面向 ESPRIT 的毫米波信道估计预编码器设计

Musa Furkan Keskin*、Alessio Fascista†、Fan Jiang‡、Angelo Coluccia†、Gonzalo Seco-Granados§、Henk Wymeersch*
*查尔姆斯理工大学，瑞典，†萨伦托大学，意大利，
‡哈尔姆斯塔德大学，瑞典，§巴塞罗那自治大学，西班牙

arXiv:2301.01585v1 [eess.SP] 4 Jan 2023

摘要—本文研究下行毫米波多输入单输出通信中用于波束空间出发角（AoD）估计的面向 ESPRIT 的预编码器设计问题。标准预编码器（即定向波束/和波束）在出发角估计中表现较差，而针对克拉美–罗界优化的预编码器则会破坏 ESPRIT 所谓的移位不变性（SIP）。为解决这一问题，我们构建了面向 ESPRIT 的预编码器设计问题，对预编码矩阵和 ESPRIT 的移位不变性恢复矩阵进行联合优化。针对模拟波束成形架构，我们提出一种交替优化方法，在单位模约束下更新这两个矩阵。仿真结果验证了所提方法的有效性，并揭示了面向 ESPRIT 的预编码器波束图的若干重要特性。

索引词—预编码器设计、波束空间 ESPRIT、信道估计、毫米波通信。

I. 引言

5G 定位在很大程度上依赖毫米波频段及其充足的带宽和大型天线阵列 [1]–[3]。大带宽可提供高时延分辨率，但优化空间有限，因为基站（BS）必须使用互不重叠的子载波来实现多基站定位方案。大型天线阵列能够提供高角度分辨率，并具备在空间域塑造信号的能力，例如用于干扰控制，也可优化定位性能 [4]。利用更高的分辨率并采用优化的空间设计，可提升信道估计流程的性能；该流程能够检测路径数量，并估计每条路径的几何参数（即到达时间（ToA）、到达角（AoA）和出发角（AoD））[5]。由于信道估计是通信、定位和感知的联合功能，因此开发既准确又具有适中复杂度的方法至关重要 [6]，尤其是对于面向 6G 多功能无线网络的通感一体化（ISAC）系统 [7]。

在一般的基于导频的信道估计设置中，给定接收信号序列，最优信道参数即为最大后验（MAP）估计。然而，最大后验估计中采用的优化方法可能需要大量计算。另一方面，值得注意的是，由于到达接收端的多径数量有限，且其路径增益相对较强，毫米波信道通常具有稀疏性。因此，研究人员提出了稀疏性启发的低复杂度信道估计方法 [8]–[13]。其中，基于旋转不变技术信号参数估计（ESPRIT）的信道估计方法因在估计性能与复杂度之间取得了良好折衷而得到广泛研究 [11]–[13]。近年来，基于 ESPRIT 的方法已应用于波束空间；这很有吸引力，因为在大多数大规模 MIMO 毫米波

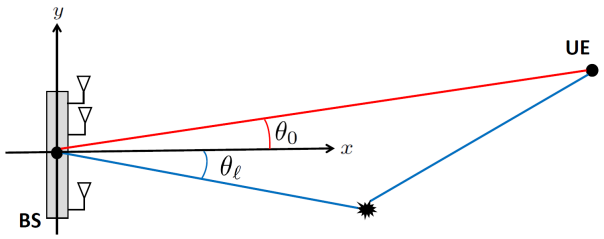


图 1. 毫米波 MISO 下行场景，其中用户设备旨在利用高分辨率波束空间 ESPRIT 方法估计多条传播路径的出发角。

系统中都会采用模拟和/或数字波束成形结构 [13]–[15]。然而，要应用波束空间 ESPRIT 方法，预编码器必须满足移位不变性（SIP）。此类预编码矩阵的示例包括离散傅里叶变换（DFT）波束 [13], [16] 和定向波束 [14]。当预编码矩阵不满足 SIP 时，在推导波束空间 ESPRIT 方法的过程中需要进行近似处理，从而导致性能下降 [14]。此外，针对克拉美´–罗下界（CRB）优化的预编码器设计的研究表明，最优预编码矩阵通常不满足 SIP [4], [17], [18]。换言之，将低复杂度 ESPRIT 方法与 CRB 优化的预编码器结合使用时，性能损失不可避免。

本文研究毫米波通信中面向出发角估计的 ESPRIT 导向预编码器设计问题，旨在设计一种在准确度方面近乎最优的预编码方案，同时利用 ESPRIT 方法进行低复杂度、高分辨率的信道估计。我们的具体贡献如下：

- 我们将面向 ESPRIT 的预编码器设计问题建模为波束图合成问题，并对预编码矩阵和 ESPRIT 的移位不变性恢复矩阵进行联合优化。
- 我们提出一种交替优化策略，在对各预编码器元素施加单位模约束的条件下，依次更新预编码器和移位不变性恢复矩阵，适用于纯相位波束成形架构。
- 通过仿真结果，我们深入分析了所得面向 ESPRIT 的预编码器的波束图，并验证了所提出的设计方法在基于 ESPRIT的信道估计中的有效性。

II. 系统模型与问题描述

A. 系统模型

如图 1 所示，我们考虑一个毫米波 MISO 下行链路（DL）平坦衰落通信场景，其中基站配备 N_{Tx} 根天线，用户设备（UE）配备一根天线。

考虑到存在 L 条传播路径[1]，，用户设备在传输时刻 m 、快照 n 处接收到的信号为

$$y_{m,n} = \sqrt{P}\sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{\ell,n}\, \mathbf{a}^{\mathsf{T}}(\theta_\ell)\mathbf{f}_m s_{m,n} + z_{m,n} \tag{1}$$

