无小区大规模多输入多输出的上行预编码设计

采用迭代加权 MMSE 的 MIMO

Zhe Wang, Jiayi Zha ng，IEEE 高级会员，Hien Quoc Ngo，IEEE 高级会员 ，

Bo Ai，IEEE 会士和 M´erouane Debbah，IEEE 会士

arXiv:2301.02417v1 [cs.IT] 6 Jan 2023

摘要

本文研究了在 Weichselberger 瑞利衰落信道下，接入点和用户设备均配备多根天线的无蜂窝大规模多输入多输出系统。我们研究了全集中式处理方案和大尺度衰落解码（LSFD）方案下的上行频谱效率（SE）。为进一步提升频谱效率性能，我们基于加权和频谱效率最大化设计了上行预编码方案。由于加权和频谱效率最大化问题并非关于所有优化变量的联合优化问题，我们针对所研究的两种处理方案，提出了两种基于迭代加权和最小均方误差（I-WMMSE）算法的高效上行预编码方案，这些算法通过迭代最小化加权均方误差实现优化。此外，在 LSFD 方案中采用最大比合并后，我们推导出新颖的闭式可达频谱效率表达式和最优预编码方案。数值结果验证了所提结果，并表明当用户设备天线数量较多时，I-WMMSE 预编码方案能够实现优异的总频谱效率性能。

索引词

小区无小区大规模多输入多输出、上行预编码、加权和速率最大化、频谱效率 .

I. 引言

无蜂窝大规模多输入多输出（CF mMIMO）因能够实现

本文部分内容曾发表于 IEEE 国际通信会议 2022 [1]。Z. Wang 和 J. Zhang 隶属于中国北京 100044 北京交通大学电子与信息工程学院，同时也隶属于北京交通大学智慧高速铁路系统前沿科学中心（中国北京 100044）（电子邮件：{zhewang 77, jiayizhang}@bjtu.edu.cn）。H. Q. Ngo 隶属于贝尔法斯特女王大学电子、通信与信息技术研究所（英国贝尔法斯特 BT3 9DT）（电子邮件：hien.ngo@qub.ac.uk）。B. Ai 隶属于中国北京 100044 北京交通大学轨道交通控制与安全国家重点实验室，同时也隶属于郑州大学智慧高速铁路系统前沿科学中心和河南省智能网络与数据分析联合国际研究实验室（中国郑州 450001），以及鹏城实验室网络与通信研究中心（中国深圳 518066）（电子邮件：boai@bjtu.edu.cn）。M. Debbah 隶属于阿布扎比技术创新研究所（阿拉伯联合酋长国），同时也隶属于巴黎-萨克雷大学 CentraleSup´elec（法国吉夫叙尔伊韦特 91192）（电子邮件：merouane.debbah@tii.ae）。

均匀且较高的频谱效率（SE） [2]–[7]，已引起广泛研究关注，并被视为未来无线通信的一项前景技术。基本上，大量接入点（AP）任意分布在广阔的覆盖区域内，并连接至一个或多个中央处理单元（CPU），在相同的时频资源上共同为所有用户设备（UE）提供服务。与传统蜂窝大规模多输入多输出系统相比，无小区大规模多输入多输出系统不存在小区边界，且接入点数量远多于用户设备 [8]–[10]。基于无蜂窝大规模多输入多输出的突出网络拓扑，可实施四种上行链路（UL）信号处理方案；这些方案根据所有接入点之间的相互协作程度以及中央处理单元提供的辅助程度加以区分 [5]。其中，“等级4”和“等级3”被视为高效的处理技术。所谓等级4，是一种完全集中式处理方案：接入点接收到的所有导频信号和数据信号都通过前传链路传输至中央处理单元，由中央处理单元执行信道估计和数据检测。 [11]–[13]也研究了类似方案。所谓等级3，是一种两层解码方案：在第一层，每个接入点根据本地信道状态信息（CSI），采用任意合并方案进行信道估计，并在本地解码用户设备数据；在第二层，所有用户设备数据的本地估计值汇集至中央处理单元，并由该单元使用最优大尺度衰落解码（LSFD）系数进行线性加权，从而获得最终解码数据。由于LSFD方案能够充分利用无蜂窝大规模多输入多输出的突出网络拓扑并实现优异性能，因此已得到广泛研究[14]–[17] 。

为推动无蜂窝大规模多输入多输出网络的实际应用， [9] 利用动态协作簇（DCC）概念，提出了一种可扩展无蜂窝大规模多输入多输出系统的新框架及其相应的处理算法。此外， [18], 考虑了具有多个中央处理单元的现实场景中的可扩展性方面，并讨论了多个中央处理单元下的数据处理、网络拓扑和功率控制策略。此外， [19] 的作者研究了基于无线电条带的无蜂窝大规模多输入多输出网络架构的上行链路，其中接入点之间采用串行前传链路，并提出了基于最小均方误差的串行处理方案，大幅降低了前传需求。然而，在实际运行无蜂窝大规模多输入多输出网络时，更符合实际的容量受限前传网络会对系统性能产生重大影响。 [20] 和 [21] 的作者讨论了具有容量受限前传链路的无蜂窝大规模多输入多输出系统的上行链路性能。此外，值得注意的是，无蜂窝大规模多输入多输出架构已与另一项前景广阔的未来无线技术——可重构智能表面（RIS）——共同设计 [22], [23], , 这无疑将为未来的无线网络设计提供重要指导。

