不应使用的进化计算方法

Jakub K˙udela

自动化与计算机科学研究所，布尔诺理工大学 *Jakub.Kudela@vutbr.cz*

arXiv:2301.01984v1 [cs.NE] 5 Jan 2023

摘要

中心偏置（或零偏置）算子最近被认定为困扰进化计算方法基准测试的问题之一。利用该算子的方法能够轻松优化最优点位于可行集中心的函数。本文介绍了一种简单的流程，可用于识别包含中心偏置算子的方法，并用它考察了1987年至2022年间发表的90种进化计算方法。我们发现，所考察的方法中有一半以上（90种中的47种）存在中心偏置问题。我们还发现，中心偏置是一个相对较新的现象（最早发现的此类方法发表于2012年），但近些年来，它已变得极为普遍。最后，我们简要讨论了这一问题可能的根本原因。

关键词： 进化计算、基准测试、元启发式算法、中心偏置、零偏置

1. 引言

设想以下情形：面对一项颇具挑战的优化任务，你决定寻找近期发表于某些顶级期刊的最新优化算法。该方法在若干标准基准测试上的分析结果清楚地表明，它优于所有其他旧方法。论文还附有一个代码库链接。于是，你决定试一试，结果却失败了。它给出的最佳结果几乎不比（甚至不如）你用一个二十多年前的方法简单实现所得到的结果。也许你试图解决的问题太有挑战性了？或许进行一些超参数优化就能让该方法达到宣传的效果？又或者，该方法并没有它自称的那么好。

受自然行为的启发，进化计算领域在其漫长的发展历程中产生了大量重要的元启发式算法，例如进化策略、遗传算法、粒子群优化和差分进化。这类方法在复杂系统中得到了应用，因为在这些系统中，精确算法要么不适用，要么计算成本过高。然而，过去几年里，我们目睹了大量基于自然／进化原理的“新颖”方法涌现。进化计算方法大全[1], 旨在汇总其中一部分基于自然的方法，如今收录了250多种声称灵感源自自然过程的方法。新方法的涌现速度还在不断加快。人们也愈发清楚地看到，研究者在给这些“新颖”方法命名上花费的创意，超过了确保它们在计算层面确有新意所花的心思。在许多此类方法被发现用充斥隐喻的行话来掩盖其缺乏新颖性之后 [1, 2, 3, 4, 5], ，进化计算界内部发出了一项呼吁 [6]。在这封公开信中，作者和签署者共同指出了新方法大量涌现所带来的四个主要问题：无用的隐喻、缺乏新颖性、实验验证与比较不充分，以及在不相关期刊上发表这些方法。

本文将重点讨论一些进化计算方法实验验证不足的问题。关于元启发式算法是否可行，大多数论证都通过基准测试 [7] 进行。如果一种新方法在一组普遍认可的基准问题上表现出色，就很可能被视为有效。多年来，人们提出了若干基准函数和基准函数集，但最广为认可的来自两个会议上关于黑箱优化的特别会议（竞赛）：IEEE进化计算大会（CEC）和遗传与进化计算大会（GECCO）。黑箱优化基准测试（BBOB）研讨会曾在后者举办。

然而，还有一个使用相当广泛的基准函数集，其中包含一些最知名的函数，例如 Griewank、Ackley、Rastrigin、Rosenbrock 和 Schwefel。最近有人发现 [8] ，该函数集存在严重的设计缺陷：其中很大一部分函数的最优解都位于零向量处（或位于可行集

[1]Campelo, F.、Aranha, C.，《进化计算百科全书》。 https://github.com/fcampelo/EC-Bestiary

表1：13个基准函数，维度为30。U—单峰，M—多峰，S—可分离，N—不可分离，f^* –最优解值，$f(0)$ – 函数值在零向量处的取值，x^* –最优解。

ID	name	type	范围	f^*	$f(0)$	$x*$
F01	球体函数	U, S	[-100,100]	0	0	[0,0,...]
F02	施韦费尔2.22函数	U, N	[-100,100]	0	0	[0,0,...]
F03	施韦费尔1.2函数	U, N	[-100,100]	0	0	[0,0,...]
F04	Schwefel 2.21	U, S	[-100,100]	0	0	[0,0,...]
F05	Rosenbrock	U, N	[-30,30]	0	2.90E+01	[1,1,...]
F06	Step	U, S	[-100,100]	0	7.50E+00	[-0.5,-0.5,...]
F07	带噪四次函数	U, S	[-1.28,1.28]	0	0	[0,0,...]
F08	施韦费尔函数 2.26	M, S	[-500,500]	-1.25E+04	0	[420.9, 420.9,...]
F09	Rastrigin	M, S	[-5.12,5.12]	0	0	[0,0,...]
F10	Ackley	M, N	[-32,32]	0	0	[0,0,...]
F11	Griewank	M, N	[-600,600]	0	0	[0,0,...]
F12	惩罚函数1	M, N	[-50,50]	0	1.67E+00	[-1, -1, ...]
F13	惩罚函数2	M, S	[-50,50]	0	3.00E+00	[1,1,.....]

