一种脉冲成形二进制复用调制

Pavel Loskot，IEEE 高级会员

arXiv:2301.01492v1 [cs.IT] 4 Jan 2023

摘要

在线性数字调制中常用的根升余弦脉冲，在滚降因子为 100%、调制装载因子设为 50% 时，恰好会产生来自前后数据符号的两个符号间干扰分量。利用这一特性，可以对两个发送符号数据流进行对称复用。因此，本文提出的方案称为脉冲成形二进制复用调制。通过使两路复用数据流彼此正交，可辅助接收机对其进行解调。实现这一点的方法包括采用带有逐符号干扰消除的叠加调制、适当设计交织导频和数据信号的传输序列以支持信道估计，以及使用正交扩频序列。数值结果表明，就传输可靠性或传输整串数据符号所需的时间而言，所提出的调制方案优于奈奎斯特信号传输。例如，在加性白高斯噪声信道中，采用所提出的调制方案，差分编码调制符号的传输速度可提高一倍，代价是信噪比降低 3 dB。

索引词

符号间干扰；线性调制；奈奎斯特信号传输；部分响应传输；根升余弦脉冲；序列复用。

I. 引言

频谱稀缺使得采用频谱效率调制成为必要。奈奎斯特信号传输是一种成熟且稳健的技术，用于构建线性数字调制，现已广泛应用于当今绝大多数通信系统。这些调制方案通常与信道编码相结合，以提高传输可靠性，甚至逼近信道容量。另一种策略是采用具有可控符号间干扰（ISI）水平的调制方式，这既能提高信息传输速率，也能作为一种信息编码形式来提升传输

作者现任职于浙江大学—伊利诺伊大学厄巴纳-香槟分校联合学院，地址为中国海宁（电子邮箱：pavelloskot@intl.zju.edu.cn）。本研究获得浙江大学科研基金资助。

可靠性， [1], 尽管这会增加接收机的检测复杂度。此类方案称为超奈奎斯特（FTN）方案, 属于可用于带限信道 [2]的线性调制。

人们对 FTN 信号传输方案重新产生兴趣可追溯到 21 世纪初 [3]。然而，与之密切相关的受控码间串扰部分响应线性调制这一概念，早在更早之前便已出现 [4]。文献 [2], [5], 和 [6] 评估了编码和未编码 FTN 方案可实现的频谱效率。研究发现，在不降低误码性能的情况下，传输速率最高可提升 25%；这一现象被称为 Mazo 极限 [3], [2], [7], [6]。文献 [2] 综述了 FTN 信号传输在能耗和复杂度方面的代价。

FTN 方案可在时域和频域中实现 [2], [8]。文献 [9] 设计了一种基于正交频分复用的正交 FTN 方案。另一种方案则采用类似于双二进制调制的双根升余弦（RRC）脉冲进行奈奎斯特信号传输，相关研究见文献 [10]。文献 [11] 进一步改进了该方案，使其适用于滚降为零的 RRC 脉冲。文献 [1] 指出了双二进制调制与 FTN 信号传输之间的联系。

一个重要问题是如何在接收机处高效地检测发送符号。与多径传播造成的符号间干扰不同，FTN信号传输产生的符号间干扰还会使加性噪声样本之间产生相关性。最优检测要求在符号判决之前使用白化匹配滤波器（WMF）。检测器输入端的符号间干扰可等效表示为一个辅助信道 [5], [6]。该信道的输出信号具有网格状结构，可通过维特比、BCJR及其他此类算法进行最优均衡，但复杂度各不相同 [2], [7], [6]。这些译码方法在加性高斯白噪声（AWGN）信道 [2] 上的性能可接近零码间干扰（奈奎斯特）调制。文献 [6] 和 [12] 提出了用于 FTN 信号的逐符号检测器。文献 [5]提出了采用过采样和一位量化的 FTN 信号检测方法。文献 [13]设计了一种用于 FTN 信号传输的低复杂度线性均衡器。文献 [14] 和文献 [15]研究了 FTN 信号的联合信道估计与译码。

文献中几乎所有关于 FTN 信号传输方案的研究都假设采用 RRC 调制脉冲。根升余弦脉冲由一个时间周期 T_{p} 和一个滚降因子 α 参数化。线性调制将由数据符号加权的根升余弦脉冲组合起来，并每隔一个符号周期 T_{s} 传输一次。压缩因子定义了 T_{p} 与 T_{s} 之间的关系，即 $\tau = 1 - T_{\mathrm{s}}/Tp$。文献中对 FTN 信号传输的设计和分析通常假设 $0 \leq \alpha \leq 1$ 和 $0 \leq \tau < 1$ 可取任意值。为实现逐符号判决，在整个 T_{p} 平面上搜索 α 和 τ 的良好取值，这项工作已于

在 [12] 中完成。然而，值得注意的是，文献中很少明确考虑带宽滚降率为 100% 的情况 [6]。 [5] 中的作者注意到，对于 $\alpha = 1$ 和任意取值的 τ，符号间干扰大致仅限于前两个和后两个符号采样点。

本文表明，滚降为 100%、装填率为 50% 的根升余弦脉冲具有明确定义的符号间干扰，且符号间干扰恰好对称地限于前一个符号和后一个符号。文献中似乎尚未注意到根升余弦脉冲这一独特性质。有趣的是，参考文献 [1] 指出，假设采用扁球波脉冲，则在滚降为 100%、装填率为 50% 时可以得到仅含两个分量的符号间干扰，但根升余弦脉冲则不行。尽管这种调制方案可视为 FTN 信号传输的一种特例，但本文认为，滚降为 100%、装填率为 50% 的根升余弦脉冲能够对两个发送数据流进行对称复用。因此，本文将这种部分响应传输称为脉冲成形二进制复用（PSBM）调制。接下来的主要任务是如何在接收机端以可接受的可靠性和复杂度分离两个复用数据流。与其他部分响应传输方案一样，必须谨慎选择调制星座和发送符号之间的依赖关系，以权衡性能与译码复杂度。我们设计了若干交织导频和数据符号的传输序列，讨论了采用逐符号串行干扰消除（SIC）的叠加调制，并考虑使用正交扩频序列来辅助接收机分离数据流。此外，我们还通过数值方法评估了复用的差分编码相移键控（PSK）调制符号的性能。数值结果表明，在若干情况下，所提出的 PSBM 调制在传输可靠性或传输给定数量数据符号所需的时间方面优于奈奎斯特信号传输。

本文其余部分安排如下。第二节概述与所提出的脉冲成形复用信号方案相关的线性调制方案。第三节介绍系统模型和接收信号结构。第四节定义所提出的脉冲成形复用调制，并阐述发送符号序列的设计。第五节给出数值结果。第六节总结全文。

我们采用以下记号：$\mathrm{E}[\cdot]$ 表示期望，$\circledast$ 表示卷积，$|\cdot|$ 表示绝对值，$(\cdot)^*$ 表示复共轭，$\mathrm{Re}\{\cdot\}$ 和 $\mathrm{Im}\{\cdot\}$分别表示复数的实部和虚部，$\mathrm{Card}\{\cdot\}$ 表示集合的基数，$(\cdot)^T$ 表示矩阵转置，$(\cdot)^{-1}$ 表示矩阵

