同时透射与反射（STAR）RIS辅助空中计算系统

翟雄飞，IEEE会员；韩国军，IEEE高级会员；蔡云龙，IEEE高级会员；刘元伟，IEEE高级会员；以及Lajos Hanzo，IEEE终身会士

arXiv:2301.02044v1 [eess.SP] 5 Jan 2023

摘要——无线设备（WD）的恶劣信道条件会导致空中计算（AirComp）系统的性能下降，而采用可重构智能表面（RIS）可显著改善这一问题。然而，传统RIS要求无线设备必须位于反射空间的半平面内，这限制了其潜在效益。为解决这一问题，我们在AirComp系统中采用新型同时透射与反射可重构智能表面（STAR-RIS），以提升广域覆盖范围内的计算精度。为最小化STAR-RIS辅助空中计算系统的计算均方误差（MSE），我们提出一种联合波束成形设计，同时优化无线设备的发射功率、STAR-RIS的无源反射与透射波束成形矩阵，以及融合中心（FC）的接收波束成形向量。具体而言，在更新无源反射与透射波束成形矩阵时，我们通过引入辅助变量并利用耦合二元相移条件，推导出闭式解。此外，通过假设融合中心的天线数量以及STAR-RIS/RIS的单元数量足够多，我们从理论上证明，STAR-RIS辅助空中计算系统的计算精度高于传统RIS辅助系统。数值结果表明，所提出的波束成形设计优于采用随机相移约束和部署传统RIS的基准方案。此外，其性能接近所达到的下界通过基于 STAR-RIS 的波束成形设计，无需满足耦合相移约束。

X. Zhai 的研究部分获得了广州市科技计划项目（项目编号：202102020869）以及广东省基础与应用基础研究基金（项目编号：2022A1515010153 和 2021A1515011645）的资助。G. Han 的研究部分获得了国家自然科学基金委员会与广东省联合基金（项目编号：U2001203）、广东省重点领域研发计划（项目编号：2021B1101270001）以及广东省光子信息技术重点实验室（项目编号：2020B121201011）的资助。Y. Cai 的研究部分获得了国家自然科学基金（项目编号：61971376 和 U22A2004）的资助。Y. Liu 的研究部分获得了 CHIST-ERA 项目（CHIST-ERA-20-SICT-005）、英国工程与自然科学研究理事会（EPSRC）项目（EP/W035588/1）、英国皇家学会拨款 RGS\R1\221050 和拨款 IEC\NSFC\201112，以及法英 PHC 联盟联合研究计划拨款（项目编号：822326028）的资助。L. Hanzo 感谢工程与自然科学研究理事会项目 EP/W016605/1 和 EP/P003990/1（COALESCE），以及欧洲研究理事会高级研究员拨款 QuantCom（拨款编号：789028）提供的经费支持。（通讯作者：蔡云龙）

X. Zhai 和 G. Han 任职于中国广州 510006 广东工业大学信息工程学院（电子邮箱：zhaixiongfei@gdut.edu.cn；gjhan@gdut.edu.cn）。

Y. Cai 任职于中国杭州 310027 浙江大学信息科学与电子工程学院（电子邮箱：yl- cai@zju.edu.cn）。

Y. Liu 任职于英国伦敦 E1 4NS 伦敦玛丽女王大学电子工程与计算机科学学院（电子邮箱：yuan- wei.liu@qmul.ac.uk）。

L. Hanzo 任职于英国南安普顿南安普顿大学电子与计算机科学系（电子邮箱：lh@ecs.soton.ac.uk）。

I. 引言

分布式无线设备（WD）产生的海量数据需要超快速聚合，这将成为物联网（IoT）的迫切需求 [1]–[3]。然而，由于传统通信系统中的融合中心（FC）必须恢复每个无线设备的数据流，然后再进行数据聚合，因此面临三大主要挑战：1）设备间干扰会降低数据流恢复性能；2）依次恢复数据流会导致极高的时延；3）随着无线设备数量增加，频谱效率和能效将受到严重影响。由于FC通常需要在数据聚合过程中计算特定函数（例如算术平均值、加权和或几何平均值），空中计算（AirComp）这一极具前景的技术已被提出作为一种潜在解决方案 [4]–[11]。然而，随着无线设备数量迅速增加，AirComp的计算精度往往会下降，因为为FC设计单个接收机以聚合不断增多的无线设备所发送的数据颇具挑战。为解决这一问题，可在AirComp中采用先进的大规模多输入多输出（MIMO）和可重构智能表面（RIS）辅助技术。具体而言，RIS凭借灵活的部署方式和较低的功耗，更具吸引力。尽管传统RIS能够有效提升AirComp的计算性能，但其只能提供半平面覆盖，而无线设备分布在整个360度角度范围内。为扩大覆盖范围，近期提出的同时传输和反射RIS（STAR-RIS）在AirComp中展现出巨大潜力，因为它们能够同时反射和透射入射信号。因此，STAR-RIS辅助空中计算系统有望实现全平面覆盖。

A. 相关研究

在现有文献中，计算均方误差（MSE）指标是空中计算系统中最常用的指标 [4]–[11]。在假设存在衰落信道且融合中心/无线设备均为单天线的条件下，研究人员采用广受欢迎的凸优化方法，探讨了空中计算系统的功率分配算法 [4]–[6]。不同于最小化计算均方误差， [4]定义了一种新的计算指标，即中断概率，它表示计算均方误差超过

给定阈值的概率，并以此为优化目标。然而，上述研究集中于单输入单输出（SISO）空中计算系统，无法支持多功能计算。为解决这一问题， [9] 的作者在其空中计算系统中采用了多输入多输出技术。具体而言， [9] 提出了一种基于迫零（ZF）的波束成形设计，用于多输入多输出辅助的空中计算系统，以支持多功能计算并最小化计算均方误差。为确保计算均方误差较低，空中计算系统需要精确的时间同步。为实现无线设备之间以及融合中心与无线设备之间的时间同步， [10]开发了一种称为 AirShare 的同步方案。在该方案中，融合中心向所有无线设备广播同步块，以实现时间同步。

然而，由于信道条件较差的无线设备不断增加，空中计算的计算精度会严重下降。应对这一挑战的有效技术之一是提供更高的空间自由度。因此，文献 [11]–[13]将大规模MIMO技术应用于空中计算。具体而言，在我们此前的工作 [12] 中，我们为大规模MIMO空中计算系统设计了一种混合模数波束成形器，并提出了一种基于逐次凸近似（SCA）的波束成形设计，以实现较低的计算均方误差。此外，研究已证明，计算均方误差与融合中心的接收天线数量成反比。尽管大规模MIMO方案能够显著提高计算精度，但通常会付出巨大的能耗和复杂度。因此，寻找更高效的方案来提升空中计算的计算性能至关重要。

此外，无源RIS凭借其在增加空间自由度方面的显著能力，同时仅依赖无源反射单元 [14]–[18]，已在全球范围内引起广泛关注。借助无源反射单元调节入射信号的相移，甚至可能调节其振幅，从而有益地影响传播环境。与大规模MIMO相比，RIS的制造成本和能耗较低，因为RIS无需使用射频（RF）链。鉴于上述优势，RIS已应用于多种场景，例如RIS辅助无线能量传输 [19], [20], RIS辅助物理层安全 [21]–[24] 以及RIS辅助正交频分复用（OFDM） [25], [26]。具体而言，文献[20] 研究了RIS辅助的同时无线信息与能量传输（SWIPT）系统，并考虑信息与能量用户的服务质量（QoS）约束。研究提出了一种基于惩罚的算法，以解决相应优化问题的非凸性。为实现安全传输，文献 [24] 研究了RIS辅助MIMO系统，并提出了一种结合SCA的交替优化算法，以联合优化收发器和RIS处的波束成形设计。为将RIS应用于频率选择性信道，文献 [25]探索了RIS与OFDM的结合。为降低开销并估计信道状态信息（CSI），研究提出了一种RIS单元分组方法。随后，研究构建了系统速率最大化问题，并通过交替优化功率分配和无源阵列系数求解该问题。

RIS也已应用于空中计算系统 [27]–[30]。具体而言，文献 [27] 提出了一种基于差分凸（DC）规划和矩阵提升的有源与无源联合波束成形设计，以最小化计算均方误差。此外，文献 [29] 将空中计算与能量收集相结合，其中RIS辅助波束成形设计问题被分为两个阶段：能量波束成形阶段和AirComp阶段。为降低因信道状态信息估计而产生的高额信令开销，文献 [30], 提出了一种两阶段随机波束成形算法：RIS处采用的无源波束成形矩阵根据信道统计信息进行优化，而无线设备的发射功率和融合中心的接收波束成形向量则借助有效近实时CSI进行更新。尽管RIS能够显著提升空中计算的计算性能，但上述研究仅考虑了传统RIS，而传统RIS只能将入射信号反射至180度半平面。换言之，融合中心和无线设备必须位于RIS的同一侧。因此，这一地理约束限制了RIS的效率、吸引力和灵活性，尤其是在融合中心和无线设备分布于RIS两侧、覆盖360度圆周的情况下。

为解决这一问题， [31] 和 [32]提出了一种称为STAR-RIS的创新技术。具体而言，从任一侧入射到STAR-RIS单元上的入射信号将被分为两部分：其中一部分反射回入射信号所在的一侧，即所谓的反射空间；另一部分则透射到另一侧，即透射空间。这可以通过调节STAR-RIS单元上的电流与磁流来实现。因此，借助两种系数，即透射系数和反射系数，可以对入射信号进行透射和反射。文献 [33], [34]基于超表面提出了一些STAR-RIS原型。 [33] 的作者研究了采用并联谐振LC回路和小型金属环的无源元件，这些元件能够提供所需的电磁表面电抗。鉴于上述优势，一些作者还研究了在无线通信系统中应用STAR-RIS的可能性 [35]–[37]。具体而言， [35], 提出了STAR-RIS的三种不同工作协议，即能量分割、模式切换和时间切换。作为进一步的进展， [35] 的作者提出了联合有源与无源波束成形方案，以最小化STAR-RIS辅助单播与多播系统的功耗。考虑STAR-RIS透射矩阵与反射矩阵之间的耦合相移约束， [36]的作者针对非正交多址接入（NOMA）和正交多址接入（OMA）系统，在特定用户速率约束下研究了功耗最小化问题，并采用逐单元交替

优化算法。

B. 研究动机与贡献

然而，据我们所知，现有文献尚未研究STAR-RIS在空中计算系统中的应用及相应的波束成形设计。因此，弥补这一知识空白是本研究的主要动机。此外，与只能为AirComp系统提供半平面覆盖的传统RIS相比，STAR-RIS能够覆盖整个平面。此外，传统RIS覆盖范围有限，会增加设计与协调复杂度，尤其是在密集网络中；而STAR-RIS可视为对通信环境透明。本文的主要贡献总结如下：

