基于深度神经网络的可扩展增量式伏特/无功控制最优设计

Sarthak Gupta，*IEEE* 研究生会员，Ali Mehrizi-Sani，*IEEE* 高级会员，Spyros Chatzivasileiadis，*IEEE* 高级会员，以及 Vassilis Kekatos，*IEEE* 高级会员

arXiv:2301.01440v1 [math.OC] 4 Jan 2023

摘要—**Volt/VAR 控制规则有助于分布式能源资源（DER）自主运行，从而调节配电网中的电压。根据非增量控制规则（例如 IEEE 1547 标准规定的规则），每个 DER 的无功功率设定值由本地电压的分段线性曲线计算得出。然而，为确保稳定性，此类曲线的斜率受到上限约束。另一方面，增量规则在设定值更新中加入记忆项，从而保证其普遍稳定。因此，这类规则能够实现更优的稳态电压曲线。增量规则的最优规则设计（ORD）可表述为双层规划。我们通过将 ORD 重新表述为深度神经网络（DNN）的训练，提出一种可扩展的解决方案。该 DNN 模拟由近端梯度下降（PGD）迭代推导出的增量规则对应的电压/无功功率动态。规则参数对应于 DNN 权重。为降低 DNN 深度，我们采用 Nesterov 加速近端梯度下降迭代。理论分析结果和数值测试证实，所提出的 ORD 解决方案可自然地扩展至单相/多相馈线。**

索引词—**IEEE 1547.8 标准、增量控制规则、多相馈线、近端梯度、梯度反向传播、深度神经网络。**

I. 引言

本地电压/无功功率（伏特-安培无功）控制通过利用配备智能逆变器的分布式能源资源提供无功功率补偿，从而促进配电网的电压调节。与会带来较大计算和通信负担的集中式控制方案不同，本地控制规则根据本地测量值确定分布式能源资源设定值。电压/无功功率控制规则可分为非增量和增量两类。前者根据本地电压读数计算分布式能源资源的无功功率设定值。IEEE 1547.8 标准规定，此类非增量控制规则为电压的分段线性函数 [1]。另一方面，增量式电压/无功控制规则根据电压 [2]–[6]计算无功功率设定值的变化量。

现有关于设计电压/无功功率控制规则的文献可分为以稳定性和最优性为中心的研究。稳定性导向研究考察电压/无功功率规则作为闭环动力系统的作用；非增量规则的斜率过陡时，系统可能变得不稳定 [7], [8]。事实上，为确保稳定性，非增量规则可能不得不牺牲稳态电压曲线的质量 [5], [8]。然而，增量规则不会受到稳定性限制，因此与其非增量对应规则相比，能够实现更优的电压曲线。尽管如此，这种改进可能要以相关电压/无功功率动态的稳定时间更长为代价 [8]。

以最优性为中心的研究侧重于设计稳定的控制规则，以最小化电压调节目标。为此，研究人员采用基于优化的策略，通过启发式方法设计仿射非增量规则 [9]–[11]。我们近期在 [12] 和 [13] 中的两项研究探讨了如何以最优方式设计斜率、死区、饱和和参考电压。文献 [12] 通过适用于单相馈线的双层优化进行最优规则设计。文献 [13]提出了基于深度神经网络的数字孪生，用于模拟电压/无功功率动态，并将最优规则设计重新表述为适用于单相/多相馈线的深度神经网络训练任务。

本文探讨如何以最优方式选择增量式电压/无功控制规则的形状，并在三个方面作出贡献：*c1*）尽管这一最优规则设计（ORD）任务可以表述为混合整数非线性优化程序，但随着分布式能源资源、节点和电网负载场景数量的增加，其扩展性较差。为应对这一挑战，我们提出一种全新思路：将 ORD 重新表述为深度学习任务，并审慎地改造广泛用于训练深度神经网络（DNN）的快速软件模块。我们在 [13]中提出了类似方法，用于设计非增量控制规则。然而，由于曲线形状、稳定性和稳定时间特性各不相同，从非增量规则迁移到增量规则并非易事。*c2*）为进一步加快增量规则的 ORD，我们建议采用加速型 Nesterov 型变体来实现这些规则，从而构建更浅层的深度神经网络仿真器。*c3*）我们还证明了增量规则在多相馈线上的收敛性。

最近，参考文献 [14] 研究了增量规则的最优设计。该方法使用具有单个隐藏层的深度神经网络来建模分段线性函数，并将最优规则设计表述为强化学习任务。虽然 [14] 同样利用深度神经网络设计增量规则，但我们在多个方面与其有所不同。参考文献 [14] 关注暂态动态过程中的电压控制，而本文旨在开展最优规则设计，使稳态电压在不同电网负载场景下更接近单位值。参考文献 [14] 利用深度神经网络对规则的分段线性映射进行建模。相比之下，本文开发了一种基于深度神经网络的数字孪生体，用于模拟端到端的电压/无功功率动态。最后，我们为单相和多相馈线提供了稳定性与收敛性分析，而 [14] 仅适用于单相馈线。

本文其余部分安排如下：第二节对馈线建模，并讨论非增量和增量电压/无功功率控制规则。第三节针对增量规则的电压/无功功率动态构建基于深度神经网络的数字孪生及其加速版本，并将单相馈线的最优规则设计（ORD）

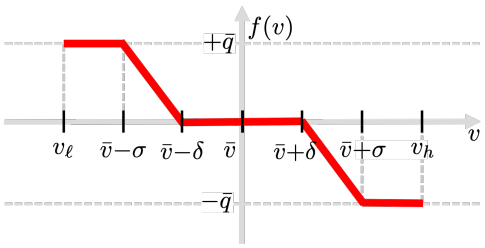


图 1. IEEE 标准 1547 为分布式能源资源的互联制定的非增量 Volt/VAR 控制规则 [1]。

表述为一项深度学习任务。第四节将 ORD 过程扩展至多相馈线。随后，第五节通过真实世界数据测试，将增量规则与来自 [13] 的非增量规则进行基准比较。第六节对本文作出总结。