逆， $\|\cdot\|$ 表示矩阵或向量的欧几里得范数。

II. 相关线性调制方案

线性调制信号构造如下:

$$x(t) = \sum_k s_k \, p(t - kT_\mathrm{s}) \tag{1}$$

其中， s_k 是每隔一个符号周期 T_s发送的 M进制调制符号， $p(t)$表示确定性脉冲成形，接收机也已知该成形。发送符号的平稳序列 s_k均值为零，且方差为 $\mathrm{E}[|s_k|^2] = E_\mathrm{s}$。这些符号通常由有限状态调制器的输出得到，即，

$$s_k = s(q_k, c_k) \tag{2}$$

其中，状态 q_k表示调制记忆，而数据符号 c_k各自承载 $\log_2 M$ 比特的输入信息。本文假设 $p(t)$为单位能量根升余弦脉冲， [4]

$$p(t) = \frac{\mathrm{rrc}_\alpha(t/T_\mathrm{s})}{\sqrt{T_\mathrm{s}}} \tag{3}$$

其中

$$\mathrm{rrc}_\alpha(t) = \frac{1}{1 - 16\alpha^2 t^2} \left(\frac{\sin\left((1-\alpha)\pi t\right)}{\pi t} + \frac{4\alpha \cos\left((1+\alpha)\pi t\right)}{\pi} \right). \tag{4}$$

不过，滚降因子 $0 \le \alpha \le 1$ 也可以考虑大于 100% 的脉冲形状。

由于符号序列 s_k 是平稳的，自相关 $R_s(i-j) = \mathrm{E}\left[s_i s_j^*\right]$。信号 (1) 对应的功率谱密度 (PSD) 计算如下： [4]

$$S_x(f) = \frac{1}{T_\mathrm{s}} |P(f)|^2 \sum_k R_s(k) \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f k T_\mathrm{s}} \tag{5}$$

其中， $P(f)$ 表示 $p(t)$ 的傅里叶变换。

相关编码假设离散调制器 (2) 是一个有限冲激响应（FIR）滤波器，即:

$$s_k = \sum_{i=0}^{K-1} v_i c_{k-i}. \tag{6}$$

滤波器权重 v_i 已归一化，因此 $\sum_i |v_i|^2 = 1$。更重要的是，通过改变索引，符号 (6) 对应的调制信号 (1) 可改写为：

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_k \sum_{i=0}^{K-1} v_i \, c_{k-i} p(t - kT_\mathrm{s}) \\ &= \sum_k c_k \sum_{i=0}^{K-1} v_i \, p(t - (k+i)T_\mathrm{s}) = \sum_k c_k \, \tilde{p}(t - kT_\mathrm{s}) \end{aligned} \tag{7}$$

其中复合脉冲为 $\tilde{p}(t) = \sum_{i=0}^{K-1} v_i \, p(t - iT_\mathrm{s})$。

双二进制调制是相关编码的一种特殊情况，其有限冲激响应滤波器仅有两个非零权重 $v_o = v_1 = 1/\sqrt{2}$，调制符号为二进制，即 $c_k \in \{-\sqrt{E_\mathrm{s}}, +\sqrt{E_\mathrm{s}}\}$，且根升余弦脉冲的滚降值取可能的最小值 $\alpha = 0$。改进型双二进制调制则采用权重 $v_0 = 1/\sqrt{2}$、 $v_1 = 0$ 和 $v_2 = -1/\sqrt{2}$。

以下调制方案均采用滚降值任意的根升余弦脉冲成形。差分相移键控按如下方式构造传输符号：

$$s_k = c_k \, s_{k-1} \tag{8}$$

其中数据符号为 $c_k \in \{\sqrt{E_\mathrm{s}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(i-1)/M}\}$, $i = 1, 2, \ldots, M$。广义移位键控将幅度或相移键控调制的调制字母表扩展为包含一个零符号 [16]。偏移正交（$M = 4$）相移键控将调制信号的虚部延迟半个符号周期，即：

$$x(t) = \sum_k \mathrm{Re}\{c_k\} \, p(t - kT_\mathrm{s}) + \mathrm{j} \, \mathrm{Im}\{c_k\} \, p(t - kT_\mathrm{s} - T_\mathrm{s}/2). \tag{9}$$

最后，FTN信号传输是一种由式（1）描述的线性调制。更重要的是，式（3）中的根升余弦脉冲成形现在可以按 $T_\mathrm{p} = T_\mathrm{s}/(1-\tau)$ 进行缩放，而不是按 T_s 缩放，其中 $0 \le \tau < 1$ 即所谓的压缩因子，即，

$$x(t) = \sum_k s_k p(t - k(1-\tau)T_\mathrm{p}) = \sum_k s_k p(t - kT_\mathrm{s}) \tag{10}$$

因此， T_p 是脉冲的一个设计参数， $p(t)$；而 $T_\mathrm{s} = (1-\tau)T_\mathrm{p}$ 表示符号周期。因此， $\tau = 0$ 装填对应于传统的奈奎斯特信号传输，而 $\tau = 1$ 装填则会使发送符号完全重叠。更重要的是，式（10）的功率谱密度仍由式（5）给出，除此之外完全独立于压缩因子 τ。

III. 接收信号

具有 L 条传播路径的标准无线信道模型是一个有限冲激响应滤波器，其冲激响应为:

$$\tilde{h}(t) = \sum_{l=1}^{L} h_l(t)\delta(t-\tau_l). \tag{11}$$

信号时延 τ_l 假设为恒定。路径衰减 $h_l(t)$ 是均值为零的圆对称高斯过程。这些过程是平稳的，且通常彼此相关。它们具有确定的自相关函数 $R_h(\Delta t)$，该函数决定了相干带宽。

对于窄带信号，路径数 L 较少。对于 $L=1$，信道模型 (11) 变为频率非选择性。在低移动场景中，信道衰减 $h_l(t)$ 通常假设在发送符号块内保持恒定，并且在连续数据块之间相互独立，这通常称为块衰落模型。

接收 信号对应多径传播模型 (11)，写作 s,

$$\begin{aligned} y(t) &= \tilde{h}(t) \circledast x(t) + w(t) \\ &= \sum_{l=1}^{L} h_l(t)x(t-\tau_l) + w(t) \end{aligned} \tag{12}$$

其中， $w(t)$ 是一种均值为零、平稳且圆对称的加性高斯白噪声，其方差为 σ_w^2 =E$[|w(t)|^2]$。

接收信号经与发射脉冲相匹配的滤波器 $p(t)$ 滤波，并以速率 $1/T_{\mathrm{s}}$ 进行同步采样。具体而言，假设采用根升余弦脉冲，匹配滤波器为 $p^*(-t) = p(t)$，且信道衰减在发送符号块内保持恒定,