的中心）。如果没有某些方法利用这一缺陷来显得更具竞争力，这倒也无妨。这些方法会加入“检查中点”程序，或采用中心偏置（或零偏置）算子，将搜索引向可行集的中心。人们原本会认为，这类方法不太会发表，或者很容易被识破，至少不会出现在高影响力期刊上。

本文介绍了一种简单的方法论，用于揭示给定的进化计算方法是否采用了中心偏置算子。随后，我们调查了 mealpy 库[2] 和 MathWorks 代码仓库[3] 中的 90 种进化计算方法，考察它们是否包含中心偏置。

2. 方法论

我们采用了与 [9] 和 [8]中用于揭示中心偏置问题相同的方法论。测试所用的 13 个基准函数（及其优化范围）如表1所示。不难看出，除 F08 外，这些函数中的许多函数，其对应的最优点都位于零向量处或非常接近零向量。F08 与其他函数截然不同，其最优点远离中心。

评估时，我们将问题的维度设为 30，并将函数评估次数上限设为 50,000。我们还选取了一种简单的性能度量——在 20 次独立运行中的平均误差（即最优函数值与找到的最佳函数值之差）。此外，我们将任何小于 1e–08 的值都视为与 1e–08 相同，因为此时问题基本上已得到解决，无需更高精度（也可以将其视为 0，但我们稍后会用到这些数值的分数，这会带来不必要的麻烦）。我们将计算结果称为“未移位”结果。随后，我们引入平移操作，通过预先设定的向量 s“移动”基准函数，也就是说，函数 $f(x)$ 变为 $f(x+s)$。我们预计，s 的值较小时，不应导致优化方法的行为出现较大偏差，因为这两个问题非常相似。我们将平移向量设为范围的 10%——例如，对于 F01，$s = [20, 20, 。 . .]$。我们采用相同的计算框架（即维度为 30、函数评估次数最多为 50,000 次，并进行 20 次独立运行），并将这些计算结果称为“移位”结果。

我们关注的是各个基准函数上“移位”结果与“未移位”结果之间的“比率”，也就是说，在移位问题上的结果比未移位问题差多少倍。对于未采用中心偏置的方法，预期这个数值接近 1（因为未移位问题和移位问题相似）；而对于包含中心偏置的方法，这个比率应远大于 1。当然，这个比率会因所给定的基准函数以及算法的独立运行次数而波动。作为中心偏置的一个简单指标，我们考察不同基准函数对应比率的几何平均数——如果该值大于 1E+01 （意味着该方法在未移位问题上的表现大致至少好一个数量级），我们就将其视为存在中心偏置算子的证据。

表2展示了这一计算的一个简单示例，其中我们考察了五种进化计算方法——人工蜂群算法（ABC） [10], 差分进化（DE） [11], LSHADE [12], 缎蓝园丁鸟优化器（SBO） [13],和龙格-库塔优化器（RKO） [14]。前两种方法（ABC和DE）可以视为“标准”

[2]N. V. Thieu, 《Python 中最先进的元启发式算法合集：Mealpy》，可访问： https://doi.org/10.5281/zenodo.3711948
[3]https://www.mathworks.com/

表2：所提方法在五种方法上的结果。

	ABC			DE			LSHADE			SBO			RKO		
	未移位	移位	比率	未移位	移位	比率	未移位	移位	比率	未移位	移位	比率	未移位	移位	比率
F1	5.19E+03	4.19E+03	8.08E−01	3.82E−02	2.61E−02	6.83E−01	1.00E−08	1.00E−08	1.00E+00	5.85E+00	1.20E+01	2.05E+00	1.00E−08	1.30E−06	1.30E+02
F2	3.08E+03	5.95E+02	1.93E−01	2.79E+00	3.06E+00	1.10E+00	6.37E−06	9.55E−06	1.50E+00	1.25E+15	6.19E+19	4.95E+04	1.00E−08	2.05E+00	2.05E+08
F3	8.16E+04	8.04E+04	9.86E−01	1.89E+04	1.64E+04	8.68E−01	4.13E−04	4.16E−04	1.01E+00	1.48E+04	9.08E+04	6.14E+00	1.00E−08	5.03E−02	5.03E+06
F4	5.81E+01	5.82E+01	1.00E+00	1.35E+01	1.31E+01	9.70E−01	5.08E−03	3.75E−03	7.38E−01	1.28E+01	1.98E+01	1.55E+00	1.00E−08	2.54E+00	2.54E+08
F5	1.40E+03	1.38E+04	9.86E+00	6.09E+02	5.88E+02	9.66E−01	2.07E+01	2.12E+01	1.02E+00	5.63E+02	1.17E+03	2.07E+00	2.53E+01	3.99E+01	1.58E+00
F6	5.36E+03	6.12E+03	1.14E+00	6.68E+00	7.10E+00	1.06E+00	1.00E−08	1.00E−08	1.00E+00	1.35E+01	2.42E+01	1.79E+00	1.00E−08	1.74E−06	1.74E+02
F7	1.45E+00	2.26E+00	1.55E+00	8.56E−02	8.18E−02	9.56E−01	3.19E−03	3.33E−03	1.04E+00	4.37E−01	8.21E−01	1.88E+00	9.26E−05	1.64E−02	1.76E+02
F8	5.07E+03	5.79E+03	1.14E+00	1.43E+04	1.50E+04	1.05E+00	1.64E+02	1.80E+02	1.10E+00	6.99E+03	5.99E+03	8.58E−01	4.19E+03	4.90E+03	1.17E+00
F9	2.49E+01	3.03E+01	1.22E+00	3.98E+02	3.98E+02	1.00E+00	1.08E+01	1.10E+01	1.02E+00	3.66E+01	5.16E+01	1.41E+00	1.00E−08	2.99E+01	2.99E+09
F10	8.69E+00	7.57E+00	8.70E−01	1.53E+00	1.44E+00	9.41E−01	2.38E−07	2.57E−07	1.08E+00	4.72E+00	5.48E+00	1.16E+00	1.00E−08	2.86E+00	2.86E+08
F11	3.16E+02	3.35E+02	1.06E+00	1.07E+00	1.06E+00	9.91E−01	1.00E−08	1.00E−08	1.00E+00	1.06E+00	1.10E+00	1.04E+00	1.00E−08	1.25E−02	1.25E+06
F12	7.71E+05	1.09E+06	1.41E+00	1.13E+00	1.27E+00	1.12E+00	1.00E−08	1.00E−08	1.00E+00	6.81E+00	1.29E+01	1.89E+00	1.00E−08	3.37E+00	3.37E+08
F13	9.98E+05	5.45E+06	5.46E+00	6.36E+00	5.94E+00	9.34E−01	1.00E−08	1.00E−08	1.00E+00	1.51E+00	4.63E+00	3.07E+00	4.40E−03	1.18E−02	2.68E+00
几何平均值	-	-	1.29E+00	-	-	9.66E−01	-	-	1.03E+00	-	-	3.95E+00	-	-	7.36E+04