II. VOLT/VAR 控制规则

考虑一条为 N 个配备分布式能源资源的母线供电的辐射状馈线，母线索引为 n。令 $(\mathbf{q}^\ell,\ \mathbf{q})$ 表示所有节点处的无功负荷和发电量。向量 $(\mathbf{p},\ \mathbf{v})$ 表示所有节点处的净有功功率注入和电压幅值。$\mathbf{q}$ 对 $\mathbf{v}$ 的影响可以用线性化电网模型 [13] 近似表示。

$$\mathbf{v} \simeq \mathbf{X}\mathbf{q} + \tilde{\mathbf{v}} \tag{1}$$

其中，$\tilde{\mathbf{v}} := \mathbf{R}\mathbf{p} - \mathbf{X}\mathbf{q}^\ell + v_0\mathbf{1}$ 描述基础电网条件，且 v_0 为变电站电压。向量 $\tilde{\mathbf{v}}$ 表示非受控量 $(\mathbf{p},\ \mathbf{q}^\ell)$ 对电压的影响。矩阵 $(\mathbf{R},\ \mathbf{X})$ 取决于馈线拓扑。对于单相馈线，它们是对称正定且元素为正 [15]。对于多相馈线，它们不对称，且包含正值和负值元素 [5], [13]。

向量 $\mathbf{q}$ 表示式 (1) 中由我们希望控制的分布式能源资源所产生的无功注入。根据 IEEE 标准 1547 [1]，中的非增量规则，分布式能源资源设定值由图 1 中的电压/无功曲线决定，该曲线由 $(\bar{v}, \delta, \sigma, \bar{q})$ 参数化。该标准还将这些参数限制在多面体可行集 [1], [12] 内。图 1 中曲线线性段的负斜率可表示为

$$\alpha := \frac{\bar{q}}{\sigma - \delta}.$$

电压/无功功率规则与馈线的相互作用会产生非线性动力学。当$\|\mathrm{dg}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{X}\|_2 < 1$时，这些动力学是稳定的，其中 $\mathrm{dg}(\boldsymbol{\alpha})$ 是一个对角矩阵，其对角线上包含所有母线对应的规则斜率 [7]。分布式能源资源的平衡设定值无法用闭式形式表示。然而，它们与凸优化问题 [7] 的极小化解一致。

$$\min_{-\bar{\mathbf{q}}\le\mathbf{q}\le\bar{\mathbf{q}}} \frac{1}{2}\mathbf{q}^\top\mathbf{X}\mathbf{q} + \mathbf{q}^\top(\tilde{\mathbf{v}} - \bar{\mathbf{v}}) + \frac{1}{2}\mathbf{q}^\top \mathrm{dg}^{-1}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{q} + \boldsymbol{\delta}^\top|\mathbf{q}| \tag{2}$$

其中 $|\mathbf{q}|$ 对$\mathbf{q}$ 逐项取绝对值。问题 (2) 取决于所有母线的规则参数 $(\bar{v}, \delta, \alpha, \bar{q})$，这些参数收集在长度为 $4N$ 的向量 $\mathbf{z} := (\bar{\mathbf{v}}\ \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\alpha}, \bar{\mathbf{q}})$ 中。我们用$\mathbf{q}_\mathbf{z}(\bar{\mathbf{v}})$ 表示平衡设定值，并用

$$\mathbf{v}_\mathbf{z}(\tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{X}\mathbf{q}_\mathbf{z}(\tilde{\mathbf{v}}) + \tilde{\mathbf{v}} \tag{3}$$

在电网条件 $\bar{\mathbf{v}}$ 下，由参数为$\mathbf{z}$ 的电压/无功功率规则所达到的相关平衡电压。

最优规则设计（*ORD*）可表述为选择$\mathbf{z}$，使平衡电压$\mathbf{v}_\mathbf{z}(\bar{\mathbf{v}})$接近单位值。为适应各种条件，公用事业公司可以对下一小时的负载场景 $\{\bar{\mathbf{v}}_s\}_{s=1}^S$ 进行采样，并求得$\mathbf{z}$，使其满足

$$\mathbf{z}^* \in \arg\min_{\mathbf{z}} \quad F(\mathbf{z}) := \frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S} \|\mathbf{v}_\mathbf{z}(\tilde{\mathbf{v}}_s) - \mathbf{1}\|_2^2 \qquad \text{(ORD)}$$
$$\text{subject to} \quad (3) \text{ and } \mathbf{z} \in \mathcal{Z}.$$

求得后，定制规则$\mathbf{z}^*$ 将发送给分布式能源资源，使其在接下来一小时内自主运行。请注意，$\mathbf{v}_\mathbf{z}(\bar{\mathbf{v}}_s)$取决于$\mathbf{z}$，因为式（3）中的平衡设定值$\mathbf{q}_\mathbf{z}(\mathbf{v}_s)$是问题（2）的最小化解，而该问题由$\mathbf{z}$参数化。在求解非增量规则的（ORD）时，可行集 $\mathcal{Z}$ 由 IEEE 标准 1547 对$\mathbf{z}$ 施加的多面体约束以及对 $\boldsymbol{\alpha}$的附加约束构成，以确保 $\|\mathrm{dg}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{X}\|_2 < 1$；参见 [12]。因此，可行集 $\mathcal{Z}$ 可能相当狭窄。这可能导致不太理想的电压曲线，即较高的目标值 $F(\mathbf{z}^*)$。