对于 $m = 1,\ldots,M$ 和 $n = 1,\ldots,N$，其中 M 和 N 分别表示传输次数和快照数[2]。在式 (1) 中， P 表示发射功率，$[\mathbf{a}(\theta)]_k = e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} k \sin\theta}$，$k = 0,\ldots,N_{\mathrm{Tx}}-1$ 是基站发射阵列的导向矢量， $\lambda = c/f_c$ 是波长，其中 c 和 f_c 分别表示传播速度和载波频率， d 是阵元间距，$\mathbf{f}_m \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{Tx}}\times 1}$ 表示时刻 m 的基站预编码器， α_ℓ 、 n 和 θ_ℓ 分别是第 ℓ^{th} 条路径在第 n^{th} 个快照中的复信道增益和出发角，$s_{m,n}$ 是导频符号，$z_{m,n} \sim \mathcal{CN}(0,\sigma^2)$ 是功率为 σ^2 的加性白高斯噪声（AWGN）。为简单起见，我们设 $s_{m,n} = 1, \forall m,n$。

对 M 次传输的观测值 (1) 进行汇总，可得第 n^{th} 个快照处的接收信号

$$\mathbf{y}_n = \sqrt{P}\mathbf{F}^{\mathsf{T}}\mathbf{V}\boldsymbol{\alpha}_n + \mathbf{z}_n \ , \tag{2}$$

其中 $\mathbf{y}_n \triangleq [y_{1,n}\ \cdots\ y_{M,n}]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ $\mathbf{F} \triangleq [\mathbf{f}_1\ \cdots\ \mathbf{f}_M] \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{Tx}}\times M}$，$\mathbf{F}$ 为满足 $\mathrm{tr}\left(\mathbf{F}\mathbf{F}^{\mathsf{H}}\right) = M$ 的预编码矩阵，$\mathbf{V} \triangleq [\mathbf{a}(\theta_0)\ \cdots \mathbf{a}(\theta_{L-1})] \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{Tx}}\times L}$，$\boldsymbol{\alpha}_n \triangleq [\alpha_{0,n}\ \cdots\ \alpha_{L-1,n}]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{C}^{L\times 1}$，且 $\mathbf{z}_n \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0},\sigma^2\mathbf{I})$ 表示加性白高斯噪声分量。

B. 问题描述

在所考虑的毫米波场景中，用户设备旨在利用波束空间 ESPRIT[16], [21] ，根据 (2) 中的波束空间观测 $\{\mathbf{y}_n\}_{n=1}^N$ 估计出发角 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_0\ \cdots\ \theta_{L-1}]^{\mathsf{T}}$。我们要解决的问题是设计基站预编码矩阵 $\mathbf{F}$ ，以最大限度提高用户设备对 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计精度，同时尽可能保留基于ESPRIT的估计 [16]所需的移位不变性。

III. 面向 ESPRIT 的预编码器设计

本节回顾波束空间 ESPRIT，并重新讨论移位不变性（SIP），它会对预编码器施加特定结构。基于这一结构，并采用一个不考虑 ESPRIT 的基准预编码器 $\mathbf{F}^{\mathrm{base}}$ （将在第 IV-A 节中介绍），我们构建了一个新颖的预编码器设计问题，同时优化波束图合成精度（相对于 $\mathbf{F}^{\mathrm{base}}$）和 ESPRIT SIP误差（即移位不变性的退化程度），从而使基于ESPRIT的估计器达到近乎最优的性能。

A. 波束空间 *ESPRIT* 回顾

根据式（2），我们计算协方差矩阵

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathbf{y}_n\mathbf{y}_n^{\mathsf{H}} = P\mathbf{F}^{\mathsf{T}}\mathbf{V}\Big(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{\alpha}_n\boldsymbol{\alpha}_n^{\mathsf{H}}\Big)\mathbf{V}^{\mathsf{H}}\mathbf{F}^{*} + \sigma^2\mathbf{I} \ , \tag{3}$$

其中 $\mathbf{V}$ 是具有移位不变性（SIP）的范德蒙矩阵，满足 $\mathbf{J}_1\mathbf{V} = \mathbf{J}_2\mathbf{V}\boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{H}}$ 其中 $\mathbf{J}_1 = \left[\mathbf{I}_{N_{\mathrm{Tx}}-1}, \mathbf{0}_{(N_{\mathrm{Tx}}-1)\times 1}\right] \in \mathbb{R}^{(N_{\mathrm{Tx}}-1)\times N_{\mathrm{Tx}}}$ 且 $\mathbf{J}_2 = \left[\mathbf{0}_{(N_{\mathrm{Tx}}-1)\times 1}, \mathbf{I}_{N_{\mathrm{Tx}}-1}\right] \in \mathbb{R}^{(N_{\mathrm{Tx}}-1)\times N_{\mathrm{Tx}}}$ 是选择矩阵，且 $\boldsymbol{\Phi} = \mathrm{Diag}([[\mathbf{a}(\theta_0)]_1, [\mathbf{a}(\theta_1)]_1, \cdots, [\mathbf{a}(\theta_{L-1})]_1]^{\mathsf{T}})$。在式（3）中，我们假设 $\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{\alpha}_n\boldsymbol{\alpha}_n^{\mathsf{H}}$ 是对角矩阵（即各条路径彼此不相关），这意味着信号子空间的维数为 L。在预编码情形下，文献 [14], [16] 已证明，如果矩阵 $\mathbf{F}$ 具有移位不变性（SIP），即

$$\mathbf{J}_1\mathbf{F} = \mathbf{J}_2\mathbf{F}\boldsymbol{\Lambda} \tag{4}$$

对于某个非奇异的 $\boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{C}^{M\times M}$，我们可以通过寻找一个非零矩阵 $\mathbf{C} = \mathbf{F}^{\mathsf{T}}\mathbf{V}$，恢复移位不变性，满足

$$\mathbf{Q}\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathsf{T}}\mathbf{C} \ , \tag{5}$$

其中 $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{M\times M}$ 满足

$$\mathbf{Q}[\mathbf{F}^T\mathbf{e}_M \quad \boldsymbol{\Lambda}^{\mathsf{T}}\mathbf{F}^{\mathsf{T}}\mathbf{e}_1] = \mathbf{0}, \tag{6}$$