绝大多数关于无蜂窝大规模多输入多输出的科学论文都聚焦于单天线用户设备场景。然而，在实际应用中，尺寸适中的现代用户设备已配备多根天线，以获得更高的复用增益并提升系统可靠性。[24]的作者研究了采用最大比合并和迫零合并时，具有多天线用户设备的无蜂窝大规模多输入多输出系统的上行链路性能。 [25] 的作者考虑了具有多天线用户设备的无蜂窝大规模多输入多输出系统中的以用户为中心的方法，并针对和速率最大化或最小速率最大化提出了功率分配策略。此外，[26] 的作者分析了具有多天线用户设备的无蜂窝大规模多输入多输出系统的下行链路频谱效率性能，并以闭式形式求得频谱效率表达式。随后， [27]研究了配备低分辨率数模转换器的多天线用户设备无蜂窝大规模多输入多输出系统的频谱效率性能。不过，这些研究仅考察了简单的分布式处理方案，并基于过于理想化的独立同分布瑞利衰落信道假设，忽略了对实际无蜂窝大规模多输入多输出系统有显著影响的空间相关性 [15], [16]。 [28] 的作者考虑了采用联合相关 Weichselberger 模型 [29] 的多天线用户设备无蜂窝大规模多输入多输出系统，并分析了四种上行链路处理方案。

正如 [26], [28], 所观察到的，增加每个用户设备的天线数并不总能提升频谱效率性能。频谱效率会在每个用户设备的天线数达到某个特定值时达到最大值，随后随着天线数增加而下降。造成这一现象的一个主要原因是，如果没有上行预编码方案，用户设备无法充分利用配备多天线的优势来提升频谱效率性能。因此，设计上行预编码方案以进一步提升系统性能无疑至关重要。然而，值得注意的是，针对无蜂窝大规模多输入多输出系统的上行预编码设计尚未得到研究。对于传统的大规模多输入多输出或多输入多输出系统，上行链路/下行链路预编码设计的一个常见优化目标是最大化加权和速率 [30]–[33]。 [30] 和 [32] 的作者讨论了多输入多输出系统中加权和速率最大化问题与加权和最小均方误差问题之间的等价性，并提出了一种用于加权和速率最大化的迭代式下行链路收发器设计算法。需要注意的是，由于加权最小均方误差问题关于所有优化变量并非联合凸，该算法依赖于对加权均方误差进行迭代最小化。此外， [31] 的作者研究了基于 [30] 、采用总功率约束或单用户功率约束的上行预编码方案优化。受上述观察启发，我们研究一种同时具有多天线的无蜂窝大规模多输入多输出系统

Weichselberger瑞利衰落信道中的接入点和用户设备。实现了两种实用的处理方案：1)

全集中式处理方案；2)大尺度衰落解码方案。主要贡献如下。

- 我们基于迭代 WMMSE（I-WMMSE）算法，设计了一种高效的上行预编码方案，用于最大化全集中式处理方案的加权和速率。需要注意的是，全集中式处理方案的 I-WMMSE预编码由中央处理单元设计，并基于瞬时CSI。

- 对于LSFD处理方案，我们基于迭代 WMMSE 算法推导了一种用于最大化加权和速率的上行预编码方案。LSFD方案的 I-WMMSE预编码由中央处理单元设计，但仅基于信道统计信息。更重要的是，我们针对采用最大比合并的LSFD方案，以新颖的闭式形式计算了可达频谱效率表达式和最优预编码方案。

- 我们分析了所提出的 I-WMMSE预编码方案的实际实现和计算复杂度。结果表明，所提出的 I-WMMSE预编码方案能够保证收敛。更重要的是，所提出的上行预编码方案能够高效地实现优异的频谱效率/速率和性能；平均速率也受益于用户设备侧的多天线，这无疑为多天线用户设备的实际实现提供了重要见解。

请注意，本文与会议版本 [1] 存在以下差异：i）我们研究了完全集中式处理/LSFD方案，并设计了各自的上行预编码方案，而 [1]仅考虑了LSFD方案；ii）我们详细介绍了I-WMMSE预编码方案的推导过程，这些内容因篇幅有限而未在 [1] 中给出；iii）我们分析了所提出预编码方案的实际实现和收敛行为。更重要的是，数值结果揭示了采用所提出上行预编码方案的无蜂窝大规模多输入多输出系统的重要见解。

本文其余部分安排如下。第二节中，我们考虑采用 Weichselberger 瑞利衰落信道的无蜂窝大规模多输入多输出系统，并介绍信道估计和数据检测。随后，第三节介绍完全集中式处理和 LSFD 处理方案，并给出各自的可达频谱效率表达式。我们推导了采用最大比合并的 LSFD 方案的新型闭式频谱效率表达式。更重要的是，我们基于可达频谱效率表达式，针对两种处理方案提出上行链路 I-WMMSE 预编码方案。随后，第四节介绍所提出的 I-WMMSE 预编码方案在实际实现和计算复杂度方面的一些见解。第五节给出 I-WMMSE 预编码方案的数值结果和性能分析。

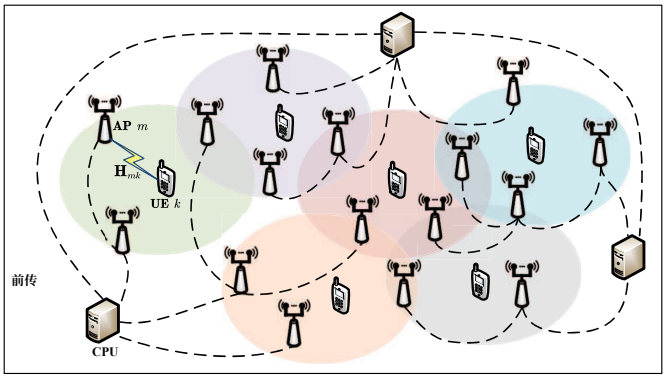

图1. 无蜂窝大规模多输入多输出系统。最后，第六节总结了主要结论并展望了未来研究方向。

符号说明：小写字母 x 和黑体大写字母 X 分别表示列向量和矩阵。 $\mathbb{E}\{\cdot\}$、$\mathrm{tr}\{\cdot\}$ 和 $\triangleq$ 分别表示期望算子、迹算子和定义。 $|\cdot|$、 $\|\cdot\|$ 和 $\|\cdot\|_{\mathrm{F}}$ 分别表示矩阵的行列式或数值的绝对值、欧几里得范数和弗罗贝尼乌斯范数。vec (A) 表示由 A 的各列依次堆叠而成的列向量。 $n \times n$ 单位矩阵表示为 $\mathbf{I}_{n\times n}$。克罗内克积和逐元素乘积分别记为 $\otimes$ 和 $\odot$。最后，$\mathbf{x} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ 是一个圆对称复高斯分布向量，其相关矩阵为 R。