- 我们提出了一种 STAR-RIS 辅助 AirComp 系统，其中多天线融合中心（FC）借助 STAR-RIS 聚合多个单天线无线设备（WD）的信号。与传统的 RIS 辅助 AirComp 系统不同，该系统可以支持位于反射空间和透射空间中的无线设备。因此，需要联合优化无线设备的发射功率、融合中心的接收波束成形向量，以及 STAR-RIS 的无源反射/透射波束成形矩阵，以最小化计算均方误差。据我们所知，公开文献中尚无关于此类系统的研究。此外，由于 STAR-RIS 的无源反射和透射波束成形矩阵在相位上相互耦合，且均受非凸单位模约束，所提出的问题具有挑战性。

- 我们提出了一种高效的优化算法，以交替方式更新各变量。首先，分别利用一阶最优性条件和拉格朗日对偶法，优化融合中心的接收波束成形向量和无线设备的发射功率。随后，通过引入辅助二元向量并利用二进制相位耦合约束，对原问题进行重新表述。基于恒模约束和二元特性，推导出 STAR-RIS 透射/反射波束成形矩阵的闭式解。我们还分析了所提算法的复杂度和收敛性。

- 在融合中心配备足够多的天线且STAR-RIS拥有足够多的单元时，我们从理论上推导出STAR-RIS辅助系统和传统RIS辅助系统计算均方误差的近似表达式。随后，我们证明，STAR-RIS辅助空中计算系统的计算均方误差低于其传统RIS辅助系统的对应值，进一步验证了STAR-RIS的有效性。

- 我们的数值结果验证了所提算法的收敛性。此外，结果还表明，所提算法优于采用随机相移约束和传统RIS的其他基准方案。

因此，与传统RIS辅助方案相比，我们的算法既降低了计算均方误差，又实现了全平面覆盖。此外，所提算法达到的计算均方误差接近于不受耦合相移约束的STAR-RIS方案所达到的下界。

C. 组织与符号说明

本文其余部分安排如下。第II节介绍系统模型和所提出的问题。第III节介绍所提出的联合波束成形设计及其收敛性和复杂度分析。第IV节对STAR-RIS辅助空中计算系统与传统RIS辅助系统进行比较。最后，第V节给出仿真结果，第VI节总结全文。

符号说明：全文中，矩阵用粗体大写字母表示，向量用粗体小写字母表示。对于矩阵A，A(i,j)表示其第 i^{th} 行第 j^{th} 列的元素，而$\mathbf{A}^T$、$\mathbf{A}^H$、$\mathbf{A}^*$和$\mathbf{A}^{-1}$分别表示其转置、共轭转置、共轭和逆矩阵。I表示单位矩阵，其维度根据上下文确定； $\mathbb{C}^{m\times n}$ ($\mathbb{R}^{m\times n}$)表示$m\times n$维复（实）空间。符号 $\mathbb{E}(\cdot)$、$|\cdot|$、 $\Re(\cdot)$和sign$(\cdot)$分别表示输入变量的期望、绝对值、实部和符号函数。 $\circ$ 表示两个矩阵的Hadamard积。$\mathcal{CN}(\boldsymbol{\Upsilon},\boldsymbol{\Phi})$表示均值为 $\boldsymbol{\Upsilon}$ 、协方差矩阵为$\boldsymbol{\Phi}$的圆对称复高斯（CSCG）分布。

II. 系统描述

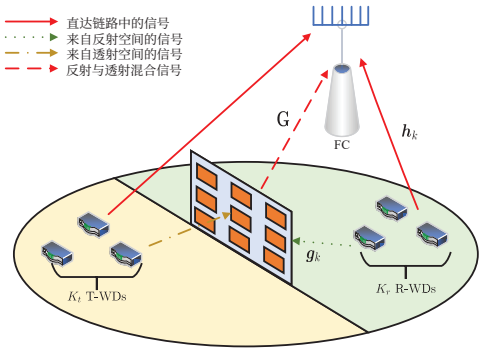


图 1：STAR-RIS辅助AirComp系统。

本节首先介绍所研究的 STAR-可重构智能表面辅助空中计算系统。随后，构建优化问题以最小化计算均方误差。

A. 系统模型

本文研究图 1 所示的 STAR-RIS 辅助空中计算系统，该系统由一个多天线融合中心、一个 STAR-RIS 和 K 个单天线无线设备组成。我们假设融合中心配备均匀线性阵列（ULA），天线数量为 N。在该系统中， K 个无线设备

首先从环境中采集一种异构时变参数（例如温度、噪声、湿度），然后通过无线信道将采集参数传输至融合中心，以进行函数计算。我们采用包含 M 个无源反射/透射单元的 STAR-RIS，以提升计算均方误差性能。在传统 RIS 辅助空中计算系统中，由于 RIS 只能进行信号反射，所有无线设备都必须位于 RIS 的同一侧。然而，STAR-RIS 还能够透射入射信号，因此无线设备可以位于不同侧。由此，STAR-RIS 的部署比传统 RIS 灵活得多。具体而言，图 1 中的空间被 STAR-RIS 分为两部分，即反射空间和透射空间。同样，无线设备也被分为两组，分别称为 R-WD 组和 T-WD 组，分别位于反射空间和透射空间。我们假设 R-WD 和 T-WD 的数量分别为 K_r 和 K_t，其中 $K_r+K_t=K$。因此，经过无源波束成形处理后，STAR-RIS 既能反射来自反射空间（R-WD）的信号，也能透射来自透射空间（T-WD）的信号。为方便起见，我们分别将 $\mathcal{K}$、$\{1,2,\ldots,K\}$、$\mathcal{K}_r$、$\{1,2,\ldots,K_r\}$、$\mathcal{K}_t$、$\{K_r+1,\ldots,K\}$ 和 $\mathcal{M}$、$\{1,2,\ldots,M\}$ 记为所有无线设备、R-WD、T-WD 以及 STAR-RIS 上无源反射/透射单元的集合。通过在 [10], 中应用 AirShare 技术，我们假设不同无线设备之间已实现同步。

在某个时隙，令 $s_k \in \mathbb{C}$ 表示无线设备 k采集的参数。需要指出的是，假设参数s_k 已归一化，且与其他无线设备采集的参数相互独立，即 $\mathbb{E}(s_k s_k^*) = 1$ 和 $\mathbb{E}(s_k s_j^*) = 0$, $k,j \in \mathcal{K}$。为快速进行数据聚合，融合中心旨在计算所有无线设备采集参数之和（即 $s=\sum_{k\in\mathcal{K}} s_k$）。此外，本文所研究的设计可以轻松扩展到其他列线图函数 [38]。令 v_k表示无线设备 k的发射系数，则对应的发射数据为

$$x_k = v_k s_k. \tag{1}$$

令 P表示发射功率预算，无线设备的发射功率约束可表示为 $|v_k|^2 \le P, k \in \mathcal{K}$。考虑 STAR-RIS 的部署，来自两组无线设备（即 R-WD 和 T-WD）的入射信号可表示为

$$\boldsymbol{y}_r = \sum_{k\in\mathcal{K}_r} \boldsymbol{g}_k v_k s_k, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{y}_t = \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{g}_k v_k s_k, \tag{3}$$

分别地，其中 $\boldsymbol{g}_k \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示从无线设备 k 到 STAR-RIS 的信道向量。本文假设 STAR-RIS 基于能量分割协议 [35] [1] 在该协议中，传统RIS中的单个无源波束成形矩阵在 STAR-RIS 中被分为两部分。一部分用于信号反射，即无源反射波束成形矩阵；另一部分用于信号传输，称为无源透射波束成形矩阵。因此，无源反射与透射波束成形矩阵分别表示为 $\boldsymbol{\Theta}_r$，$\sqrt{\beta_r}\text{diag}\,(\boldsymbol{\theta}_r^*) \in \mathbb{C}^{M\times M}$和 $\boldsymbol{\Theta}_t$，$\sqrt{\beta_t}\text{diag}\,(\boldsymbol{\theta}_t^*) \in \mathbb{C}^{M\times M}$，其中$\beta_r, \beta_t \in [0,1]$, $\boldsymbol{\theta}_r$，$[e^{j\theta_1^r}, e^{j\theta_2^r}, \ldots, e^{j\theta_M^r}]^T \in \mathbb{C}^{M\times 1}$和 $\boldsymbol{\theta}_t$，$[e^{j\theta_1^t}, e^{j\theta_2^t}, \ldots, e^{j\theta_M^t}]^T \in \mathbb{C}^{M\times 1}$分别表示对角反射与透射波束成形向量，$\theta_m^r$ 和 θ_m^t 分别表示反射相移系数和透射相移系数，且 $\theta_m^r, \theta_m^t \in [0, 2\pi]$, $\forall m \in \mathcal{M}$.[2] 当 $\beta_t = 0$ 时，所考虑的 STAR-RIS 可简化为传统RIS。因此，传统RIS可视为其特例。由于 β_r 与 β_t 之间的相关性会使系统模型及相应问题复杂得多，为避免过高的复杂度并获得更多见解，我们在初步研究中考虑一种简化的等能量分割协议，即 $\beta_r = \beta_t = 0.5$。此外，为便于表述，β_r和 β_t 均被归一化为 1，这意味着 STAR-RIS 可同时执行全功率信号反射和信号传输。为执行信号反射和信号传输，STAR-RIS 中的无源元件需要同时支持电流与磁流 [32], [33]。因此，我们针对 STAR-RIS 考虑一种耦合相移模型，由此得到无源元件相移系数需满足以下条件 [36]:

$$\cos(\theta_m^t - \theta_m^r) = 0, \forall m \in \mathcal{M}. \tag{4}$$

该条件表明，反射相移系数和透射相移系数逐一耦合，并满足约束 $|\theta_m^t - \theta_m^r| = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \forall m \in \mathcal{M}$。通过联合优化 STAR-RIS 的无源反射与透射波束成形矩阵，我们能够在 STAR-RIS 辅助空中计算系统中灵活地降低计算均方误差。经过无源反射与透射波束成形矩阵处理后，STAR-RIS 产生的反射与透射混合信号可表示为

$$\boldsymbol{x}_{\text{rt}} = \boldsymbol{\Theta}_r \sum_{k\in\mathcal{K}_r} \boldsymbol{g}_k v_k s_k + \boldsymbol{\Theta}_t \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{g}_k v_k s_k. \tag{5}$$

因此，融合中心（FC）处的接收信号可表示为

$$\boldsymbol{y} = \underbrace{\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \left(\boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}_r \boldsymbol{g}_k\right) v_k s_k}_{\text{Signal from the reflection space}} + \underbrace{\sum_{k\in\mathcal{K}_t} \left(\boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}_t \boldsymbol{g}_k\right) v_k s_k}_{\text{Signal from the transmission space}} + \boldsymbol{n}, \tag{6}$$

[1]本文为便于分析，假设与无线设备、STAR-RIS 和融合中心相关的信道状态信息已知。这可以通过采用 [26], [39]–[41] 中的上行链路/下行链路训练方法实现。按照以往的鲁棒设计技术 [42]–[44], , 可以设计鲁棒波束成形方案，这将作为我们未来的研究方向。

