arXiv:2301.01386v2 [quant-ph] 7 Jun 2024

飞弧度/秒量级环形激光陀螺仪的噪声水平

Angela D. V. Di Virgilio[1], Francesco Bajardi[2,3], Andrea Basti[1,4], Nicol`o Beverini[4], Giorgio Carelli[1,4], Donatella Ciampini[1,4], Giuseppe Di Somma[1,4], Francesco Fuso[1,4], Enrico Maccioni[1,4], Paolo Marsili[1,4], Antonello Ortolan[5], Alberto Porzio[2,6,*] 和 David Vitali[7,8†]*INFN Sez. di Pisa, Largo Bruno Pontecorvo 3, I-56127 Pisa, Italy*[2]*INFN Sez. di Napoli, Compl. Univ. Monte S. Angelo, Edificio G, Via Cinthia, I-80126, Napoli, Italy*[3]*Scuola Superiore Meridionale, Largo San Marcellino 10, I-80138, Napoli, Italy*[4]*Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, Largo Bruno Pontecorvo 3, I-56127 Pisa, Italy*[5]*INFN - LNL , Viale dell'Università 2 35020 Legnaro (PD) Italy , , ,* [6]*Department of Civil and Mechanical Engineering – DICEM Università di Cassino e Lazio Meridionale, I-03043 Cassino, Italy*[7]*Physics Division, School of Science and Technology,Università di Camerino Via Madonna delle Carceri 9, I-62032 Camerino (MC), Italy and*[8]*INFN Sez. di Perugia, Via A. Pascoli, I-06123 Perugia, Italy*（日期: 2024年6月10日）

灵敏度优于 prad/s 的绝对角旋转速率测量将有益于基础科学研究。在这方面，就带宽、长期运行和灵敏度而言，大型地基环形激光陀螺仪是顶尖的仪器。本文表明，通过差分测量方案评估阿伦偏差，估算出 GINGERINO 有源环形激光器在积分时间为 $\sim 2\times10^5$ s 时的上限噪声接近 2×10^{-15} rad/s。这比迄今为止基于理想环形激光器散粒噪声的理论预测低一个数量级以上；该预测将谐振腔内反向传播的两束光视为两个独立的传播模式。这一特性与真实环形激光系统动力学的特殊性有关，该动力学会导致两个反向传播模式之间发生相位串扰。因此，在此背景下，独立光束模型并不适用，测得的噪声上限低于预期值。

基于光的干涉仪已达到很高的灵敏度、可靠性和稳健性。在大多数干涉仪中，两束独立的光束分别注入两条独立的路径，随后重新合并并发生干涉，因此能够分辨小于 10^{-14} 个波长的路径长度差异 [1]。

尽管这种测量方案得以实现要归功于光的波动性（表现为相干光束的干涉），但光的粒子性决定了通过干涉所能达到的灵敏度的内在极限。这一极限称为散粒噪声，并且与频率无关。它本质上源于光子数的随机涨落；对于相干光束，光子数服从泊松分布，因此探测到的光电子也服从泊松分布 [2]。克服散粒噪声导致的灵敏度极限是干涉测量领域的一项重要目标，亚散粒噪声传感方案已经被提出，参见例如文献 [3–6]。

干涉仪构型可能大不相同。由位于正方形顶点的四面反射镜所限定的路径构成一个环形谐振腔，两个光束分别沿逆时针和顺时针方向传播。在这种情况下，两条路径长度相等，频率抖动可以忽略不计，两个反向传播光束的干涉携带了与传播方向相关的非互易效应信息。如果支撑这四面反射镜的框架发生旋转，两个反向传播光束完成路径所需的时间便会不同。在这种构型中，干涉测量的是两束光所获得的相位差随时间的变化率，而非路径的空间差异。这一特性就是著名的萨格纳克效应 [7, 8]。

萨格纳克干涉仪，尤其是其有源版本——环形激光陀螺仪（RLG），通常用于测量惯性角旋转（关于环形激光陀螺仪的综述，参见文献 [9, 10]）。此外，光学谐振腔面积通常超过 10 m^2, 的环形激光陀螺仪与地壳相连时，可用于连续测量地球的绝对角旋转速率，其数值体现为两束反向传播光束之间的频率差。谐振腔的储存时间决定了仪器的带宽，通常超过 1 kHz；由于测量基于频率重建，其动态范围非常大：环形激光陀螺仪能够探测频率范围为 $\sim 0.01-30$Hz 的强震和地震学信号，也能探测极低频范围（$< 10^{-3}$Hz）内微弱的大地测量信号，并具有足够的灵敏度来探测广义相对论（GR）效应，例如伦斯-蒂林效应和德西特效应 [11]。