并且 $\mathbf{e}_m \in \mathbb{R}^{N_{\mathrm{Tx}}\times 1}$ 是单位矩阵 $\mathbf{I}_{N_{\mathrm{Tx}}}$ 的第 m 列。由式 (6) 可得，$\mathbf{Q}$ 可表示为 $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_M - \sum_{i=0}^{1}\mathbf{q}_i\mathbf{q}_i^{\mathsf{H}}$，其中 $\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1 \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 是正交归一列向量，张成与 $[\mathbf{F}^T\mathbf{e}_M \quad \boldsymbol{\Lambda}^{\mathsf{T}}\mathbf{F}^{\mathsf{T}}\mathbf{e}_1] \in \mathbb{C}^{M\times 2}$ [14]对应的子空间。由于式 (4) 中无法始终保证完美的移位不变性[3]，可以采用最小二乘（LS）解来求得近似的 $\boldsymbol{\Lambda}$ [14]:

$$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_{\mathrm{LS}} = \arg\min_{\boldsymbol{\Lambda}} \ \|\mathbf{J}_1\mathbf{F} - \mathbf{J}_2\mathbf{F}\boldsymbol{\Lambda}\|_F^2 \tag{7}$$

$$= \left(\mathbf{F}^H\mathbf{J}_2^H\mathbf{J}_2\mathbf{F}\right)^{-1}\mathbf{F}^H\mathbf{J}_2^H\mathbf{J}_1\mathbf{F} \ , \tag{8}$$

其中 $\|\cdot\|_F$ 表示弗罗贝尼乌斯范数。

给定协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 的估计值后，可通过奇异值分解（或截断奇异值分解）运算得到信号子空间矩阵 $\mathbf{U}_{\mathrm{s}} \in \mathbb{C}^{M\times L}$。由于 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{U}_{\mathrm{s}}$ 张成相同的信号子空间，因此有 $\mathbf{C} = \mathbf{U}_{\mathrm{s}}\mathbf{T}$，其中 $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{L\times L}$ 是一个非奇异矩阵。利用式 (5) 中 $\mathbf{C}$ 的移位不变性，可进一步得到 $\mathbf{Q}\mathbf{U}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{\Pi} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathsf{T}}\mathbf{U}_{\mathrm{s}}$ ，其中 $\boldsymbol{\Pi} = \mathbf{T}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{T}^{-1}$。 $\boldsymbol{\Phi}$ 中的对角元素将用于估计各条路径的出发角。波束空间 ESPRIT 方法可概括如下:

- 对于给定的 $\mathbf{F}$，求出 $\boldsymbol{\Lambda}$ 和 $\mathbf{Q}$ 。
- 利用多个快拍，获得 $\mathbf{R}$ 的估计 $\mathbf{R}$ 。
- 对 $\mathbf{R}$ 进行奇异值分解（或截断奇异值分解），得到 $\mathbf{U}_{\mathrm{s}}$。
- 求出 $\boldsymbol{\Pi}$ 的最小二乘（LS）解： $\boldsymbol{\Pi} = (\mathbf{Q}\mathbf{U}_{\mathrm{s}})^{\dagger}\mathbf{Q}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathsf{T}}\mathbf{U}_{\mathrm{s}}$，其中 $(\cdot)^{\dagger}$ 表示摩尔-彭若斯伪逆。
- 对 $\boldsymbol{\Pi}$ 进行特征值分解，得到 $\boldsymbol{\Phi}$ 的估计，并提取相应的出发角。

B. 考虑移位不变性的面向 *ESPRIT* 的预编码器设计

我们将面向 ESPRIT 的预编码器设计问题表述为通过联合优化 $\mathbf{F}$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}$ 进行波束图合成，并以 ESPRIT无约束预编码器 $\mathbf{F}^{\mathrm{base}}$ 生成的期望波束图作为基准。目标是最小化波束图合成误差与 ESPRIT SIP误差的加权平均，其中 ESPRIT SIP误差由式（7）中的最小二乘解误差量化:

$$\min_{\mathbf{F},\boldsymbol{\Lambda}} \quad \underbrace{\left\|\mathbf{B} - \mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{F}\right\|_F^2}_{\substack{\text{beampattern synthesis}\\ \text{accuracy}}} + \eta\underbrace{\|\mathbf{J}_1\mathbf{F} - \mathbf{J}_2\mathbf{F}\boldsymbol{\Lambda}\|_F^2}_{\substack{\text{SIP approximation}\\ \text{error}}} \tag{9a}$$

$$\text{s.t.} \ \ |[\mathbf{F}]_{n,m}| = 1, \forall n,m \ , \tag{9b}$$

[1]我们考虑一个毫米波跟踪场景 [17], [19], [20]，其中已知 L。[2]在此，快拍例如可以对应于正交频分复用（OFDM）系统中的不同子载波。在这种情况下，合理的假设是信道增益 $\alpha_{\ell,\ n}$ 随快拍变化，而出发角 θ_ℓ 保持不变。

[3]对于 DFT 波束和定向波束/和波束（即导向向量），完全满足移位不变性。

算法1 通过联合优化$\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{\Lambda}$进行面向 ESPRIT 的预编码器设计（见式（9））

输入： 基准预编码器$\mathbf{F}^{\text{base}}$，发射导向矩阵 $\mathbf{A}$、选择矩阵$\mathbf{J}_1$ 和$\mathbf{J}_2$，，SIP误差权重 η，收敛阈值 ϵ。
输出： 面向 ESPRIT 的预编码器$\mathbf{F}$，恢复移位不变性的矩阵 $\mathbf{\Lambda}$.
初始化：
将预编码器初始化为 $\mathbf{F}=\mathbf{F}^{\text{base}}$。
将移位不变性恢复矩阵初始化为 $\mathbf{\Lambda}=\widehat{\mathbf{\Lambda}}_{\text{LS}}$ 通过式 (8)。
交替优化迭代：
重复
　　通过 [22, 算法 1]更新 (12) 中的$\mathbf{F}$ 。
　　通过 (8) 更新 $\mathbf{\Lambda}$ 。
直到目标函数 (9a) 收敛。