[2]为便于分析，假设可重构智能表面各单元采用连续相位调节。不过，我们想指出，所提出的波束成形设计同样适用于离散相位调节的情形。具体做法是将连续相位投影到离散相位集合中距离最近的元素。

其中，$\boldsymbol{h}_k \in \mathbb{C}^{N\times 1}$、$\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N\times M}$和 $\boldsymbol{n} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 分别表示无线设备 k 到融合中心的信道向量、STAR-RIS 到融合中心的信道矩阵，以及加性高斯白噪声（AWGN）向量，其中 $\mathbb{E}(\boldsymbol{n}) = \mathbf{0}$ 和 $\mathbb{E}(\|\boldsymbol{n}\|^2) = \sigma^2\mathbf{I}$。由此可见，融合中心的接收信号可分为三部分，即来自反射空间的信号、来自透射空间的信号以及噪声向量。随后，融合中心旨在计算所有无线设备（位于反射空间和透射空间中）传输参数的总和。令 $\boldsymbol{u} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 表示融合中心的接收波束成形向量，则计算所得结果表示为

$$\hat{s} = \boldsymbol{u}^H \boldsymbol{y}. \tag{7}$$

B. 问题表述

根据上述推导，计算性能可通过 s 与 $\hat{s}$ 之间的均方误差（MSE）来衡量，即计算均方误差，其表达式为

$$\begin{aligned}
\zeta &= \mathbb{E}(|\hat{s}-s|^2) \\
&= \sum_{k\in\mathcal{K}_r} |\boldsymbol{u}^H(\boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}_r\boldsymbol{g}_k)v_k - 1|^2 \\
&+ \sum_{k\in\mathcal{K}_t} |\boldsymbol{u}^H(\boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}_t\boldsymbol{g}_k)v_k - 1|^2 + \sigma^2\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{u} \\
&= \sum_{k\in\mathcal{K}_r} |\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_k v_k + \boldsymbol{\theta}_r^H \mathrm{diag}(\boldsymbol{u}^H\mathbf{G})\boldsymbol{g}_k v_k - 1|^2 \\
&+ \sum_{k\in\mathcal{K}_t} |\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_k v_k + \boldsymbol{\theta}_t^H \mathrm{diag}(\boldsymbol{u}^H\mathbf{G})\boldsymbol{g}_k v_k - 1|^2 + \sigma^2\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{u}.
\end{aligned} \tag{8}$$

本文着重通过优化无线设备（WD）的发射系数、融合中心（FC）的接收波束成形向量以及 STAR-RIS 的对角反射/透射波束成形向量来最小化计算均方误差，即求解以下问题：

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}1\colon \underset{\{v_k\},\boldsymbol{u},\boldsymbol{\theta}_r,\boldsymbol{\theta}_t}{\text{minimize}} \ & \zeta \\
\text{subject to } & |v_k|^2 \le P, \forall k \in \mathcal{K}, \\
& \boldsymbol{\theta}_r(m) = e^{j\theta_m^r}, \forall m \in \mathcal{M}, \\
& \boldsymbol{\theta}_t(m) = e^{j\theta_m^t}, \forall m \in \mathcal{M}, \\
& |\theta_m^t - \theta_m^r| = \frac{\pi}{2} \text{ or } \frac{3\pi}{2}, \forall m \in \mathcal{M}, \\
& \theta_m^r, \theta_m^t \in [0, 2\pi], \forall m \in \mathcal{M}.
\end{aligned} \tag{9}$$

可以看出，问题$\mathcal{P}1$中有两类约束，即无线设备的发射功率约束和 STAR-RIS 的结构约束。具体而言，第二和第三个约束是由 STAR-RIS 的结构所导致的恒模约束，而耦合相移条件则导致最后一个约束。多个变量耦合在非凸非线性约束中，使得问题 $\mathcal{P}1$ 更具挑战性。据我们所知，目前尚无高效算法可用于求解这一非凸波束成形设计问题。

III. 所提出的交替优化波束成形设计

本节提出一种基于二元相移约束（BPC）的交替优化（AO）算法，即 AO-BPC，用于求解问题 $\mathcal{P}1$。具体而言，我们首先依据一阶最优性条件，在固定无线设备的发射系数以及 STAR-RIS 的对角反射/透射波束成形向量的情况下，对融合中心的接收波束成形向量进行优化。然后，利用拉格朗日对偶法，在给定接收波束成形向量和对角反射/透射波束成形向量的条件下更新发射系数。最后，通过引入辅助二元向量并利用二元相移约束，将对角反射与透射波束成形向量解耦。随后根据恒模约束和二元特性推导出闭式解。最后还分析了所提算法的计算复杂度和收敛性。

A. 接收波束成形向量 $\boldsymbol{u}$ 的优化

固定 $\{v_k\}$、$\boldsymbol{\theta}_r$ 和 $\boldsymbol{\theta}_t$ 后，关于融合中心接收波束成形向量的子问题可表示为

$$\mathcal{P}2\colon \underset{\boldsymbol{u}}{\text{minimize}} \ \zeta. \tag{10}$$

显然，问题 $\mathcal{P}2$ 无约束且为凸问题，可通过检验一阶最优性条件求解。因此，$\boldsymbol{u}$ 的最优解表示为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{u} = &\left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} |v_k|^2 \boldsymbol{h}_{k,r}\boldsymbol{h}_{k,r}^H + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} |v_k|^2 \boldsymbol{h}_{k,t}\boldsymbol{h}_{k,t}^H + \sigma^2\mathbf{I}\right)^{-1} \\
&\times \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \boldsymbol{h}_{k,r} v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{h}_{k,t} v_k\right),
\end{aligned} \tag{11}$$

其中，$\boldsymbol{h}_{k,\,r} = \boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}_r\boldsymbol{g}_k$、$k \in \mathcal{K}_r$ 和 $\boldsymbol{h}_{k,\,t} = \boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}_t\boldsymbol{g}_k$、$k \in \mathcal{K}_t$ 分别表示从 R-WD 和 T-WD 到融合中心的等效信道向量。与传统 RIS 辅助空中计算系统中的和均方误差接收波束成形（其形式为 $\left(\sum_{k\in\mathcal{K}} |v_k|^2 \boldsymbol{h}_k\boldsymbol{h}_k^H + \sigma^2\mathbf{I}\right)^{-1}\sum_{k\in\mathcal{K}} \boldsymbol{h}_k v_k$）相比，由于 R-WD 和 T-WD 通过不同路径向融合中心发送信号，矩阵求逆内外的项存在很大差异。

B. 发射系数 $\{v_k\}$的优化

给定 $\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{\theta}_r$和 $\boldsymbol{\theta}_t$后，我们可以将关于 $\{v_k\}$ 的子问题表述如下：

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}3\colon \underset{\{v_k\}}{\text{minimize}} \ & \zeta \\
\text{subject to } & |v_k|^2 \le P, \forall k \in \mathcal{K}.
\end{aligned} \tag{12}$$

可以看出，目标函数和约束中，R-WD处的发射系数与T-WD处的发射系数相互分离。此外，反射型/透射型无线设备中的发射系数也相互分离。因此，我们可以按照 k的顺序优化 v_k ，从而求解问题 $\mathcal{P}3$ 。接下来，

关于R-WD k处发射系数的问题可表述为

$$\begin{aligned}\mathcal{P}4\colon \underset{v_k}{\text{minimize}}\ & |\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,r}v_k-1|^2\\ \text{subject to}\ & |v_k|^2\le P.\end{aligned}\tag{13}$$

类似地，T-无线设备 k 的发射系数优化问题为

$$\begin{aligned}\mathcal{P}5\colon \underset{v_k}{\text{minimize}}\ & |\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,t}v_k-1|^2\\ \text{subject to}\ & |v_k|^2\le P.\end{aligned}\tag{14}$$

问题 $\mathcal{P}4$ 和 $\mathcal{P}5$ 均为带有一个二次约束的凸优化问题。因此，可以采用拉格朗日对偶方法高效地求解这两个问题，从而得到以下引理。

引理1：问题 $\mathcal{P}4$ 和 $\mathcal{P}5$的最优解分别为

$$v_k^\star=\frac{\boldsymbol{h}_{k,r}^H\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,r}\boldsymbol{h}_{k,r}^H\boldsymbol{u}+\mu_{k,r}^\star},\forall k\in\mathcal{K}_r,\tag{15}$$

$$v_k^\star=\frac{\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,r}\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{u}+\mu_{k,t}^\star},\forall k\in\mathcal{K}_t,\tag{16}$$

其中，$\mu_{k,\ r}^\star$ 和 $\mu_{k,\ t}^\star$ 表示问题 $\mathcal{P}4$ 和 $\mathcal{P}5$中与发射功率约束对应的最优拉格朗日乘子。如果 $\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,\ r}\boldsymbol{h}_{k,\ r}^H\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,\ t}\boldsymbol{h}_{k,\ t}^H\boldsymbol{u}$ 均非零，且

$$\frac{1}{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,r}\boldsymbol{h}_{k,r}^H\boldsymbol{u}}<P,\forall k\in\mathcal{K}_r,\tag{17}$$

$$\frac{1}{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,t}\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{u}}<P,\forall k\in\mathcal{K}_t,\tag{18}$$

则选择 $\mu_{k,\ r}^\star=0$ 和 $\mu_{k,\ t}^\star=0$；否则，选择 $\mu_{k,\ r}^\star$和 $\mu_{k,\ t}^\star$，使其满足以下条件

$$\left|\frac{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,r}}{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,r}\boldsymbol{h}_{k,r}^H\boldsymbol{u}+\mu_{k,r}^\star}\right|^2=P,\forall k\in\mathcal{K}_r,\tag{19}$$

$$\left|\frac{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,t}}{\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_{k,t}\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{u}+\mu_{k,t}^\star}\right|^2=P,\forall k\in\mathcal{K}_t.\tag{20}$$

证明：受篇幅限制，省略引理1的证明。 ■

由引理1可知，通过考虑以下两种情况，我们可以得到 v_k的解：1）当发射功率预算足够大时，选择 v_k 使目标函数值为零；2）当发射功率预算受限时，通过充分利用发射功率来优化 v_k ，即发射功率约束必须满足等式。

C. 对角反射与透射波束成形向量 $\boldsymbol{\theta}_r$、 $\boldsymbol{\theta}_t$的优化

固定 $\{v_k\}$ 和 $\boldsymbol{u}$后，关于 $\boldsymbol{\theta}_r$和 $\boldsymbol{\theta}_t$ 的子问题为

$$\begin{aligned}\mathcal{P}6\colon \underset{\boldsymbol{\theta}_r,\boldsymbol{\theta}_t}{\text{minimize}}\ & \zeta\\ \text{subject to}\ & \boldsymbol{\theta}_r(m)=e^{j\theta_m^r},\forall m\in\mathcal{M},\\ & \boldsymbol{\theta}_t(m)=e^{j\theta_m^t},\forall m\in\mathcal{M},\\ & |\theta_m^t-\theta_m^r|=\frac{\pi}{2}\text{ or }\frac{3\pi}{2},\forall m\in\mathcal{M},\\ & \theta_m^r,\theta_m^t\in[0,2\pi],\forall m\in\mathcal{M}.\end{aligned}\tag{21}$$