如 [2]–[6] 所述，可将 IEEE Std.1547 中的非增量电压/无功功率规则替换为增量规则，以解决上述问题。增量规则根据电压表示设定点的变化量，而非实际值。实现增量规则的一种方法是采用近端梯度下降（PGD）算法求解 (2)，如 [5] 所提出。在这种情况下，控制规则与 PGD 迭代相一致，由分布式能源资源以分散式方式执行。采用增量规则后，集合 $\mathcal{Z}$ 会扩大，因为现在我们只需确保

$$\mathbf{z} \ge \mathbf{0}$$
$$0.95 \cdot \mathbf{1} \le \bar{\mathbf{v}} \le 1.05 \cdot \mathbf{1}$$

并且 $\bar{\mathbf{q}}$ 处于分布式能源资源的无功功率额定值范围内。

PGD 算法是梯度下降算法的扩展，可用于处理约束和不可微成本 [5]。在第 t 次迭代时，PGD 分两步进行：*s1)* 首先，计算 F 的前两项关于$\mathbf{z}$的梯度，即 $\mathbf{X}\mathbf{q}^t + \bar{\mathbf{v}} - \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v}^t - \bar{\mathbf{v}}$。其中$\mathbf{q}^t$ 是 (2) 的最小化解的最新估计值；*s2)* 然后，PGD 将$\mathbf{q}^{t+1}$ 更新为下式的最小化解

$$\min_{-\bar{\mathbf{q}}\le\mathbf{q}\le\bar{\mathbf{q}}} \frac{1}{2}\mathbf{q}^\top \mathrm{dg}^{-1}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{q} + \boldsymbol{\delta}^\top|\mathbf{q}| + \frac{1}{2\mu}\|\mathbf{q} - (\mathbf{v}^t - \bar{\mathbf{v}})\|_2^2 \tag{4}$$

对于步长 $\mu > 0$。最后一个问题涉及式 (2) 成本中的最后两项，并通过$\mathbf{q}$ 与在步骤*s1)*中计算出的梯度 $(\mathbf{v}^t - \bar{\mathbf{v}})$ 的欧几里得距离进行正则化。

将近端梯度下降（PGD）转换为控制规则时，步骤*s1)*由馈线的物理特性执行：注入$\mathbf{q}^t$ 并测量局部电压偏差。由于式（4）可按母线分离，步骤*s2)* 由每个分布式能源资源独立执行。利用次微分求解式（4），可得更新量 [5]

$$y_n^t = \tilde{\alpha}_n \cdot \left(q_n^t - \mu(v_n^t - \bar{v}_n)\right) \tag{5a}$$

$$q_n^{t+1} = g_n\left(y_n^t\right) \tag{5b}$$

其中 $g_n(y_n)$ 是近端算子

$$g_n(y_n) := \begin{cases} +\bar{q}_n & , \ y_n > \bar{q}_n + \mu\tilde{\delta}_n \\ y_n - \mu\tilde{\delta}_n & , \ \mu\tilde{\delta}_n < y_n \le \bar{q}_n + \mu\tilde{\delta}_n \\ 0 & , \ -\mu\tilde{\delta}_n \le y_n \le \mu\tilde{\delta}_n \\ y_n + \mu\tilde{\delta}_n & , \ -\bar{q}_n - \mu\tilde{\delta}_n \le y_n < -\mu\tilde{\delta}_n \\ -\bar{q}_n & , \ y_n < -\bar{q}_n - \mu\tilde{\delta}_n. \end{cases} \tag{6}$$

˜并且新参数（$\tilde{\alpha}_n$，$\tilde{\delta}_n$）定义为

$$\tilde{\alpha}_n := \frac{1}{1+\mu/\alpha_n} \quad \text{and} \quad \tilde{\delta}_n := \frac{\delta_n}{1+\mu/\alpha_n}.$$

近端算子绘于图 2 的上图中。请注意，在（5）中，规则参数从表示形式 $\mathbf{z} = (\bar{\mathbf{v}}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\alpha}, \bar{\mathbf{q}})$ 转换为表示形式 $\tilde{\mathbf{z}} := (\bar{\mathbf{v}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}, \bar{\mathbf{q}})$。这不会造成一般性损失，因为该变换是双射，因此可以只使用 $\tilde{\mathbf{z}}$。$\tilde{\mathbf{z}}$ 的可行集与 $\mathcal{Z}$ 类似，只是还增加了条件 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} \le \mathbf{1}$。与非增量规则一样，（6）中的规则由局部数据驱动，但现在 q_n^{t+1}取决于 (v_n^t, q_n^t)，而不再仅取决于 v_n^t。这两类规则都求解（2），因此都会收敛到相同的均衡。增量规则的优势在于，只要 $\mu < 2/\lambda_{\max}(\mathbf{X})$，对于所有 $\boldsymbol{\alpha}$，它们都是稳定的；见 [5]。值得强调的是，$\mathbf{z}$ 的物理解释与非增量规则中的物理解释（斜率、死区或饱和）并不相同，不过对于这两类规则，$\mathbf{z}$ 都对（2）进行参数化。

加速增量规则。尽管 PGD 规则会放大 $\mathcal{Z}$，但其稳定时间可能较长。它们经过 $\mathcal{O}\left(\sqrt{\kappa(\mathbf{X})}\log(1/\varepsilon)\right)$ 次迭代后，可达到式 (2) 中的 ε-最优成本。这里，$\kappa(\mathbf{X}) := \lambda_{\max}(\mathbf{X})/\lambda_{\min}(\mathbf{X})$ 是$\mathbf{X}$的条件数。参考文献 [5]，[16] 提出了基于加速 PGD（APGD）的加速增量规则。这些规则需要经过 $\mathcal{O}\left(\sqrt{\kappa(\mathbf{X})}\log(1/\varepsilon)\right)$ 次迭代才能达到 ε-最优成本，其形式为

$$\tilde{y}_n^t := (1+\beta_t)\, y_n^t - \beta_t y_n^{t-1} \tag{7a}$$

$$q_n^{t+1} := g_n\left(\tilde{y}_n^t\right) \tag{7b}$$

其中 $\beta_t := \frac{t-1}{t+2}$，而 y_n^t 和 $g_n(y_n)$ 的定义分别见式 (5a) 和 (6)。更新式 (7) 仍是局部的，但会引入额外记忆，因为 q_n^{t+1} 取决于 (v_n^t, q_n^t) 和 (v_n^{t-1}, q_n^{t-1})。