其中，$\mathbf{B}=\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{F}^{\text{base}}\in\mathbb{C}^{N_{\text{grid}}\times M}$ 表示对应于$\mathbf{F}^{\text{base}}$在 N_{grid}角度网格点 $\{\theta_i\}_{i=1}^{N_{\text{grid}}}$处的期望波束图，$\mathbf{A}=\left[\mathbf{a}(\theta_1)\cdots\mathbf{a}(\theta_{N_{\text{grid}}})\right]\in\mathbb{C}^{N_{\text{Tx}}\times N_{\text{grid}}}$是根据指定网格位置计算得到的发射导向矩阵，而 η 是预定义的移位不变性误差权重，用于在波束图合成精度与移位不变性近似误差之间实现适当的权衡。此外，施加约束(9b)，以确保与仅相位波束成形架构 [22] （例如模拟无源阵列[23]）兼容。对于相位-幅度波束成形（例如通过有源相控阵 [23]实现），该问题是问题(9)在不含约束(9b)时的特例。

C. 求解(9)的交替优化

问题 (9) 是非凸的，这是因为*(i)* 关于联合变量$\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{\Lambda}$ 的 (9a) 非凸，以及*(ii)* (9b) 中的单位模约束。为解决 (9)，我们采用交替优化方法，迭代更新$\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{\Lambda}$ 。

1) 固定 $\mathbf{\Lambda}$ 时优化 $\mathbf{F}$：利用克罗内克积的向量化性质，目标函数 (9a) 可重写为

$$\begin{aligned} &g(\mathbf{f}) \\ &=\left\|\mathbf{b}-\left(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{A}^T\right)\mathbf{f}\right\|_2^2+\eta\left\|\left(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{J}_1-\mathbf{\Lambda}^T\otimes\mathbf{J}_2\right)\mathbf{f}\right\|_2^2\ , \end{aligned}\tag{10}$$

其中 $\mathbf{f}\triangleq\text{vec}\,(\mathbf{F})$ 和 $\mathbf{b}\triangleq\text{vec}\,(\mathbf{B})$。定义

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}&\triangleq\left(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{A}^T\right)^H\left(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{A}^T\right)\\ &\quad+\eta\left(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{J}_1-\mathbf{\Lambda}^T\otimes\mathbf{J}_2\right)^H\left(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{J}_1-\mathbf{\Lambda}^T\otimes\mathbf{J}_2\right)\ ,\\ \mathbf{p}&\triangleq\left(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{A}^T\right)^H\mathbf{b}\ , \end{aligned}\tag{11}$$

对于固定的 $\mathbf{\Lambda}$，问题 (9) 可表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{f}}\ &\mathbf{f}^H\mathbf{Q}\mathbf{f}-2\Re\left\{\mathbf{p}^H\mathbf{f}\right\}\\ \text{s.t.}\ &|f_n|=1,\forall n\ . \end{aligned}\tag{12}$$

问题 (12) 可使用梯度投影迭代通过 [22, Alg. 1] 求解。

2) 优化 $\mathbf{\Lambda}$ 固定的 $\mathbf{F}$：对于固定的$\mathbf{F}$，问题 (9) 的子问题恰好是 (7) 中定义的最小二乘问题，其解由 (8) 给出。

通过交替优化$\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{\Lambda}$ 求解 (9) 的总体算法总结于算法1中。

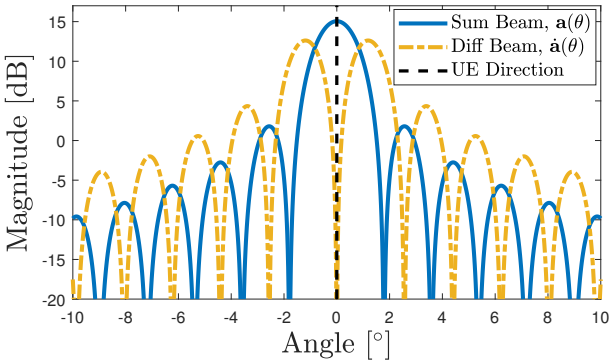


图 2. (13) 中和波束与差波束对应的波束图示意图，其波束指向出发角 $\theta=0°$。和波束的明显优势在于能够最大化目标角度方向上的信噪比，而差波束则凭借其陡峭的曲率，在目标角度附近的小范围内提高出发角估计精度，使微小的角度偏差也能引起显著的幅度变化。

IV. 仿真结果

为评估算法1中提出的面向ESPRIT的预编码器设计方法的性能，我们使用一个毫米波配置进行数值仿真，其中 f_c =28GHz、$N_{\text{Tx}}=64$ 和 $d=\lambda/2$。ℓ^{th} 路径的信噪比 (SNR) 定义为 $\text{SNR}_\ell=P|\alpha_\ell|^2/\sigma^2$。在接下来的部分中，我们首先介绍生成基准预编码器的方法，并给出与面向ESPRIT的预编码器相关的波束图示例，以深入了解ESPRIT信号处理考虑因素如何改变波束图的形状。随后，我们评估所设计预编码器的出发角估计性能。

A. 基于码本的方法进行基准构建

遵循 [4], 中的思路，我们提出通过基于码本的方法构建基准预编码器 $\mathbf{F}^{\text{base}}$。假设基站对出发角 $\boldsymbol{\theta}$ 具有粗略的先验 信息，其形式为不确定区间，例如通过跟踪程序 [4], [24], [25] 获得。令 $\mathcal{U}_\ell=[\theta_{\min,\ell},\theta_{\max,\ell}]$ 表示第 ℓ^{th} 条路径的出发角不确定区间，$\{\theta_{\ell,i}\}_{i=1}^{N_\ell}$ 表示覆盖 $\mathcal{U}_\ell$的均匀间隔出发角，其中网格大小N_ℓ 由 3 dB 波束宽度的角间隔 [26]决定。据此，我们定义码本 [4]

$$\mathbf{F}^{\text{base}}\triangleq\left[\mathbf{F}^{\text{sum}}\ \gamma\mathbf{F}^{\text{diff}}\right]\ ,\tag{13}$$

