谓的谷陈数。该拓扑不变量由贝里曲率在位于 K, K' 对称点的谷附近区域上的积分表示 [7]。当两个谷霍尔拓扑光子晶体（PhC）在界面两侧的谷陈数之差不为零时，拓扑保护谷模便可在分隔这两个拓扑性质不同的光子晶体的畴壁界面处出现，并沿其传播 [8]。

迄今为止，大多数关于拓扑光子学的研究都集中在工作于线性区的无源光学系统 [9]。然而，将光学非线性效应引入拓扑系统，可实现具备新功能或增强功能的有源光子器件，包括超短脉冲激光器、光信号处理和超快全光开关 [10–12]。为此，非线性拓扑光子学的应用，例如拓扑激光器 [13, 14], 晶格边缘孤子 [15, 16], 光学可调谐模式耦合器 [17], 和频率转换器 [18–21], ，已在理论上提出，并且在某些情况下已在多种实验平台上成功实现，这些平台包括光波导、光学谐振腔和超材料 [22]。具体而言，克尔非线性与非平庸拓扑特性的结合有望催生一类新的有源光子器件，在这类器件中，系统的拓扑结构发挥着关键作用。石墨烯的克尔系数比实践中常用的块体光学材料高出数个数量级 [23]，因此，基于石墨烯的拓扑平台有望对先进超快有源光子器件的发展产生重大影响。

本文中，我们证明，在石墨烯等离激元晶体波导的拓扑保护谷模中传播的光信号，可通过注入等离激元晶体体模的泵浦光束所诱导的克尔效应进行光学控制。具体而言，在六角晶格石墨烯超表面中引入尺寸适当的额外孔，使其不再具有空间反演对称性，可以由此形成源自对称性保护的狄拉克锥的非平庸带隙。我们表明，由此产生的拓扑界面模具有熟知的单向光传播特性，并存在于非平庸频率带隙之中。利用这一单向传播特性，并结合石墨烯较大的非线性折射率系数，我们证明，所提出的拓扑波导中传播的光信号可通过光学方式进行控制，具体是利用一束光学

* yupei.wang.18@ucl.ac.uk
† 另任职于中国南京 211189 东南大学信息科学与工程系毫米波国家重点实验室。

泵浦光束在超表面的一种体模中传播来实现。此外，我们的研究表明，开关切换光信号所需的泵浦功率与泵浦光束的群速度密切相关；当所提出的光开关在慢光（SL）工作区间运行时，所需功率会显著降低。

本文结构安排如下。下一节将介绍所提出的石墨烯等离激元晶体的几何构型及其光子能带结构特性。随后，在第 3 节中，我们将描述光开关的工作原理，并定量分析其光学响应。本文最后一节将给出本研究的主要结论。

II. 石墨烯等离激元波导的能带分析

图 1(a) 展示了所提出的石墨烯超表面的示意图。它由一片石墨烯构成，其中刻蚀有两种不同半径的空气纳米孔。左右两个半无限超表面区域以镜面对称的方式排列，从而沿 x 轴形成畴壁界面，如图 1(a) 中的黄色区域所示。每个区域都包含相同的晶胞，其中两个半径不同的空气孔 R 和 r 按六角形阵列排列。晶胞和第一布里渊区（FBZ）分别如图 1(b) 和图 1(c) 所示。在本研究中，我们将晶格常数固定为 $a = 400\sqrt{3}$ nm，并将其中一个纳米孔的半径固定为 $R = 140$ nm。石墨烯的光学特性通常由其表面电导率描述，该电导率由久保公式给出 [24, 25]。