III. 单相馈线中的最优规则设计（ORD）深度学习

求解 (ORD) 颇具挑战，因为它是一个非凸双层规划。尽管可以将其建模为混合整数非线性规划，但对于非增量规则 [13]，这种方法无法很好地随分布式能源资源数量和/或场景数量扩展。为寻求更具可扩展性的解决方案，我们将 (ORD) 重新表述为一个深度学习任务。核心思路是设计一个深度神经网络，以模拟控制规则 (5) 下的电压/无功功率动态。为此，请注意，$g_n(y_n)$ 是一个具有四个断点 [5] 的分段线性函数。有趣的是，如图 2 所示，该算子可以表示为四个整流线性单元 (ReLUs) 的叠加，其中 ReLUs 用 $\rho(\cdot)$ 表示。这些 ReLUs 的截距与 $\tilde{}(\delta_n, \bar{q}_n)$ 线性相关。

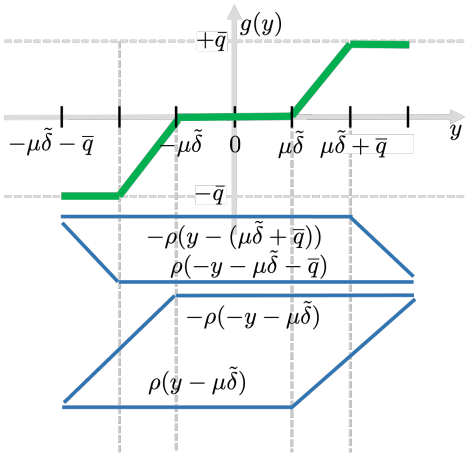


图 2. 近端算子 $g(y)$ 表示为四个平移整流线性单元(ReLUs)之和。

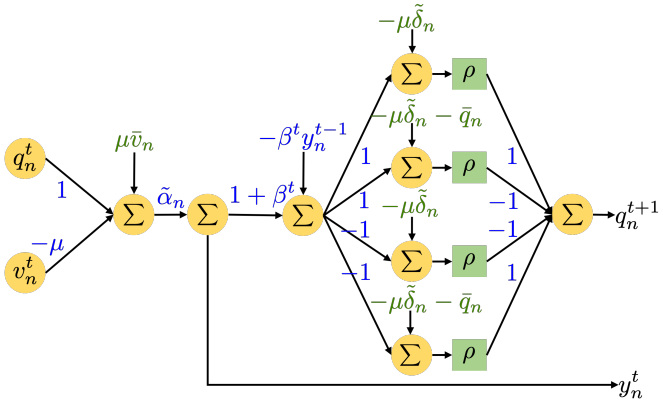


图 3. 模拟式（7）中加速增量规则的深度神经网络。通过去除第二层（设置 $\beta^t = 0$）并忽略输出 y_n^t，即可对普通增量规则进行建模。

基于此，针对分布式能源资源 n 的一次加速近端梯度下降迭代，可通过图 3 所示的 4 层深度神经网络实现，其权重与 $(\bar{v}_n, \tilde{\delta}_n, \tilde{\alpha}_n, \bar{q}_n)$ 仿射相关。该深度神经网络以 (q_n^t, v_n^t) 为输入，并在输出端计算 (q_n^{t+1}, y_n^t)。它被称为 IC$_n$，并将用作模拟电压/无功功率动态的构建模块。这通过图 4 所示的递归神经网络 (RNN) 实现。这里，IC$_n$ 模块纵向排列，以模拟分布式能源资源的并行运行。其输出 $\mathbf{q}^{t+1}$ 与 $\mathbf{X}$ 相乘，新的电压则计算为 $\mathbf{v}^{t+1} = \mathbf{X}\mathbf{q}^{t+1} + \tilde{\mathbf{v}}$。这一过程重复 T 次。得益于 RNN 结构，网络采用了 权重共享，因此深度神经网络权重的数量为 $4N$，而不是 $4NT$。

递归神经网络以电网负载向量 $\tilde{\mathbf{v}}_s$ 作为输入，以规则参数 $\tilde{\mathbf{z}}$ 作为权重，并在时间 T 时输出电压 $\mathbf{v}_{\tilde{\mathbf{z}}}^T(\tilde{\mathbf{v}}_s)$。为了使输出 $\mathbf{v}_{\tilde{\mathbf{z}}}^T(\tilde{\mathbf{v}}_s)$能够良好地逼近平衡电压，其深度 T 可以根据 PGD 的收敛速率按如下方式选择。

命题 1. 对于图 *4* 中的深度神经网络，要确保 $\|\Phi(\tilde{\mathbf{v}};\mathbf{z}) - \mathbf{v}^*(\mathbf{z})\|_2 \le \epsilon_1 \ \forall\ \tilde{\mathbf{v}}$，其深度 T 应满足

$$T \ge \left(\frac{\kappa-1}{2}\right)\log\left(\frac{2\|\mathbf{X}\|_2\|\hat{\mathbf{q}}\|_2}{\epsilon_1}\right). \tag{8}$$