显然，由于耦合相移约束和恒模约束，问题 $\mathcal{P}6$ 颇具挑战性。下面，我们首先通过引入辅助二元向量并利用耦合二元相移约束，将问题 $\mathcal{P}6$ 重构为更易处理的形式。随后，可利用恒模约束，通过分别更新 $\boldsymbol{\theta}_r$ 中的单元和引入的二元向量来求解这一松弛问题。最后，通过考虑耦合相移约束来优化 $\boldsymbol{\theta}_t$ 。

根据耦合相移约束，可以推知 $\theta_m^t=\theta_m^r\pm\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3\pi}{2}$。于是，我们有

$$\boldsymbol{\theta}_t(m)=e^{j\theta_m^t}=\boldsymbol{q}(m)\sqrt{-1}e^{j\theta_m^r}=\boldsymbol{q}(m)\sqrt{-1}\boldsymbol{\theta}_r(m),\tag{22}$$

其中， $\boldsymbol{q}\in\mathbb{R}^{M\times1}$ 是一个满足 $\boldsymbol{q}(m)\in\{-1,1\}$的二进制向量。因此， θ_m^t 与 θ_m^r 之间的关系取决于 $\boldsymbol{q}$的取值，从而形成一个二进制相移约束。因此，问题 $\mathcal{P}6$ 可重构为

$$\begin{aligned}\mathcal{P}7\colon \underset{\boldsymbol{\theta}_r,\boldsymbol{q}}{\text{minimize}}\ & \hat{\zeta}\\ \text{subject to}\ & \boldsymbol{\theta}_r(m)=e^{j\theta_m^r},\forall m\in\mathcal{M},\\ & \boldsymbol{q}(m)\in\{-1,1\},\forall m\in\mathcal{M},\end{aligned}\tag{23}$$

其中

$$\begin{aligned}\hat{\zeta}=&\sum_{k\in\mathcal{K}_r}|\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_kv_k+\boldsymbol{\theta}_r^H\text{diag}(\boldsymbol{u}^H\mathbf{G})\boldsymbol{g}_kv_k-1|^2\\ &+\sum_{k\in\mathcal{K}_t}|\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_kv_k+(\boldsymbol{\theta}_r\circ\sqrt{-1}\boldsymbol{q})^H\text{diag}(\boldsymbol{u}^H\mathbf{G})\boldsymbol{g}_kv_k-1|^2\\ &+\sigma^2\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{u}.\end{aligned}\tag{24}$$

可以看出，将 $\boldsymbol{\theta}_t$ 表示为$\boldsymbol{\theta}_r$、 $\boldsymbol{q}$与单位虚向量的Hadamard积后，问题$\mathcal{P}7$ 中的变量在约束中不再耦合，难点仅在于恒模约束。为解决这一问题，我们采用带恒模约束的一阶最优性条件。由于变量 $\boldsymbol{\theta}_r$ 和 $\boldsymbol{q}$ 在约束中彼此分离，因此可以通过交替方式处理问题 $\mathcal{P}7$ 。此外，由于 $\boldsymbol{\theta}_r$ 的各个单元也彼此分离，因此可以通过依次更新 $\boldsymbol{\theta}_r$ 来对其进行优化

按 $m \in \mathcal{M}$的顺序$\boldsymbol{\theta}_r(m)$，即求解以下子问题：

$$\begin{aligned}\mathcal{P}8\colon \underset{\boldsymbol{\theta}_r(m)}{\text{minimize}} \quad & \sum_{k\in\mathcal{K}_r}|\boldsymbol{\theta}_r^*(m)\boldsymbol{a}_k(m)+\boldsymbol{b}_k(m)|^2 \\ & +\sum_{k\in\mathcal{K}_t}|(\boldsymbol{\theta}_r(m)\sqrt{-1}\boldsymbol{q}(m))^*\boldsymbol{c}_k(m)+\boldsymbol{d}_k(m)|^2 \\ \text{subject to } & \boldsymbol{\theta}_r(m)=e^{j\theta_m^r},\end{aligned} \tag{25}$$

其中

$$\boldsymbol{a}_k=\text{diag}(\boldsymbol{u}^H\mathbf{G})\boldsymbol{g}_kv_k,\forall k\in\mathcal{K}_r, \tag{26}$$

$$\boldsymbol{b}_k(m)=\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_kv_k-1+\sum_{j\neq m}\boldsymbol{\theta}_r^*(j)\boldsymbol{a}_k(j),$$

$$\forall k\in\mathcal{K}_r,\forall m,j\in\mathcal{M}, \tag{27}$$

$$\boldsymbol{c}_k=\text{diag}(\boldsymbol{u}^H\mathbf{G})\boldsymbol{g}_kv_k,\forall k\in\mathcal{K}_t, \tag{28}$$

$$\boldsymbol{d}_k(m)=\boldsymbol{u}^H\boldsymbol{h}_kv_k-1+\sum_{j\neq m}(\boldsymbol{\theta}_r(j)\sqrt{-1}\boldsymbol{q}(j))^*\boldsymbol{c}_k(j),$$

$$\forall k\in\mathcal{K}_t,\forall m,j\in\mathcal{M}. \tag{29}$$

注意，$|\boldsymbol{\theta}_r(m)|^2=1$。忽略一些常数项后，问题 $\mathcal{P}8$ 可等价地改写为：

$$\begin{aligned}\mathcal{P}9\colon \underset{\boldsymbol{\theta}_r(m)}{\text{minimize}} \quad & \Re[\boldsymbol{\theta}_r^*(m)\eta] \\ \text{subject to } & \boldsymbol{\theta}_r(m)=e^{j\theta_m^r},\end{aligned} \tag{30}$$

其中$\eta = \sum_{k\in\mathcal{K}_r}\boldsymbol{a}_k(m)\boldsymbol{b}_k^*(m) + \sum_{k\in\mathcal{K}_t}\sqrt{-1}\boldsymbol{q}^*(m)\boldsymbol{c}_k(m)\boldsymbol{d}_k^*(m)$。不考虑模值恒定约束时，通过选择 $\boldsymbol{\theta}_r(m)=-\eta$，即可得到问题 $\mathcal{P}9$ 的最小目标函数值。因此，$\boldsymbol{\theta}_r(m)$的可行解为

$$\boldsymbol{\theta}_r(m)=\frac{-\eta}{|\eta|}. \tag{31}$$

类似地，$\boldsymbol{q}(m)$可以逐元素更新，从而得到以下问题：

$$\begin{aligned}\mathcal{P}10\colon \underset{\boldsymbol{q}(m)}{\text{minimize}} \quad & \sum_{k\in\mathcal{K}_t}|(\boldsymbol{\theta}_r(m)\sqrt{-1}\boldsymbol{q}(m))^*\boldsymbol{c}_k(m)+\boldsymbol{d}_k(m)|^2 \\ \text{subject to } & \boldsymbol{q}(m)\in\{-1,1\}.\end{aligned} \tag{32}$$

由于 $\boldsymbol{q}(m)$是实变量，且 $|\boldsymbol{q}(m)|^2=1$，目标函数可等价地改写为$\boldsymbol{q}(m)\Re[(\boldsymbol{\theta}_r(m)\sqrt{-1})^*\boldsymbol{c}_k(m)\boldsymbol{d}_k^*(m)]$。由此可知，当 $\Re[\sum_{k\in\mathcal{K}_t}(\boldsymbol{\theta}_r(m)\sqrt{-1})^*\boldsymbol{c}_k(m)\boldsymbol{d}_k^*(m)]\geq 0$时，选择 $\boldsymbol{q}(m)=-1$ 可使目标函数值最小；否则，$\boldsymbol{q}(m)=1$。因此，$\boldsymbol{q}(m)$更新为

$$\boldsymbol{q}(m)=-\text{sign}\{\Re[\sum_{k\in\mathcal{K}_t}(\boldsymbol{\theta}_r(m)\sqrt{-1})^*\boldsymbol{c}_k(m)\boldsymbol{d}_k^*(m)]\}. \tag{33}$$

最后，考虑二进制相移约束即可优化 $\boldsymbol{\theta}_t$，即

$$\boldsymbol{\theta}_t=\boldsymbol{\theta}_r\circ(\sqrt{-1}\boldsymbol{q}). \tag{34}$$

根据上述推导，用于求解问题 $\mathcal{P}1$ 的AO-BPC算法总结于算法1中。可以看出，通过利用交替优化方案

算法1 求解问题$\mathcal{P}1$的AO-BPC算法。

初始化 $\epsilon>0$、$\{v_k\}$、$\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{\theta}_r$和 $\boldsymbol{\theta}_t$，使其满足所有约束；

重复

根据式（11）更新 $\boldsymbol{u}$；根据引理1更新 $\{v_k\}$；
根据式（31）、（33）和（34）更新 $\boldsymbol{\theta}_r$ 和 $\boldsymbol{\theta}_t$；
直到目标函数的下降幅度低于 ϵ。

结合一些常规方法（例如一阶最优性条件和拉格朗日乘数法），我们推导出 $\boldsymbol{u}$ 和 $\{v_k\}$ 的闭式解，并高效地处理问题 $\mathcal{P}2$ 和 $\mathcal{P}3$。此外，由于子问题$\mathcal{P}6$ 中 $\boldsymbol{\theta}_r$ 和 $\boldsymbol{\theta}_t$ 之间的耦合相移约束具有非凸性且存在不确定性，我们引入辅助二元向量 $\boldsymbol{q}$，并将这些约束改写为Hadamard积的形式，进而将 $\mathcal{P}6$ 重构为一个关于 $\boldsymbol{\theta}_r$ 和 $\boldsymbol{q}$的、更易处理的问题，其中约束中的变量彼此分离。最后，为了处理重构问题中关于 $\boldsymbol{\theta}_r$和 $\boldsymbol{q}$的二元约束，受 $\boldsymbol{q}$的二进制特性启发，我们以交替方式利用这些变量的闭式解进行更新。随后，考虑Hadamard积约束即可求得 $\boldsymbol{\theta}_t$。

D. 复杂度与收敛性分析

根据 (11)，更新 $\boldsymbol{u}$ 的复杂度为$\mathcal{O}(K(M^2+MN+N)+N^3)$。类似地，优化 $\{v_k\}$的复杂度为 $\mathcal{O}(K(M^2+MN+N))$。可以看出，优化 $\boldsymbol{\theta}_r$ 和 $\boldsymbol{q}$ 的复杂度均为$\mathcal{O}(KM)$。根据 (34) 更新 $\boldsymbol{\theta}_t$ 的复杂度为 $\mathcal{O}(M)$。因此，算法1的总体复杂度为$\mathcal{O}(K(M^2+MN+N)+N^3+KM+M)$。此外，还对算法1的收敛性进行了分析，结果总结如下定理。