采用 COMSOL® Multiphysics 5.6 [26] and 波动光学模块中的有限元法计算石墨烯等离激元晶体的能带图

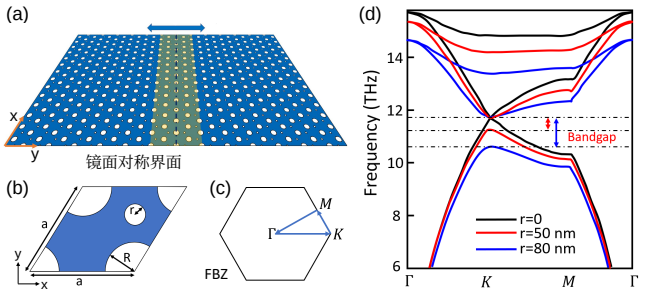


图1. （a）具有沿 x轴取向的畴壁界面的石墨烯等离激元纳米孔晶体示意图。左右两侧的畴以镜像对称方式排列，并包含相同的晶胞。（b）石墨烯晶体的原胞，晶格常数为 a，其中包含两个半径不同的空气纳米孔R 和 r。（c）石墨烯等离激元晶体的第一布里渊区，显示了高对称点 Γ、 K和 M。（d）针对不同半径 r确定的石墨烯等离激元晶体能带图。

并使用 Synopsys® BandSOLVE 工具 [27]进行验证。如图 1(d) 所示，针对不同半径 r确定了能带图。当 $r = 0$时，如图 1(d) 中的黑色曲线所示， K 点处存在一个狄拉克锥，该锥受到半径为 R的六边形排列孔的 C_{6v} 对称性保护。第一能带和第二能带确实在狄拉克点处线性交叉，交叉频率为 11.8 太赫兹。为了打开受反演对称性保护的狄拉克锥，在石墨烯等离激元晶体中引入额外的空气孔（$r \neq 0$）。这使空间反演对称性降低为 C_{3v} 点群 [28]。因此，受 C_{6v}对称性保护的狄拉克锥被打开，形成非平庸频率带隙，如图 1(d) 中的红色和蓝色曲线所示。此外，带隙宽度的变化表明，带隙宽度取决于新增孔的半径 r。具体而言，当 r 从 50 nmto80 nm 增大时，带隙的频宽增加约 1 THz。这一频移几乎完全是由第一能带蓝移造成的。在后续计算中，我们考虑半径 r 固定为 $r = 50$nm 的石墨烯超表面。作此选择是因为这样可以获得相对较大的非平庸带隙，其范围从 11.1 太赫兹to11.8 太赫兹。

由于孔晶格具有六角对称性，因此在倒易空间中存在两个不等价的谷。围绕每个谷对贝里曲率进行积分，可以定义谷陈数；谷陈数还可决定可能存在的拓扑边缘态数量 [8]。在波矢空间中，在每个谷附近，围绕两个不等价高对称点K 和 K' 的贝里曲率分布定义了两个依赖于谷的陈数，这些陈数可以通过离散布里渊区中的威尔逊环方法进行计算 [29]。为此，基于COMSOL中实现的有限元法，计算了第一能带 [（见图1（d））]在 K 和 K' 谷上的谷陈数。计算结果是在覆盖 k空间的 18×18 计算网格上确定的，绘于图2中。

我们在图 2(a) 中展示了当 $r = 20$nm 时， K 和 K'谷处第一能带的贝里曲率分布。正如预期，贝里曲率分布在 K 和 K'点处呈现出符号相反的尖峰。具体而言，当 $r = 20$nm 时， K 和 K' 谷处第一能带的谷陈数经计算分别为 0.49 和 -0.49。与谷陈数的理论值 $|C| = 1/2$相差 0.01，说明 Wilson 环计算方法 [30]具有较高的准确性。对于图 1(d) 中对应于更宽非平庸带隙的 $r = 50$nm，如图 2(b) 所示， K 和 K' 谷处第一能带的谷陈数经计算分别降至 0.34 和 -0.34。需要注意的是，当频率带隙相对较大时， K 和 K' 对称点处布里渊区角落的贝里曲率分布会显著扩展