II. System Model

本文研究由 M 个接入点和 K 个用户设备组成的无蜂窝大规模多输入多输出系统，其中所有接入点均通过前传链路连接到一个或多个中央处理单元，如图1所示。为简单起见，系统中仅有一个中央处理单元，且所有接入点均为所有用户设备提供服务[1]。每个接入点和用户设备的天线数分别为 L 和 N。本文采用标准块衰落模型，其中信道响应在长度为 τ_c 的相干块（信道使用次数）内保持恒定且频率平坦。令 τ_p 和 $\tau_c - \tau_p$ 分别表示用于信道估计和数据传输的信道使用次数。我们用 $\mathbf{H}_{mk} \in \mathbb{C}^{L\times N}$ 表示接入点 m 与用户设备 k 之间的信道响应。我们假设不同接入点-用户设备对之间的 $\mathbf{H}_{mk}$ 相互独立。

A. 信道模型

基于联合相关模型（也称为 Weichselberger 模型 [29]），瑞利衰落信道[2],$\mathbf{H}_{mk}$ 建模为

$$\mathbf{H}_{mk} = \mathbf{U}_{mk,\mathrm{r}} \left(\tilde{\mathbf{\Omega}}_{mk} \odot \mathbf{H}_{mk,\mathrm{iid}} \right) \mathbf{U}_{mk,\mathrm{t}}^{H} \tag{1}$$

[1]如图1所示，一种更实际的网络拓扑包含多个中央处理单元和动态协作簇，其中每个用户设备仅由一个接入点簇提供服务，而接入点则被划分为以小区为中心的簇。每个以小区为中心的簇都连接到一个特定的中央处理单元。[2]需要注意的是，瑞利衰落信道是莱斯衰落信道的一种特殊情况。莱斯信道与瑞利信道之间的性能差异很小 [34]。然而，本文的重点不是信道模型，而是上行预编码方案设计。因此，为简化分析，我们假设每个用户设备与接入点之间都不存在视距（LoS）链路，并研究一种基本的瑞利衰落信道。

其中，$\mathbf{U}_{mk,\mathrm{r}}=[\mathbf{u}_{mk,\mathrm{r},1},\cdots,\mathbf{u}_{mk,\mathrm{r},L}]\in\mathbb{C}^{L\times L}$和$\mathbf{U}_{mk,\mathrm{t}}=[\mathbf{u}_{mk,\mathrm{t},1},\cdots,\mathbf{u}_{mk,\mathrm{t},N}]\in\mathbb{C}^{N\times N}$分别是单边相关矩阵$\mathbf{R}_{mk,\mathrm{r}}$，$\mathbb{E}\left[\mathbf{H}_{mk}\mathbf{H}_{mk}^{H}\right]$和$\mathbf{R}_{mk,\mathrm{t}}$，$\mathbb{E}\left[\mathbf{H}_{mk}^{T}\mathbf{H}_{mk}^{*}\right]$的特征向量矩阵，而$\mathbf{H}_{mk,\mathrm{iid}}\in\mathbb{C}^{L\times N}$由独立同分布的$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,1)$随机元素组成。此外，我们用$\mathbf{\Omega}_{mk}$，$\tilde{\mathbf{\Omega}}_{mk}\odot\tilde{\mathbf{\Omega}}_{mk}\in\mathbb{R}^{L\times N}$表示“特征模耦合矩阵”，其第$(l,n)$个元素$[\mathbf{\Omega}_{mk}]_{ln}$表示从$\mathbf{u}_{mk,\mathrm{r},l}$到$\mathbf{u}_{mk,\mathrm{t},n}$的平均功率耦合量。$\mathbf{H}_{mk}$也可以写成$\mathbf{H}_{mk}=[\mathbf{h}_{mk,1},\cdots,\mathbf{h}_{mk,N}]$，其中$\mathbf{h}_{mk,n}\in\mathbb{C}^{L}$表示接入点AP m与用户设备UEk的第n根天线之间的信道。将$\mathbf{H}_{mk}$的各列依次堆叠，定义$\mathbf{h}_{mk}=\mathrm{vec}(\mathbf{H}_{mk})=[\mathbf{h}_{mk,1}^{T},\cdots,\mathbf{h}_{mk,N}^{T}]^{T}\sim\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,\mathbf{R}_{mk})$，其中$\mathbf{R}_{mk}$，$\mathbb{E}\{\mathbf{h}_{mk}\mathbf{h}_{mk}^{H}\}$是全相关矩阵

$$\mathbf{R}_{mk}=(\mathbf{U}_{mk,\mathrm{t}}^{*}\otimes\mathbf{U}_{mk,\mathrm{r}})\mathrm{diag}\left(\mathrm{vec}\left(\mathbf{\Omega}_{mk}\right)\right)\left(\mathbf{U}_{mk,\mathrm{t}}^{*}\otimes\mathbf{U}_{mk,\mathrm{r}}\right)^{H}. \tag{2}$$