定理1：可以保证，算法1中所提出的 AO-BPC 算法生成的序列的任意极限点都会收敛到问题 $\mathcal{P}1$的一个驻点解。

证明：见附录A。 ■

IV. 与传统 RIS 辅助空中计算系统的比较

本节首先推导传统 RIS 辅助空中计算系统的计算均方误差。然后，在一些合理假设下，对 STAR-RIS 辅助系统和传统RIS辅助系统的计算均方误差进行简化。最后，从计算均方误差的角度，理论证明 STAR-RIS 相较于传统 RIS能够带来更大的性能增益。

将 STAR-RIS 替换为传统RIS后，融合中心处接收到的信号为

$$\tilde{y}=\sum_{k\in\mathcal{K}_r}(\boldsymbol{h}_k+\mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{g}_k)v_ks_k+\sum_{k\in\mathcal{K}t}\boldsymbol{h}_kv_ks_k+\boldsymbol{n}, \tag{35}$$

其中，$\boldsymbol{\Theta}\in\mathbb{C}^{M\times M}$ 是可重构智能表面处的无源波束成形矩阵。请注意，由于传统可重构智能表面无法进行

信号传输，因此，融合中心与位于透射空间中的无线设备之间仅存在直连链路。利用接收波束成形向量 $\tilde{\boldsymbol{u}} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$，计算结果表示为

$$\tilde{s} = \tilde{\boldsymbol{u}}^H \tilde{y}. \tag{36}$$

那么，传统RIS辅助空中计算系统的计算均方误差可表示为：

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta} &= \mathbb{E}(|\tilde{s}-s|^2)\\ &= \sum_{k\in\mathcal{K}_r} |\tilde{\boldsymbol{u}}^H(\boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{g}_k)v_k - 1|^2 + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} |\tilde{\boldsymbol{u}}^H\boldsymbol{h}_k v_k - 1|^2\\ &\quad + \sigma^2 \tilde{\boldsymbol{u}}^H\tilde{\boldsymbol{u}}.\end{aligned} \tag{37}$$

假设 $\tilde{\boldsymbol{u}}$ 也根据一阶最优性条件进行优化，则 $\tilde{\boldsymbol{u}}$ 可更新为

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{u}} = &\left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} |v_k|^2 \tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} |v_k|^2 \boldsymbol{h}_k\boldsymbol{h}_k^H + \sigma^2\mathbf{I}\right)^{-1}\\ &\times \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{h}_k v_k\right).\end{aligned} \tag{38}$$

其中$\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r} = \boldsymbol{h}_k + \mathbf{G}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{g}_k$。将（38）代入（37），计算均方误差可改写为

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}(v_k,\boldsymbol{\Theta}) = &K - \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{h}_k v_k\right)^H\\ &\times \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} |v_k|^2 \tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} |v_k|^2 \boldsymbol{h}_k\boldsymbol{h}_k^H + \sigma^2\mathbf{I}\right)^{-1}\\ &\times \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{h}_k v_k\right).\end{aligned} \tag{39}$$

类似地，STAR-RIS辅助空中计算系统的计算均方误差为

$$\begin{aligned}\zeta(v_k,\boldsymbol{\Theta}_r,\boldsymbol{\Theta}_t) = &K - \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \boldsymbol{h}_{k,r}v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{h}_{k,t}v_k\right)^H\\ &\times \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} |v_k|^2 \boldsymbol{h}_{k,r}\boldsymbol{h}_{k,r}^H + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} |v_k|^2 \boldsymbol{h}_{k,t}\boldsymbol{h}_{k,t}^H + \sigma^2\mathbf{I}\right)^{-1}\\ &\times \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \boldsymbol{h}_{k,r}v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \boldsymbol{h}_{k,t}v_k\right).\end{aligned} \tag{40}$$

为便于分析，我们考虑以下假设：

假设 1：我们假设融合中心的天线数量以及 STAR-RIS/RIS 的单元数量足够大，使得不同无线设备的信道向量相互正交，即，

$$\begin{aligned}&\frac{1}{N}\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_{k'} = \mathbf{0},\ \frac{1}{N}\boldsymbol{h}_{j,r}^H\boldsymbol{h}_{j',r} = \mathbf{0},\\ &\forall k,k'\in\mathcal{K}, k\neq k', \forall j,j'\in\mathcal{K}_r, j\neq j',\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{N}\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{h}_{k',t} = \mathbf{0},\ \frac{1}{N}\boldsymbol{h}_{j,r}^H\boldsymbol{h}_{j',t} = \mathbf{0},\\ &\forall k,k'\in\mathcal{K}_t, k\neq k', \forall j\in\mathcal{K}_r, j'\in\mathcal{K}_t,\end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{N}\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k',r} = \mathbf{0},\ \frac{1}{N}\tilde{\boldsymbol{h}}_{j,r}^H\boldsymbol{h}_{j'} = \mathbf{0},\\ &\forall k,k'\in\mathcal{K}_r, k\neq k', \forall j\in\mathcal{K}_r, j'\in\mathcal{K}_t.\end{aligned} \tag{43}$$

基于上述假设，我们可以将（39）和（40）中的计算均方误差简化为更易处理的形式，从而得到以下引理。

引理2：在假设 1下，(39)和(40)可近似写为：

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}(v_k,\boldsymbol{\Theta}) \approx K - \frac{1}{\sigma^2}\Bigg(&\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \frac{\sigma^2|v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}}{\sigma^2 + |v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}}\\ &+ \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \frac{\sigma^2|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k}{\sigma^2 + |v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k}\Bigg),\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}\zeta(v_k,\boldsymbol{\Theta}_r,\boldsymbol{\Theta}_t) \approx K - \frac{1}{\sigma^2}\Bigg(&\sum_{k\in\mathcal{K}_r} \frac{\sigma^2|v_k|^2\boldsymbol{h}_{k,r}^H\boldsymbol{h}_{k,r}}{\sigma^2 + |v_k|^2\boldsymbol{h}_{k,r}^H\boldsymbol{h}_{k,r}}\\ &+ \sum_{k\in\mathcal{K}_t} \frac{\sigma^2|v_k|^2\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{h}_{k,t}}{\sigma^2 + |v_k|^2\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{h}_{k,t}}\Bigg),\end{aligned} \tag{45}$$

分别。

证明：见附录B。 ■

根据引理2，我们从理论上证明，STAR-RIS辅助AirComp系统的计算均方误差小于传统RIS辅助AirComp系统的计算均方误差，具体总结如下述定理。

定理2：令$\{v_k^\star, \boldsymbol{\Theta}_r^\star, \boldsymbol{\Theta}_t^\star\}$和$\{\tilde{v}_k^\star, \boldsymbol{\Theta}^\star\}$分别表示传统RIS辅助（STAR-RIS辅助）空中计算系统中无线设备的最优发射系数和无源波束成形矩阵。STAR-RIS辅助AirComp系统的计算均方误差小于传统RIS辅助系统的计算均方误差，即 $\zeta(v_k^\star, \boldsymbol{\Theta}_r^\star, \boldsymbol{\Theta}_t^\star) < \tilde{\zeta}(\tilde{v}_k^\star, \boldsymbol{\Theta}^\star)$。

证明：见附录C。 ■

V. 仿真结果

在本节中，我们通过与以下基准方案进行比较，评估所提出的AO-BPC算法的计算均方误差性能：

- CRIS：在此基准方案中，STAR-RIS 被替换为传统 RIS。因此，来自 T-WD 的信号不会经过 RIS 处理，这意味着融合中心与 T-WD 之间只有直连链路。因此，排除对角发射波束成形向量的更新后，我们也可以根据 AO-BPC 算法优化融合中心的接收波束成形向量、无线设备的发射系数以及 RIS 的对角反射向量。

• AO-RPC：在此基准方案中，考虑了 $\boldsymbol{\theta}_t$ 与 $\boldsymbol{\theta}_r$ 之间的随机相移约束，即 $\boldsymbol{\theta}_t = \boldsymbol{\theta}_r \circ \hat{\boldsymbol{q}}$，其中 $\boldsymbol{q} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ ˆ |和 $\hat{\boldsymbol{q}}m(| = 1)\boldsymbol{q}$ 。特别地，我们假设在波束成形设计中 $\boldsymbol{\theta}_r$ ˆ $\boldsymbol{\theta}_t$ 固定。然后，我们可以通过求解形式为问题 $\mathcal{P}8$ 的重构子问题并考虑随机相移约束，来更新和。

• AO-WPC：在该基准方案中，取消了 $\boldsymbol{\theta}_t$ 与 $\boldsymbol{\theta}_r$ 之间的移相约束。因此，利用应用于问题 $\mathcal{P}9$的方法，分别对 $\boldsymbol{\theta}_t$和 $\boldsymbol{\theta}_r$ 进行优化。

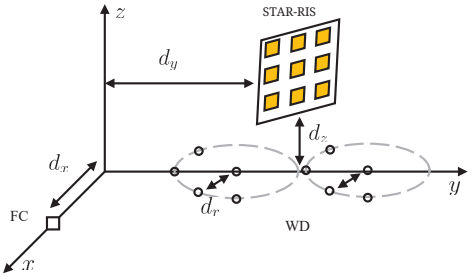


图2：仿真中的位置设置。

在以下仿真中，假设采用紧密间隔天线，且散射环境的角扩展有限。因此，我们针对WD–RIS、WD–FC和RIS–FC链路，考虑一种通用的空间相关莱斯衰落信道模型，该模型由视距（LoS）和非视距（NLoS）分量组成，并已广泛应用于文献中 [35]。对于LoS分量，与距离相关的路径损耗定义为 $L = C_0\left(\frac{d}{D_0}\right)^{-\alpha}$，其中 C_0、 d和 α 分别表示参考距离 $D_0 = 1$ 米（m）处的路径损耗、实际距离和路径损耗指数。为明确起见，我们将 α_{WR} （$\alpha_{\mathrm{rWF}}/\alpha_{\mathrm{tWF}}$ 和 α_{RF}）以及 β_{WR} （$\beta_{\mathrm{rWF}}/\beta_{\mathrm{tWF}}$和 β_{SF}）分别表示WD–RIS（WD–FC和RIS-FC）链路的路径损耗指数和莱斯因子。在仿真设置中，考虑图2所示的三维系统，其中融合中心和STAR-RIS分别位于 x轴和 y-z 平面上。假设融合中心配备一个ULA，而STAR-RIS上部署了一个具有 $M = M_y M_z$个反射单元的均匀矩形阵列（URA），其中 M_y和 M_z 分别表示沿 y轴和 z轴方向的单元数量。融合中心/STAR-RIS处的参考天线/单元分别位于（$d_x = 2$米，0，0）和（0，d_y =50米 $d_z = 3$米）。此外，反射型/透射型无线设备均匀分布在半径为 $d_r = 5$米的圆周上，其中心分别位于（0，$d_y - d_r = 45$米，0）/（0，$d_y + d_r = 55$米，0）。我们将信噪比（SNR）定义为SNR = $\frac{P}{\sigma^2}$。此外，除非另有说明，均采用表II中的仿真参数设置。