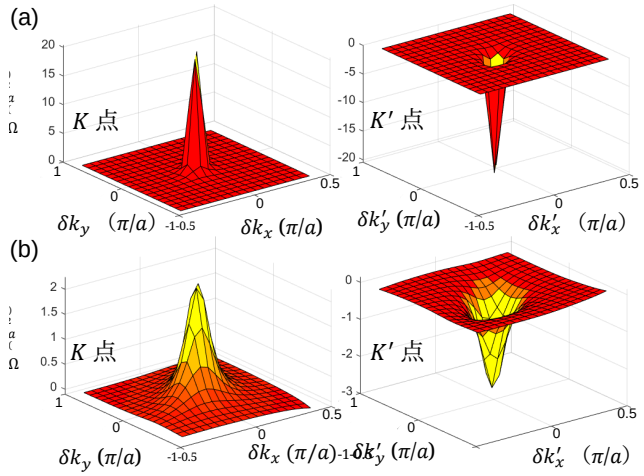


图 2. 计算得到的第一能带在 K 和 K' 谷上的贝里曲率分布，附加孔半径分别为 (a) $r = 20$ nm 和 (b) $r = 50$ nm。

并与相邻的K 和 K' 对称点处的贝里曲率分布重叠。这使得谷陈数更难以得到恰当定义，因为其计算无法扩展至整个第一布里渊区。因此，只有在狄拉克点附近施加无限小的微扰 [31]时，才能得到理论谷陈数 $C = \pm 1/2$ 。

在此分析基础上，为简化后续讨论，我们将第一能带在 K 和 K' 谷上的谷陈数分别固定为$C_K = \pm 1/2$ 和 $C_{K'} = \mp 1/2$，这两个数值对应于无限小微扰。因此，当通过将石墨烯晶体旋转 $\pi/3$、 π或 $5\pi/3$而形成谷陈数差为 $\Delta C = \pm 1$ 的畴壁界面时，会在带隙内产生一对谷模。这些拓扑模沿畴壁界面反向传播，即它们分别具有正、负群速度。

现在考虑两个半无限石墨烯超表面，其中一个旋转 π 后将它们拼接在一起，从而形成镜面对称的畴壁界面，如图 3(a) 所示。有限的谷依赖陈数使谷-动量锁定界面模得以形成，如图 3(b) 的投影能带图所示。蓝色区域表示体模，而红色曲线标示了非平庸带隙内的拓扑界面模能带。为了深入了解这一拓扑模的物理特性，我们计算了频率为 11。4 THz（对应带隙中部）时的场分布。该拓扑模以符号 E_s 标示。如图 3(c) 所示，该拓扑模沿畴壁界面传播，并高度局域于界面处。

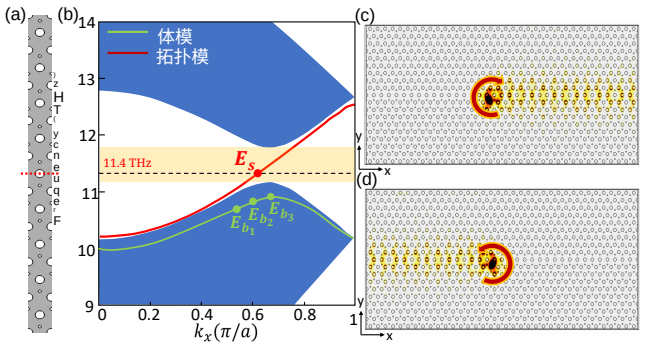


图3. (a) 由两个镜像对称畴构成、具有畴壁界面的有限石墨烯等离激元波导超胞。(b) 对应于 $r = 50$ nm的石墨烯等离激元晶体波导的投影能带图。非平庸带隙内存在一条拓扑保护界面模能带（红线）。(c)、(d) 当波导分别由11.4 THz处的左旋圆偏振（LCP）和右旋圆偏振（RCP）光源激发时，拓扑界面模沿 x轴正向（负向）单向传播。

此外，还研究了谷-动量锁定界面模的单向传播特性。为此，将六个相位差逐渐增大或减小（$\pm\pi/3$）的电偶极子放置在一个小六边形的各个顶点处，从而产生具有特定手性的光。具体而言，在频率为 11。4 THz 的左旋圆偏振（LCP）源激发下（见图 3(c)），受拓扑保护的界面模沿畴壁界面朝 x 轴正方向传播，且群速度为正；而由频率相同的右旋圆偏振（RCP）源激发的拓扑界面模则恰恰相反，如图 3(d) 所示。