则接收样本可建模为:

$$\begin{aligned} r_n =& y(t) \circledast p^*(-t)\Big|_{t=nT_\mathrm{s}+\tau_0} \\ =& \sum_{l=1}^{L} h_l\, x(t-\tau_l) \circledast p(t)\Big|_{t=nT_\mathrm{s}+\tau_0} + w(t) \circledast p(t)\Big|_{t=nT_\mathrm{s}+\tau_0} \\ =& \sum_{l=1}^{L} h_l \sum_k s_k \int_{-\infty}^{\infty} p(\zeta+(n-k)T_\mathrm{s}-\tau_l)p(\zeta-\tau_0)\,\mathrm{d}\zeta \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} w(\zeta+nT_\mathrm{s})p(\zeta-\tau_0)\,\mathrm{d}\zeta \\ =& \sum_k s_k \sum_{l=1}^{L} h_l\, p_{n-k,l} + w_n = \sum_k s_k \tilde{p}_{n-k} + w_n \\ =& s_k\tilde{p}_0 + \underbrace{\sum_{\substack{k \\ n\neq k}} s_k\tilde{p}_{n-k}}_{\mathrm{ISI}} + w_n. \end{aligned} \tag{13}$$

接收机处的定时偏移量 τ_0 可进行优化，以（在某种意义上）最小化式 (13) 中定义的符号间干扰项:

$$\tilde{p}_{n-k} = \sum_{l=1}^{L} h_l \int_{-\infty}^{\infty} p(\zeta+(n-k)T_\mathrm{s}-\tau_l)p(\zeta-\tau_0)\,\mathrm{d}\zeta,\ n\neq k. \tag{14}$$

因此，当发射机与接收机的脉冲之间的正交性遭到破坏时，就会产生符号间干扰，例如，多径传播、发射机与接收机之间的时间同步误差，以及 FTN 信号传输方案中的符号周期压缩[4]都会导致这种情况。

一个有趣的问题是，在采用根升余弦脉冲的 FTN 信号传输方案中，参数 α 和 τ 的不同组合会产生多大的符号间干扰？因此，定义函数:

$$\mathrm{ISI}(\mu) = \mathrm{Card}\{|\tilde{p}_k| > \mu,\ k\neq 0\} \tag{15}$$

为大于给定阈值 μ的符号间干扰分量数量。注意，由于根升余弦脉冲的偶对称性，ISI(μ) $\in \{0, 2, 4, \ldots\}$。假设采用不同的阈值μ、滚降 $0 \le \alpha \le 2$，且根升余弦脉冲截断于($-4T_\mathrm{s}$, $+4T_\mathrm{s}$)，图1展示了 $\alpha-\tau$ 平面中 ISI(μ) $=0$（红点）和 ISI(μ) $=2$（蓝点）的取值。图1中的空白（白色）区域表示 ISI(μ) >2的取值。可以观察到，随着阈值 μ降低，设计 FTN 信号传输方案时的若干值得关注的情况开始显现。具体而言，对于以下参数，可以得到恰好两个符号间干扰分量： $\alpha=1.0$ 和$\tau=0.5$、 $\alpha=1.07$ 和 $\tau\in$ (0.70, 0.71)，以及 $\alpha\in$ (1.65, 1.85)和 $\tau\in$ (0.47, 0.50)。

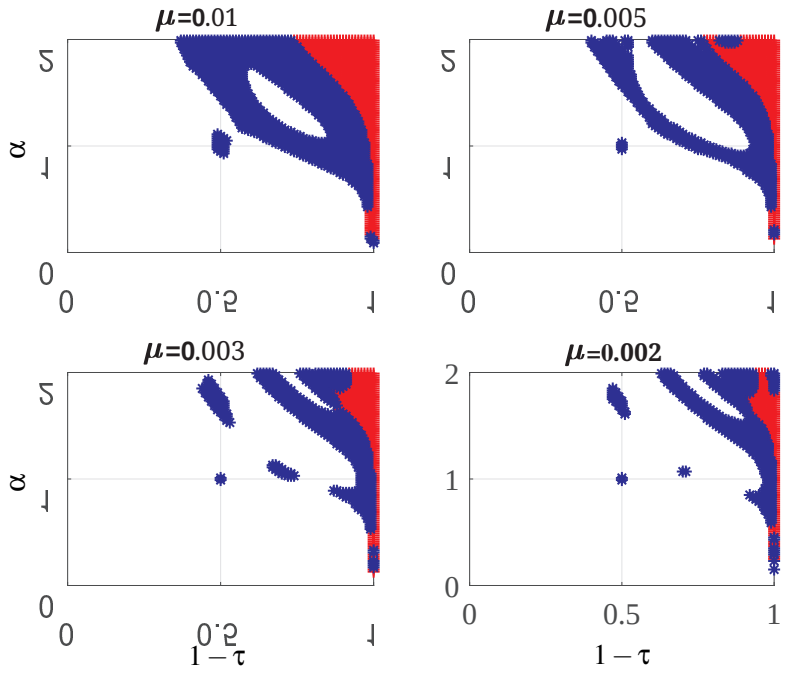

图1. 符号间干扰(μ) $= 0$ 分量（红点）和 ISI（μ） $= 2$ 分量（蓝点），对应四种不同的阈值， μ .

IV. 脉冲成形二进制复用调制

如图1所示，滚降为100%、装填率为50%的根升余弦脉冲具有定义明确且有限的符号间干扰分量。具体而言， $\alpha = 1$ 对应的根升余弦脉冲(4)变为:

$$\mathrm{rrc}_1(t) = \frac{4\cos(2\pi t)}{\pi(1-16t^2)}. \tag{16}$$

该脉冲在没有多径的加性高斯白噪声信道中具有以下符号间干扰分量。这一基本特性似乎一直未受到文献关注。

引理1：设 n 为非负整数。对于滚降为 100% 的根升余弦脉冲 $\mathrm{rrc}_1(t)$，其码间干扰积分的精确解为，

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{rrc}_1(t) \times \mathrm{rrc}_1(t - n/4)\,\mathrm{d}t \\ &= \begin{cases} 8/(3\pi) & n = 1 \\ \frac{8}{\pi(n-2)n(n+2)} & n - \text{odd},\ n > 1 \\ 1 & n = 0 \\ 1/2 & n = 2 \\ 0 & n - \text{even},\ n > 2. \end{cases}\end{aligned} \tag{17}$$

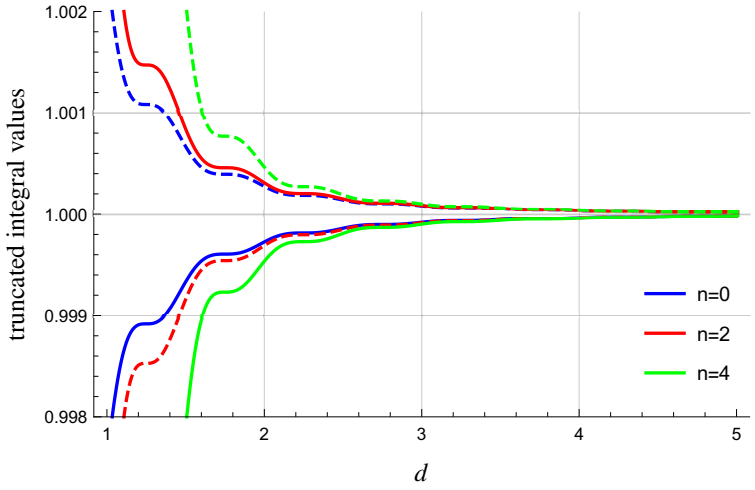

图2. 数值计算的积分 (17) 在区间 $(-d,+d)$ 上截断后，随 d 变化的结果（实线）。为便于比较，将无穷区间上的精确值平移，使其均为 1。虚线是以单位值为轴对实线进行镜像得到的。