方法，LSADE则属于较先进的方法（它是近期许多CEC竞赛中表现最佳方法的基础），而最后两种（SBO和RKO）是“新兴”方法。很容易看出，对于前三种方法（ABC、DE和LSHADE），比率的几何平均数约为1，这意味着未检测到中心偏置。对于SBO，情况稍微复杂一些：在许多基准函数上，比率相对较低（约为1到2），但在F2上却非常高（接近5E+04）。这可能只是偶然现象。幸运的是，几何平均数的特性会削弱个别偶然值的影响——SBO的数值为3.95E+00 （即， <1E+01），因此我们不将其归类为具有中心偏置的方法。RKO则不同。这里，许多比率都极大（>1E+06），几何平均数为7.36E+04。我们可以有把握地说，RKO采用了中心偏置算子。

关于基准函数 F08，有一个有趣的观察结果。对于五种方法，F08 上移位结果与未移位结果之间的比率非常接近 1。请注意，F08 是基准函数集中唯一一个最优值远离可行集中心的函数，其零向量处的函数值也与最优值相差甚远。尽管这些方法在该函数上的比率接近 1 或许并不令人意外，但确认这一点仍然很有价值——函数 F08 可作为基准函数集中的合理性检查。

3. 结果与讨论

本节报告了将上一节所述方法论应用于 90 种选定进化计算方法后得到的结果。表3按字母顺序列出了所选方法、介绍这些方法的论文发表年份以及比率的几何平均数，其中已确认存在中心偏置（即数值为 >1E+01）的方法以红色标出。这些结果令人极为担忧，因为超过半数（90 种中的 47 种）方法都已确认存在中心偏置。查看近期提出的存在中心偏置的方法数量后，情况更令人忧虑，如图1所示。