其中

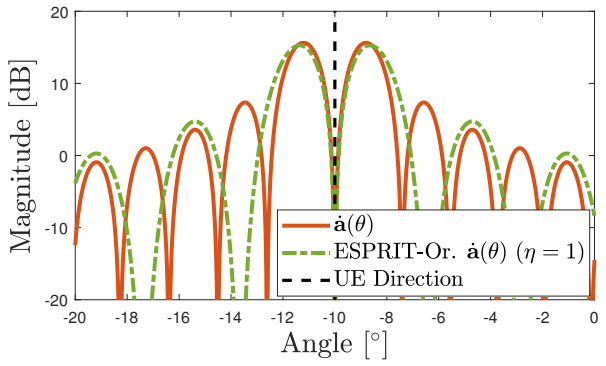
$$\mathbf{F}^{\text{sum}}\triangleq\left[\mathbf{F}_0^{\text{sum}}\cdots\mathbf{F}_{L-1}^{\text{sum}}\right]\ ,\tag{14}$$

$$\mathbf{F}^{\text{diff}}\triangleq\left[\mathbf{F}_0^{\text{diff}}\cdots\mathbf{F}_{L-1}^{\text{diff}}\right]\ ,\tag{15}$$

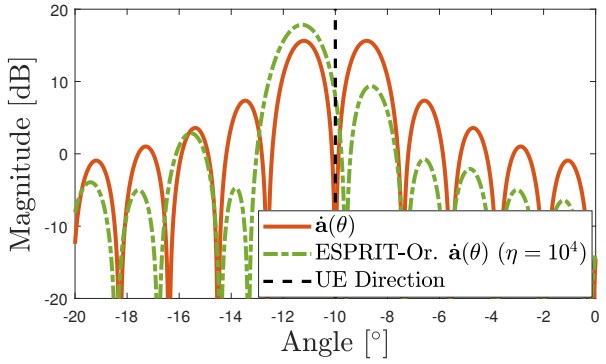
$$\mathbf{F}_\ell^{\text{sum}}\triangleq\left[\mathbf{a}^*(\theta_{\ell,1})\cdots\mathbf{a}^*(\theta_{\ell,N_\ell})\right]\ ,\tag{16}$$

$$\mathbf{F}_\ell^{\text{diff}}\triangleq\left[\dot{\mathbf{a}}^*(\theta_{\ell,1})\cdots\dot{\mathbf{a}}^*(\theta_{\ell,N_\ell})\right]\ ,\tag{17}$$

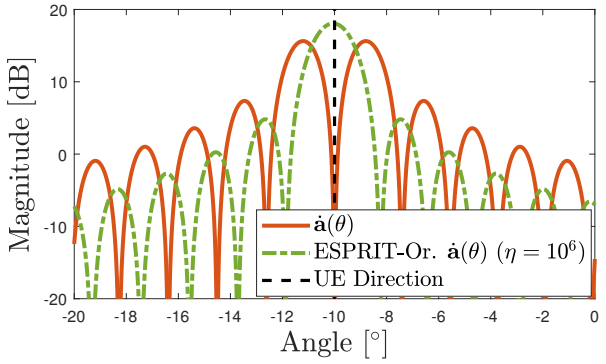
对于 $\ell=0,\ldots,L-1$，其中 $\dot{\mathbf{a}}(\theta)\triangleq\partial\mathbf{a}(\theta)/\partial\theta$。此处，$\mathbf{F}^{\text{sum}}$和 $\mathbf{F}^{\text{diff}}$ 分别对应单脉冲雷达处理中常用的和波束（方向性）与差波束（导数波束），用于实现高精度的出发角估计 [27]。与雷达类似，研究表明，将这些波束结合使用同样是定位的最优方案 [4]。在式（13）中，γ 表示相对于和波束的差波束预设加权因子，仿真中设为 $\gamma=0.01$；在应用 γ之前，$\mathbf{F}^{\text{sum}}$ 和 $\mathbf{F}^{\text{diff}}$ 已归一化为具有相同的弗罗贝尼乌斯范数。为直观展示并提供物理直觉，图2展示了和波束与差波束的波束图。



(a)



(b)



）图3. 对不同 η 取值，通过算法1得到的面向ESPRIT的预编码器的波束图，其中基准预编码器$\mathbf{F}^{\text{base}}$ 设置为满足 $\theta = -10°$的差波束。

*B. ESPRIT*定向预编码器示例

图3展示了以差波束为基准、采用算法1得到的三种不同 η 值对应的面向ESPRIT的预编码器波束图。图4绘出了式（9a）中的相应移位不变性误差随 η变化的情况。当 η较小时，面向 ESPRIT 的预编码器的波束图与差波束非常接近，因为如式（9a）所示，算法1更注重波束图合成精度，而非SIP近似误差。随着 η 增大，移位不变性受到更多重视，这意味着生成的波束逐渐趋近和波束；如第III-A节所述，和波束能够完美满足移位不变性。由此我们得出以下重要观察。

观察1： 随着 η 增大，仅相位*ESPRIT*定向预编码器从差波束逐渐趋向和波束。

为进一步深入了解，我们在图5中展示了不同 η 值下，面向ESPRIT的预编码器在各天线阵元之间的相位差。对于较小的 η，面向ESPRIT的预编码器接近差波束，后者在阵列中心处存在相位跳变。相位差

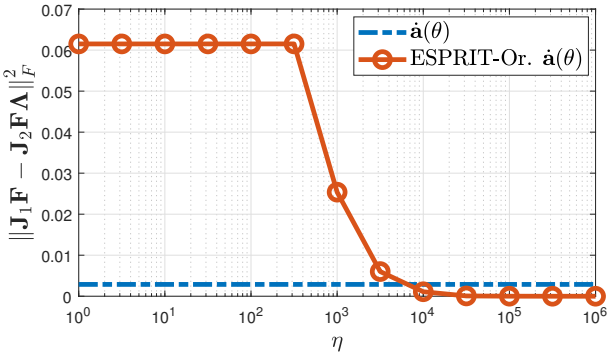


图4. 式(9a)中的SIP误差随惩罚参数 η的变化，其中$\mathbf{F}^{\text{base}}$ 为满足 $\theta = -10°$的差波束。

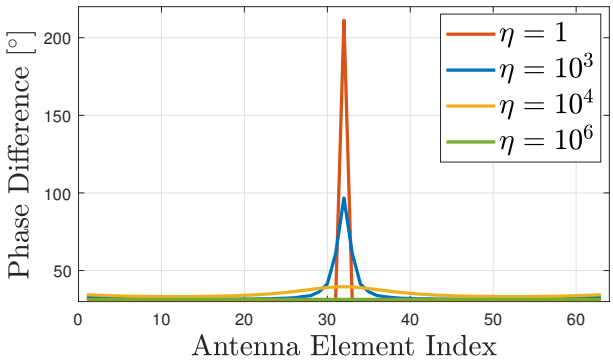


图5. 对不同 η 取值，通过算法1得到的面向ESPRIT的预编码器在各天线阵元上的相位变化，其中基准预编码器取为满足 $\theta = -10°$的差波束。

曲线随着 η 增大而变得更加平滑，这是由于移位不变性要求所致，也使得生成的波束逐渐趋近于和波束（其相位增量均匀）。因此，关于面向ESPRIT的预编码器的第二个重要观察如下所述。