引理1可通过求解 n 取前几个值时的积分（例如使用 Mathematica 软件），然后利用归纳法证明。

然而，只有在无穷区间上进行积分时，结果 (17) 才是精确的。实际应用中，必须将脉冲形状截断到有限区间。积分区间截断为 $(-d,+d)$ 时，积分 (17) 的数值计算结果如图2所示。可以看出，为了以至少 99.9% 的精度满足引理1给出的根升余弦性质，根升余弦脉冲形状 $\mathrm{rrc}_1(t)$ 的截断区间不应短于 $(-4,+4)$。

定义2：T　　脉冲成形二进制复用调制的调制信号可表示为　　，

$$x(t)=\sum_k s_k \frac{\mathrm{rrc}_1\left(\frac{t-kT_\mathrm{s}}{2T_\mathrm{s}}\right)}{\sqrt{2T_\mathrm{s}}}. \tag{18}$$

在加性高斯白噪声中接收到的调制信号 (18) 的同步采样匹配滤波器输出 $w(t)$ 为:

$$\begin{aligned} r_n =& (x(t)+w(t)) \circledast \frac{\mathrm{rrc}_1\left(\frac{t}{2T_\mathrm{s}}\right)}{\sqrt{2T_\mathrm{s}}}\Big|_{t=nT_\mathrm{s}} \\ =& \sum_k s_k \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{rrc}_1(\zeta+(n-k)/2)\ \mathrm{rrc}_1(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta + w_n \\ =& \left(\frac{1}{2}s_{n-1}+s_n+\frac{1}{2}s_{n+1}\right)+w_n. \end{aligned} \tag{19}$$

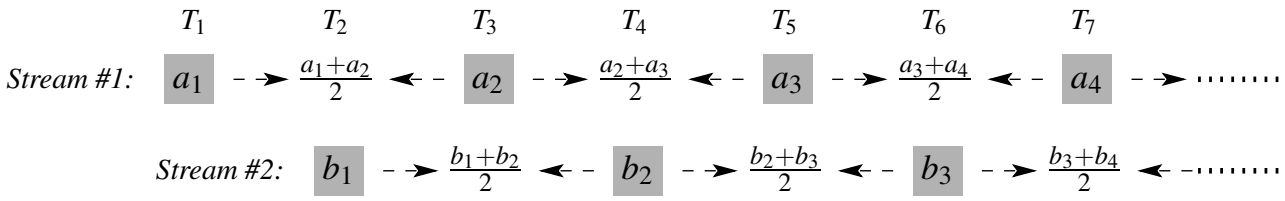

图3. 脉冲成形复用调制信号的可视化。

(19) 中的噪声样本 w_n 均值为零，方差为 $\mathrm{E}[|w_n|^2] = \mathrm{E}[|w(t)|^2] = \sigma_w^2$，其平稳自相关为:

$$R_w(n-m) = \mathrm{E}[w_n w_m^*] = \begin{cases} \sigma_w^2 & n = m \\ \sigma_w^2/2 & |n-m| = 1 \\ 0 & |n-m| > 1. \end{cases} \tag{20}$$

这类噪声样本可以等效地用一个简单的有限冲激响应滤波器来建模,

$$w_n = \frac{u_n + u_{n-1}}{\sqrt{2}} \tag{21}$$

其中， u_n 是均值为零、方差为 $\mathrm{E}[|u_n|^2] = \sigma_w^2$ 的圆对称高斯过程的样本。此外，容易证明，具有式（20）所示相关性的 N 个噪声样本之和的方差为,

$$\mathrm{var}\left[\sum_{n=1}^{N} w_n\right] = (2N-1)\sigma_w^2 \tag{22}$$

wh其大于 N 个不相关样本之和的方差 $N\sigma_w^2$, s.

定义2中的调制信号（18）可以如图3所示进行可视化。具体而言，发送数据符号可以看作由两路复用的数据符号流组成，分别为 a_k 和 b_k，两路数据流均以 $2T_\mathrm{s}$ 为周期发送，但彼此错开 T_s。匹配滤波后的相应接收符号样本为,

$$r_n = \begin{cases} a_n + \frac{b_{n-1}+b_n}{2} + w_n & n - \text{odd} \\ b_n + \frac{a_n+a_{n+1}}{2} + w_n & n - \text{even}. \end{cases} \tag{23}$$

利用式（5），可计算调制信号（18）的功率谱密度:

$$S_x(f) = 2|\mathrm{RRC}_1(2T_\mathrm{s}f)|^2 \sum_k \mathrm{E}[s_0 s_k^*]\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f k T_\mathrm{s}} \tag{24}$$

其中脉冲 $\mathrm{rrc}_1(t)$ 的傅里叶变换为,

$$\mathrm{RRC}_1(f) = \begin{cases} \cos(\pi f/2) & |f| \le 1 \\ 0 & \text{otherwise}. \end{cases} \tag{25}$$

A. 发送序列设计

存在符号间干扰时，对发送符号进行最优检测必须考虑完整的接收样本序列。然而，在不存在多径的情况下，接收样本具有结构（19），并且可以对发送序列进行设计，从而降低接收机检测的复杂度。

降低检测复杂度的关键策略是利用发送符号子序列之间的正交性。偏移正交相移键控调制（9）沿同相分量和正交分量交替传输一维调制符号，从而可以进行最优的逐符号判决。

按照（23）所述对两路数据流进行复用，可以利用叠加调制和多用户检测的设计原理。在这种情况下，可以通过串行干扰消除进行逐符号判决。具体而言，只要能够可靠地检测符号 b_n，即使符号 $(a_n + a_{n+1})/2$ 尚未知，也可以在消除符号间干扰项 $(b_{n-1} + b_n)/2$ 后，可靠地检测符号 a_n。

下文将更详细地讨论另外三种序列设计策略。第一种策略将导频和数据符号结合起来，以辅助数据检测和信道估计。第二种策略采用正交扩频码，以分离两条复用的数据序列。第三种策略对发送符号采用差分编码。

B. 采用交织导频符号的序列

一般而言，用于信道估计的导频符号可以与数据符号交织，也可以叠加到数据符号上 [17]。本文采用前一种更常见的方法。因此，考虑一个发送序列，其中 L_{d} 数据符号组与$L_{\mathrm{p}} \ll L_{\mathrm{d}}$ 导频符号组交替出现，并由一个零符号隔开，如图 4 所示。