此外，环形激光陀螺还可用于研究与两束光的传播有关、并与时空结构或对称性相联系的其他非互易效应。当灵敏度达到 5×10^{-14}rad/s 或更高时，可获得与基础物理学相关的结果 [12–14]，这相当于地球自转速率的 10^9 分之一。萨格纳克干涉仪也是研究以下两者相互作用的理想候选者：

广义相对论与量子系统 [15–19]。

Cresser 等人提出的第一个模型 [20]，是在 [21]，对实际环形激光陀螺中预期灵敏度极限的评估 [10, 22] 所述概念基础上发展而来的，该模型假设反向传播光束彼此独立。这一假设意味着忽略任何使两束光交换相位信息的机制，并认为两束激光发射分别受到两个完全独立的相位（维纳）扩散过程的影响。在此情况下，每束反向传播光束的线宽均呈洛伦兹线型，而具有肖洛-汤斯形式的萨格纳克频率宽度，则由两个洛伦兹线型的平方和给出 [9]。对于 GINGERINO [23]，——位于意大利 INFN 格兰萨索国家实验室内的 GINGER环形激光陀螺阵列 [14, 24]的一台运行中的原型机——该模型结合其运行参数，评估得到的散粒噪声约为 18 prad/s $\mathrm{Hz}^{-1/2}$。

然而，在环形激光陀螺中，两束光是在同一增益介质体积内产生的，并分别向相反方向发射；两束反向传播光的振幅所对应的激光方程彼此耦合 [25]。在近期的一篇论文中，Mecozzi [26]指出，两种耦合机制可能发挥作用：后向散射和增益散射。它们会使两束光发生相位锁定，从而减弱相位扩散对两种模式动力学的影响。如果两束光的朗之万方程包含这些机制，环形激光陀螺的噪声特性便会有所不同。因此，萨格纳克信号的阿伦偏差并不按$\sqrt{t}$ 的规律变化（其中 t 为测量时间），这与独立光束干涉产生的散粒噪声预期不符；而且，极限噪声也低于预期的散粒噪声。

在分析 GINGERINO 的数据时，我们已经发现，测得结果与按常用公式 [27–29]估算的散粒噪声不一致。这是一项间接证据，因为分析聚焦于 30 Hz 以下的低频范围；此处的物理和地球物理研究具有重要意义，同时存在多种不同来源的信号，例如人类活动、由海洋引发的地壳微震活动、潮汐和极移，以及温度和压力变化。在低频下，很难直接测量干涉仪的散粒噪声；冲击或电子设备也可能引入白噪声。实际上，可以通过对同一干涉仪进行两次独立测量并将结果相减来完成测量。这样，物理信号会被抵消，而非互易扰动和随机起源的噪声则会以平方和开根的方式保留下来。当能够进行两次独立测量时，相减结果可为干涉仪的极限噪声提供一个上限。

在本信件中，我们报告了这样一种差分测量，从而给出了决定性的实验性证明：仪器的噪声上限远低于基于独立光束模型的预测。噪声底可通过直接相减从单个分束器的两个输出端获得的两路等效拍频光信号的数据来确定，整个过程无需进行数据处理，也避免了通过线性回归消除已知信号 [30]。这样一来，类比于共模抑制，我们消除了所有可能的旋转信号，为所得背景噪声（包括量子噪声源）提供了一个上限。在呈现并讨论这一结果之前，我们先简要概述环形激光陀螺（RLG）信号以及测量方法和装置。随后，我们将介绍 RLG 中占主导地位的噪声类型，并根据时间序列的阿伦偏差讨论该结果。

环形激光陀螺测量角速度矢量 $\vec{\Omega}$ [31] 在闭合多边形腔面积上的投影。萨尼亚克脉冲频率 ω_s 与角旋转速率 Ω 的关系为

$$\omega_s = 8\pi \frac{A}{\lambda L} \Omega \cos\theta \,, \tag{1}$$

其中，A 为谐振腔的面积，L 为周长，λ 为光的波长，θ 为面积 $\vec{}$单位矢量 $\vec{n}$ 与 Ω 之间的夹角。下面我们进一步详细说明如何从谐振腔中提取信号。