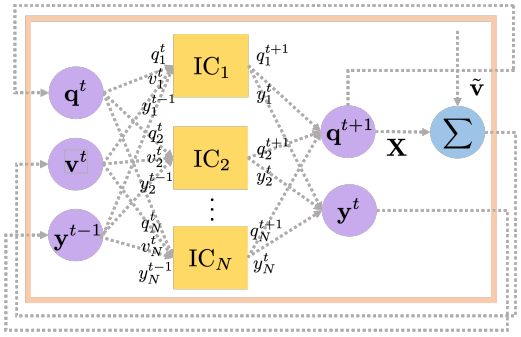


图 4. 用于加速增量 Volt/VAR 控制规则的循环神经网络（RNN）实现。

证明：根据式 (5b) 的控制规则，可得

$$\begin{aligned}\|\mathbf{q}^t-\mathbf{q}^*\|_2 &= \|\mathbf{g}\left(\mathbf{y}^t\right)-\mathbf{g}\left(\mathbf{y}^*\right)\|_2\\ &\le \|\mathbf{y}^t-\mathbf{y}^*\|_2\\ &= \|\operatorname{dg}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}})(\mathbf{I}-\mu\mathbf{X})\left(\mathbf{q}^{t-1}-\mathbf{q}^*\right)\|_2\\ &\le \|\operatorname{dg}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}})\|_2\cdot\|\mathbf{I}-\mu\mathbf{X}\|_2\cdot\|\mathbf{q}^{t-1}-\mathbf{q}^*\|_2\\ &\le \|\mathbf{I}-\mu\mathbf{X}\|_2\cdot\|\mathbf{q}^{t-1}-\mathbf{q}^*\|_2. \end{aligned}\tag{9}$$

第一个不等式源于近端算子 $\mathbf{g}$ 的非扩张性质。下一个等式由式（5a）得到。第二个不等式源于谱范数的次乘性。最后一个不等式由谱范数的定义以及对所有 n 均有 $\tilde{\alpha}_n \le 1$ 得出。

如果 $\|\mathbf{I}-\mu\mathbf{X}\|_2<1$，则不等式（9）表明，式（5）中的动态是非扩张映射，因此是稳定的，并收敛于 $\mathbf{q}^*$。当 $\mu<2/\lambda_{\max}$（$\mathbf{X}$）时，条件 $\|\mathbf{I}-\mu\mathbf{X}\|_2<1$ 成立。范数 $\|\mathbf{I}-\mu\mathbf{X}\|_2$ 在 $\left(1-\frac{2}{\kappa+1}\right)$ 时达到其最小值

$$\mu_0 := \frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{X})+\lambda_{\min}(\mathbf{X})}.$$

将 μ_0 代入式 (9)，并在 t上展开动态过程，可得

$$\begin{aligned}\|\mathbf{q}^t-\mathbf{q}^*\|_2 &\le \left(1-\tfrac{2}{\kappa+1}\right)^t\|\mathbf{q}^0-\mathbf{q}^*\|_2\\ &\le 2\left(1-\tfrac{2}{\kappa+1}\right)^t\|\hat{\mathbf{q}}\|_2.\end{aligned}$$

要使时间 T处的电压近似误差 $\|\mathbf{v}^T-\mathbf{v}^*\|_2=\|\mathbf{X}\left(\mathbf{q}^T-\mathbf{q}^*\right)\|_2$ 小于 ϵ_1，我们需要

$$\|\mathbf{v}^T-\mathbf{v}^*\|_2 \le 2\|\mathbf{X}\|_2\cdot\|\hat{\mathbf{q}}\|_2\cdot\left(1-\frac{2}{\kappa+1}\right)^T \le \epsilon_1.$$

通过选择 T 使得以下条件成立，即可实现这一点

$$\begin{aligned}T &\ge \frac{\log\left(\frac{2\|\mathbf{X}\|_2\|\hat{\mathbf{q}}\|_2}{\epsilon_1}\right)}{\log\left(1+\frac{2}{\kappa-1}\right)}\\ &\ge \left(\frac{\kappa-1}{2}\right)\log\frac{2\|\mathbf{X}\|_2\|\hat{\mathbf{q}}\|_2}{\epsilon_1}.\end{aligned}$$

其中，最后一个不等式由 $\log(1+x)\le x$ 得出。 □

将 IEEE 37 节点馈线的数值 $\|\mathbf{X}\|_2=0.463$ 和 $\kappa=848$、$\hat{\mathbf{q}}\|_2=0.1$ 以及 $\epsilon_1=10^{-5}$ 代入式（8），可得 $T\ge 2$，892 层，这个数值相对较大。导致 T 较大的一个关键因素是式（8）中的 κ 项。这促使人们采用加速规则 (7)，其已知具有$\mathcal{O}(\sqrt{\kappa})$依赖关系。有趣的是，在实现过程中，无需将 T 固定为上述最坏情况界限。利用 Python 库（如 PyTorch）提供的动态计算图，可以根据连续两层之间$\mathbf{v}^t$ 的收敛情况，T “动态确定”。

由于递归神经网络（RNN）能够模拟电压/无功功率动态，因此可在（ORD）中用其替代$\mathbf{v}_\mathbf{z}(\tilde{\mathbf{z}}\mathbf{v}_s)$。随后，可将（ORD）表述为：通过训练 $\tilde{\mathbf{z}}$，基于其权重 $\tilde{\mathbf{z}}\in\mathcal{Z}$ 或 $\mathbf{z}\in\mathcal{Z}$训练一个深度神经网络（DNN）。电网负载场景 $\{\tilde{\mathbf{v}}_s\}_{s=1}^S$ 作为特征，平衡电压 $\mathbf{v}_\mathbf{z}(\tilde{\mathbf{z}}\mathbf{v}_s)$作为预测值，训练时应使其尽可能接近场景 s对应的目标值$\mathbf{1}$。深度神经网络可采用随机投影梯度下降（SPGD）进行训练，如下所示：[13]

$$\tilde{\mathbf{z}}^{i+1}=\left[\tilde{\mathbf{z}}^i-\frac{\lambda}{2B}\nabla_{\tilde{\mathbf{z}}^i}\left(\sum_{s\in\mathcal{B}_i}\|\Phi(\tilde{\mathbf{v}}_s;\tilde{\mathbf{z}})-\mathbf{1}\|_2^2\right)\right]_{\tilde{\mathcal{Z}}}\tag{10}$$