例如，可以考虑以下具有较低或无符号间干扰的子序列，其中包含导频符号 p 和任意数据符号 $\mathrm{d}_1, \mathrm{and}$、$\mathrm{d}_2$：$(0, \mathrm{p}, 0)$、$(\mathrm{d}_1, \mathrm{p}\ -\mathrm{d}_1)$、$(\mathrm{d}_1, \mathrm{p}\ -\mathrm{d}_1, -\mathrm{p}, \mathrm{d}_1)$ 以及 $(\mathrm{d}_1, \mathrm{p}\ -\mathrm{d}_1, -\mathrm{p}, \mathrm{d}_2, \mathrm{p}\ -\mathrm{d}_2)$。根据式 (23) 和图 3 可以推知，这些子序列能够实现无符号间干扰数据检测和信道估计。还要注意，噪声样本 w_n 和 $w_{n\pm2}$ 不相关，也就是说，它们相互独立。

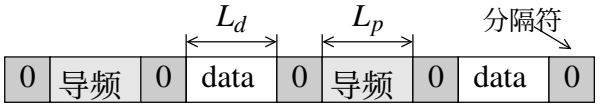

图 4. 由交织的数据子序列和导频符号子序列以及单个零符号分隔符构成的发送序列。

为了说明无码间干扰信道估计，考虑序列 $(\mathsf{d}_1,\mathsf{p},\mathsf{p}\ -\mathsf{d}_1)$。与中间两个导频符号相对应的接收样本为：

$$\begin{aligned} r_n &= h\frac{3}{2}\mathsf{p} + h\frac{1}{2}\mathsf{d}_1 + w_n \\ r_{n+1} &= h\frac{3}{2}\mathsf{p} - h\frac{1}{2}\mathsf{d}_1 + w_{n+1} \end{aligned} \tag{26}$$

其中，h 表示复值信道衰减（即频率非选择性慢衰落）。样本 r_n和 r_{n+1}可以简单地组合为：

$$r_n + r_{n+1} = 3h\mathsf{p} + w_n + w_{n+1} \tag{27}$$

其中，加性噪声样本的总方差由于相关性而等于 $3\sigma_w^2$ （20）。

更一般地，发送序列

$$(-\mathsf{p}, \mathsf{d}_1, \mathsf{p}, \mathsf{d}_2, -\mathsf{p}, \mathsf{d}_3, \mathsf{p}, \mathsf{d}_4, -\mathsf{p}, \mathsf{d}_5, \ldots, \mathsf{d}_N, \pm\mathsf{p}) \tag{28}$$

其中，若 N 为奇数，最后一个导频符号为 p；若 $-$ 为偶数，则为 p。这样便可逐个符号地对所有数据符号进行无符号间干扰判决。此外，再次假设信道为慢衰落信道，与导频符号对应的接收样本可以相加，得到

$$\sum_{n=1}^{N}(-1)^n\, r_{2n-1} = N\, h\, \mathsf{p} + \sqrt{N}w$$

其中，噪声样本 w 的方差为 σ_w^2，因此用于估计信道系数 h 的信噪比（SNR）提高了 N 倍。还需注意，一旦信道估计完成，就可以从接收样本中减去导频符号，以辅助判决其余数据符号。

最后，考虑符号重复分集的情况。数据符号 d 重复 $N \geq 2$ 次所形成的发送序列 $(\mathsf{d}, 0, \mathsf{d}\ 0, \ldots, 0, \mathsf{d})$ 对应于经典奈奎斯特传输。相比之下，脉冲成形复用调制发送的是数据符号 d 重复 N_1 次所形成的序列 $(\mathsf{d}, \mathsf{d} \ldots, \mathsf{d})$。对于相同的序列长度，$N_1 = 2N - 1$。假设衰落缓慢

信道中，检测器分别对两种调制方案的接收样本进行合并，如下所示:

$$\begin{aligned} r =& N\,h\,d + \sqrt{N}w \\ r =& (2\cdot 3/2 + 2(N_1-2))\,h\,d/\sqrt{2} + \sqrt{2N_1-1}w \end{aligned} \tag{29}$$

其中，第二种调制采用了缩放因子 $\sqrt{2}$，以补偿其发送序列中符号数量较多的情况。这两种方案得到的信噪比分别与 $\gamma \propto N$ 和 $\gamma \propto 2N-3/2$ 成正比。因此，对于符号重复分集，脉冲成形二进制复用的信噪比增益渐近地比奈奎斯特信号传输高 3 dB。

C. 正交扩频序列

在调制信号 (18) 中传输交织但彼此正交的符号，另一种策略是使用正交扩频码。具体而言，假设发送符号为

$$a_n = \mathsf{d}_1 c_n^{(1)}, \qquad b_n = \mathsf{d}_2 c_n^{(2)} \tag{30}$$

其中，d_1 和 d_2 是两个数据符号，而 $c_n^{(1)}$ 和 $c_n^{(2)}$、 $n=1$、2、.....、N 是通常为复数值的正交扩频序列，因此，

$$\sum_{n=1}^{N} c_n^{(i)} c_n^{*(j)} = \begin{cases} N, & i=j \\ 0, & i\neq j. \end{cases} \tag{31}$$

然后，将接收样本（23）的序列进行线性组合，得到:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{N} r_{2n-1} c_n^{*(1)} =& \mathsf{d}_1 + \mathsf{d}_2 \sum_{n=1}^{N} \frac{c_n^{(2)} + c_{n+1}^{(2)}}{2}\, c_n^{*(1)} + \sum_{n=1}^{N} w_{2n-1} c_n^{*(1)} \\ =& \mathsf{d}_1 + \tilde{w}_1 \\ \sum_{n=1}^{N} r_{2n} c_n^{*(2)} =& \mathsf{d}_2 + \mathsf{d}_1 \sum_{n=1}^{N} \frac{c_n^{(1)} + c_{n+1}^{(1)}}{2}\, c_n^{*(2)} + \sum_{n=1}^{N} w_{2n} c_n^{*(2)} \\ =& \mathsf{d}_2 + \tilde{w}_2 \end{aligned} \tag{32}$$