由腔体角部的一面反射镜透射出的两束反向传播光束，在分束器处合束，如图 1 插图所示。两束混合后的光分别由两个相同的光电二极管探测，其中包含测得的拍频 ω_m。该拍频含有由激光器非线性动力学、背向散射和零点偏移引起的扰动；为达到优于 10^5 [32] 中 1 的精密度和准确度，必须消除这些扰动。为了恢复 ω_s，我们采用两步流程：第一步通过解析方法得到 ω_{s0}，第二步则基于统计平均值，并假设谐振腔的损耗（μ）随时间变化，从而得到更精细的结果 ω_s。第一步与第二步分析结果之间的修正小于 nrad/s 量级（数据分析详情见 [30] ）。经检查，使用原始数据或精处理数据所得结果均有效；本文采用分析的第一步（ω_{s0}）。不失一般性，两个光电二极管信号 S_i（其中 $i = 1,\ 2$）可表示为

$$S_i = A_g \cdot (-1)^i \cdot \cos\left[(\omega_s + \omega_n) \cdot t + \phi_n\right] + V_{n_i}, \tag{2}$$

其中，A_g 是增益因子，ω_n 表示影响频率本身的随机噪声，ϕ_n 是相位的随机项，而 V_{n_i} 是谐振腔 [33]之外加入的任何噪声。这里需要指出，从两个分束器端口输出的两个信号相位相反。由每个光电二极管重建的频率信号为$\omega_i = \omega_s + \omega_{Tn_i}$，其中 ω_{Tn_i} 同时考虑了所有噪声项，因为无法区分不同的噪声源，且 $\omega_{Tn_i} > \omega_n$。这两个

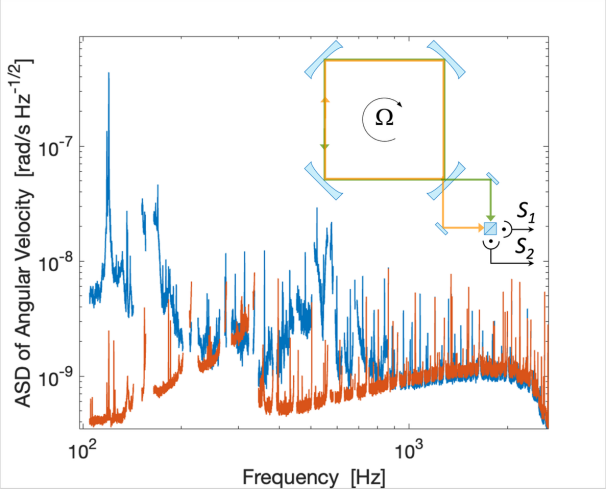

图 1. 通过计算光电二极管信号 Ω_d（蓝色）或相应重构频率 $\Omega_{n12}/2$（红色）之间的差值得到的角速度幅度谱密度。图中绘出了 100 赫兹以上的高频范围。部分由电子设备或环境因素造成的峰值已被移除。约 2 千赫兹处出现的截止基本上是由采样率造成的。插图展示了环形激光陀螺装置的简化示意图，其中包括用于产生 S_1 和 S_2 信号的光电二极管。

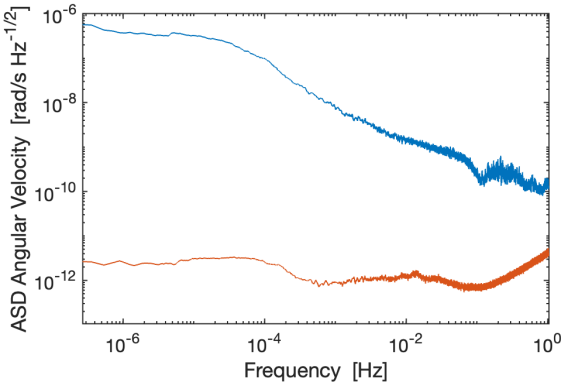

图 2. 低频范围（1 Hz 以下）对应的图 1，Ω_d 与 $\Omega_{n12}/2$ 彼此差异很大，正如预期。在该频谱中，已去除大矩震级5.9级事件前后两小时的数据（见 [30]）；纳入这些数据时，低频隆起会增大。与散粒噪声的预期相反，$\Omega_{n12}/2$ 并非平坦噪声；对于 GINGERINO，它显示的极限为在 1 s 测量时间内 $2-3$ prad/s。