III. 主动全光可控开关

利用所提出的石墨烯波导中拓扑界面模式的单向传播特性以及石墨烯强烈的光学非线性，设计了一种石墨烯基全光开关。具体而言，我们研究了石墨烯中的克尔效应对拓扑界面模传播特性的影响。作为一种多功能二维材料，石墨烯在太赫兹频率下具有较长的弛豫时间（光学损耗较低），兼具光学近场增强 [32], 和强光学非线性 [33], ，非常适用于非线性光学应用。

石墨烯超表面中由克尔效应引起的折射率变化，是对光泵产生的电场的响应，其表达式为 [12]:

$$\Delta n_g(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} c\epsilon_0 n_g n_2 |\mathbf{E}_p(\mathbf{r})|^2, \tag{1}$$

其中，7.5×10^{-11} n_g n_2 = 是石墨烯的折射率，m^2/W 是石墨烯的非线性折射系数 [34]，，而 $\mathbf{E}_P(\mathbf{r})$ 是泵浦的场振幅。此外，体模$\mathbf{E}_b$ 所携带的每个晶胞的泵浦功率 P_p 表达式为 [35]:

$$P_p = \frac{v_g}{4a}\int_{V_{cell}} \frac{\partial}{\partial\omega}[\omega\epsilon_\omega(\mathbf{r})]|\mathbf{E}_b(\mathbf{r})|^2 dV, \qquad (2)$$

其中，$v_g = d\omega/dk_x$ 是群速度，V_{cell} 是晶胞的体积，$\epsilon_\omega(\mathbf{r})$ 是随频率变化的介电率分布。

为研究泵浦诱导的克尔效应对拓扑模中光传播的影响，我们采用了若干群速度不同的体模作为泵浦模。由于信号的功率远小于泵浦功率，因此忽略信号对克尔效应诱导的折射率变化的贡献。由此，拓扑模中的信号传播完全由光泵控制。

泵浦模和信号模式的光学特性总结于图 4。对于图 3(b) 中绿色曲线所示的体模能带，图 4(a) 展示了群速度 v_g 和群折射率 $n_g = c/v_g$。我们选择了三个体模 E_{b_1} $[k_x = 0.55(\pi/a)]$、E_{b_2} $[k_x = 0.61(\pi/a)]$,和 E_{b_3} $[k_x = 0.67(\pi/a)]$, , 其中前两个为快光（FL）模，最后一个位于慢光区域（其对应的群折射率接近 1000）。慢光通常能够提供强场增强，进而增强非线性光学相互作用 [36]。此外，信号模式和泵浦模对应的场分布分别绘于图 4(b) 和图 4(c)。图 3(b) 所示的拓扑谷模 E_s场分布表明，由频率为 11.4 THz 的左旋圆偏振光源产生的信号紧密局域在畴壁界面附近。此外，在所选三个体模中群速度最大的体模 E_{b_1} 的空间场分布显示出相对均匀的

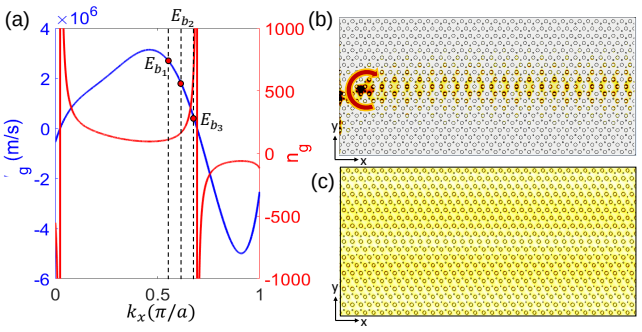


图 4. (a) 群速度 v_g 和群折射率$n_g = c/v_g$ 随 k_x的变化，对应于包含E_{b_1}、E_{b_2}和 E_{b_3} [的体模（图 3(b) 中的绿色曲线]）。(b) 11.4 太赫兹处拓扑界面模式的场分布，图 3(b) 中以E_s 标示。(c) 注入体模 E_{b_1}的泵浦的场分布。