表 I：仿真参数设置。

参数	值	参数	值
M	64	α_{tWF}	4
M_y	4	α_{RF}	3
M_z	M/M_y	d_x	2 m
N	64	d_y	50 m
K	64	d_z	3 m
K_r	$K/2$	d_r	3 m
K_t	$K/2$	β_{WS}	3 dB
σ^2	−80 dBm	β_{SF}	3 dB
C_0	−30 分贝	β_{rWF}	−3 分贝
D_0	1 m	β_{tWF}	−3 分贝
α_{WR}	2.2	ϵ	10^{-4}
α_{rWF}	3.8		

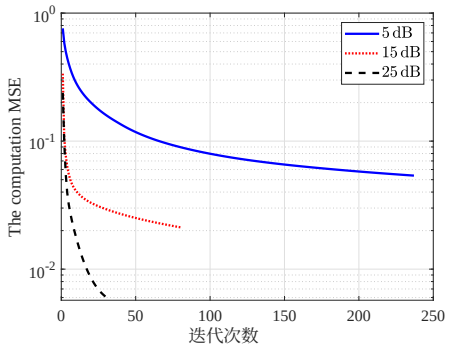


图 3：信噪比为 = 5 分贝、15 分贝和 25 分贝时 AO-BPC算法的收敛行为。

A. 收敛性

图3展示了信噪比为 = 5 分贝、15 分贝和 25 分贝时 AO-BPC 算法的收敛行为。在不同信噪比区域，所提出的算法经过若干次迭代后收敛至一个驻点。随着信噪比增大，驻点逐渐降低并趋近于零。此外，在中等和高信噪比区域，AO-BPC算法仅需少数几次迭代即可终止。然而，可以看出，随着信噪比变得极低，收敛速度会减慢；当信噪比为 = 5 分贝时，需要超过 200 次迭代才能收敛。

B. 无线设备数量的影响

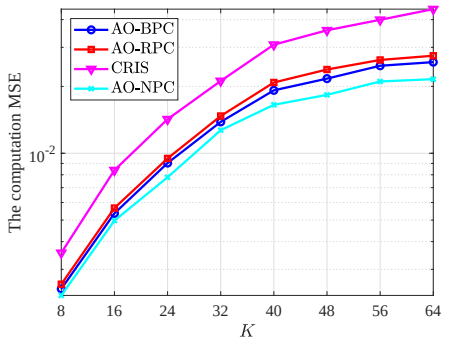


图4：计算均方误差性能随 K 的变化，信噪比为 = 15分贝。

图4比较了所考虑方案在 K 下、信噪比为 = 15 分贝时的计算均方误差性能。可以看出，所有方案的计算均方误差都会随着无线设备数量的增加而增大，这是因为要设计一个STAR-RIS/RIS处的无源反射/透射矩阵，以及一个融合中心处的接收波束成形向量，以聚合更多无线设备的采集数据，难度更大。此外，

AO-BPC算法的性能优于CRIS算法，且随着无线设备数量增加，二者之间的差距逐渐扩大。这与我们在第IV节中的讨论一致：STAR-RIS辅助AirComp系统的计算均方误差低于传统RIS辅助系统。AO-BPC算法实现的计算均方误差略低于AO-RPC算法，这是因为这两种算法都考虑了耦合相移约束。AO-BPC算法中的相移约束为二进制约束，可通过引入辅助二元向量将其解耦。利用该向量的二进制特性对其进行优化，可以提升系统性能。然而，目前缺少有效方法来处理AO-RPC算法中的随机相移约束，这导致了图4中两种算法之间的微小差距。此外，随机耦合相移约束可能导致较高的复杂度，并需要更多迭代才能收敛。所提出的算法性能接近AO-NPC算法。由于AO-NPC算法在优化STAR-RIS的无源反射与透射波束成形矩阵时忽略了耦合相移约束，因此可将其视为下界；忽略这些约束可提供更多空间自由度。这进一步验证了所提出算法的有效性。

C. R-WD数量的影响

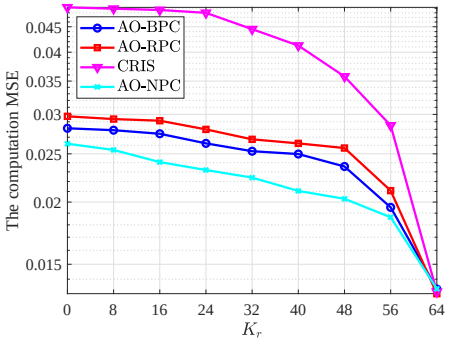


图5：信噪比为 $=15$分贝时，计算均方误差性能随 K_r 变化的情况，其中 $K=64$ 。

我们比较了所考虑方案在 K_r下、具有 $K=64$ 且信噪比为 $=15$分贝时的计算均方误差性能。如图2所示，随着 K_r 增加，所有方案的计算均方误差均会降低，因为更多无线设备变为路径损耗较低的 R-WD。此外，这些 R-WD 还可以受益于 STAR-RIS/RIS 的被动反射矩阵。特别是，被动反射矩阵在 CRIS算法中的作用更加明显，因为传统RIS仅在无线设备位于反射空间时才能发挥作用。当 $K_r=0$时，即所有无线设备均为 T-WD，STAR-RIS辅助AirComp系统的计算均方误差远低于传统RIS辅助系统。这是因为在传统RIS辅助系统中，来自 T-WD 的信号只能通过 T-WD 与融合中心之间的直连链路传输，因为 RIS 只能进行信号反射；而在 STAR-RIS辅助AirComp系统中，信号则可以通过 STAR-RIS 传输。此外，所考虑方案达到的计算均方误差在当 $K_r=64$时相同。此时，所有无线设备均变为 R-WD，且 STAR-RIS 不执行信号传输，即 STAR-RIS 辅助空中计算系统退化为传统RIS辅助系统。

D. STAR-RIS/RIS处无源反射/透射单元数量的影响

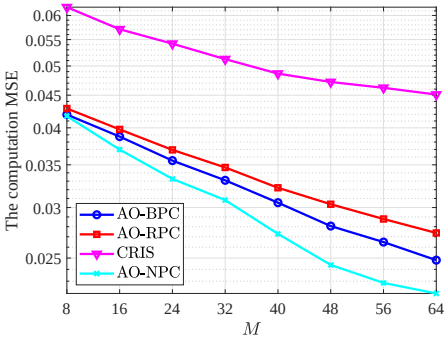


图6：信噪比为 $=15$分贝时，计算均方误差性能随 M 变化的情况。

图6展示了在信噪比为 $=15$分贝时，所考虑方案的计算均方误差性能随STAR-RIS/RIS处无源反射/透射单元数量的变化情况。随着 M 增加，STAR-RIS/RIS能够提供更大的信道增益，从而降低计算均方误差。随着 M 增大，AO-BPC算法相较于AO-RPC和CRIS算法的优势逐渐扩大，这是因为前者不仅能为T-WD提供更多空间自由度（即信号传输），还能更好地处理STAR-RIS处无源反射与透射波束成形矩阵之间的耦合相移约束。此外，我们提出的算法所实现的计算均方误差以下界AO-NPC算法所实现的计算均方误差为基准。不过，二者之间的差距相当小，尤其是在 M 小于32时。

E. 融合中心接收天线数量的影响

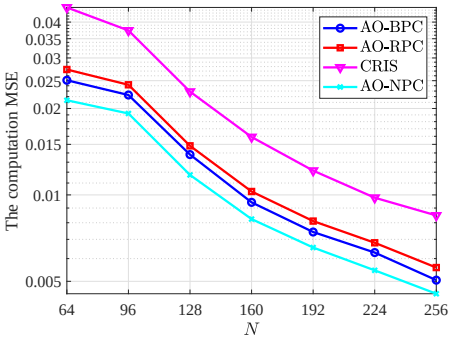


图7：信噪比为 $=15$分贝时，计算均方误差性能随 N 的变化。

图7比较了在信噪比为 $=15$分贝时，融合中心接收天线数量对计算均方误差性能的影响。由于更多接收天线可提供更多空间自由度，因此

随着 N 增加，所有曲线的计算均方误差均会降低。特别是，当 N从64增加到96时，计算均方误差下降较慢，而当$N > 96$时，下降速度会加快。这是因为当接收天线数量足够大时，无线设备与融合中心之间直连链路的信道增益趋于占主导地位。所提出的AO-BPC算法仍优于AO-RPC算法和CRIS算法。具体而言，AO-BPC算法与CRIS算法之间的差距远大于AO-BPC算法与AO-RPC算法之间的差距，这验证了STAR-RIS在空中计算系统中的显著优势。

F. 信噪比的影响

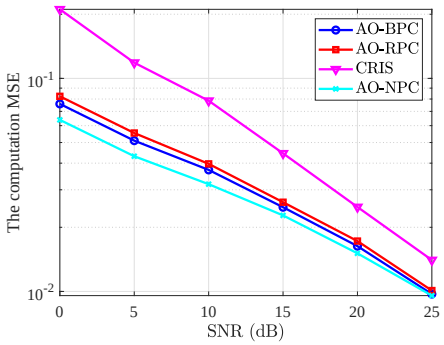


图 8：计算均方误差性能随信噪比的变化。

图 8 展示了所考虑方案的计算均方误差随信噪比的变化。随着信噪比的提高，由于信道增益的作用，计算均方误差性能显著改善。此外，可以观察到，当信噪比从 0 分贝变化到 25 分贝时，AO-BPC算法与AO-NPC算法之间的差距逐渐缩小。这表明，尽管AO-BPC算法考虑了二元相移约束，但在高信噪比区域，我们提出的算法所达到的计算均方误差与AO-NPC算法所达到的计算均方误差非常接近；后者被视为性能下界。这一观察结果进一步验证了AO-BPC算法的有效性。

VI. 结论

本文研究了STAR-RIS辅助空中计算系统的联合波束成形设计。提出了一种AO-BPC算法，用于联合优化R-WD/T-WD的发射系数、STAR-RIS的无源反射/透射波束成形矩阵，以及FC的接收波束成形向量。具体而言，我们采用拉格朗日对偶法和一阶最优性条件优化发射系数与接收波束成形向量。通过引入辅助变量并利用二元相移约束，我们推导出了无源反射与透射波束成形矩阵的闭式解。此外，我们还分析了所提AO-BPC算法的复杂度与收敛性。此外，在一些合理假设下，STAR-RIS辅助空中计算系统和传统RIS辅助空中计算系统的计算均方误差表达式得到了简化。随后，我们证明了STAR-RIS辅助空中计算系统能够实现比传统RIS辅助系统更低的计算均方误差。仿真结果表明，所提AO-BPC算法优于AO-RPC和CRIS基准方案。此外，AO-BPC算法的计算均方误差接近于在不受耦合相移约束时通过优化无源反射与透射波束成形矩阵所能达到的性能下界。所提AO-BPC算法可作为STAR-RIS辅助空中计算系统的一种出色候选方案。