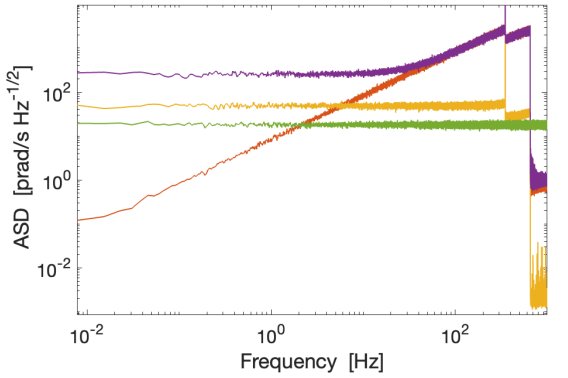

图 3. 注入的频率噪声 ω_n（绿色）及其对应重建信号（紫色）的幅度谱密度。红色曲线为注入相位噪声 ϕ_n后得到的重建信号幅度谱密度，积分时间为 $\bar{t} = 0.02$ s；黄色曲线为维纳噪声 ϕ_W。注入噪声的水平对应于 1 Hz 处 20 prad/s Hz$^{-1/2}$。值得注意的是，对于白频率噪声，低频处的重建过程会产生比注入噪声高 20 倍的噪声。萨格纳克频率处的不连续是频率重建的特征，在实际数据的功率谱中也存在。

干涉图可单独使用，也可结合使用。考虑到 ω_i 与 S_i相关，且 ω_d 与 $S = S_1 - S_2$相关，在 S 中，萨格纳克信号加倍，而随机噪声按平方和开方的方式相加，因此 ω_d 的信噪比比 ω_i高$\sqrt{2}$ 。我们来考虑 $\omega_{n12} = \omega_1 - \omega_2$。将与 ω_d相关的噪声项称为 ω_{Tn_d}，很容易得出结论：$\omega_{n12} \sim 2\omega_{Tn_d}$。也就是说，$\omega_{n12}/2$ 直接给出了装置的噪声上限。

图 1 显示了 100 赫兹以上角速度 Ω_d 和 $\Omega_{n12}/2$的幅度谱密度，分别对应于 ω_d 和 ω_{n12}。由于图示频率范围内几乎没有旋转信号，噪声底与预期一致，彼此吻合良好。

而图 2 对比了低频区域内的 Ω_d 和 $\Omega_{n12}/2$，并给出了本文最重要的结果。在 0.1赫兹以上，后者呈现线性增长，其特征符合典型的相位噪声行为，正如我们将在下文中看到的（见图 3）；在较低频率处则保持平坦，水平约为 2 prad/s Hz$^{-1/2}$，比预期的 18 prad/s Hz$^{-1/2}$ 散粒噪声低 10 倍。

为了了解主要噪声源的性质，我们使用了模拟噪声数据。根据式 2 的一般定义，在固定频率 ω_s 下生成数据，并注入不同的随机噪声源，例如 ϕ_n 或 V_n。这些合成数据采用与上述处理真实数据相同的流程进行处理。

图 3 展示了重建流程对注入三种噪声的响应：白频率噪声（ω_n）、白相位噪声（ϕ_n），以及建模为维纳过程的相位扩散噪声 ϕ_W。具体而言，我们给出了注入噪声 ω_n 及其对应重建信号的幅度谱密度（ASD），还给出了注入 $\phi_n = \omega_n \cdot \bar{t}$、¯（积分时间为 $t = 0.02$ s）时重建信号的幅度谱密度，以及 ϕ_W（标准差为 12.2 mrad）时重建信号的幅度谱密度。