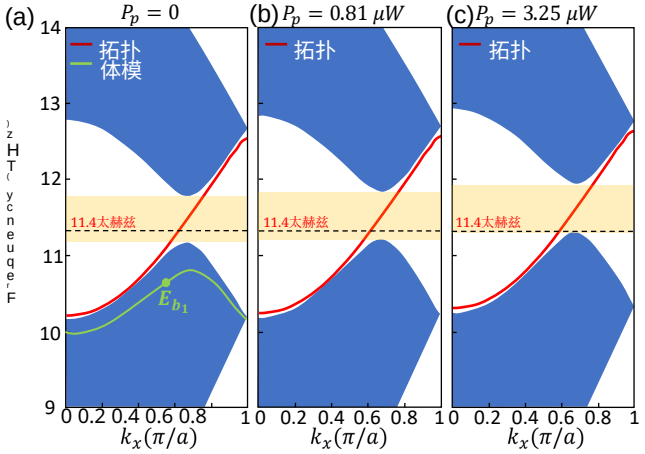


图 5. (a)、(b)、(c) 石墨烯纳米孔等离激元波导的投影能带图，对应于注入体模 E_{b_1}的泵浦；图中分别采用泵浦功率$P_p = 0$、$P_p = 0.81\mu W$ 和 $P_p = 3.25\mu W$。

场分布延伸至整个石墨烯超表面。请注意，我们的仿真表明，另外两种体模E_{b_2} 和 E_{b_3}也具有相似的电场分布，主要区别在于给定泵浦功率下对应的场振幅值。

由于石墨烯超表面中的光学克尔效应由泵浦引起，我们研究了投影光子能带图对泵浦功率 P_p 的依赖关系；相应结果如图 5 所示。为确定泵浦功率为 P_p 时对应的投影能带结构，我们按以下步骤进行。首先，计算泵浦模式的场分布 $\mathbf{E}_b(\mathbf{r})$ 及其群速度 v_g，然后利用式 (2) 对其进行缩放，使该模式携带的光功率为 P_p。随后，利用式 (1) 计算石墨烯折射率的克尔效应引起的变化，以及石墨烯超表面电介电常数的相应分布。最后，采用这一非线性电介电常数，确定超表面经非线性修正后的投影光子能带图。需要指出的是，由于泵浦模式沿 x 轴具有周期性，因此在光泵浦超表面中也可以定义投影能带结构。

在本分析中，我们假设泵浦功率 P_p分别为 0（线性区）、0.81 μW 和 3.25μW。计算结果表明，随着泵浦功率增加，拓扑带隙的频率最多蓝移 0.3 THz。因此，如果将信号模式的频率固定为 11.4 THz，通过增加泵浦功率 P_p，我们可以将拓扑界面模式（原本位于带隙内）切换到泄漏体模占据的频率区域（带隙外），也就是说，切换到信号无法再沿波导传播的频率。计算得出，关闭信号传播所需的阈值泵浦功率为