此外，注意到$\mathbf{R}_{mk}$可构造为如下分块形式：[28]，其中第(n,i)个子矩阵为$\mathbf{R}_{mk}^{ni}=\mathbb{E}\{\mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{mk,i}^{H}\}$。此外，大尺度衰落系数$\beta_{mk}$可从$\mathbf{R}_{mk}$中提取为$\beta_{mk}=\frac{1}{LN}\mathrm{tr}(\mathbf{R}_{mk})=\frac{1}{LN}\|\mathbf{\Omega}_{mk}\|_{1}$。值得一提的是，采用Weichselberger信道模型的动机包括：1）文献(1)中研究的Weichselberger模型不仅刻画了接入点侧和用户设备侧的相关特性，还通过耦合矩阵对每个接入点-用户设备对之间的联合相关性进行建模；2）耦合矩阵$\mathbf{\Omega}_{mk}$反映了接入点m与用户设备k之间散射物体的实际空间分布。更重要的是，通过将耦合矩阵$\mathbf{\Omega}_{mk}$调整为特定形式，Weichselberger模型可以简化为大多数备受关注的信道模型，例如Kronecker模型和独立同分布瑞利衰落模型[28], [29]；3）与其他随机信道模型相比，Weichselberger模型的建模误差显著更小，这一点已通过文献[29]中的实际测量得到验证。B. 信道估计

对于信道估计，我们构造相互正交的导频矩阵，每个导频矩阵由N个相互正交的导频序列组成。我们用$\mathbf{\Phi}_{k}$表示分配给用户设备k的导频矩阵，其中$\mathbf{\Phi}_{k}^{H}\mathbf{\Phi}_{l}=\tau_{p}\mathbf{I}_{N}$（若$l=k$），否则为0。$\mathcal{P}_{k}$是与用户设备$k$使用相同导频矩阵的用户设备索引子集，其中包括该用户设备自身。当所有用户设备传输其导频矩阵时，接入点m处的接收信号为$\mathbf{Y}_{m}^{\mathrm{p}}=\sum_{k=1}^{K}\mathbf{H}_{mk}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\mathbf{\Phi}_{k}^{T}+\mathbf{N}_{m}^{\mathrm{p}}$，其中$\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\in\mathbb{C}^{N\times N}$是用户设备$k$在导频传输阶段使用的预编码矩阵，$\mathbf{N}_{m}^{\mathrm{p}}\in\mathbb{C}^{L\times\tau_{p}}$是接入点$m$处的加性噪声，其元素相互独立且服从$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0,\sigma^{2})$分布，$\sigma^{2}$为噪声功率。导频传输应满足功率约束$\mathrm{tr}(\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}^{H})\leqslant p_{k}$，其中$p_{k}$是用户设备$k$的最大发射功率。为推导$\mathbf{h}_{mk}$的充分统计量，接入点$m$将$\mathbf{Y}_{mk}^{\mathrm{p}}$投影到$\mathbf{\Phi}_{k}^{*}$上，得到$\mathbf{Y}_{mk}^{p}=\mathbf{Y}_{m}^{p}\mathbf{\Phi}_{k}^{*}=$

$\sum_{l=1}^{K}\mathbf{H}_{ml}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}\left(\mathbf{\Phi}_l^T\mathbf{\Phi}_k^*\right)+\mathbf{N}_m^{\mathrm{p}}\mathbf{\Phi}_k^*=\sum_{l\in\mathcal{P}_k}\tau_p\mathbf{H}_{ml}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}+\mathbf{Q}_{mk}^{\mathrm{p}}$，其中 $\mathbf{Q}_{mk}^{\mathrm{p}}$，$\mathbf{N}_m^p\mathbf{\Phi}_k^*$。随后，接入点 m 按照 [35] 和 [36]，中的标准MMSE估计步骤，计算 $\mathbf{h}_{mk}$ 的MMSE估计，得到

$$\hat{\mathbf{h}}_{mk}=\mathrm{vec}(\hat{\mathbf{H}}_{mk})=\mathbf{R}_{mk}\tilde{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}}^H\mathbf{\Psi}_{mk}^{-1}\mathbf{y}_{mk}^{\mathrm{p}},\tag{3}$$

其中，$\hat{}\mathbf{H}_{mk}$ 是 $\mathbf{H}_{mk}$，$\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}=\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}^T\otimes\mathbf{I}_L$ 的 MMSE估计，$\mathbf{y}_{mk}^{\mathrm{p}}$、$\mathrm{vec}\left(\mathbf{Y}_{mk}^{\mathrm{p}}\right)=\sum_{l\in\mathcal{P}_k}\tau_p\tilde{}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}\mathbf{h}_{ml}+\mathbf{q}_m^{\mathrm{p}}$、$\mathbf{q}_m^{\mathrm{p}}=\mathrm{vec}\left(\mathbf{Q}_{mk}^{\mathrm{p}}\right)$ 和 $\mathbf{\Psi}_{mk}=\sum_{l\in\mathcal{P}_k}\tau_p\tilde{}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{ml}\tilde{}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}^H+\sigma^2\mathbf{I}_{LN}$分别表示。注意，估计值 $\hat{}\mathbf{h}_{mk}$ 与估计误差 $\tilde{}\mathbf{h}_{mk}=\mathbf{h}_{mk}-\hat{}\mathbf{h}_{mk}$ 是独立随机向量，分别服从 $\hat{}\mathbf{h}_{mk}\sim\mathcal{NC}(0,\hat{}\mathbf{R}_{mk})$ 和 $\tilde{}\mathbf{h}_{mk}\sim\mathcal{NC}(0,\mathbf{C}_{mk})$ 分布，其中 $\hat{}\mathbf{R}_{mk}$，$\tau_p\mathbf{R}_{mk}\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}^H\mathbf{\Psi}_{mk}^{-1}\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{mk}$，且 $\mathbf{C}_{mk},\mathbf{R}_{mk}-\hat{}\mathbf{R}_{mk}$。我们还可以将 $\hat{}\mathbf{R}_{mk}$ 和 $\mathbf{C}_{mk}$ 构造成分块结构，其中第 (n,i) 个子矩阵分别为 $\hat{}\mathbf{R}_{mk}^{ni}=\mathbb{E}\{\hat{}\mathbf{h}_{mk,n}\hat{}\mathbf{h}_{mk,i}^H\}$ 和 $\tilde{}\quad\tilde{}\mathbf{C}_{mk}^{ni}=\mathbb{E}\{\mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{mk,i}^H\}$。