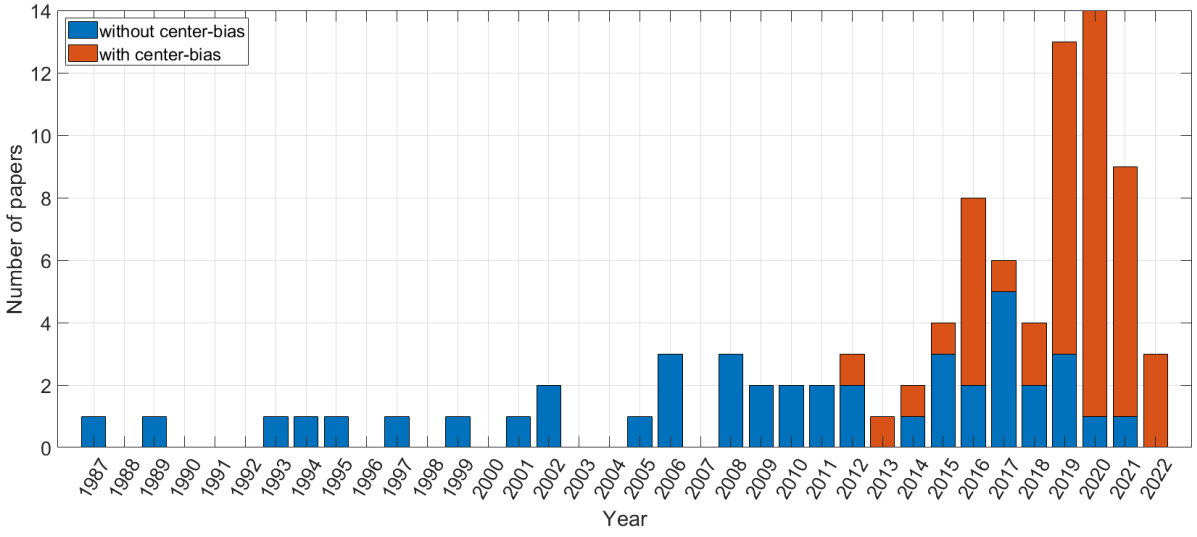

图1：随时间推移，提出具有／不具有中心偏置的方法的论文数量。

表3：所考虑的算法及结果。

缩写	方法名称	Year	几何平均值	缩写	方法名称	Year	几何平均值
ABC [10]	人工蜂群算法	2008	1.29E+00	爬山算法 [15]	爬山算法	1993	1.13E+00
连续蚁群优化 [16]	连续蚁群优化	2008	7.40E-01	饥饿游戏搜索 [17]	饥饿游戏搜索	2021	3.69E+06
人工生态系统优化 [18]	基于人工生态系统的优化	2020	1.01E+07	饥饿游戏搜索优化 [19]	亨利气体溶解度优化	2019	8.07E+03
蚁狮优化算法 [20]	蚁狮优化器	2015	1.44E+00	哈里斯鹰优化算法 [21]	哈里斯鹰优化算法	2019	1.62E+05
阿奎拉优化算法 [22]	阿奎拉优化算法	2021	2.26E+05	和声搜索算法 [23]	和声搜索	2001	9.97E-01
算术优化算法 [24]	算术优化算法	2021	1.01E+10	入侵杂草优化 [25]	入侵杂草优化	2006	1.88E+00
阿基米德优化算法 [26]	阿基米德优化算法	2021	3.75E+07	Jaya算法 [27]	Jaya算法	2016	1.19E+01
原子搜索优化 [28]	原子搜索优化	2019	8.71E-01	科莫多蜥蜴优化算法 [29]	科莫多蜥蜴优化算法	2022	1.84E+05
蝙蝠启发算法 [30]	蝙蝠启发算法	2010	1.44E+00	基于生命选择的优化 [31]	基于生命选择的优化	2020	8.31E+07
生物地理学优化 [32]	基于生物地理学的优化	2008	6.43E-01	MA [33]	模因算法	1989	1.68E-03
BeesA [34]	蜜蜂算法	2006	1.16E+00	MFO [35]	飞蛾扑火优化	2015	1.73E-01
BES [36]	秃鹰搜索算法	2020	2.62E+08	MGO [37]	山地瞪羚优化器	2022	1.28E+01
细菌觅食优化 [38]	细菌觅食优化	2002	9.66E-01	海洋捕食者算法 [39]	海洋捕食者算法	2020	1.06E+02
蝴蝶优化算法 [40]	蝴蝶优化算法	2019	9.57E+05	蝠鲼觅食优化 [41]	蝠鲼觅食优化	2020	6.40E+07
大逃杀优化 [42]	大逃杀优化	2021	2.59E+09	飞蛾搜索算法 [43]	飞蛾搜索算法	2018	8.37E+00
鸟群算法 [44]	鸟群算法	2016	1.09E+01	多元宇宙优化 [45]	多元宇宙优化器	2016	1.75E+00
脑力风暴优化 [46]	脑力风暴优化	2011	7.85E+00	裸鼹鼠算法 [47]	裸鼹鼠算法	2019	5.65E+08
文化算法 [48]	文化算法	2009	7.18E-01	核反应优化 [49]	核反应优化	2019	2.30E+06
交叉熵方法 [50]	交叉熵方法	2005	1.33E+00	寻路算法 [51]	寻路算法	2019	3.11E+08
混沌博弈优化 [52]	混沌博弈优化	2021	2.14E+07	粒子群优化 [53]	粒子群优化	1995	9.70E-01
黑猩猩优化算法 [54]	黑猩猩优化算法	2020	3.89E+03	帕累托式序贯采样 [55]	帕累托式序贯采样	2021	1.77E+03
郊狼优化算法 [56]	郊狼优化算法	2018	4.00E+06	排队搜索算法 [57]	排队搜索算法	2021	7.91E-01
CRO [58]	珊瑚礁优化	2014	9.69E-01	RKO [14]	龙格-库塔优化器	2021	7.36E+04
CSA [59]	布谷鸟搜索算法	2009	1.10E+00	SA [60]	模拟退火	1987	8.95E-01
CSO [61]	猫群优化	2006	9.58E-01	SARO [62]	搜索与救援优化	2019	2.27E+00
差分进化 [11]	差分进化	1997	9.66E-01	SBO [13]	缎蓝园丁鸟优化器	2017	3.95E+00
DandO [63]	蒲公英优化器	2022	3.59E+02	SCA [64]	正弦余弦算法	2016	1.18E+04
蜻蜓优化算法 [65]	蜻蜓优化	2016	6.62E+02	旗鱼优化器 [66]	旗鱼优化器	2019	2.57E+07
电磁场优化 [67]	电磁场优化	2016	6.78E-01	鬣狗优化算法 [68]	斑鬣狗优化器	2017	1.31E+00
象群牧养优化 [69]	象群牧养优化	2015	3.99E+03	海狮优化算法 [70]	海狮优化算法	2019	2.83E+00
均衡优化器 [71]	均衡优化器	2020	4.65E+03	黏菌算法 [72]	黏菌算法	2020	4.54E+06
蚯蚓优化算法 [73]	蚯蚓优化算法	2018	2.55E+05	群体机器人搜索与救援 [74]	群体机器人搜索与救援	2017	2.03E+00
进化编程 [75]	进化编程	1999	1.43E+00	麻雀搜索算法 [76]	麻雀搜索算法	2020	2.61E+06
进化策略 [77]	进化策略	2002	1.14E+00	社交滑雪驾驶员优化算法 [78]	社交滑雪驾驶员优化	2020	5.40E+08
烟花算法 [79]	烟花算法	2010	1.34E+00	群居海鞘优化算法 [80]	群居海鞘优化算法	2017	2.28E+01
萤火虫群优化算法 [81]	基于取证的调查优化	2020	5.07E+06	SSpiderA [82]	社交蜘蛛算法	2015	1.12E+00
FFA [83]	萤火虫算法	2011	1.18E+00	STOA [84]	乌燕鸥优化算法	2019	6.78E+04
FOA [85]	果蝇优化算法	2012	4.01E+00	教学学习优化算法 [86]	基于教学学习的优化算法	2012	3.19E+04
花授粉算法 [87]	花授粉算法	2012	9.74E-01	树生理优化算法 [88]	树生理优化	2019	2.20E+01
遗传算法 [89]	遗传算法	1994	1.02E+00	被囊动物群算法 [90]	被囊动物群算法	2020	6.25E+06
基于梯度的优化器 [91]	基于梯度的优化器	2020	7.17E+07	拔河优化 [92]	拔河优化	2017	9.69E-01
生发中心优化 [93]	生发中心优化	2018	1.02E+00	VCS [94]	病毒菌落搜索	2016	2.90E+04
GOA [95]	蚱蜢优化算法	2017	3.39E+00	WDO [96]	风驱动优化	2013	4.86E+01
GSKA [97]	知识获取与共享算法	2020	4.51E-01	WHO [98]	角马群优化	2019	8.63E+02
灰狼优化器 [99]	灰狼优化器	2014	8.89E+05	鲸鱼优化算法 [100]	鲸鱼优化算法	2016	1.87E+03

我们可以发现，过去三十年间，新提出的不存在中心偏置问题的方法数量仅略有增加，而我们确认存在中心偏置问题的方法数量却增长极快，尤其是在过去五年。情况已经糟糕到新提出的方法中绝大多数都存在中心偏置问题。值得注意的是，我们只考察了这些方法的“基准”（或原始）版本，并未纳入那些同样以不断增长的速度发表的“改进”或“增强”变体。如果将这些变体也纳入考量，我们认为图表会显得更加糟糕。