白色随机频率的贡献

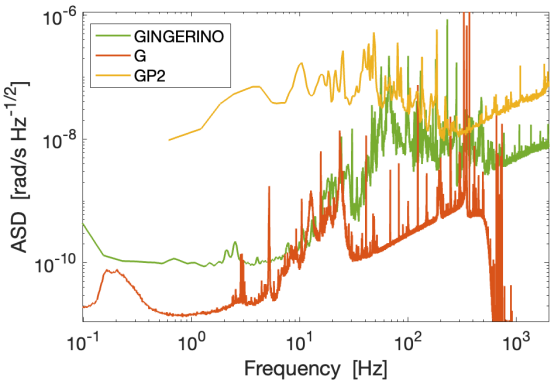

图4。G Wettzell、GINGERINO 和 GP2 的角旋转速率幅度谱密度，由 ω_{s0}（单信号评估）得到，单位为 rad/s $\mathrm{Hz}^{-1/2}$。为比较不同环形激光陀螺的信号，我们使用角旋转速率，而不是旋转速度（如图1和图2所示），因为后者未考虑不同的几何结构。频谱的高频部分呈现出相位噪声特征的尾部，并随频率持续上升。G 由于采用整体式结构，噪声极低；GP2 的边长为 1.6 m，且位于相当嘈杂的环境中，这解释了其噪声较大，因此采用了较短的数据集。G 的数据以 2 kHz 采集；其较早出现的截止频率约为 0.5 kHz，这是由分析程序造成的。

噪声 ω_n 在分析过程中被重建为低频范围内高出 20 倍的白噪声，随后在较高频率下线性增长。在 20 Hz 以上，其行为与注入白相位噪声 ϕ_n所产生的结果无法区分。后者在整个频率范围内产生与频率成正比的功率谱。另一方面，模拟为维纳过程的相位扩散噪声产生恒定的幅度谱密度，其幅度是注入噪声的 2 倍。值得注意的是，所有重建信号的幅度谱密度在萨格纳克频率处都出现了不连续。

将模拟行为与图2中绘制的 $\Omega_{n12}/2$ 进行比较后发现，至少在 0.1 Hz 以上，GINGERINO 的噪声由相位噪声源主导。

为了了解上述现象是否是不同大型框架环形激光陀螺的普遍特征，我们分析了四台不同环形激光陀螺产生的实验数据，每台仅采集一个信号。如前所述，低于 0.1赫兹的频率范围会受到激光系统误差的影响，并包含地球物理来源的信号，因此我们为此分析更高的频率。

图4展示了 G–韦策尔 [10], GINGERINO 和 GP2[34], 相对于 ω_{s0} （详见 [30]）的幅度谱密度。ROMY 的幅度谱密度 [35], 表现出非常相似的特征，为了清晰起见，这里不予展示。幅度谱密度的最小值出现在频率窗口 0.1 – 1Hz，该频段存在由海洋引发的微震活动。5 Hz 以上的区域包含规则信号，但所有环形激光陀螺还呈现出一条随频率线性增长的特征性尾线。尽管由于结构和位置不同（GP2 位于噪声较大的环境中）而存在明显差异，三种环形激光陀螺的幅度谱密度均随频率线性增长；对于 G 和 GINGERINO，这种增长在几 Hz 以上的频率就已出现。将这一特征与模拟数据所得的表现（见图3）进行比较，可以得出结论：这些环形激光陀螺中，相位噪声占主导，至少在 0.1 Hz 以上如此；而在更低频率处，噪声水平相当平坦，但非常低。其平坦噪声水平的成因仍需进一步研究。

我们强调，图4中的曲线无法用于估算环形激光陀螺的本征噪声。事实上， ω_{s0} 包含所有可能的信号和噪声源，因此幅度谱密度的最小值会产生偏差。相反，本研究采用的差分检测方案能够可靠地估算噪声底。在这种情况下，幅度谱密度仅反映噪声源，包括量子噪声；这些噪声源独立地影响分束器的两个输出。

为了系统地比较 GINGERINO 达到的灵敏度与独立光束模型给出的噪声上限估算值，我们使用了时间序列的阿伦偏差。图5展示了重叠阿伦偏差和修正阿伦偏差；为求完整，我们指出，使用 $\omega_{m2}-\omega_{m1}$ 计算的重叠阿伦偏差得出的结果非常相似 [30]。GINGERINO 的噪声在约 2.4 天的积分时间内分别降至 4 和 2.63 frad/s，相当于地球自转速率的 10^{10} 1.23 和 1.87；这一水平足以利用环形激光陀螺阵列探测基础物理效应 [13, 14]。图中的红色虚线表示根据独立光束模型预期的 GINGERINO 散粒噪声水平。