C. 数据传输

在数据传输过程中，所有用户设备的所有天线同时向所有接入点发送其数据符号。接入点 m 处接收到的信号 $\mathbf{y}_m\in\mathbb{C}^L$ 为

$$\mathbf{y}_m=\sum_{k=1}^{K}\mathbf{H}_{mk}\mathbf{s}_k+\mathbf{n}_m,\tag{4}$$

其中，$\mathbf{n}_m\sim\mathcal{NC}(0,\sigma^2\mathbf{I}_L)$ 是独立的接收噪声。来自用户设备 k $\mathbf{s}_k\in\mathbb{C}^N$ 的发送信号可表示为 $\mathbf{s}_k=\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{x}_k$，其中 $\mathbf{x}_k\sim\mathcal{NC}(0,\mathbf{I}_N)$ 是用户设备 k 的数据符号，而 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\in\mathbb{C}^{N\times N}$ 是用于数据传输的预编码矩阵，须满足用户设备 k 的功率约束，即 $\mathrm{tr}(\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H)\leqslant p_k$。

III. 频谱效率分析与 I-WMMSE预编码设计 本节研究两种有前景的信号处理方案，分别称为“完全集中式处理”和“LSFD处理”，并分析其相应的频谱效率性能，同时设计相应的迭代WMMSE预编码方案[3]。

A. 完全集中式处理

1）频谱效率分析：对于全集中式处理方案，所有 M 接入点都会将接收到的全部导频信号和数据信号发送至中央处理单元。事实上，信道估计和数据检测均由中央处理单元执行。用户设备 k 的集体信道 $\mathbf{h}_k\in\mathbb{C}^{MLN}$ 可构造为 $\mathbf{h}_k=[\mathrm{vec}(\mathbf{H}_{1k})^T,\cdots,\mathrm{vec}(\mathbf{H}_{Mk})^T]^T\sim\mathcal{NC}(0,\mathbf{R}_k)$，其中 $\mathbf{R}_k=\mathrm{diag}\left(\mathbf{R}_{1k},\cdots,\mathbf{R}_{Mk}\right)\in\mathbb{C}^{MLN\times MLN}$是

[3]我们仅优化数据传输阶段的预编码矩阵 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}$。$\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}$ 的优化留待未来研究。尽管本文并未设计 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}$，但我们力求使推导公式具有更强的通用性。因此，我们研究了 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}$ 任意取值的情形，而非将 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}$ 限定为某种特定形式。值得注意的是，本文中的所有公式对任意 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}$ 均成立，因此无疑能为未来研究中 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}$ 的优化设计提供重要指导。

用户设备 k的完整块对角相关矩阵。与式（3）类似，中央处理单元可以推导出用户设备 k的信道估计：[4] $\hat{\mathbf{h}}_k$, $\left[\hat{\mathbf{h}}_{1k}^T, \ldots, \hat{\mathbf{h}}_{Mk}^T\right]^T \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}\left(\mathbf{0}, \tau_p \mathbf{R}_k \bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}}^H \boldsymbol{\Psi}_k^{-1} \bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}} \mathbf{R}_k\right)$，其中 $\bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}} = \mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{F}}_k, \underbrace{\mathrm{p} \cdots \mathrm{p}}, , \tilde{\mathbf{F}}_k,)_M$，且 $\boldsymbol{\Psi}_k^{-1} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{\Psi}_{1k}^{-1}, \ldots, \boldsymbol{\Psi}_{Mk}^{-1})$。信道估计误差为 $\tilde{\mathbf{h}}_k \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0}, \mathbf{C}_k)$，其中 $\mathbf{C}_k, \mathbf{R}_k - \tau_p \mathbf{R}_k \bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}}^H \boldsymbol{\Psi}_k^{-1} \bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}} \mathbf{R}_k$。此外，中央处理单元处的接收数据信号可表示为

$$\underbrace{[\mathbf{y}_1^T, \cdots, \mathbf{y}_M^T]^T}_{=\mathbf{y}} = \sum_{k=1}^{K} \underbrace{[\mathbf{H}_{1k}^T, \ldots, \mathbf{H}_{Mk}^T]^T}_{=\mathbf{H}_k} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \mathbf{x}_k + \underbrace{[\mathbf{n}_1^T, \ldots, \mathbf{n}_M^T]^T}_{=\mathbf{n}}, \tag{5}$$

或者可简洁地写为 $\mathbf{y} = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{H}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \mathbf{x}_k + \mathbf{n}$。

在“完全集中式处理”设置下，我们假设中央处理单元可以获得上行预编码矩阵（$\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}$ 和 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}$）。中央处理单元基于汇总的信道估计，为用户设备 k 设计任意接收合并矩阵 $\mathbf{V}_k \in \mathbb{C}^{LM \times N}$，以检测 $\mathbf{x}_k$，如下所示:

$$\check{\mathbf{x}}_k = \mathbf{V}_k^H \mathbf{y} = \mathbf{V}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \mathbf{x}_k + \mathbf{V}_k^H \tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \mathbf{x}_k + \sum_{l \neq k}^{K} \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_l \mathbf{F}_{l,\mathrm{u}} \mathbf{x}_l + \mathbf{V}_k^H \mathbf{n}, \tag{6}$$