我们还可以看到，最早发现采用中心偏置的算法是2012年的教学学习优化算法（TLO），随后是2013年的风驱动优化（WDO）和2014年的灰狼优化器（GWO）。在这三者中，TLO和GWO的影响力极大（获得了数千次引用），并衍生出大量变体和修改版本。我们未能及时发现它们存在缺陷，是导致如今这一混乱局面的根本原因之一。尽管GWO的缺陷于2019年[101], 被揭示，GWO仍被用于数值比较（甚至是在容易受到中心偏置算子影响的问题上）。在群居海鞘优化算法（SSO）、乌燕鸥优化算法（STOA）、被囊动物群算法（TSA）、哈里斯鹰优化算法（HHO）、蝴蝶优化算法（BOA）、黏菌算法（SMA）、基于梯度的优化器（GBO）、海洋捕食者算法（MPA）和科莫多蜥蜴优化算法（KMA）中，也都发现了类似缺陷，且这些发现均发表于 2022 [102, 9, 8]。

大多数采用中心偏置程序的方法，都是由不同的作者群体开发的（也就是说，大多数作者只提出了一两种此类方法）。不过，有一个非常值得注意的例外。S. Mirjalili、A. H. Gandomi 和 A. A. Heidari 团队共提出了 47 种包含中心偏置的方法中的 20 种（S. Mirjalili 也是 GWO 的作者之一）。

另一个值得指出的有趣之处是，一些中心偏置特性最差的方法（即比率几何平均数最大的那些方法），恰恰是据称基于“数学”过程的方法——算术优化算法（AOA）、基于梯度的优化器（GBO）、龙格-库塔优化器（RKO）和正弦余弦算法（SCA）。以下是介绍 RKO 的论文摘要开头几句 [14]:

> “优化领域深受基于隐喻的「伪创新」或「花哨」优化器之害。这些陈词滥调的´方法大多模仿动物搜索趋势，对优化过程本身贡献甚微。这些陈词滥调的´方法大多存在局部高效性能、在简单问题上验证方法有偏，以及各组成部分之间的交互高度相似等问题。本研究试图摆脱隐喻的陷阱，并基于数学界广为熟知的龙格－库塔（RK）方法的数学基础与思想，提出一种新颖的无隐喻基于种群的优化方法。”

真是讽刺意味十足。

4. 结论

中心偏置问题是当前困扰进化计算领域的主要问题之一。本文介绍了一种识别具有中心偏置的方法的简单流程，并用它考察了过去三十年间提出的90种方法。我们发现，其中47种方法采用了中心偏置。我们还表明，中心偏置的应用是相对较新的现象，最早出现于2012年—2014年。然而，在过去五年中，采用这一做法的方法数量迅速增长。

我们应当指出，目前该领域还存在另一个问题：某些方法实际上等价，却被充斥着隐喻的术语所掩盖。我们发现一些方法并不存在中心偏置，例如和声搜索（HS）、布谷鸟搜索算法（CSA）、萤火虫算法（FA）、飞蛾焰优化（MFO）和蚁狮优化器（ALO）；这些方法也不应使用，因为研究发现它们与其他方法极为相似，甚至完全相同 [1, 4, 103]。

继续使用、开发和改进含有中心偏置的方法是徒劳的，因为从其本质上说，它们不能被视为高效算法。撰写、测试、比较和评审这些方法，已经浪费了大量计算资源和人力资源。进化计算领域需要彻底整顿，越早越好。

致谢

本研究获得了布尔诺理工大学内部资助项目：FSI-S-20-6538 的支持。

参考文献

[1] D. Weyland，《和声搜索算法的严格分析：研究群体如何被一种“新颖”方法误导》，《国际应用元启发式计算杂志》（IJAMC）1 (2) (2010) 50–60。[2] C. L. Camacho-Villal´on, M. Dorigo, T. St¨utzle，《智能水滴算法：为何不能将其视为一种新颖算法》，《群体智能》13 (3) (2019) 173–192。[3] C. L. Camacho Villal´on, T. St¨utzle, M. Dorigo，《灰狼、萤火虫和蝙蝠算法：三种毫无新意却广为流传的算法》，载于：国际群体智能会议，Springer，2020，第121–133页。[4] C. Villal´on, T. St¨utzle, M. Dorigo，《布谷鸟搜索≡(μ+ λ)–进化策略》，载于：IRIDIA–技术报告系列，IRIDIA，2021。[5] A. P. Piotrowski, J. J. Napiorkowski, P. M. Rowinski，《“新颖”的黑洞优化方法究竟有多新颖？》，《信息科学》267 (2014年) 191–200。[6] C. Aranha, C. L. Camacho Villal´on, F. Campelo, M. Dorigo, R. Ruiz, M. Sevaux, K. S¨orensen, T. St¨utzle，《基于隐喻的元启发式算法，行动起来：房间里的大象》，《群体智能》16 (1) (2022年) 1–6。