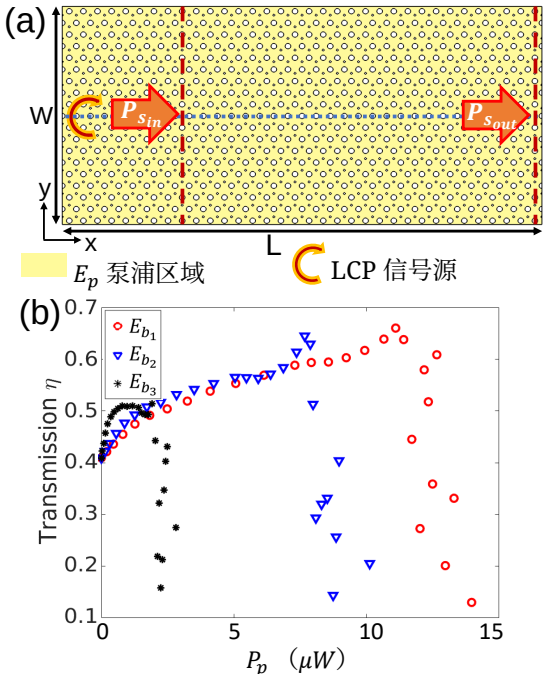


图 6. (a) 基于石墨烯等离激元波导的有源全光开关示意图。光在体模 E_b（黄色区域）中泵浦，而信号 E_s 由一个在 11.4 THz 下工作的左旋圆偏振光源产生，其输入功率为 $P_{s_{in}}$，输出功率为 $P_{s_{out}}$。石墨烯波导的长度为 $L = 35a$，器件宽度为 $W = 19a$。(b) 信号透射率，定义为 $\eta = P_{s_{out}}/P_{s_{in}}$，随泵浦功率 P_p 的变化；该结果针对具有不同群速度的体模确定，分别为 E_{b_1}、E_{b_2} 和 E_{b_3}，如图 4(a) 所示。

$P_p = 3.25\mu$W。值得注意的是，我们观察到，尽管如前所述频率发生了变化，但随着泵浦功率增加，各频带的相对位置并未发生显著变化。

在验证了我们提出的光控开关所依据的核心构想后——即通过泵浦光束光学调谐石墨烯超表面的能带结构——我们进一步定量分析了该光开关的光学特性。为此，我们研究了图 6(a) 中示意的光学器件，其工作方式如下：将频率经过选择、能够在体模中传播的泵浦光束 E_p（黄色区域）注入石墨烯超表面，同时由一个低功率左旋圆偏振光源以 11.4 太赫兹的频率产生光信号（探测信号） E_s。石墨烯等离激元超表面的长度为 $L = 35a$，确保信号沿 x 轴在畴壁界面处传播时相对稳定，并延伸至瞬态区域之外；在该区域中，光从左旋圆偏振光源耦合至信号模式。由于通过调节泵浦功率，可以将频率为 11.4 太赫兹的光信号从拓扑界面模式切换至泄漏体模，因此，当泵浦功率超过某一阈值时，光信号便可开启/关闭。

为了验证并量化这些构想，我们将信号光束的透射率定义为信号输出功率 $P_{s_{out}}$ 与信号输入功率 $P_{s_{in}}$ 之比：前者在石墨烯波导末端测量，后者在左旋圆偏振光源附近测量，即 $\eta = P_{s_{out}}/P_{s_{in}}$。鉴于信号功率取决于泵浦功率，透射率 η 也隐式地取决于 P_p。

我们对所提出的光开关进行计算分析所得的结果汇总于图 6(b)，其中绘出了信号功率 η 的透射率随泵浦功率 P_p 的变化关系；所考察的情形是泵浦功率注入具有不同群速度的体模，分别为 E_{b_1}（红色圆圈）、E_{b_2}（蓝色三角形）和 E_{b_3}（黑色星号），如图 4(a) 所示。采用群速度逐渐降低并趋近慢光区的三个泵浦模 E_{b_1}、E_{b_2} 和 E_{b_3}，使我们能够研究慢光效应对器件特性的影响。分析得出的一个结论是，不同群速度的泵浦模对应的信号透射率呈现相似趋势。具体而言，信号透射率随泵浦功率的增加而上升。这是因为克尔效应使石墨烯波导的折射率增大，从而信号更容易聚焦并从激励源耦合进入拓扑模。随后，随着泵浦功率进一步增大，信号模式开始耦合到体模，导致信号透射率急剧下降至低于 0.1。

图 6(b) 中的曲线还揭示了另一个重要事实：当泵浦模式的群速度进入慢光区时，实现信号开关切换所需的泵浦功率会大幅降低。具体而言，在数值研究中，当泵浦模式从 E_{b_1} 调谐至 E_{b_3} 时，观察到开关切换所需的光泵功率降低了 $6\times$ 以上。根据式 (2) 所包含的信息，可以很容易地理解这一重要结果。因此，从该方程可以看出，对于给定的泵浦功率 P_p，泵浦模式的群速度 v_g 越小，其对应的电场强度 $|\mathbf{E}_b|$ 就越大。这意味着石墨烯的折射率因克尔效应而产生的变化更大，因此光子能带的频移也更大。