观察2： *ESPRIT*移位不变性要求确保各天线阵元之间的均匀相位增量。

C. 出发角估计性能评估

为了评估通过算法1设计的 ESPRIT 导向预编码器的出发角估计性能，我们考察以 $\boldsymbol{\theta}$ 的均方根误差（RMSE）量化的精度，即，

$$\text{RMSE}_{\boldsymbol{\theta}} = \left(\mathbb{E}\left\{\left\|\widehat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}\right\|^2\right\}\right)^{1/2}, \tag{18}$$

其中，$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = [\widehat{\theta}_0 \cdots \widehat{\theta}_{L-1}]^{\mathsf{T}}$ 表示根据式（2）中的 $\mathbf{y}$ 得到的 $\boldsymbol{\theta}$ 估计值。为获得 $\boldsymbol{\theta}$，我们对式（2）中的观测值 $\mathbf{y}$ 应用第III-A节所述的一维波束空间 ESPRIT [16]。我们进行了 100 次蒙特卡洛试验，每次试验使用 50 个快拍，以构造每次试验中用于 ESPRIT 的协方差矩阵。信道增益α_ℓ 在各个快拍间随机生成，具体方法是将一个固定增益（根据信噪比$_\ell$确定）乘以一个标准差为 10 的随机零均值复高斯系数。此外，根据第IV-B 节的结果，我们在算法 1 中设定 $\eta = 10^5$。为进行性能基准比较，我们考虑以下预编码器：

- 求和：式（14）中的预编码器$\mathbf{F}_{\text{sum}}$ 按定义仅包含单位幅度元素（即导向向量），因此无需进一步优化即可实现纯相位波束成形。
- 和差：式（13）中的预编码器$\mathbf{F}_{\text{base}}$ 通过使用 [22, 算法 1]，进行优化，使其元素具有单位幅度；该算法对应于算法1中的单次$\mathbf{F}$ 更新步骤。

•和差，*ESPRIT*定向： 通过算法1中的 ESPRIT定向预编码器设计算法获得的预编码器。

所有预编码器均经过归一化，使其具有相同的弗罗贝尼乌斯范数 $\|\mathbf{F}\|_F$，从而确保式（2）中的总发射功率在不同策略下保持一致，以便进行公平比较。

我们首先考虑一个 $\theta_0 = 20°$ 和$\mathcal{U}_0 = [17°, 23°]$的单径场景。图6展示了所考虑的预编码策略获得的均方根误差随信噪比变化的情况，并与克拉美–罗下界[4]进行了比较。可以观察到，在低信噪比下，ESPRIT导向的预编码器相比ESPRIT非感知传统和差预编码器带来了明显的性能提升，这表明算法1中所提出设计策略的有效性。然而，在低信噪比下，传统和预编码器的性能优于ESPRIT导向设计；随着信噪比增加，所有预编码器的均方根误差均趋近于克拉美–罗下界。这表明，尽管算法1成功提升了性能，但在此特定场景中，和预编码器似乎是最佳选择。

接下来，我们考虑一种不同的设置，其中 $\theta_0 = 70°$ and$\mathcal{U}_0 = [67°, 73°]$，相关结果如图7所示。可以看到，在中、高信噪比范围内，所提出的面向ESPRIT的设计显著优于传统和预编码器和和差预编码器，性能接近克拉美–罗下界。对比图6和图7可知，算法1带来的性能提升取决于路径的出发角。为进一步探究这一点，我们在图8中绘制了信噪比固定为20dB、角度不确定性程度各异时，均方根误差随路径出发角变化的曲线。一个普遍的观察是，对于所有出发角，面向ESPRIT的和差预编码器都优于未考虑ESPRIT移位不变性条件的标准和差预编码器，这表明算法1能够显著提高基于ESPRIT的估计精度。对于 $\pm 1°$ 不确定性，面向ESPRIT的预编码器在 $\theta \in [-60°, 60°]$ 范围内的均方根误差低于和预编码器，这与 [4], 一致；而在此区间之外，趋势则相反。观察 $\pm 3°$ 不确定性的情况可知，在 $\theta = 0°$附近，和预编码器的性能略优于面向ESPRIT的预编码器；而在阵列的端射方向，即出发角绝对值大于60°时，后者则显著优于前者。此外，对于 $\pm 5°$ 不确定性，所提出的面向ESPRIT的设计相较于

在几乎整个出发角取值范围内的和预编码器，这进一步证明了所提算法的有效性。

最后，我们研究了双路径场景下的均方根误差性能，其中 $\boldsymbol{\theta} = [20°, 70°]$、 $\mathcal{U}_0 = [17°, 23°]$、 $\mathcal{U}_1 = [67°, 73°]$，且信噪比为 $= [20, 0]$ dB。图9绘出了均方根误差随第二条路径信噪比变化的情况；两条路径的信噪比同时变化，同时保持二者的差值不变。可以看出，在中、高信噪比范围内，所提出的基于ESPRIT的设计比基准方案精度更高。与克拉美–罗下界之间的差距可归因于ESPRIT[28], [29] 固有的次优性，以及在$\tilde{}$估计的相关矩阵$\mathbf{R}$中路径未能完全去相关。