用户设备 k 的条件均方误差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{k,(1)} &= \mathbb{E}\{(\mathbf{x}_k - \check{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \check{\mathbf{x}}_k)^H | \{\hat{\mathbf{H}}_k\}, \{\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\}\} \\ &= \mathbf{I}_N - \mathbf{V}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H \hat{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_k + \mathbf{V}_k^H \left(\sum_{l=1}^{K} \left(\hat{\mathbf{H}}_l \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \hat{\mathbf{H}}_l^H + \mathbf{C}_l' \right) + \sigma^2 \mathbf{I}_{ML} \right) \mathbf{V}_k \end{aligned} \tag{7}$$

其中，$\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}$、$\mathbf{F}_{l,\mathrm{u}}$、$\mathbf{F}_{l,\mathrm{u}}^H$、$\mathbf{C}_l'$、$\mathrm{diag}\left(\mathbf{C}_{1l}', \cdots, \mathbf{C}_{Ml}'\right) \in \mathbb{C}^{ML \times ML}$ 和 $\mathbf{C}_{ml}' = \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{H}}_{ml} \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \tilde{\mathbf{H}}_{ml}^H\} \in \mathbb{C}^{L \times L}$，$\mathbf{C}_{ml}'$ 的第 (j, q) 个元素为 $[\mathbf{C}_{ml}']_{jq} = \sum_{p_1=1}^{N} \sum_{p_2=1}^{N} \left[\bar{\mathbf{F}}_l\right]_{p_2 p_1} [\mathbf{C}_{ml}^{p_2 p_1}]_{jq}$.

通过采用基于逐用户最小均方误差的串行干扰消除（MMSE-SIC）检测器，并将共用户干扰视为不相关高斯噪声，我们推导出用户设备 k 的可达频谱效率如下。

推论 1. 在采用最小均方误差估计器的“完全集中式处理”设置下，用户设备 k 的可达频谱效率为

$$\mathrm{SE}_{k,(1)} = \left(1 - \frac{\tau_p}{\tau_c}\right) \mathbb{E}\left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_N + \mathbf{D}_{k,(1)}^H \boldsymbol{\Sigma}_{k,(1)}^{-1} \mathbf{D}_{k,(1)} \right| \right\}, \tag{8}$$

其中 $\mathbf{D}_{k,(1)}, \mathbf{V}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{k,(1)}, \mathbf{V}_k^H \left(\sum_{l=1}^{K} \hat{\mathbf{H}}_l \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \hat{\mathbf{H}}_l^H - \hat{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{u}} \hat{\mathbf{H}}_k^H + \sum_{l=1}^{K} \mathbf{C}_l' + \sigma^2 \mathbf{I}_{ML} \right) \mathbf{V}_k$.

[4]请注意，接入点接收到的导频信号会先传输至中央处理单元，再由中央处理单元估计信道；每个相干块中，接入点会向中央处理单元发送 $\tau_p ML$ 个复数标量。或者，所有接入点可以先按照式 (3) 估计信道，然后将信道估计发送至中央处理单元；每个相干块中，接入点会向中央处理单元发送 $MKLN$ 个复数标量。由于本文研究了导频污染（$\tau_p < KN$），因此我们考虑前一种传输协议，因为它的前传开销较低。

期望是针对所有随机性来源计算的。

证明。证明方法与 [28, 推论 1] 类似，因此省略。 □

我们注意到，推论 1 对任意合并方案均成立。一种颇具前景的合并方案是最小均方误差合并：

$$\mathbf{V}_k^{\mathrm{MMSE}} = \left(\sum_{l=1}^{K} \left(\hat{\mathbf{H}}_l \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \hat{\mathbf{H}}_l^H + \mathbf{C}_l' \right) + \sigma^2 \mathbf{I}_{ML} \right)^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}, \tag{9}$$

它可以使均方误差 $\mathrm{MSE}_{k,(1)} = \mathrm{tr}(\mathbf{E}_{k,(1)})$ 最小。采用最小均方误差合并方案时，式（7）中的条件均方误差矩阵为

$$\mathbf{E}_{k,(1)}^{\mathrm{opt}} = \mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H \hat{\mathbf{H}}_k^H \left(\sum_{l=1}^{K} \left(\hat{\mathbf{H}}_l \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \hat{\mathbf{H}}_l^H + \mathbf{C}_l' \right) + \sigma^2 \mathbf{I}_{ML} \right)^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \tag{10}$$

更重要的是，最小均方误差合并（式（9））还可以最大化式（8）中的可达频谱效率，具体如下 .