IV. 结论

我们展示了一种基于拓扑保护的谷霍尔石墨烯等离激元超表面中克尔效应的有源光调谐开关。通过引入一个额外的孔，实现了石墨烯纳米孔超表面的空间反演对称性破缺，从而打开了一个对称性保护的狄拉克锥。因此，在非平庸带隙内形成了拓扑界面模式，并沿着

畴壁界面以单向方式传播。利用石墨烯较大的非线性折射率，采用石墨烯中克尔效应引起的变化来调节系统非平庸带隙的频率，从而实现对所提出的拓扑石墨烯波导中信号传播的光学控制。重要的是，我们的结果表明，该结构的透射率随着泵浦功率增加，光信号急剧减小；当全光开关工作在慢光区时，所需的开关泵浦功率会显著降低。

资助 欧洲研究委员会（ERC-2014-CoG-648328）；中国奖学金委员会。

利益冲突声明 作者声明不存在任何利益冲突。

[1] L. Lu、J. D. Joannopoulos 和 M. Soljacic，“拓扑光子学”，Nat. Photonics **8**(11), 821-829 (2014). [2] A. B. Khanikaev 和 G. Shvets，“二维拓扑光子学”，Nat. Photonics **11**(12), 763-773 (2017). [3] B. Y. Xie， *et al.* “光子学与拓扑的交汇”，Opt. Express **26**(19), 24531-24550 (2018). [4] Z. Qiao、S. A. Yang、W. Feng、W. K. Tse、J. Ding、Y. Yao、J. Wang 和 Q. Niu，“Rashba效应和交换效应导致石墨烯中的量子反常霍尔效应”，《物理评论B辑》**82**(16), 161414 (2010). [5] A. Rycerz、J. Tworzyd·lo 和 C. W. J. Beenakker，“石墨烯中的谷滤波器与谷阀”，Nat. Phys. **3**(3), 172-175 (2007). [6] D. Xiao、Y. Wang 和 N. Qian，“石墨烯中的谷对比物理：磁矩与拓扑输运”，《物理评论快报》**99**(23), 236809 (2007). [7] T. Ma 和 G. Shvets，“全硅谷霍尔光子拓扑绝缘体”，New J. Phys.**18**(2), 025012 (2016). [8] J. Noh、S. Huang、K. P. Chen 和 M. C. Rechtsman，“光子拓扑谷霍尔边缘态的观测”，《物理评论快报》**120**(6), 063902 (2018). [9] M. A. Foster、A. C. Turner、M. Lipson 和 A. L. Gaeta，“光子纳米线中的非线性光学”，Opt. Express **16**(2), 1300-1320 (2008). [10] C. Monat、M. De Sterke 和 B. J. Eggleton，“周期结构中慢光增强的非线性光学”，J. Opt. **12**(10), 104003 (2010). [11] N. C. Panoiu、M. Bahl 和 R. M. Osgood，“非线性光子晶体中的可光学调谐超棱镜效应”，Opt. Lett. **28**(24), 2503-2505 (2003). [12] R. W. Boyd， *Nonlinear optics* (Academic Press, 2003). [13] G. Harari、M. A. Bandres、Y. Lumer、M. C. Rechtsman、Y. D. Chong、M. Khajavikhan、D. N. Christodoulides 和 M. Segev，“拓扑绝缘体激光器：理论”，Science **359**(6381), eaar4003 (2018). [14] M. A. Bandres、S. Wittek、G. Harari、M. Parto、J. Ren、M. Segev、D. N. Christodoulides 和 M. Kha-javikhan，“拓扑绝缘体激光器：实验”，Science **359**(6381), eaar4005 (2018). [15] S. Mukherjee 和 M. C. Rechtsman，“拓扑带隙中的Floquet孤子的观测”，Science **368**(6493), 856-859 (2020). [16] D. Leykam 和 Y. D. Chong，“非线性光子拓扑绝缘体中的边缘孤子”，《物理评论快报》**117**(14), 143901 (2016). [17] Y. Wang 和 N. C. Panoiu，“石墨烯超表面中边缘模与拓扑界面模之间的光学可控耦合”，J. Opt. **24**(10), 104002 (2022). [18] Z. Lan、J. W. You 和 N. C. Panoiu，“用于频率混合的非线性单向边缘模相互作用，拓扑性光子晶体”，《物理评论B辑》**101**(15), 155422 (2020). [19]Z. Lan, J. W. You, Q. Ren, W. E. I. Sha, and N. C. Panoiu，“全介质光子晶体中通过双重拓扑谷霍尔 kink 模实现二次谐波产生”，Phys. Rev. A **103**(4), L041502 (2021). [20] D. Smirnova, S. Kruk, D. Leykam, E. Melik-Gaykazyan, D. Y. Choi, and Y. Kivshar，“光子拓扑超表面中的三次谐波产生”，《物理评论快报》**123**(10), 103901 (2019). [21] J. W. You, Z. Lan, and N. C. Panoiu，“石墨烯超表面中拓扑边缘等离激元的四波混频”，Sci. Adv. **6**(13), eaaz3910 (2020). [22] D. Smirnova, D. Leykam, Y. Chong, and Y. Kivshar，“非线性拓扑光子学”，Appl. Phys. Rev. **7**(2), 021306 (2020). [23] A. N. Grigorenko, M. Polini, and K. S. Safavi-Novoselov，“石墨烯等离激元学”，Nat. Photonics **6**(11), 749-758 (2012). [24] M. Dressel and G. Gruner, *Electrodynamics of Solids* (剑桥大学出版社, 2002). [25] Y. Wang, J. W. You, Z. Lan, and N. C. Panoiu，“用于传感应用的双层石墨烯超表面中的拓扑谷等离激元传输”，Opt. Lett. **45**(11), 3151-3154 (2020).[26]COMSOL Multiphysics® (可访问: www.comsol.com)。[27] Synopsys® (可访问: www.synopsys.com)。 [28] J. W. You, Z. Lan, Q. Bao, and N. C. Panoiu，“石墨烯纳米孔等离激元晶体波导中的谷霍尔拓扑等离激元”，IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **26**(6), 4600308 (2020). [29] H. X. Wang, G. Y. Guo, and J. H. Jiang，“经典波中的能带拓扑：用于拓扑数和脆弱拓扑的威尔逊环方法”，New J. Phys. **21**(9), 093029 (2019). [30] M. I. Shalaev, W. Walasik, A. Tsukernik, Y. Xu, and N. M. Litchinitser，“电信波长下光子晶体中的稳健拓扑保护传输”，Nat. Nanotechnol. **14**(1), 31-34 (2019). [31] S. Wong, M. Saba, O. Hess, and S. S. Oh，“利用全介质 kagome 晶格实现无带隙单向光子传输”，Phys. Rev. Res. **2**(1), 012011 (2020). [32] J. W. You, S. R. Bongu, Q. Bao, and N. C. Panoiu，“二维材料的非线性光学性质及应用：理论与实验方面”，Nanophotonics**8**(1), 63-97 (2018). [33] S. Wu, L. Mao, A. M. Jones, W. Yao, C. Zhang, and X. Xu，“双层石墨烯中量子增强的可调二阶光学非线性”，Nano Lett. **12**(4),

2032—2036 (2012). [34] S. Thakur, B. Semnani, S. Safavi-Naeini, and A. H. Majedi, “石墨烯中超快、可调谐且宽带的光学克尔非线性的实验表征”, 《科学报告》**9**(1), 1-10 (2019). [35] S. Lavdas and N. C. Panoiu, “脉冲四波混频理论一维硅光子晶体平板波导中的波混频”, 《物理评论B辑》**93**(11), 115435（2016年）。[36] S. E. Harris 和 L. V. Hau, “低光照水平下的非线性光学”, 《物理评论快报》**82**(23), 4611-4614（1999年）。