V. 结论

本文研究了专门面向基于 ESPRIT 的信道

[4]由于不同预编码器对应的克拉美–罗下界非常接近，为了便于查看图形，我们仅展示与$\mathbf{F}^{\text{sum}}$ 对应的克拉美–罗下界。

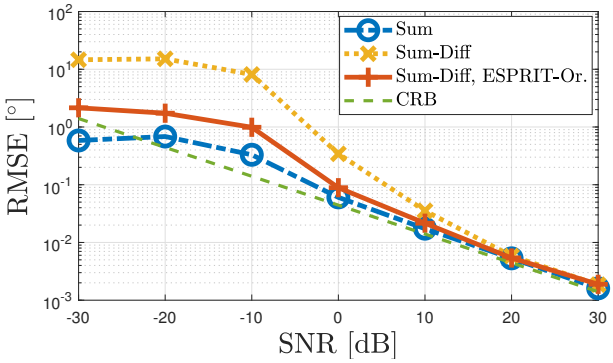


图6. 单径场景下，所考虑的预编码器获得的 ESPRIT 均方根误差随信噪比的变化，其中 $\theta_0 = 20°$ 和 $\mathcal{U}_0 = [17°, 23°]$。

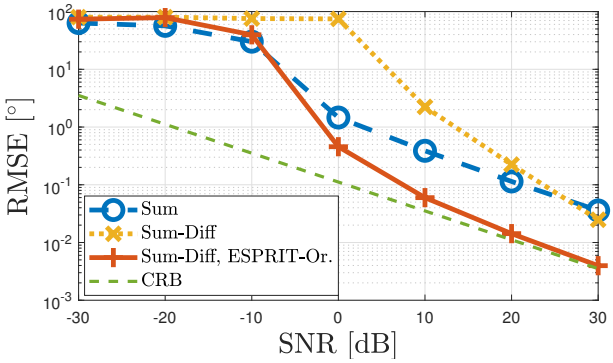


图7. 单径场景下，所考虑的预编码器获得的 ESPRIT 均方根误差随信噪比的变化，其中 $\theta_0 = 70°$ 和 $\mathcal{U}_0 = [67°, 73°]$。

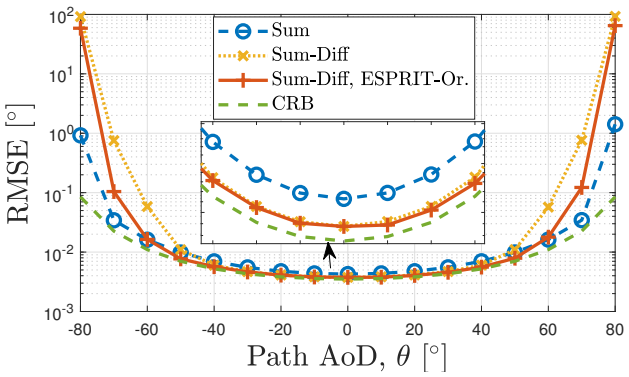
估计的毫米波预编码器设计问题。鉴于标准预编码器（即和波束）无法在出发角估计中取得令人满意的性能，而克拉美–罗下界优化的预编码器（和差波束）会破坏 ESPRIT 的移位不变性，导致 ESPRIT 精度大幅下降，我们提出了一种新颖的面向ESPRIT的预编码器设计方法，联合优化预编码器以及 ESPRIT 中使用的移位不变性恢复矩阵。仿真结果深入揭示了移位不变性要求对面向ESPRIT的预编码器波束图的影响，并展示了所提设计策略的有效性。未来工作中，可采用类似的设计原则将当前研究扩展至更高维度，即基站和用户设备两端均采用二维均匀矩形阵列（URA），并可结合正交频分复用传输，从而为五维信道估计（出发角、到达角和时延）设计面向 ESPRIT 的预编码器和合并器 [14]。

致谢

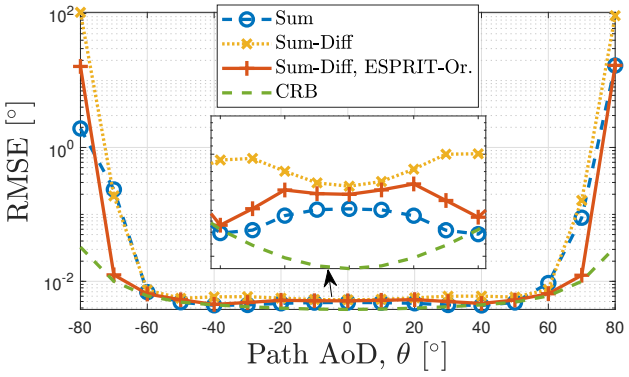
本研究部分由欧盟委员会通过 H2020 项目 Hexa-X（资助协议编号 101015956）、MSCA-IF 资助项目 888913（OTFS-RADCOM）、ICREA Academia计划以及西班牙 R+D 项目 PID2020-118984GB-I00 资助。

参考文献

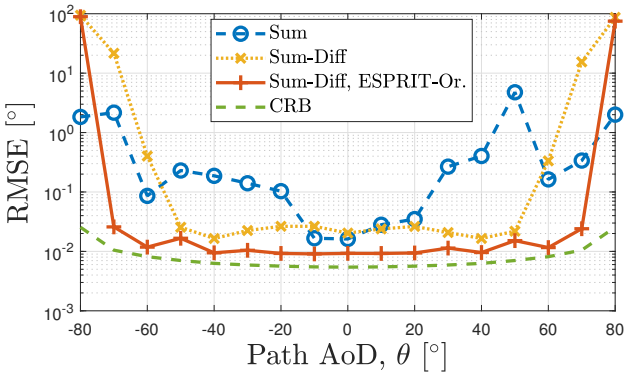
[1] S. Bartoletti 等，“面向 5G 及以后时代车辆安全应用的定位与感知”，*IEEE Communications Magazine*，第 59 卷，第 11 期，第 15–21 页，2021 年。[2] S. Dwivedi 等，“5G网络中的定位”，*IEEECommunications Magazine*，第 59 卷，第 11 期，第 38–44 页，2021 年。[3] A. Fascista 等，“基于出发角和自适应波束成形的单天线用户低复杂度高精度毫米波定位”，载于*IEEE*国际声学、语音与信号处理会议 *(ICASSP)*，2020 年，第 4866–4870 页。



(a)



(b)



) 图8. 在信噪比为 $= 20$dB 时,(c对于角度不确定性分别为 (a) ± 1、(b) ± 3 和 (c) ± 5 度的单径场景，所考虑的预编码器在不同路径出发角下得到的 ESPRIT 均方根误差。