推论 2。式（8）中用户设备 k 的可达频谱效率可通过式中的最小均方误差合并方案实现最大化（9）取最大值

$$\mathrm{SE}_{k,(1)}^{\mathrm{opt}} = \left(1 - \frac{\tau_p}{\tau_c} \right) \mathbb{E} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_N + \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H \hat{\mathbf{H}}_k^H \left(\sum_{l=1}^{K} \left(\hat{\mathbf{H}}_l \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \hat{\mathbf{H}}_l^H + \mathbf{C}_l' \right) - \hat{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{u}} \hat{\mathbf{H}}_k^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{ML} \right)^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \right| \right\}. \tag{11}$$

证明。证明见 [28, 附录 B] ，因此省略。 . □

2）迭代加权最小均方误差预编码设计：本部分为“完全集中式处理”设计上行链路预编码方案。我们研究一个常见的加权和速率最大化问题，如下所示[5]

$$\begin{aligned} &\max_{\{\mathbf{F}\}} \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \mathrm{SE}_{k,(1)} \\ &\text{s.t.} \left\| \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)} \right\|^2 \leqslant p_k \ \forall k = 1, \ldots, K \end{aligned} \tag{12}$$

wh此处$\mu_{k,(1)}$ 表示用户设备 k 的优先级权重，频谱效率$_{k,(1)}$ 由式（8）给出。

[5]符号 F 是 $\{\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}\}_{k=1,\ldots,K}$的简写，表示所有变量 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}$，其中 $k = 1$、.....、 K。下文中，V、A、W、S 的定义类似。本节中，我们分别用 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}$ 和 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}$ 表示完全集中式处理和 LSFD方案下用户设备 k 的上行预编码矩阵。

由于 [30] 和 [32], , 矩阵加权和均方误差最小化问题为

$$\begin{aligned} &\min_{\{\mathbf{F},\mathbf{V},\mathbf{W}\}} \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \left[\operatorname{tr}\left(\mathbf{W}_{k,(1)}\mathbf{E}_{k,(1)}\right) - \log_2\left|\mathbf{W}_{k,(1)}\right|\right] \\ &\text{s.t.} \left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right\|^2 \leqslant p_k \ \forall k = 1,\ldots,K \end{aligned} \tag{13}$$

等价于加权和速率最大化问题 (12)，其中 $\mathbf{W}_{k,\ (1)} \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 是用户设备 k 的权重矩阵。我们注意到，(13) 对每个优化变量 F、V、W 都是凸的，但对所有优化变量并非联合凸。按照 [30]，中的方法，我们可以通过依次固定三个优化变量 F、V、W 中的两个，并更新第三个变量来求解 (13)。

固定其他变量后，$\mathbf{V}_k$ 的更新由最小均方误差解 (9) 给出。在采用最小均方误差合并时，均方误差矩阵由 (10) 给出。接下来注意到，(13) 中的最优 $\mathbf{W}_{k,\ (1)}$ 为

$$\mathbf{W}_{k,(1)}^{\mathrm{opt}} = \mathbf{E}_{k,(1)}^{-1}, \tag{14}$$

可通过 固定 F 和 V 后，利用关于 $\mathbf{W}_{k,\ (1)}$ 的一阶最优性条件即可推导 .

注释1。当 (13) 中为所有用户设备采用最小均方误差合并 $\mathbf{V}_k^{\mathrm{MMSE}}$ 和 $\mathbf{W}_{k\ 1,\ ()}^{\mathrm{opt}}$ 时，有 $\operatorname{tr}(\mathbf{W}_{k,\ (1)}\mathbf{E}_{k,\ (1)})-\log_2\left|\mathbf{W}_{k,\ (1)}\right| = \operatorname{tr}(\mathbf{I}_N)-\log_2\left|(\mathbf{E}_{k\ 1,\ ()}^{\mathrm{opt}})^{-1}\right|$。因此，(13) 中的矩阵加权和均方误差最小化问题将化简为与 (12) 等价的优化问题，即[6]:

$$\begin{aligned} &\max_{\{\mathbf{F}\}} \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \log_2\left|\left(\mathbf{E}_{k,(1)}^{\mathrm{opt}}\right)^{-1}\right| \\ &\text{s.t.} \left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right\|^2 \leqslant p_k \ \forall k = 1,\ldots,K \end{aligned} \tag{15}$$

这是 $\mathbf{E}_{k\ 1,()}^{\mathrm{opt}}$ 与 $\mathbf{SE}_{k\ 1,()}^{\mathrm{opt}}$之间众所周知的关系。

最后，固定 V 和 W 后，对 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}$ 进行更新，由式 (13) 得到如下优化问题：[7]

[6]注意，除了一个缩放因子 $(\tau_c-\tau_p)/\tau_c$之外，“SE”与“速率”等价。由于本文中 τ_c 和 τ_p 均为常数，因此在优化问题中我们忽略 SE 与速率之间的差异。[7]值得一提的是，优化变量的更新以固定其他优化变量为前提。例如，在更新 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}$时，我们应固定其他优化变量（$\mathbf{V}_k$ 和 $\mathbf{W}_{k,(1)}$），但不局限于它们各自的最优解 $\mathbf{V}_k^{\mathrm{MMSE}}$和 $\mathbf{W}_{k\ 1,()}^{\mathrm{opt}}$。因此，我们基于广义的 $\mathbf{V}_k$ 和 $\mathbf{W}_{k,(1)}$，根据 (16) 更新 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}$，而不是基于最优的 $\mathbf{V}_k^{\mathrm{MMSE}}$和 $\mathbf{W}_{k\ 1,()}^{\mathrm{opt}}$，根据 (15) 更新。

$$
\begin{aligned}
&\min_{\{\mathbf{F}\}} \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \mathrm{tr}\left[\mathbf{W}_{k,(1)}\left(\mathbf{I}_N - \mathbf{V}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right)\left(\mathbf{I}_N - \mathbf{V}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right)^H\right] \\
&\quad + \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \mathrm{tr}\left[\mathbf{W}_{k,(1)} \mathbf{V}_k^H \left(\sum_{l\neq k}^{K} \hat{\mathbf{H}}_l \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)} \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)}^H \hat{\mathbf{H}}_l^H\right) \mathbf{V}_k\right] - \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \log_2 \left|\mathbf{W}_{k,(1)}\right| \\
&\quad + \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \mathrm{tr}\left[\mathbf{W}_{k,(1)} \mathbf{V}_k^H \left(\sum_{l=1}^{K} \mathbb{E}\left\{\tilde{\mathbf{H}}_l \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)} \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)}^H \tilde{\mathbf{H}}_l^H \middle| \mathbf{F}\right\} + \sigma^2 \mathbf{I}_{ML}\right) \mathbf{V}_k\right] \\
&\text{s.t.} \left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right\|^2 \leqslant p_k \ \forall k = 1, \ldots, K
\end{aligned}
\tag{16}
$$