其中，$\lambda>0$ 为学习率；集合 $\mathcal{B}_i$ 是包含$\tilde{}$ $\tilde{}B$ 场景的一个批次；$[\cdot]_{\tilde{\mathcal{Z}}}$ 是投影到 $\mathcal{Z}$上的投影算子。由于 $\mathcal{Z}$由简单的盒约束构成，投影本质上就是将数值截断到盒约束范围内。最后，$\nabla_{\tilde{\mathbf{z}}^i}(\cdot)$表示关于 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的梯度，在 $\tilde{\mathbf{z}}=\tilde{\mathbf{z}}^i$处计算；借助梯度反向传播，可以高效地计算该梯度。尽管我们的基于深度神经网络的最优规则设计采用了基于近端梯度下降的规则，但它也可能适用于其他增量规则。

下面讨论控制规则及其基于深度神经网络的仿真器。回顾一下，三种类型的Volt/VAR 控制规则（非增量、增量和加速增量）在稳定时都会达到相同的平衡电压。仿真器旨在计算这些平衡电压。一个自然的问题是：深度神经网络仿真器能否实现与馈线上实际采用的规则不同类型的规则？这样做或许有助于发挥两种类型各自的优势。不过，这里需要谨慎。如果馈线采用非增量规则，而增量规则能更快地收敛到平衡电压，那么仿真器采用增量规则是合理的。当然，在这种情况下，深度神经网络训练期间必须对非增量规则施加稳定性约束。反过来则不建议这样做：如果仿真器采用非增量规则，其参数$\mathbf{z}$ 应受到稳定性约束，这会限制实际的最优规则设计问题。最后，鉴于加速增量规则在收敛方面的优势，在深度神经网络实现中，它们始终优于普通增量规则。这表明，即使馈线上实际上并未采用加速控制规则，它们仍然具有实用价值。

IV. 多相馈线最优规则设计（ORD）的深度学习

对于多相馈线，矩阵 $\mathbf{X}$ 是非对称的，且包含正值和负值。因此，必须重新审视第三节中的规则分析与设计。例如，无法通过最小化某个

优化问题来求得平衡设定值，如式（2）所示。此外，增大 $\mathbf{q}$并不意味着所有电压都会升高。

在多相馈线中，只要 $\|\mathrm{dg}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{X}\|_2 < 1$，IEEE 标准 1547 的非增量规则就保持稳定。这与单相设置中的条件相同。那么，多相馈线中增量规则的稳定性和均衡情况如何？回顾一下，对于单相规则，增量规则是通过求解 (2) 的近端梯度下降迭代得到的。由于多相馈线中不存在等效的内层优化问题，因此无法在此采用类似的方法。尽管 (5) 中的增量规则不再对应近端梯度下降迭代，但仍可证明它们在多相馈线中是稳定的。

命题 2. 设 $\mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{U}^\top$ 为矩阵 $\mathbf{X}\mathbf{X}^\top$的特征分解。若将步长选为 $\mu < \lambda_{\min}\left(\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{U}^\top\left(\mathbf{X}+\mathbf{X}^\top\right)\mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2}\right)$，则 (5) 中的增量规则在多相馈线中是稳定的。

通过采用命题 1 的证明即可轻松得出该结论：若按上述方式选择 μ，则由 [5,命题 6]可得 $\|\mathbf{I}-\mu\mathbf{X}\|_2 < 1$。与单相情形类似，多相馈线中的增量规则使我们能够扩大规则参数 $\mathbf{z}$ 的可行集 $\mathcal{Z}$。值得强调的是，与单相情形不同，在多相馈线上，增量规则和非增量规则不会收敛到相同的均衡。

多相馈线的 ORD 任务也可以经过一些修改后表述为深度学习任务。首先，需要调整矩阵 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{X}$ 。其次，多相馈线的深度神经网络具有 $12N$ 个可训练参数，因为每一层都由 $3N$ 个构建模块组成，分别对应母线/相（节点）组合。最后，步长必须按照命题 2 进行选择。接下来，我们采用命题 1 的证明，求出多相馈线中的最小深度神经网络深度。

命题 3。设图 *4* 中的深度神经网络实现了(5) 所示的增量规则，并应用于 μ 根据命题 *2* 选定的多相馈线上。保证电压近似误差 $\|\Phi(\tilde{\mathbf{v}};\mathbf{z}) - \mathbf{v}^*(\mathbf{z})\|_2 \le \epsilon_1$ 的深度神经网络深度 T 为

$$T \ge \frac{\log \frac{\epsilon_1}{2\|\mathbf{X}\|_2\|\hat{\mathbf{q}}\|_2}}{\log\|\mathbf{I}-\mu\mathbf{X}\|_2}.$$

接下来，我们通过数值测试评估所提出的基于深度神经网络的最优规则设计方法在单相和多相馈线上的表现，并对比增量控制规则与非增量规则的性能。

V. 数值测试

我们在单相和多相馈线上，将基于深度神经网络的增量规则与 [13] 中的非增量规则进行性能比较。真实世界数据取自 Smart* 项目，采集于 4 月 2, 2011 [17], , 具体说明见 [13]。深度神经网络使用 PyTorch 实现并训练。