[7] M. Hellwig, H.-G. Beyer, 《单目标实值约束优化的进化算法基准测试——批判性综述》, 《群体与进化计算》44 (2019年) 927–944。[8] J. Kudela, 《进化计算方法基准测试与分析中的一个关键问题》, 《自然·机器智能》4 (2022年) 1238–1245。[9] J. Kudela, 《关于“STOA：一种受生物启发的工业工程问题优化算法”[eaai，82 (2019)，148–174]以及“被囊动物群算法：一种用于全局优化的新型仿生元启发式范式”[eaai，90 (2020)，第 103541], 期的评论》, Engineering Applications of Artificial Intelligence 113 (2022年) 104930。[10] D. Karaboga, B. Basturk, 《人工蜂群算法（ABC）的性能》, 《应用软计算》8 (1) (2008) 687–697。[11] R. Storn, K. Price, 《差分进化——一种用于连续空间全局优化的简单高效启发式算法》, 《全球优化杂志》11 (4) (1997) 341–359。[12] R. Tanabe, A. S. Fukunaga, 《通过线性种群规模缩减改进SHADE的搜索性能》, 载于：2014年IEEE进化计算大会（CEC）, IEEE，2014年，第1658–1665页。[13] S. H. S. Moosavi, V. K. Bardsiri, 《缎蓝园丁鸟优化器：一种用于优化自适应神经模糊推理系统（ANFIS）以估算软件开发工作量的新型优化算法》, Engineering Applications of Artificial Intelligence 60 (2017年) 1–15。[14] I. Ahmadianfar, A. A. Heidari, A. H. Gandomi, X. Chu, H. Chen, 《超越隐喻：一种基于龙格-库塔方法的高效优化算法》, 《专家系统与应用》181 (2021年) 115079。[15] M. Mitchell, J. Holland, S. Forrest, 《遗传算法何时会胜过爬山算法？》, 神经信息处理系统进展6 (1993)。[16] K. Socha, M. Dorigo, 《连续域中的蚁群优化》, 《欧洲运筹学杂志》185 (3) (2008) 1155–1173。[17] Y. Yang, H. Chen, A. A. Heidari, A. H. Gandomi, 《饥饿游戏搜索：构想、设计、实现、深入分析、展望及性能提升方向》, 《专家系统与应用》177 (2021年) 114864。[18] W. Zhao, L. Wang, Z. Zhang, 《基于人工生态系统的优化：一种新颖的自然启发式元启发式算法》, 《神经计算与应用》32 (13) (2020年) 9383–9425。[19] F. A. Hashim, E. H. Houssein, M. S. Mabrouk, W. Al-Atabany, S. Mirjalili, 《亨利气体溶解度优化：一种新颖的基于物理的算法》, 《未来一代计算机系统》101 (2019年) 646–667。[20] S. Mirjalili, 《蚁狮优化器》, 《工程软件进展》83 (2015) 80–98。[21] A. A. Heidari, S. Mirjalili, H. Faris, I. Aljarah, M. Mafarja, H. Chen, 《哈里斯鹰优化算法：算法及其应用》, 《未来一代计算机系统》97 (2019年) 849–872。[22] L. Abualigah, D. Yousri, M. Abd Elaziz, A. A. Ewees, M. A. Al-Qaness, A. H. Gandomi, 《阿奎拉优化器：一种新颖的元启发式优化算法》, 《计算机与工业工程》157 (2021) 107250。[23] Z. W. Geem, J. H. Kim, G. V. Loganathan, 《一种新的启发式优化算法：和声搜索》, simulation 76 (2) (2001) 60–68。[24] L. Abualigah, A. Diabat, S. Mirjalili, M. Abd Elaziz, A. H. Gandomi, 《算术优化算法》, 计算机在应用力学与工程中的方法376 (2021) 113609。[25] A. R. Mehrabian, C. Lucas, 《一种受杂草殖民启发的新型数值优化算法》, 生态信息学1 (4) (2006) 355–366。[26] F. A. Hashim, K. Hussain, E. H. Houssein, M. S. Mabrouk, W. Al-Atabany, 《阿基米德优化算法：一种用于求解优化问题的新型元启发式算法》, 应用智能51 (3) (2021) 1531–1551。[27] R. Rao, 《Jaya：一种用于求解约束和无约束优化问题的简单新型优化算法》, 《国际工业工程计算杂志》7 (1) (2016) 19–34。

[28] W. Zhao、L. Wang、Z. Zhang，原子搜索优化及其在水文地质参数估计问题中的应用，《知识型系统》163 (2019年) 283–304。[29] S. Suyanto、A. A. Ariyanto、A. F. Ariyanto，科莫多蜥蜴优化算法，《应用软计算》114 (2022年) 108043。[30] X.-S. Yang，一种新的元启发式蝙蝠启发算法，载于：《面向优化的自然启发协作策略》（NICSO 2010），Springer，2010年，第65–74页。[31] A. Khatri、A. Gaba、K. Rana、V. Kumar，一种新颖的生命选择优化器，Soft Computing 24 (12) (2020) 9121–9141。[32] D. Simon，基于生物地理学的优化，《IEEE进化计算汇刊》12 (6) (2008) 702–713。[33] P. Moscato 等，论进化、搜索、优化、遗传算法与武术：迈向模因算法，加州理工学院并发计算项目，C3P报告826 (1989) 1989。[34] D. T. Pham、A. Ghanbarzadeh、E. Koc、S. Otri、S. Rahim、M. Zaidi，蜜蜂算法——一种解决复杂优化问题的新工具，载于：智能生产机器与系统，Elsevier，2006年，第454–459页。[35] S. Mirjalili，飞蛾扑火优化算法：一种新颖的自然启发式范式，《知识型系统》89 (2015) 228–249。[36] H. A. Alsattar、A. Zaidan、B. Zaidan，新型元启发式秃鹰搜索优化算法，Artificial Intelligence Review 53 (3) (2020) 2237–2264。[37] B. Abdollahzadeh、F. S. Gharehchopogh、N. Khodadadi、S. Mirjalili，山地瞪羚优化器：一种用于全局优化问题的新型自然启发式元启发算法，《工程软件进展》174 (2022年) 103282。[38] K. M. Passino，用细菌觅食模拟生物行为以实现分布式优化与控制，IEEE控制系统杂志22 (3) (2002) 52–67。[39] A. Faramarzi、M. Heidarinejad、S. Mirjalili、A. H. Gandomi，海洋捕食者算法：一种自然启发式元启发式算法，《专家系统与应用》152 (2020) 113377。[40] S. Arora、S. Singh，蝴蝶优化算法：一种全局优化的新方法，Soft Computing 23 (3) (2019) 715–734。[41] W. Zhao、Z. Zhang、L. Wang，蝠鲼觅食优化：一种有效的生物启发式优化器，适用于工程应用，Engineering Applications of Artificial Intelligence 87 (2020) 103300。[42] T. Rahkar Farshi，大逃杀优化算法，《神经计算与应用》33 (4) (2021) 1139–1157。[43] G.-G. Wang，飞蛾搜索算法：一种用于全局优化问题的生物启发元启发式算法，Memetic Computing 10 (2) (2018) 151–164。[44] X.-B. Meng、X. Z. Gao、L. Lu、Y. Liu、H. Zhang，一种新型生物启发式优化算法：鸟群算法，Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence 28 (4) (2016) 673–687。[45] S. Mirjalili、S. M. Mirjalili、A. Hatamlou，多元宇宙优化器：一种自然启发算法，用于全局优化，《神经计算与应用》27 (2) (2016) 495–513。[46] Y. Shi，头脑风暴优化算法，载于：群体智能国际会议，Springer，2011年，第303–309页。[47] R. Salgotra、U. Singh，裸鼹鼠算法，《神经计算与应用》31 (12) (2019) 8837–8857。[48] B. Chen、L. Zhao、J. H. Lu，使用径向基函数网络和文化算法进行风电功率预测，载于：2009年可持续发电与供电国际会议，IEEE，2009年，第1–6页。