研究证明，在低于 0.1 Hz 的频段，大型环形激光陀螺 GIN- GERINO 的极限噪声底处于 prad/s $\mathrm{Hz}^{-1/2}$ 范围，远低于基于独立光束模型 [20]对这类装置中散粒噪声的预期值。通过对两个独立的旋转信号作差，得到了这一实验噪声上限。这两个信号来自一个置于腔体角部的分束器的两个输出端。由此估算出的噪声水平代表了影响该装置的固有噪声上限。尽管这一实验发现表明，要建立完整的系统模型，必须考虑反向传播光束复杂的相互依赖动力学，但它有力地证明，一旦具备环形激光陀螺阵列，就能够开展基础物理测量。

在环形激光陀螺复杂的动力学中，某些物理机制会使两束光的动力学相互耦合，从而在时间上建立某种相关性

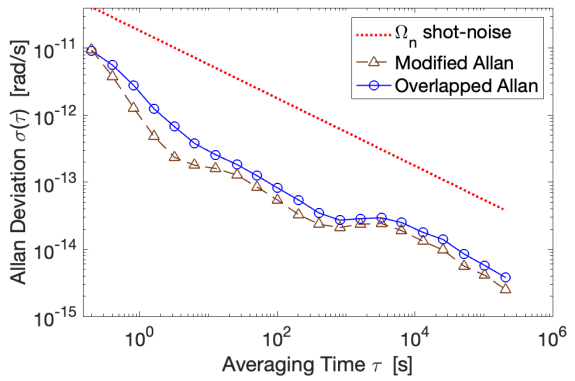

图 5. $\Omega_{n12}/2$ 的重叠阿伦偏差和修正阿伦偏差，以 rad/s 表示。所绘数据由我们使用 STABLE32 [36]获得。红色虚线表示基于独立光束模型对 GINGERINO 预期的散粒噪声。1 Hz 处的数据点给出的数值约为 2 prad/s，与图 2 所示的幅度谱密度一致。经过 2.5 天的积分时间，修正阿伦偏差达到 2.1 ± 0.01frad/s，对应于4.3×10^{-11} 地球自转速率。

独立光束模型无法解释这种相关性。正如 Mecozzi 在 [26]，锁定机制中所指出的，它们将“拍频噪声与各个模式的频率噪声解耦，从而使低于散粒噪声极限的激光陀螺仪成为可能”。

要全面定量地理解环形激光陀螺噪声的实际极限，超出了本文的讨论范围；这需要一个详细模型，在统一框架下考虑两种锁定机制，并且该模型可应用于很宽的频率范围。

这一结果为高灵敏度环形激光陀螺在广义相对论及更广领域的应用铺平了道路，也为量子物理研究带来了可能，因为这些领域预期存在微小效应 [37]。

致谢

作者感谢 K. U. Schreiber、J. Kodet、H. Igel 和 A. Brotzer 提供 G Wettzell 和 ROMY 的数据，以便研究高频噪声。

* 通讯作者：alberto.porzio@na.infn.it

[1] Abbott, B.P., *et al.*, Living Rev. Relativ. **23**, 3 (2020). [2] B. Picinbono, C. Bendjaballah, and J. Pouget, J. Mat. Phys. **11**, 2166 (1970). [3] Kirk McKenzie, Daniel A. Shaddock, David E. McClel- land, Ben C. Buchler, and Ping Koy Lam, Phys. Rev. Lett. **88**, 231102 (2002).[4] Vittorio Giovannetti, Seth Loyd, and Lorenzo Maccone, Science,**306**, 1330–1336 (2004).