我们首先比较通过深度神经网络训练为图 5 所示的单相 IEEE 37 节点馈线设计的（非）增量规则。将 ID 为 20–369 的住宅每 10 户取平均值，并依次作为有功负荷添加到母线 2–26，如图 6 所示。太阳能发电的有功发电

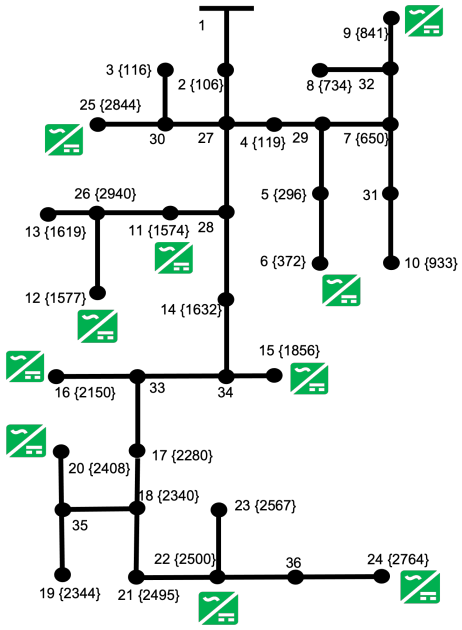


图 5. 转换为单相形式的 IEEE 37 节点馈线。节点编号格式为节点编号 {面板 ID}。母线$\{6,9,11,12,15,16,20,22,24,25\}$ 上的分布式能源资源提供无功功率控制；其余资源以单位功率因数运行。

表 I 单相 IEEE 37 节点馈线上的增量与非增量电压/无功功率控制规则

Time	$\mathbf{q}=\mathbf{0}$	非增量		增量	
	目标值（标幺值）	时间（秒）	目标值（标幺值）	时间（秒）	目标值（标幺值）
1 pm	$3.01\cdot10^{-3}$	37.98	$3.68\cdot10^{-4}$	39.39	$3.66\cdot10^{-4}$
2 pm	$3.13\cdot10^{-3}$	42.93	$4.26\cdot10^{-4}$	37.91	$4.25\cdot10^{-4}$
3 pm	$4.24\cdot10^{-3}$	45.02	$8.59\cdot10^{-4}$	34.97	$8.50\cdot10^{-4}$
4 pm	$2.12\cdot10^{-3}$	48.30	$1.47\cdot10^{-4}$	38.52	$1.48\cdot10^{-4}$
5 pm	$8.53\cdot10^{-4}$	47.37	$9.70\cdot10^{-5}$	374.01	$6.90\cdot10^{-5}$

光伏板也根据图 6 中的映射添加。假设母线 $\{6,9,11,12,15,16,20,22,24,25\}$ 配备了分布式能源资源，并针对各母线定制 Volt/VAR 控制。

增量规则是在加速运行状态下进行仿真的。两组规则均使用 Adam 优化器，以 $S=80$ 个场景训练 200 个 epoch，学习率为 0.001，并为增量规则设置 $\mu=1$ 。为确保结果可重复，我们在下午 1–6 点之间的多个时段重复进行了测试，结果汇总于表 V。所有时段中，增量规则的目标值均略低于非增量规则，其中下午 5 点时的差异较为显著。这种表现的原因是，增量规则允许更大的集合 $\mathcal{Z}$。

在多相 IEEE 13 母线馈线上，也将基于深度神经网络的增量控制规则与非增量控制规则进行了比较，测试设置沿用 [13]。每次从 ID 为 20–379 的住宅中抽取 10 个有源负荷，并将其添加到母线 1–12 的全部三相上。图 6 还展示了用于太阳能发电的太阳能电池板配置。最后，在各相和母线索引所示位置添加了九个带逆变器的分布式能源资源。

非增量和增量深度神经网络的学习率分别设为 0.1 和 0.001，设计

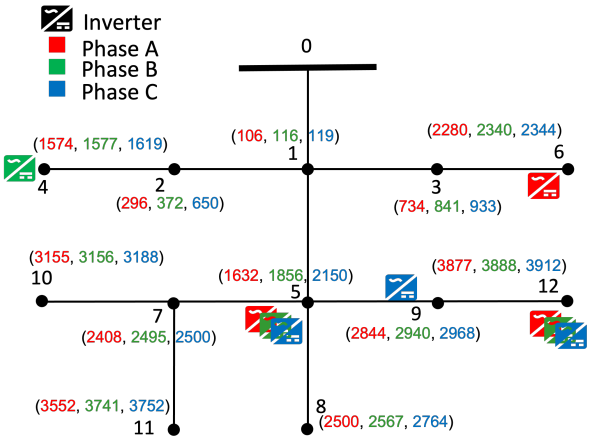


图 6. 多相 IEEE 13 母线配电馈线。

表 II 多相 IEEE 13 母线馈线上增量与非增量电压/无功功率控制规则

Time	$\mathbf{q} = \mathbf{0}$	非增量		增量	
	目标值（标幺值）	时间（秒）	目标值（标幺值）	时间（秒）	目标值（标幺值）
1 pm	$2.51 \cdot 10^{-3}$	64.65	$1.15 \cdot 10^{-3}$	199.24	$4.11 \cdot 10^{-4}$
2 pm	$1.48 \cdot 10^{-3}$	66.60	$6.89 \cdot 10^{-4}$	209.92	$3.03 \cdot 10^{-4}$
3 pm	$6.89 \cdot 10^{-4}$	74.68	$4.94 \cdot 10^{-4}$	263.37	$2.16 \cdot 10^{-4}$
4 pm	$8.03 \cdot 10^{-4}$	68.32	$5.26 \cdot 10^{-4}$	126.81	$2.47 \cdot 10^{-4}$
5 pm	$5.51 \cdot 10^{-4}$	62.58	$4.11 \cdot 10^{-4}$	129.71	$1.95 \cdot 10^{-4}$