接下来，我们将讨论本研究尚未解决的一些问题，以推动未来的研究。

- 作为初步尝试，本研究仅考虑了能量分割协议。一般而言，STAR-RIS可采用不同的协议运行，例如模式切换和时间切换。波束成形设计的性能和复杂度可能会受到协议的显著影响。因此，未来有必要研究采用不同协议的STAR-RIS辅助AirComp系统。

- 在本研究中，假设无线设备、融合中心和STAR-RIS均已完全获知信道状态信息。实际上，由于STAR-RIS的单元数量庞大，信道信息难以估计，且估计误差可能较大。因此，STAR-RIS辅助空中计算系统的鲁棒波束成形设计值得进一步研究。

- 考虑到硬件限制，STAR-RIS在实际应用中可能只能执行离散相移。因此，离散相移条件下STAR-RIS辅助空中计算系统的波束成形设计也是一个重要课题。

附录A 定理1的证明

由于采用交替优化法求解问题 $\mathcal{P}1$，我们需要证明目标函数值在每次迭代中均不增。显然，考虑到融合中心处的接收波束成形向量 $\boldsymbol{u}$ 和发射波束成形系数 $\{v_k\}$ 分别基于一阶最优性条件和拉格朗日对偶法进行更新，我们有

$$\zeta(\boldsymbol{u}_{n+1},\{v_{k,n}\},\boldsymbol{\theta}_{r,n},\boldsymbol{\theta}_{t,n}) \le \zeta(\boldsymbol{u}_n,\{v_{k,n}\},\boldsymbol{\theta}_{r,n},\boldsymbol{\theta}_{t,n}), \quad (46)$$

$$\zeta(\boldsymbol{u}_n,\{v_{k,n+1}\},\boldsymbol{\theta}_{r,n},\boldsymbol{\theta}_{t,n}) \le \zeta(\boldsymbol{u}_n,\{v_{k,n}\},\boldsymbol{\theta}_{r,n},\boldsymbol{\theta}_{t,n}), \quad (47)$$

其中，n 表示迭代次数。因此，对 $\boldsymbol{u}$ 和 $\{v_k\}$ 进行优化可使目标函数值不增。

接下来，我们关注问题 $\mathcal{P}7$。考虑恒模约束后，根据 (31) 和 (33) 逐元素更新 STAR-RIS 处的对角反射向量 $\boldsymbol{\theta}_r$ 和辅助变量 $\boldsymbol{q}$，它们分别是问题 $\mathcal{P}9$ 和 $\mathcal{P}10$ 的最优解和可行解，

此外， $\mathcal{P}7$、 $\mathcal{P}9$ 和 $\mathcal{P}10$ 的目标函数均等价。因此，我们有

$$\hat{\zeta}(\boldsymbol{u}_n, \{v_{k,n}\}, \boldsymbol{\theta}_{r,n+1}, \boldsymbol{q}_n) \le \hat{\zeta}(\boldsymbol{u}_n, \{v_{k,n}\}, \boldsymbol{\theta}_{r,n}, \boldsymbol{q}_n), \quad (48)$$

$$\hat{\zeta}(\boldsymbol{u}_n, \{v_{k,n}\}, \boldsymbol{\theta}_{r,n}, \boldsymbol{q}_{n+1}) \le \hat{\zeta}(\boldsymbol{u}_n, \{v_{k,n}\}, \boldsymbol{\theta}_{r,n}, \boldsymbol{q}_n). \quad (49)$$

注意到，对角发射向量 $\boldsymbol{\theta}_t$ 通过式（34）进行优化，且满足耦合相移约束。因此，我们有

$$\hat{\zeta}(\boldsymbol{u}_n, \{v_{k,n}\}, \boldsymbol{\theta}_{r,n}, \boldsymbol{q}_n) = \zeta(\boldsymbol{u}_n, \{v_{k,n}\}, \boldsymbol{\theta}_{r,n}, \boldsymbol{\theta}_{t,n}). \quad (50)$$

结合式（46）–（50），可证明目标函数值在每次迭代中均不增。此外，由于目标函数定义为计算均方误差，其值下界为零。因此，算法1的收敛性显然成立。

附录B 引理2的证明

我们首先关注式（39）的简化。可以看出，矩阵求逆项是最难处理的部分。利用其特殊结构，我们可以应用 Sherman–Morrison 公式 [45]。矩阵求逆项可重写为

$$\mathbf{D}_n = \begin{cases} \sigma^2\mathbf{I}, & \text{if } n = 0, \\ \mathbf{D}_{n-1} + |v_n|^2 \tilde{\boldsymbol{h}}_{n,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{n,r}^H, & \text{else if } 1 < n \le K_r, \\ \mathbf{D}_{n-1} + |v_n|^2 \boldsymbol{h}_n\boldsymbol{h}_n^H, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (51)$$

因此，我们得到以下用于计算 D_n 的逆矩阵的递归公式

$$\mathbf{D}_n^{-1} = \begin{cases} \mathbf{D}_{n-1}^{-1} - \dfrac{\mathbf{D}_{n-1}^{-1}|v_n|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{n,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{n,r}^H\mathbf{D}_{n-1}^{-1}}{1+|v_n|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{n,r}^H\mathbf{D}_{n-1}^{-1}\tilde{\boldsymbol{h}}_{n,r}}, \\ \text{if } 1 \le n \le K_r \\ \mathbf{D}_{n-1}^{-1} - \dfrac{\mathbf{D}_{n-1}^{-1}|v_n|^2\boldsymbol{h}_n\boldsymbol{h}_n^H\mathbf{D}_{n-1}^{-1}}{1+|v_n|^2\boldsymbol{h}_n^H\mathbf{D}_{n-1}^{-1}\boldsymbol{h}_n}, \\ \text{otherwise.} \end{cases} \quad (52)$$

假设 $K_r \ge 2$ 并令 $n = 1$，我们可以得到 D_1 的逆矩阵

$$\mathbf{D}_1^{-1} = \frac{1}{\sigma^2}\left(\mathbf{I} - \frac{|v_1|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}^H}{\sigma^2+|v_1|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}}\right). \quad (53)$$

然后我们计算 D_2 的逆矩阵

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_2^{-1} &= \mathbf{D}_1^{-1} - \frac{\mathbf{D}_1^{-1}|v_2|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}^H\mathbf{D}_1^{-1}}{1+|v_2|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}^H\mathbf{D}_1^{-1}\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}/\sigma^2} \\ &\approx \frac{1}{\sigma^2}\left(\mathbf{I} - \frac{|v_1|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}^H}{\sigma^2+|v_1|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,r}} - \frac{|v_2|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}^H}{\sigma^2+|v_2|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,r}}\right),\end{aligned} \quad (54)$$

其中，近似是由式（43）得出的。因此，我们可以推导出 D_K 的逆如下

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_K^{-1} \approx \frac{1}{\sigma^2}\Bigg(&\mathbf{I} - \sum_{k\in\mathcal{K}_r}\frac{|v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_k\tilde{\boldsymbol{h}}_k^H}{\sigma^2+|v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}} \\ &- \sum_{k\in\mathcal{K}_t}\frac{|v_k|^2\boldsymbol{h}_k\boldsymbol{h}_k^H}{\sigma^2+|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k}\Bigg).\end{aligned} \quad (55)$$

将（55）代入（39），得到

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}(v_k, \boldsymbol{\Theta}) &\approx K - \left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t}\boldsymbol{h}_k v_k\right)^H \\ &\times \mathbf{D}_K^{-1}\left(\sum_{k\in\mathcal{K}_r}\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}v_k + \sum_{k\in\mathcal{K}_t}\boldsymbol{h}_k v_k\right) \\ &\approx K - \frac{1}{\sigma^2}\Bigg(\sum_{k\in\mathcal{K}_r}|v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r} + \sum_{k\in\mathcal{K}_t}|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k \\ &- \sum_{k\in\mathcal{K}_r}\frac{|v_k|^4|\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}|^2}{\sigma^2+|v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}} - \sum_{k\in\mathcal{K}_t}\frac{|v_k|^4|\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k|^2}{\sigma^2+|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k}\Bigg) \\ &= K - \frac{1}{\sigma^2}\Bigg(\sum_{k\in\mathcal{K}_r}\frac{\sigma^2|v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}}{\sigma^2+|v_k|^2\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}^H\tilde{\boldsymbol{h}}_{k,r}} \\ &+ \sum_{k\in\mathcal{K}_t}\frac{\sigma^2|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k}{\sigma^2+|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k}\Bigg),\end{aligned} \quad (56)$$

其中，第二个近似是由式（42）和（43）得出的。类似地可得式（45），结论随即成立。

附录C 定理2的证明

首先，我们假设 STAR-RIS 辅助的空中计算系统也采用传统RIS辅助系统的最优发射系数和无源反射波束成形矩阵。于是有

$$\begin{aligned}&\zeta(\tilde{v}_k^\star, \tilde{\boldsymbol{\Theta}}^\star, \boldsymbol{\Theta}_t) - \tilde{\zeta}(\tilde{v}_k^\star, \tilde{\boldsymbol{\Theta}}^\star) \\ &= \frac{1}{\sigma^2}\sum_{k\in\mathcal{K}_t}\left(\frac{\sigma^2|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k}{\sigma^2+|v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k} - \frac{\sigma^2|v_k|^2\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{h}_{k,t}}{\sigma^2+|v_k|^2\boldsymbol{h}_{k,t}^H\boldsymbol{h}_{k,t}}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma^2}\sum_{k\in\mathcal{K}_t}\left(\frac{\sigma^2 e_k}{\sigma^2+e_k} - \frac{\sigma^2 e_k + f_k}{\sigma^2+e_k+f_k}\right),\end{aligned} \quad (57)$$

其中 $e_k = |v_k|^2\boldsymbol{h}_k^H\boldsymbol{h}_k$ 和 $f_k = \sigma^2(2\Re(\boldsymbol{h}_k^H\mathrm{G}\boldsymbol{\Theta}_t\boldsymbol{g}_k) + \boldsymbol{g}_k^H\boldsymbol{\Theta}_t^H\mathrm{G}^H\mathrm{G}\boldsymbol{\Theta}_t\boldsymbol{g}_k)$。显然，我们可以选择 $\boldsymbol{\Theta}_t$=$\bar{\boldsymbol{\Theta}}_t$，使得项 $\Re(\boldsymbol{h}_k^H\mathrm{G}\bar{\boldsymbol{\Theta}}_t\boldsymbol{g}_k)$ 为正。因此 f_k 为正。由于对于任意正数 a、b、c，都有 $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$，因此有以下不等式

$$\frac{\sigma^2 e_k}{\sigma^2+e_k} < \frac{\sigma^2 e_k + f_k}{\sigma^2+e_k+f_k}, \quad (58)$$

由此得到 $\zeta(\tilde{v}_k^\star, \boldsymbol{\Theta}_r^\star, \boldsymbol{\Theta}_t) < \zeta(\tilde{v}_k^\star, \boldsymbol{\Theta}^\star)$。注意到 $\zeta(v_k^\star, \boldsymbol{\Theta}_r^\star, \boldsymbol{\Theta}_t^\star) \le \zeta(\tilde{v}_k^\star, \boldsymbol{\Theta}^\star, \boldsymbol{\Theta}_t)$ 恒成立，因此结果可立即得出。