[5] LIGO 合作组，Nature Phys. 7, 962—965 (2011)。[6] S. T. Pradyumna，*et al.*，Commun. Phys. 3,104 (2020)。[7] G. Sagnac，Comptes Rendus 157, 708 (1913); 157, 1410 (1913)。[8] 萨格纳克效应：百年之后 / 萨格纳克效应：百年之后，特刊由 Gauguet Alexandre 主编，Compte Rendus Physique，15，第 10 期，(2014)。[9] G.E. Stedman，Rep. Prog. Phys. 60, 615 (1997)。[10] K.U. Schreiber 和 K.U. Wells，Rev. Sci. Instrum. 84, 041101 2013( )。[11] A. Tartaglia，A.D.V. Di Virgilio，J. Belfi，N. Beverini 和 M.L. Ruggiero，Eur. Phys. J. Plus 132, 73 (2017)。[12] M.O. Scully，M.S. Zubairy 和 M.P. Haugan，Phys. Rev. A 24, 2009 (1981)。[13] S. Capozziello，*et al.*，Eur. Phys. J Plus，136, 394 (2021)。[14] C. Altucci，*et al.*，Math. Mech. Complex Syst. 11, 203– 234 (2023)。[15] M. Fink，*et al.*，Nat. Commun. 8, 1 (2017)。[16] S. Restuccia，M. Toroˇs，G. M. Gibson，H. Ulbricht，D. Faccio 和 M. J. Padgett，Phys. Rev. Lett. 123,110401 (2019)。[17] M. Toroˇs，S. Restuccia，G. M. Gibson，M. Cromb，H. Ulbricht，M. Padgett 和 D. Faccio，Phys. Rev. A 101, 043837 2020( )。[18] M. Toroˇs，M. Cromb，M. Paternostro 和 D. Faccio，Phys. Rev. Lett. 129, 260401 (2022)。[19] M. Cromb，S. Restuccia，G. M. Gibson，M. Toroˇs，M. J. Padgett 和 D. Faccio，Phys. Rev. Res. 5, L022005 (2023)。[20] J.D. Cresser，W.H. Louisell，P. Meystre，W. Schleich 和 M.O. Scully，Phys. Rev. A 25, 2214 (1982); J.D. Cresser，D. Hammonds，W.H. Louisell，P. Meystre 和 H. Risken，Phys. Rev. A 25, 2226 (1982); J.D. Cresser，Phys. Rev. A 26, 398 (1982)。[21] T. Dorschner，H. Haus，M. Holz，I. Smith 和 H. Statz，IEEE J. Quantum Electron. 16, 1376 (1980)。[22] W.W. Chow，J. Gea-Banacloche，L.M. Pedrotti，V.E. Sanders，W. Schleich 和 M.O. Scully，Rev. Mod. Phys. 57, 61 (1985)。[23] Jacopo Belfi，*et al.*，Rev. Sci. Instrum. 88, 034502 (2017)。[24] C. Altucci，*et al.*，AVS Quantum Sci. 5, 045001 (2023)。[25] J. R. Wilkinson，Prog. Quant. Electr. 11, 1 (1987)。[26] Antonio Mecozzi，Optica 10, 1102-1110 (2023)。[27] A.D.V. Di Virgilio，*et al.*，Phys. Rev. Res. 2, 032069(R) (2020)。[28] A.D.V. Di Virgilio，*et al.*，Eur. Phys. J. C 81, 400 (2021); A. Basti，*et al.*，Eur. Phys. J. Plus，136, 537, (2021)。[29] A.D.V. Di Virgilio，N. Beverini，G. Carelli，D. Ciampini，F. Fuso 和 E. Maccioni，Eur. Phys. J. C 79, 573 (2019); A.D.V. Di Virgilio，N. Beverini，G. Carelli，D. Ciampini，F. Fuso，U. Giacomelli，E. Maccioni 和 A. Ortolan，Eur. Phys. J. C 80, 163 (2020)。[30] 详情请参阅补充材料。[31] 补充材料中列出了论文所用所有相关符号的表格。特别是，以 rad/s 为单位的希腊大写字母 Ω 始终表示角旋转速率，而以 Hz 为单位测量的小写 ω 则表示通过实验从随时间变化的萨格纳克干涉图中获得的电脉冲信号频率。[32] J. Belfi，N. Beverini，G. Carelli，A. Di Virgilio，U. Giacomelli，E. Maccioni，A. Simonelli，F. Stefani 和 G. Terreni，Applied Optics 57, 5844–5851 (2018)。

[33] 最后一项包括光电二极管的噪声等效功率，或探测器处光的振幅波动等。[34] E. Maccioni，N. Beverini，G. Carelli，G. Di Somma，A. Di Virgilio 和 P. Marsili，Applied Optics **61**，9256–9261 (2022)。

[35] H. Igel，*et al.*，Geophysical Journal International **225**，684–698（2021）。[36] STABLE 32 是一款用于频率稳定性分析的程序，可从以下网址免费下载：http://www.stable32.com/。[37] Francesco Giovinetti，*et al.*，Front. Quantum Sci. Tech- nol. **3**（2024）；doi:10.3389/frqst.2024.1363409。