前提是扩频序列 $c_n^{(1)}$ 和 $c_n^{(2)}$ 完全正交。在这种情况下，使用脉冲成形二进制复用调制 (18) 传输两个采用正交扩频序列的数据符号时，信噪比的提升与下式成正比:

$$\gamma \propto \frac{N^2}{2N-1}. \tag{33}$$

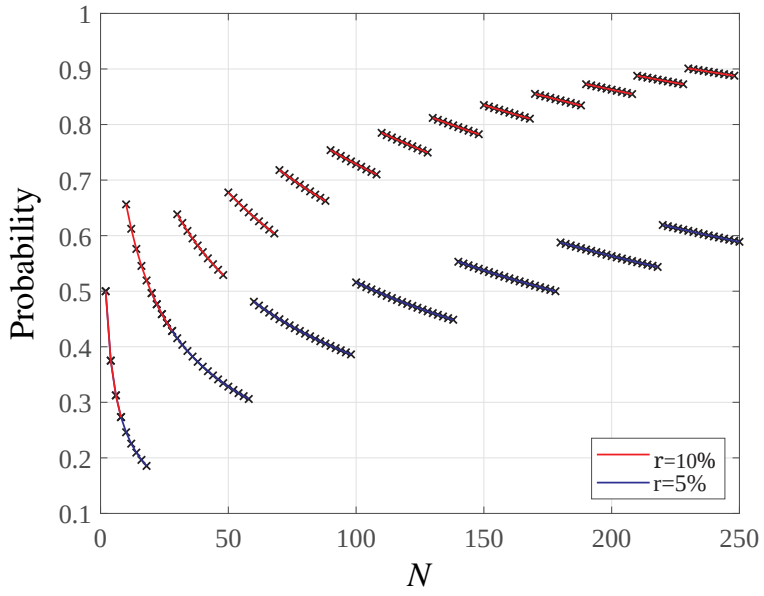

图 5. 概率 (35) 随扩频序列长度 N 的变化，分别假设 $\kappa = 5\%$ 和 $\kappa = 10\%$。

例如，如果扩频符号 c_n 是从集合 $\{-1, +1\}$ 中以相同概率独立随机生成的，那么两个此类序列正交的概率为：

$$\begin{aligned}\Pr\left(\sum_{n=1}^{N} c_n^{(1)} c_n^{*(2)} = 0\right) &= \binom{N}{N/2} \left(\frac{1}{2}\right)^{N/2} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-N/2} \\ &= \binom{N}{N/2} 2^{-N}.\end{aligned} \tag{34}$$

由于精确正交的概率 (34) 在 N 较大时渐近趋于零，因此转而考虑概率：

$$\begin{aligned}&\Pr\left(-\lceil \kappa\, N/2 \rfloor \le \sum_{n=1}^{N} c_n^{(1)} c_n^{*(2)} \le \lceil \kappa\, N/2 \rfloor\right) \\ &\qquad = \sum_{n=-\lceil \kappa\, N/2 \rfloor}^{\lceil \kappa\, N/2 \rfloor} \binom{N}{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{N}\end{aligned} \tag{35}$$

对于某些较小的 $\kappa \ge 0$。图5展示了两个不同因子值 κ 下，概率（35）随 N 的变化情况。这些概率反映了需要生成多少随机扩频序列，才能从中选出所需数量且互正交性达到可接受水平的序列。

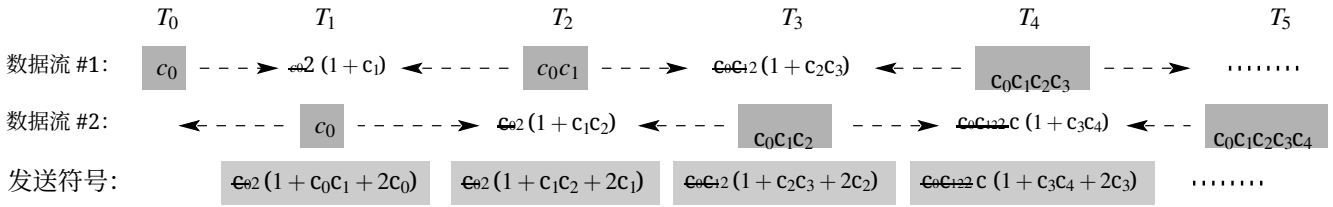

图6。 通过脉冲成形二进制复用调制传输的差分编码 M 元相移键控符号 .

D. 差分编码序列

差分相移键控是快衰落信道中常用的一种调制方案，因为它无需恢复绝对相位参考。图6展示了通过脉冲成形二进制复用调制传输的差分编码 M 元相移键控符号（8）。具体而言，第 n 个发送符号为:

$$\begin{aligned} s_n &= \left(\prod_{k=0}^{n-2} c_k\right) \frac{1 + c_{n-1}c_n + 2c_{n-1}}{2} \\ &= \frac{1}{2}\left(\prod_{k=0}^{n-2} c_k\right) + \frac{1}{2}\left(\prod_{k=0}^{n-1} c_k\right) c_n + \left(\prod_{k=0}^{n-1} c_k\right). \end{aligned} \tag{36}$$

因此，差分解调可表示为:

$$\begin{aligned} c_n &= \left(2s_n - \left(\prod_{k=0}^{n-2} c_k\right) - 2\left(\prod_{k=0}^{n-1} c_k\right)\right)\left(\prod_{k=0}^{n-1} c_k\right)^* \\ &= 2s_n \left(\prod_{k=0}^{n-1} c_k^*\right) - c_{n-1}^* - 2. \end{aligned} \tag{37}$$

下一节将评估该调制方案的性能。

V. 数值示例

使用向量表示法来生成经频率非选择性衰落信道传输的脉冲成形二进制复用调制 (18) 的接收样本会很方便。与发送符号向量 $\boldsymbol{s}$ 对应的 N 个接收样本组成的向量 $\boldsymbol{r}$，可表示为:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{s}\,\boldsymbol{A}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{h}) + \boldsymbol{w}\,\boldsymbol{A}_0^T$$

其中， $\boldsymbol{h}$ 是衰落信道系数向量， $\boldsymbol{w}$ 是加性高斯白噪声样本，而 $(N \times N)$ 码间干扰矩阵为：

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & & \\ 1/2 & 1 & 1/2 & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1/2 & 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_0 \, \boldsymbol{A}_0^T.$$

Th最优检测要求首先对白化加性噪声，如下所示： [4]

$$\boldsymbol{r} \, \boldsymbol{A}_0^{-T} = \boldsymbol{s} \, \boldsymbol{A} \, \mathrm{diag}(\boldsymbol{h}) \; \boldsymbol{A}_0^{-T} + \boldsymbol{w}.$$

然后，对序列 $\boldsymbol{s}$ 进行最大似然（ML）检测，得到：

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min_{\boldsymbol{s}} \left\| \boldsymbol{r} \, \boldsymbol{A}_0^{-T} - \boldsymbol{s} \, \boldsymbol{A} \, \mathrm{diag}\left(\hat{\boldsymbol{h}}\right) \; \boldsymbol{A}_0^{-T} \right\|^2 \tag{38}$$

其中， $\hat{\boldsymbol{h}}$ 是 $\boldsymbol{h}$ 的估计值， $\boldsymbol{h}$ 表示信道状态信息（CSI）。

为简化起见，假设采用未编码的二进制相移键控（BPSK）调制，且衰落幅度服从瑞利分布， $\boldsymbol{h}$。发送序列按照图 4 所示交错排列导频符号和数据符号。通过线性最小均方误差（LMMSE）算法，利用导频符号估计信道系数 $\boldsymbol{h}$。脉冲成形二进制复用的频谱效率为 2，始终高于奈奎斯特信号传输的频谱效率，后者为 $2/（1+\alpha）$。