[49] Z. Wei、C. Huang、X. Wang、T. Han、Y. Li，核反应优化：一种新颖而强大的基于物理的算法，用于全局优化，IEEE Access 7 (2019年) 66084–66109。[50] P.-T. De Boer、D. P. Kroese、S. Mannor、R. Y. Rubinstein，交叉熵方法教程，《运筹学年鉴》134 (1) (2005) 19–67。[51] H. Yapici、N. Cetinkaya，一种新型元启发式优化器：寻路算法，《应用软计算》78 (2019年) 545–568。[52] S. Talatahari、M. Azizi，混沌博弈优化：一种新颖的元启发式算法，Artificial Intelligence Re- view 54 (2) (2021) 917–1004。[53] J. Kennedy、R. Eberhart，粒子群优化，载于：ICNN'95国际神经网络会议论文集，第4卷，IEEE，1995年，第1942–1948页。[54] M. Khishe、M. R. Mosavi，黑猩猩优化算法，《专家系统与应用》149 (2020) 113338。[55] M. Shaqfa、K. Beyer，类帕累托序贯采样启发式算法，用于全局优化，Soft Computing 25 (14) (2021) 9077–9096。[56] J. Pierezan、L. D. S. Coelho，郊狼优化算法：一种用于全局优化问题的新型元启发式算法，载于：2018年IEEE进化计算大会（CEC），IEEE，2018年，第1–8页。[57] B. M. Nguyen、B. Hoang、T. Nguyen、G. Nguyen，nqsv-net：一种用于全局空间搜索和工作负载建模的新型排队搜索变体，《环境智能与人性化计算杂志》12 (1) (2021) 27–46。[58] S. Salcedo-Sanz、J. Del Ser、I. Landa-Torres、S. Gil-L´opez、J. Portilla-Figueras，珊瑚礁优化算法：一种高效求解优化问题的新型元启发式算法，《科学世界杂志》2014 (2014)。[59] X.-S. Yang、S. Deb，通过莱维飞行进行布谷鸟搜索，载于：2009年世界自然与生物启发计算大会（NaBIC），Ieee，2009年，第210–214页。[60] P. J. Van Laarhoven、E. H. Aarts，模拟退火，载于：《模拟退火：理论与应用》，Springer，1987年，第7–15页。[61] S.-C. Chu、P.-W. Tsai、J.-S. Pan，猫群优化，载于：太平洋地区人工智能国际会议，Springer，2006年，第854–858页。[62] A. Shabani、B. Asgarian、S. A. Gharebaghi、M. A. Salido、A. Giret，一种基于搜救行动的新型优化算法，《工程中的数学问题》2019 (2019)。[63] S. Zhao、T. Zhang、S. Ma、M. Chen，蒲公英优化器：一种用于工程应用的自然启发式元启发算法，Engineering Applications of Artificial Intelligence 114 (2022年) 105075。[64] S. Mirjalili，正弦余弦算法：一种用于求解优化问题的算法，《知识型系统》96 (2016) 120–133。[65] S. Mirjalili，蜻蜓算法：一种用于求解单目标、离散及多目标问题的新型元启发式优化技术，《神经计算与应用》27 (4) (2016) 1053–1073。[66] S. Shadravan、H. R. Naji、V. K. Bardsiri，旗鱼优化器：一种用于求解约束工程优化问题的新型自然启发式元启发算法，Engineering Applications of Artificial Intelligence 80 (2019) 20–34。[67] H. Abedinpourshotorban、S. M. Shamsuddin、Z. Beheshti、D. N. Jawawi，电磁场优化：一种物理启发式元启发式优化算法，《群体与进化计算》26 (2016) 8–22。[68] G. Dhiman、V. Kumar，斑鬣狗优化器：一种用于工程应用的新型生物启发式元启发技术，《工程软件进展》114 (2017) 48–70。[69] G.-G. Wang、S. Deb、L. d. S. Coelho，象群牧养优化，载于：2015年第三届计算与商业智能国际研讨会（ISCBI），IEEE，2015年，第1–5页。