参数 $\mathbf{z} := (\bar{\mathbf{v}}\ \delta, \sigma, \alpha)$ 初始化为可行值 (0.95,0.01,0.3,1.5)。表 V 比较了 $S = 80$ 多个时段内两类规则的性能。尽管增量规则训练所需时间更长，但它们成功地将成本 $F(\mathbf{z})$ 降低了 50% 以上，从而改善了所有时段的电压曲线。

VI. 结论

我们设计了一种深度神经网络方法，用于为单相和多相馈线最优设计增量电压/无功功率控制。其核心思想是构建一个深度神经网络，对相关的电压/无功功率动态进行端到端仿真。该深度神经网络以电网条件为输入，以规则参数为权重，并输出相应的平衡电压。利用相关优化算法的收敛速率，我们给出了深度神经网络仿真器最小深度的界限，以便在期望精度内逼近平衡电压。我们还证明了多相馈线增量控制规则的稳定性。数值测试表明，与非增量方案相比，所设计的控制规则能够获得更优的电压曲线。对于多相馈线而言，（非）增量规则无法达到相同的均衡。我们的研究结果促使人们进一步探索，或许可以刻画多相馈线控制规则的平衡点、多相馈线加速增量规则的收敛性，以及处理旨在应对相不平衡的机会约束形式或最优资源调度问题。

参考文献

[1] *IEEE* 分布式能源资源与相关电力系统接口互联和互操作标准，IEEE 标准，2018。[2] N. Li、G. Qu 和 M. Dahleh，《配电网络中的实时分布式电压控制》，载于*Allerton* 会议论文集，美国伊利诺伊州阿勒顿，2014 年 10 月。[3] M. Farivar、X. Zhou 和 L. Chen，《配电系统中的本地电压控制：一种增量控制算法》，载于*IEEE* 智能电网通信会议论文集，美国佛罗里达州迈阿密，2015 年 11 月。[4] H. Zhu 和 H. J. Liu，《无功功率受限条件下的快速本地电压控制：最优性与稳定性分析》，*IEEE* 电力系统汇刊，第 31 卷，第 5 期，第 3794–3803 页，2016 年。[5] V. Kekatos、L. Zhang、G. B. Giannakis 和 R. Baldick，《多相配电网的电压调节算法》，*IEEE* 电力系统汇刊，第 31 卷，第 5 期，第 3913–3923 页，2016 年 9 月。[6] G. Cavraro、S. Bolognani、R. Carli 和 S. Zampieri，《通信在电压调节问题中的价值》，载于*IEEE* 决策与控制会议论文集，2016 年，第 5781–5786 页。[7] M. Farivar、L. Chen 和 S. Low，《配电系统中本地电压控制的均衡与动态》，载于*IEEE* 决策与控制会议论文集，意大利佛罗伦萨，2013 年 12 月，第 4329–4334 页。[8] X. Zhou、M. Farivar、Z. Liu、L. Chen 和 S. H. Low，《配电网络本地电压控制的逆向与正向工程》，*IEEE* 自动控制汇刊，第 66 卷，第 3 期，第 1116–1128 页，2021 年。[9] V. Calderaro、G. Conio、V. Galdi、G. Massa 和 A. Piccolo，《采用基于逆变器的分布式发电机的配电系统的最优分布式电压控制》，*IEEE* 电力系统汇刊，第 29 卷，第 1 期，第 230–241 页，2014 年 1 月。[10] A. Samadi、R. Eriksson、L. S¨oder、B. G. Rawn 和 J. C. Boemer，《采用光伏系统的配电网中有功功率相关的协调电压调节》，*IEEE* 电力输送汇刊，第 29 卷，第 3 期，第 1454–1464 页，2014 年 6 月。[11] A. Singhal、V. Ajjarapu、J. Fuller 和 J. Hansen，《高光伏渗透率下受外部扰动影响的实时本地 Volt/Var 控制》，*IEEE* 智能电网汇刊，第 10 卷，第 4 期，第 3849–3859 页，2019 年 7 月。[12] I. Murzakhanov、S. Gupta、S. Chatzivasileiadis 和 V. Kekatos，《逆变器接口分布式能源资源的 Volt/VAR 控制规则最优设计》，*IEEE* 智能电网汇刊，2023 年，（已投稿）。

[13] [ ] 2210 12805 在线。可访问：https://arxiv.org/abs/。S. Gupta、S. Chatzivasileiadis 和 V. Kekatos，《利用分布式能源资源进行最优 Volt/VAR 控制的深度学习》，*IEEE* 智能电网汇刊，2023 年，（已投稿）。 [在线]。可访问：http://arxiv.org/abs/

[14] 2211 09557 。W. Cui、J. Li 和 B. Zhang，《基于逆变器的电压控制的分布式安全强化学习》，电力系统研究，第 211 卷，第 108609 页，2022 年。[15] S. Taheri、M. Jalali、V. Kekatos 和 L. Tong，《有源配电系统的快速概率性承载能力分析》，*IEEE* 智能电网汇刊，第 12 卷，第 3 期，第 2000–2012 页，2021 年 5 月。[16] V. Kekatos、L. Zhang、G. B. Giannakis 和 R. Baldick，《单相配电网中的加速局部电压调节》，载于 *IEEE* 智能电网通信会议论文集，美国佛罗里达州迈阿密，2015 年 11 月。[17] D. Chen、S. Iyengar、D. Irwin 和 P. Shenoy，《Sunspot：揭示匿名太阳能供电住宅的位置》，载于*ACM* 能源高效建筑环境系统国际会议，美国加利福尼亚州帕洛阿尔托，2016 年 11 月。