图 7 和图 8 分别展示了数据序列长度为 $L_{\mathrm{d}} = 4$ 和 $L_{\mathrm{d}} = 8$ 个二进制符号、且由单个零符号隔开的情况下的误码率曲线 P_{e}。信噪比定义为 $\gamma_b = 1/（2\sigma_w^2）$。同时考虑完美 CSI 和估计得到的 CSI 两种情况。以采用逐符号判决的奈奎斯特信号传输（无符号间干扰）作为参考。脉冲成形复用信号传输采用最大似然数据检测器（38）。

可以看出，与奈奎斯特信号传输相比，信道估计造成的性能损失对脉冲成形复用的影响要大得多，这在预料之中。加权匹配滤波器可使这两种传输方案的性能提升数 dB。更重要的是，脉冲成形复用可利用衰落信道中的时间分集，使性能随数据块长度增加而改善，因此在中高信噪比下，其性能可显著优于奈奎斯特信号传输。采用更先进的信道估计和均衡技术，有望进一步提升脉冲成形复用的性能。为展示时间分集的作用，图 9 显示，在

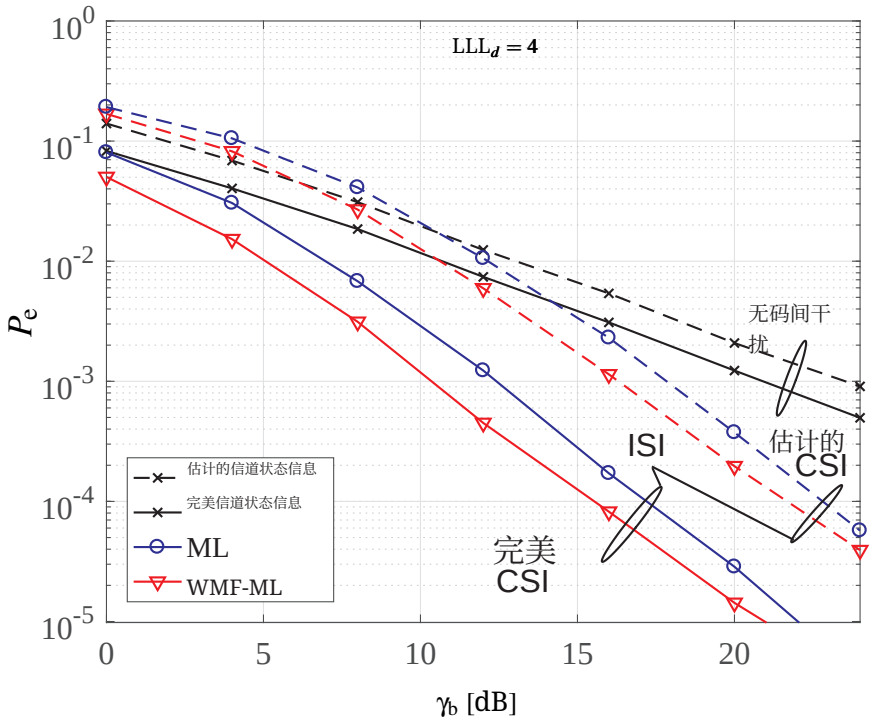

图7. 在瑞利衰落信道中，长度为4个二进制符号的序列的BPSK误码率与信噪比的关系。

加性高斯白噪声信道中，脉冲成形复用的性能不如奈奎斯特信号传输，尽管加权匹配滤波器可以弥补部分性能损失。

最后，图10比较了在加性高斯白噪声信道中传输差分编码正交相移键控（QPSK）符号时，奈奎斯特调制与脉冲成形复用调制的误码率性能。可以观察到，尽管脉冲成形复用在渐近意义下会产生3 dB 惩罚的信噪比损失，但它将传输整个符号序列所需的时间缩短至原来的一半。

VI. 结论

本文介绍了一种脉冲成形二进制复用调制。这种调制方案类似于部分响应信令、相关编码、偏移四相移相键控调制和 FTN信号传输。它在受控码间串扰条件下复用两路数据流；这种码间串扰由滚降率为 100% 的根升余弦脉冲产生，且信号以两倍奈奎斯特速率传输。码间串扰分析表明，在所有滚降因子不超过 100%、压缩因子大于 5% 的情形中，这是一个独特的特性。然而，接收机匹配滤波器输出端的加性噪声连续采样值

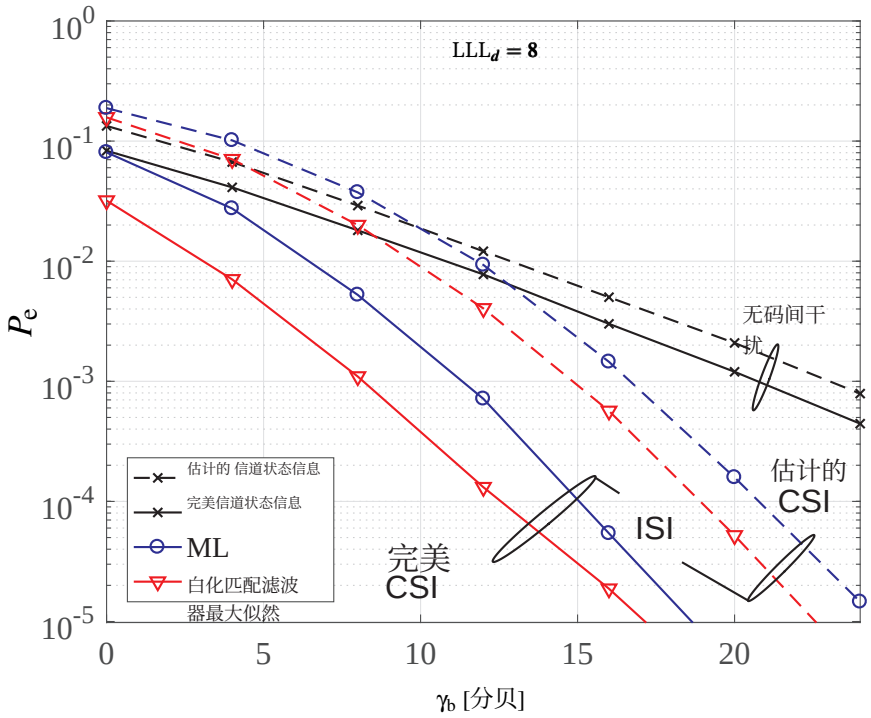

图 8. 长度为 8 的二进制符号序列在瑞利衰落信道中的二进制相移键控误码率与信噪比的关系。

会变得相关，从而导致信噪比性能损失。正如其他文献所示，采用更复杂的基于序列的检测方案可以减轻甚至消除这一损失。所提出的脉冲成形二进制复用调制方案的误码率性能和译码复杂度，都会受到发送序列选择的显著影响。可以考虑采用叠加调制与串行干扰消除解码，在数据符号之间插入导频和零符号以辅助信道估计和数据解码，还可以采用正交扩频序列来分离复用数据流。数值结果表明，脉冲成形二进制复用能够利用衰落信道中的时间分集，获得优于奈奎斯特信号传输的性能。此外，数值结果还表明，与经典奈奎斯特传输相比，采用所提出的调制方案可以将差分编码的相移键控符号序列的传输速率提高一倍，但在加性高斯白噪声信道中会有 3 dB 的信噪比损失。