[70] R. Masadeh, B. A. Mahafzah, A. Sharieh, 《海狮优化算法》, 《国际高级计算机科学与应用杂志》10（5）（2019年）。[71] A. Faramarzi, M. Heidarinejad, B. Stephens, S. Mirjalili, 《均衡优化器：一种新型优化算法》, 《知识型系统》191（2020年）105190。[72] S. Li, H. Chen, M. Wang, A. A. Heidari, S. Mirjalili, 《黏菌算法：一种随机优化新方法》, 《未来一代计算机系统》111（2020年）300–323。[73] G.-G. Wang, S. Deb, L. D. S. Coelho, 《蚯蚓优化算法：一种用于全局优化问题的生物启发元启发式算法》, 《国际生物启发计算杂志》12（1）（2018年）1–22。[74] M. Bakhshipour, M. J. Ghadi, F. Namdari, 《群体机器人搜索与救援：一种新颖的人工智能启发优化方法》, 《应用软计算》57（2017年）708–726。[75] X. Yao, Y. Liu, G. Lin, 《加速进化编程》, 《IEEE进化计算汇刊》3（2）（1999年）82–102。[76] J. Xue, B. Shen, 《一种新颖的群体智能优化方法：麻雀搜索算法》, 《系统科学与控制工程》8（1）（2020年）22–34。[77] H.-G. Beyer, H.-P. Schwefel, 《进化策略——全面介绍》, 《自然计算》1（1）（2002年）3–52。[78] A. Tharwat, T. Gabel, 《使用社交滑雪驾驶员算法优化不平衡数据支持向量机的参数》, 《神经计算与应用》32（11）（2020年）6925–6938。[79] Y. Tan, Y. Zhu, 《用于优化的烟花算法》, 载于：《群体智能国际会议》, Springer, 2010年, 第355–364页。[80] S. Mirjalili, A. H. Gandomi, S. Z. Mirjalili, S. Saremi, H. Faris, S. M. Mirjalili, 《群居海鞘算法：一种用于工程设计问题的生物启发优化器》, 《工程软件进展》114（2017年）163–191。[81] J.-S. Chou, N.-M. Nguyen, 《受联邦调查局启发的元优化》, 《应用软计算》93（2020年）106339。[82] J. James, V. O. Li, 《一种用于全局优化的社交蜘蛛算法》, 《应用软计算》30（2015年）614–627。[83] A. H. Gandomi, X.-S. Yang, A. H. Alavi, 《使用萤火虫算法进行混合变量结构优化》, 《计算机与结构》89（23-24）（2011年）2325–2336。[84] G. Dhiman, A. Kaur, 《STOA：一种用于工业工程问题的生物启发优化算法》, Engineering Applications of Artificial Intelligence 82（2019年）148–174。[85] W.-T. Pan, 《一种新型果蝇优化算法：以财务困境模型为例》, 《知识型系统》26（2012年）69–74。[86] R. Rao, V. Patel, 《一种用于求解复杂约束优化问题的精英教学—学习优化算法》, 《国际工业工程计算杂志》3（4）（2012年）535–560。[87] X.-S. Yang, 《用于全局优化的花授粉算法》, 载于：《非常规计算与自然计算国际会议》, Springer, 2012年, 第240–249页。[88] A. H. Halim, I. Ismail, 《树生理优化在基准函数和旅行商问题中的应用》, 《智能系统杂志》28（5）（2019年）849–871。[89] D. Whitley, 《遗传算法教程》, 《统计与计算》4（2）（1994年）65–85。[90] S. Kaur, L. K. Awasthi, A. Sangal, G. Dhiman, 《被囊动物群算法：一种用于全局优化的新型生物启发元启发式范式》, Engineering Applications of Artificial Intelligence 90（2020年）103541。[91] I. Ahmadianfar, O. Bozorg-Haddad, X. Chu, 《基于梯度的优化器：一种新型元启发式优化算法》, 《信息科学》540（2020年）131–159。[92] A. Kaveh, 《拔河优化》, 载于：《用于结构最优设计的元启发式算法进展》, Springer, 2017年, 第451–487页。

[93] C. Villase˜nor, N. Arana-Daniel, A. Y. Alanis, C. L´opez-Franco, E. A. Hernandez-Vargas, 《生发中心优化算法》, 《国际计算智能系统杂志》12（1）（2018年）13。[94] M. D. Li, H. Zhao, X. W. Weng, T. Han, 《一种新型自然启发优化算法：病毒菌落搜索》, 《工程软件进展》92（2016年）65–88。[95] S. Saremi, S. Mirjalili, A. Lewis, 《蚱蜢优化算法：理论与应用》, 《工程软件进展》105（2017年）30–47。[96] Z. Bayraktar, M. Komurcu, J. A. Bossard, D. H. Werner, 《风驱动优化技术及其在电磁学中的应用》, 《IEEE天线与传播汇刊》61（5）（2013年）2745–2757。[97] A. W. Mohamed, A. A. Hadi, A. K. Mohamed, 《用于求解优化问题的获取-共享知识算法：一种新型自然启发算法》, 《国际机器学习与控制论杂志》11（7）（2020年）1501–1529。[98] D. Amali, M. Dinakaran, 《角马群优化：一种受角马群聚行为启发的新型全局优化算法》, 《智能与模糊系统杂志》37（6）（2019年）8063–8076。[99] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, A. Lewis, 《灰狼优化器》, 《工程软件进展》69（2014年）46–61。[100] S. Mirjalili, A. Lewis, 《鲸鱼优化算法》, 《工程软件进展》95（2016年）51–67。[101] P. Niu, S. Niu, L. Chang 等, 《灰狼优化算法的缺陷及其验证方法》, 《知识型系统》171（2019年）37–43。[102] M. Castelli, L. Manzoni, L. Mariot, M. S. Nobile, A. Tangherloni, 《群居海鞘优化：批判性综述》, 《专家系统与应用》189（2022年）116029。[103] C. L. Camacho-Villal´on, M. Dorigo, T. St¨utzle, 《揭示灰狼、飞蛾扑火、鲸鱼、萤火虫、蝙蝠和蚁狮算法：六种受动物隐喻启发的误导性优化技术》, 《国际运筹学汇刊》（2022年）。