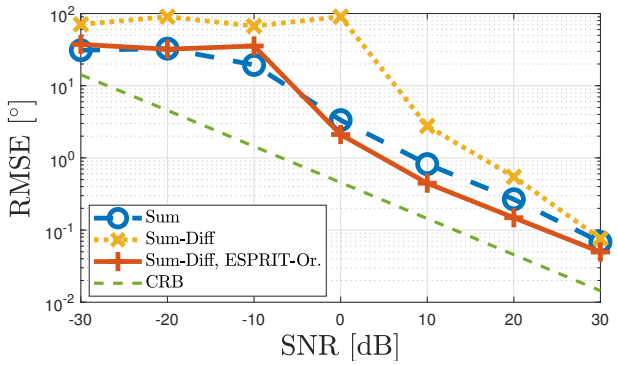


图9. 对于双径场景，所考虑的预编码器在不同信噪比下得到的 ESPRIT 均方根误差，其中 $\boldsymbol{\theta} = [20°, 70°]$，两条路径的不确定性均为 ± 3 度。

[4] M. E. Keskin 等，“不完美同步条件下用于毫米波定位的最优空间信号设计，”IEEE车辆技术汇刊，第 71 卷，第 5 期，第 5558–5563 页，2022 年。[5] 3rd Generation Partnership Project (3GPP)，“新空口定位支持研究 TR 38.855”，无线接入网技术规范组，2019 年。[6] A. Fascista 等，“毫米波多输入单输出系统中的低复杂度下行链路信道估计”，IEEE Wireless Communications Letters，第 11 卷，第 3 期，第 518–522 页，2022 年。[7] J. A. Zhang 等，“通信与雷达联合感知的信号处理技术综述”，IEEE信号处理选题期刊，第 15 卷，第 6 期，第 1295–1315 页，2021 年。[8] Y. Tsai 等，“基于原子范数最小化的毫米波波束成形全维 MIMO 信道估计”，IEEE Transactions on Communications，第 66 卷，第 12 期，第 6150–6163 页，2018 年。[9] J. Lee 等，“毫米波通信中混合 MIMO 系统基于正交匹配追踪的信道估计”，IEEE Transactions on Communications，第 64 卷，第 6 期，第 2370–2386 页，2016 年。[10] A. Alkhateeb 等，“毫米波蜂窝系统中的信道估计与混合预编码”，IEEE信号处理选题期刊，第 8 卷，第 5 期，第 831–846 页，2014 年。[11] F. Jiang 等，“面向同步定位与通信的高维信道估计”，载于 2021 年 IEEE WCNC，南京，中国，2021 年。[12] F. Wen 等，“利用弥散多径实现 5G定位与制图”，IEEE Transactions on Wireless Communications，第 20 卷，第 2 期，第 1164–1174 页，2021 年。[13] J. Zhang 等，“基于张量ESPRIT算法在离散傅里叶变换波束空间中对混合毫米波 MIMO 系统进行无网格信道估计”，IEEE信号处理选题期刊，第 15 卷，第 3 期，第 816–831 页，2021 年。[14] F. Jiang 等，“用于同步定位与通信的波束空间多维ESPRIT方法”，2021 年。 [在线]。网址：https://arxiv.org/abs/ 2111 07450 。[15] F. Wen 等，“基于张量分解的波束空间 ESPRIT 毫米波 MIMO 信道估计”，载于 IEEE全球通信大会，阿布扎比，阿拉伯联合酋长国，2018 年。[16] G. Xu 等，“波束空间 ESPRIT”，IEEE信号处理汇刊，第 42 卷，第 2 期，第 349–356 页，1994 年。[17] N. Garcia 等，“用于跟踪毫米波路径出发角和到达角的最优预编码器”，IEEE信号处理汇刊，第 66 卷，第 21 期，第 5718–5729 页，2018 年 11 月。[18] A. Fascista 等，“RIS辅助联合定位与同步：单天线接收机的波束成形设计与低复杂度估计”，IEEE信号处理选题期刊，第 16 卷，第 5 期，第 1141–1156 页，2022 年。[19] D. Zhang 等，“毫米波 MIMO 跟踪系统的波束分配”，IEEE车辆技术汇刊，第 69 卷，第 2 期，第 1595–1611 页，2020 年。[20] Y. Yang 等，“存在到达方向不确定性时移动毫米波信道跟踪的贝叶斯波束成形”，IEEE Transactions on Communications，第 68 卷，第 12 期，第 7547–7562 页，2020 年。[21] R. Roy 等，“利用旋转不变技术进行信号参数的 ESPRIT 估计”，IEEE声学、语音与信号处理汇刊，第 37 卷，第 7 期，第 984–995 页，1989 年 7 月。[22] J. Tranter 等，“快速单位模最小二乘及其在波束成形中的应用”，IEEE信号处理汇刊，第 65 卷，第 11 期，第 2875–2887 页，2017 年。[23] S. H. Talisa 等，“数字相控阵雷达的优势”，IEEE会刊，第 104 卷，第 3 期，第 530–543 页，2016 年。[24] J. C. Aviles 等，“非视距条件下的位置辅助毫米波波束训练”，IEEE开放期刊，第 4 卷，第 8703–8714 页，2016 年。[25] R. Mendrzik 等，“在毫米波大规模 MIMO 系统中实现态势感知”，IEEE信号处理选题期刊，第 13 卷，第 5 期，第 1196–1211 页，2019 年。[26] J. A. Zhang 等，“利用可转向模拟天线阵列进行通信与雷达联合感知的多波束设计”，IEEE车辆技术汇刊，第 68 卷，第 1 期，第 671–685 页，2018 年。[27] U. Nickel，“广义单脉冲估计综述”，IEEE航空航天与电子系统杂志，第 21 卷，第 56、27 页，2006 年 6 月。[28] B. Ottersten 等，“总体最小二乘 ESPRIT 算法的性能分析”，IEEE信号处理汇刊，第 39 卷，第 5 期，第 1122–1135 页，1991 年。[29] F. Li 等，“到达方向估计算法的性能分析：统一化、简化与观察”，IEEE航空航天与电子系统汇刊，第 29 卷，第 4 期，第 1170–1184 页，1993 年。