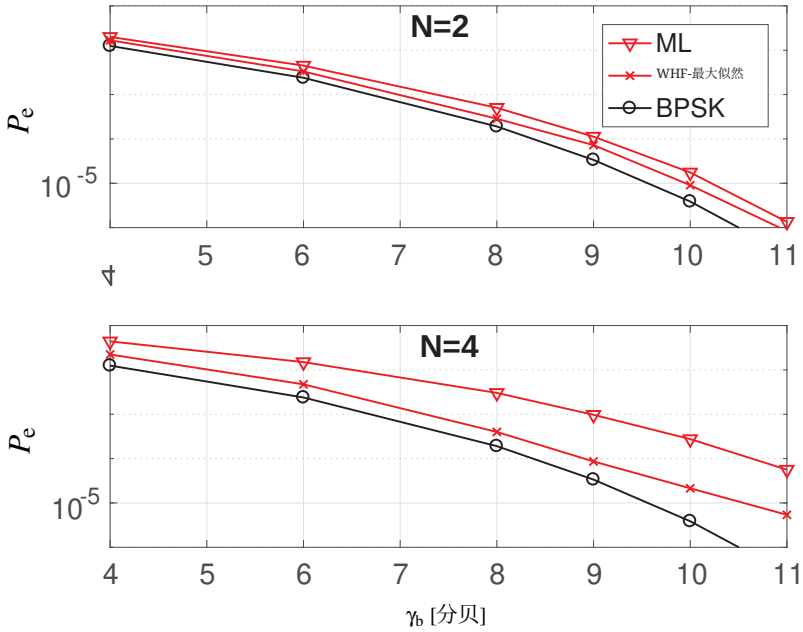

图 9. Th 对于长度分别为 2 和 4 个二进制符号的序列，加性高斯白噪声信道中二进制相移键控的误码率与信噪比的关系 .

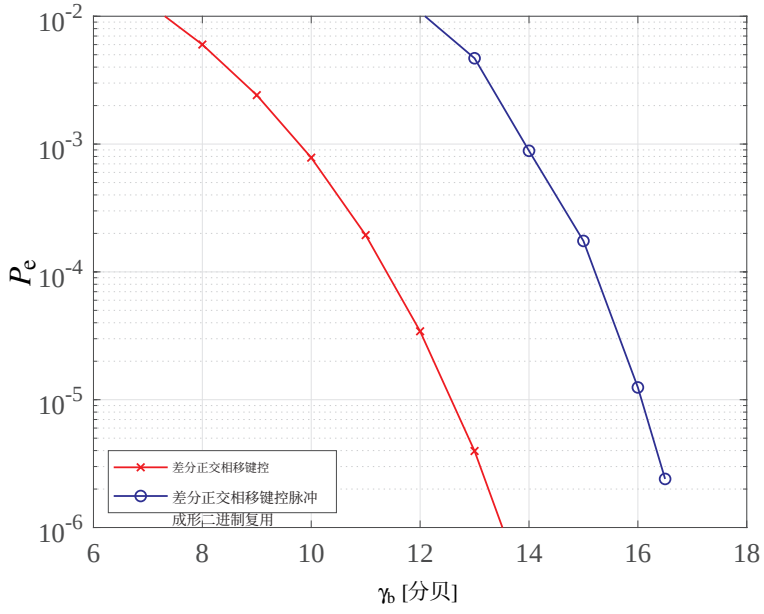

图10. 在加性高斯白噪声信道中传输的采用奈奎斯特成形和脉冲成形二进制复用（PSBM）调制的差分编码QPSK的误码率对比。

参考文献

[1] J. Zhou、D. Li 和 X. Wang，“广义奈奎斯特速率信令”，载于 ISIT，2012年，第1478–1482页。[2] J. B. Anderson、F. Rusek 和 V. Öwall，“奈奎斯特速率信令”，IEEE 会议录，第101卷，第8期，第1817–1830页，2013年8月。[3] A. Liveris 和 C. Georghiades，“利用奈奎斯特速率信令”，IEEE通信汇刊，第51卷，第9期，第1502–1511页，2003年9月。[4] J. G. Proakis 和 M. Salehi，《数字通信》，第5版。麦格劳-希尔教育，美国纽约州，2008年。[5] L. Landau、M. Dörpinghaus 和 G. P. Fettweis，“接收机中的1比特量化与过采样：带噪声带限信道上的通信”，IEEE通信快报，第21卷，第5期，第1007–1010页，2017年5月。[6] A. Modenini、G. Colavolpe 和 N. Alagha，“如何通过时频压缩和高级处理显著提升线性调制的频谱效率”，载于 ICC会议论文集，2012年，第3260–3264页。[7] J. Fan、S. Guo、X. Zhou、Y. Ren、G. Y. Li 和 X. Chen，“奈奎斯特速率信令：综述”，IEEE Access，第5卷，第1925–1940页，2017年2月。[8] Y. Yamada、M. Sawahashi 和 K. Saito，“频率选择性衰落信道中奈奎斯特速率信令时域和频域压缩的性能”，载于 APCC，2015年，第550–554页。[9] T. E. Bogale、L. B. Le、X. Wang 和 L. Vandendorpe，“单输入多输出无线系统中用于容量提升的多径复用”，IEEE无线通信汇刊，第16卷，第10期，第6895–6911页，2017年10月。[10] H. Zhang、X. Huang、J. A. Zhang 和 Y. J. Guo，“面向高速宽带无线通信系统的双脉冲成形传输与均衡”，IEEE电路与系统汇刊I，第67卷，第7期，第1549–8328页，2020年7月。[11] H. Li、X. Huang、J. A. Zhang、H. Zhang 和 Z. Cheng，“ 采用基于 sinc 函数的互补奈奎斯特脉冲的双脉冲成形传输 ”，IET 通信，第 16 卷，第 17 期，第 2091–2104页，2022年10月。[12] E. Bedeer、M. H. Ahmed 和 H. Yanikomeroglu，“一种用于奈奎斯特速率信令的极低复杂度逐符号序列估计器”，IEEE Access，第5卷，第7414–7422页，2017年6月。[13] J. Bas 和 A. A. Dowhuszko，“面向高通量卫星系统光馈电链路的线性时域压缩检测器”，载于 GC-ElecEng，2020年，第21–26页。[14] Q. Shi、N. Wu、X. Ma 和 H. Wang，“奈奎斯特速率信令的频域联合信道估计与译码”，IEEE通信汇刊，第66卷，第2期，第781–795页，2018年2月。[15] N. Wu、W. Yuan、Q. Guo 和 J. Kuang，“频率选择性衰落信道上FTN信号传输的联合信道估计与译码混合BP-EP-VMP方法”，IEEE Access，第5卷，第6849–6858页，2017年5月。[16] P. Loskot，“面向无线传感器网络的广义FSK物理层设计”，载于 Chinacom，2012年，第362–367页。[17] A. K. Jagannatham 和 B. D. Rao，“叠加导频与传统导频在信道估计中的比较”，载于 ACSSC，2006年，第767–771页。