参考文献

[1] M. Agiwal, A. Roy, and N. Saxena,《新一代5G无线网络：全面综述》, IEEE Commun. Surveys Tuts., 第18卷，第3期，第1617-1655页，2016年第三季度。[2] J. Lin, W. Yu, N. Zhang, X. Yang, H. Zhang, and W. Zhao,《物联网综述：架构、使能技术、安全与隐私及应用》, IEEE Internet Things J., 第4卷，第5期，第1125-1142页，2017年10月。[3] X. Chen, D. W. K. Ng, W. Yu, E. G. Larsson, N. Al-Dhahir, and R. Schober,《5G及后续网络的海量接入》, IEEE J. Sel. Areas Commun., 第39卷，第3期，第615-637页，2021年3月。

[4] X. Cao, G. Zhu, J. Xu, and K. Huang, 《衰落信道中空中计算的最优功率控制》, IEEE Trans. Wireless Commun., 第19卷, 第11期, 第7498-7513页, 2020年11月。[5] W. Liu, X. Zang, Y. Li, and B. Vucetic, 《空中计算系统: 优化、分析与标度定律》, IEEE Trans. Wireless Commun., 第19卷, 第8期, 第5488-5502页, 2020年8月。[6] J.-J. Xiao, S. Cui, Z.-Q. Luo, and A. J. Goldsmith, 《线性相干分布式估计》, IEEE Trans. Signal Process., 第56卷, 第2期, 第757-770页, 2008年2月。[7] C.-H. Wang, A. S. Leong, and S. Dey, 《相干多址接入的失真中断最小化与分集阶数分析》, IEEE Trans. Signal Process., 第59卷, 第12期, 第6144-6159页, 2011年12月。[8] X. Zang, W. Liu, Y. Li, and B. Vucetic, 《空中计算系统: 总功率约束下的最优设计》, IEEE Wireless Commun. Lett., 第9卷, 第9期, 第1524-1528页, 2020年9月。[9] G. Zhu and K. Huang, 《面向高移动性多模态感知的多输入多输出空中计算》, IEEE Internet Things J., 第6卷, 第4期, 第6089-6103页, 2019年8月。[10] O. Abari, H. Rahul, D. Katabi, and M. Pant, 《AirShare: 实现无缝化的分布式相干传输》, 载于IEEE INFOCOM会议论文集, 第1742-1750页, 2015年4月。[11] D. Wen, G. Zhu, and K. Huang, 《集群物联网网络中用于数据聚合的多输入多输出空中计算降维设计》, IEEE Trans. Wireless Commun., 第18卷, 第11期, 第5255-5268页, 2019年11月。[12] X. Zhai, X. Chen, J. Xu, and D. W. K. Ng, 《大规模MIMO空中计算的混合波束成形》, IEEE Trans. Commun., 第69卷, 第4期, 第2737-2751页, 2021年4月。[13] Y.-S. Jeon, M. M. Amiri, J. Li, and H. V. Poor, 《大规模MIMO通信系统中联邦学习的梯度估计》, [在线]。https://arxiv.org/pdf/2003.08059.pdf, 2020年。[14] Q. Wu and R. Zhang, 《通过联合有源与无源波束成形增强无线网络的智能反射面》, IEEE Trans. Wireless Commun., 第18卷, 第11期, 第5394-5409页, 2019年11月。[15] Q. Wu and R. Zhang, 《采用离散相移智能反射面辅助无线网络的波束成形优化》, IEEE Trans. Commun., 第68卷, 第3期, 第1838-1851页, 2020年3月。[16] C. Huang, A. Zappone, G. C. Alexandropoulos, M. Debbah, and C. Yuen, 《提升无线通信能源效率的可重构智能表面》, IEEE Trans. Wireless Commun., 第18卷, 第8期, 第4157-4170页, 2019年8月。[17] M. Di Renzo 等, 《人工智能赋能的可重构超表面智能无线电环境: 恰逢其时的构想》, EURASIP J. Wireless Commun. Netw., 2019年5月。 [在线]。https://doi.org/10.1186/s13638-019-1438-9。[18] E. Basar, M. Di Renzo, J. De Rosny, M. Debbah, M. Alouini, and R. Zhang, 《通过可重构智能表面实现无线通信》, IEEE Access, 第7卷, 第116753-116773页, 2019年8月。[19] Q. Wu and R. Zhang, 《智能反射面辅助同时无线信息与能量传输的加权和功率最大化》, IEEE Wireless Commun. Lett., 第9卷, 第5期, 第587-590页, 2020年5月。[20] Q. Wu and R. Zhang, 《服务质量约束下智能反射面辅助同时无线信息与能量传输的有源与无源联合波束成形优化》, IEEE J. Sel. Areas Commun., 第38卷, 第8期, 第1735-1748页, 2020年8月。[21] M. Cui, G. Zhang, and R. Zhang, 《通过智能反射面实现安全无线通信》, IEEE Wireless Commun. Lett., 第8卷, 第5期, 第1410-1414页, 2019年10月。[22] D. Xu, X. Yu, Y. Sun, D. W. K. Ng, and R. Schober, 《安全智能反射面辅助多用户单输入多输出系统的资源分配》, 载于IEEE全球通信大会研讨会论文集, 第1-6页, 2019年12月。[23] X. Guan, Q. Wu, and R. Zhang, 《智能反射面辅助保密通信: 人工噪声是否有用? 》, IEEE Wireless Commun. Lett., 第9卷, 第6期, 第778-782页, 2020年6月。[24] W. Jiang, Y. Zhang, J. Wu, W. Feng, and Y. Jin, 《采用多发射天线与多接收天线的智能反射面辅助安全无线通信》, IEEE Access, 第8卷, 第86659-86673页, 2020年5月。[25] Y. Yang, B. Zheng, S. Zhang, and R. Zhang, 《智能反射面与正交频分复用相结合: 协议设计与速率最大化》, IEEE Trans. Commun., 第68卷, 第7期, 第4522-4535页, 2020年7月。[26] B. Zheng and R. Zhang, 《智能反射面增强的正交频分复用: 信道估计与反射优化》, IEEE Wireless Commun. Lett., 第9卷, 第4期, 第518-522页, 2020年4月。[27] T. Jiang and Y. Shi, 《通过智能反射面实现空中计算》, 载于IEEE全球通信大会论文集, 第1-6页, 2020年2月。[28] D. Yu、S.-H. Park、O. Simeone、S. S. Shitz, 《IRS辅助的C-RAN系统中的空中计算优化》, 载于 IEEE SPAWC 会议论文集, 第 1-5 页, 2020 年 8 月。[29] Z. Wang、Y. Shi、Y. Zhou、H. Zhou 和 N. Zhang, 《智能反射面辅助物联网网络中的无线供电空中计算》, IEEE Internet Things J., 第 8 卷, 第 3 期, 第 1585-1598 页, 2021 年 2 月。[30] X. Zhai、G. Han、Y. Cai 和 L. Hanzo, 《RIS辅助空中计算系统的两阶段随机优化波束成形设计》, IEEE Internet Things J., 提前出版, 2021 年 8 月。[31] J. Xu、Y. Liu、X. Mu 和 O. A. Dobre, 《STAR-RIS: 同时透射与反射的可重构智能表面》, IEEE Commun. Lett., 第 25 卷, 第 9 期, 第 3134-3138 页, 2021 年 9 月。[32] Y. Liu、X. Mu、J. Xu、R. Schober、Y. Hao、H. V. Poor 和 L. Hanzo, 《STAR: 通过 360° 智能表面实现覆盖的同时传输与反射》, IEEE Wireless Commun., 第 28 卷, 第 6 期, 第 102-109 页, 2021 年 12 月。[33] B. Zhu、K. Chen、N. Jia、L. Sun、J. Zhao、T. Jiang 和 Y. Feng, 《受等效原理启发的可调超表面对电磁波传播的动态控制》, Sci. Rep., 第 4 卷, 第 4971 号, 2014 年 5 月。[34] NTT DOCOMO, 《Docomo 成功开展全球首次透明动态超表面试验》, [在线]。www.nttdocomo.co.jp/english/info/mediacenter/pr/2020/0117 00.html。[35] X. Mu、Y. Liu、L. Guo、J. Lin 和 R. Schober, 《STAR RIS 辅助的无线通信》, IEEE Trans. Wireless Commun., 提前出版, 第 1-16 页, 2021 年 10 月。[36] Y. Liu、X. Mu、R. Schober 和 H. V. Poor, 《同时透射与反射（STAR）RIS: 耦合相移模型》, [在线]。https://arxiv.org/pdf/2110.02374v1.pdf, 2021 年。[37] H. Niu 和 X. Liang, 《具有耦合移相器的 STAR-RIS 辅助网络的加权和速率最大化》, IEEE Syst. J., 提前出版, 第 1-10 页, 2022 年 4 月。[38] M. Goldenbaum、H. Boche 和 S. Sta´nczak, 《列线图函数: 簇状高斯传感器网络中的高效计算》, IEEE Trans. Wireless Commun., 第 14 卷, 第 4 期, 第 2093-2105 页, 2015 年 4 月。[39] X. Rao 和 V. K. N. Lau, 《频分双工多用户大规模MIMO系统的分布式压缩式CSIT估计与反馈》, IEEE Trans. Signal Process., 第 62 卷, 第 12 期, 第 3261-3271 页, 2014 年 6 月。[40] M. Soltanalian、M. M. Naghsh、N. Shariati、P. Stoica 和 B. Hassibi, 《相关大规模MIMO信道估计的训练信号设计》, IEEE Trans. Wireless Commun., 第 16 卷, 第 2 期, 第 1135-1143 页, 2017 年 2 月。[41] M. Goldenbaum 和 S. Sta´nczak, 《无线多址信道模拟计算的信道估计开销》, IEEE Wireless Commun. Lett., 第 3 卷, 第 261-264 页, 2014 年 6 月。[42] M. Zhao、Y. Cai、Q. Shi、B. Champagne 和 M. Zhao, 《具有能量采集功能的MISO干扰信道的鲁棒收发器设计》, IEEE Trans. Signal Process., 第 64 卷, 第 17 期, 第 4618-4633 页, 2016 年 9 月。[43] Y. Cai、M. Zhao、Q. Shi、B. Champagne 和 M. Zhao, 《具有能量采集功能的多用户MISO中继系统的联合收发器设计算法》, IEEE Trans. Commun., 第 64 卷, 第 10 期, 第 4147-4164 页, 2016 年 10 月。[44] Y. Cai 、 Q. Shi 、 B. Champagne 和 G. Y. Li, 《放大转发 MIMO 中继上的安全下行链路通信联合收发器设计》, IEEE Trans. Commnu., 第 65 卷, 第 9 期, 第 3691-3704 页, 2017 年 9 月。[45] K. B. Pertersen 和 M. S. Pedersen, 《矩阵烹饪书》, 11 月。[2012] 在线。https://www.math.uwaterloo.ca/hwolkowi/matrixcookbook.pdf