这是一个凸二次优化问题。因此，可以应用经典的拉格朗日乘子法和 Karush-Kuhn-Tucker（KKT）条件来推导最优解。式 (16) 的拉格朗日函数为

$$
\begin{aligned}
f\left(\mathbf{F}_{1,\mathrm{u},(1)}, \ldots, \mathbf{F}_{K,\mathrm{u},(1)}\right) = &\sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \mathrm{tr}\left[\mathbf{W}_{k,(1)}\left(\mathbf{I}_N - \mathbf{V}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right)\left(\mathbf{I}_N - \mathbf{V}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right)^H\right] \\
&+ \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \mathrm{tr}\left[\mathbf{W}_{k,(1)} \mathbf{V}_k^H \left(\sum_{l\neq k}^{K} \hat{\mathbf{H}}_l \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)} \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)}^H \hat{\mathbf{H}}_l^H\right) \mathbf{V}_k\right] \\
&+ \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(1)} \mathrm{tr}\left[\mathbf{W}_{k,(1)} \mathbf{V}_k^H \left(\sum_{l=1}^{K} \mathbb{E}\left\{\tilde{\mathbf{H}}_l \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)} \mathbf{F}_{l,\mathrm{u},(1)}^H \tilde{\mathbf{H}}_l^H \middle| \mathbf{F}\right\} + \sigma^2 \mathbf{I}_{ML}\right) \mathbf{V}_k\right] \\
&+ \sum_{k=1}^{K} \lambda_{k,(1)} \left[\mathrm{tr}\left(\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}^H\right) - p_k\right]
\end{aligned}
\tag{17}
$$

最后，我们将最优预编码方案推导为以下定理。

定理1. 固定其他优化变量，并对每个 $\mathbf{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (1)}$ 应用式（17）的一阶最优性条件，可得最优预编码方案为

$$
\begin{aligned}
\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}^{\mathrm{opt}} &= \mu_{k,(1)} \left[\sum_{l=1}^{K} \mu_{l,(1)} \left(\hat{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_l \mathbf{W}_{l,(1)} \mathbf{V}_l^H \hat{\mathbf{H}}_k + \mathbb{E}\left\{\tilde{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_l \mathbf{W}_{l,(1)} \mathbf{V}_l^H \tilde{\mathbf{H}}_k \middle| \mathbf{V}, \mathbf{W}\right\}\right) + \lambda_{k,(1)} \mathbf{I}_N\right]^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_k \mathbf{W}_{k,(1)} \\
&= \mu_{k,(1)} \left[\sum_{l=1}^{K} \mu_{l,(1)} \left(\hat{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_l \mathbf{W}_{l,(1)} \mathbf{V}_l^H \hat{\mathbf{H}}_k + \bar{\mathbf{C}}_{kl}\right) + \lambda_{k,(1)} \mathbf{I}_N\right]^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_k \mathbf{W}_{k,(1)},
\end{aligned}
\tag{18}
$$

其中，$\lambda_{k,(1)} \geqslant 0$ 是拉格朗日乘子，而 $\bar{\mathbf{C}}_{kl}, \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{V}_l \mathbf{W}_{l,(1)} \mathbf{V}_l^H \tilde{\mathbf{H}}_k | \mathbf{V}, \mathbf{W}\} \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 的第 (i, n) 个元素为 $\left[\bar{\mathbf{C}}_{kl}\right]_{in} = \mathrm{tr}(\bar{\mathbf{V}}_l \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{h}}_{k,n} \tilde{\mathbf{h}}_{k,i}^H\}) = \mathrm{tr}\left(\bar{\mathbf{V}}_l \mathbf{C}_{k,ni}\right)$，其中 $\bar{\mathbf{V}}_l, \mathbf{V}_l \mathbf{W}_{l,(1)} \mathbf{V}_l^H$ 以及 $\mathbf{C}_{k,ni}, \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{h}}_{k,n} \tilde{\mathbf{h}}_{k,i}^H\} =$

diag $(\mathrm{C}_{1k}^{ni}, \ldots, \mathrm{C}_{Mk}^{ni}) \in \mathbb{C}^{ML\times ML}$。根据 KKT 条件，$\lambda_{k,(1)}$ 和 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}$ 也应满足

$$\left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right\|^2 \leqslant p_k, \quad \lambda_{k,(1)}\left(\left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}\right\|^2 - p_k\right) = 0, \quad \lambda_{k,(1)} \geqslant 0. \tag{19}$$

证明：证明见附录 D。 ■

当 $\sum_{l=1}^{K}\mu_{l,(1)}(\hat{\mathrm{H}}_k^H\mathrm{V}_l\mathrm{W}_{l,(1)}\mathrm{V}_l^H\hat{\mathrm{H}}_k + \bar{\mathrm{C}}_{kl})$ 可逆且 $\mathrm{tr}[\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(0)\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(0)^H] \leqslant p_k$ 时，我们将 (18) 右侧记为 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})$，此时 $\mathrm{F}_k^{\mathrm{opt}},\mathrm{u},(1) = \mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(0)$，否则有

$$\mathrm{tr}[\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})^H] = p_k$$

以满足 (19)。

推论 3. $\mathrm{tr}[\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})^H]$ 是关于 $\lambda_{k,(1)}$ 的单调递减函数。

证明：令 $\mathbf{D}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{D}^H$ 表示 $\sum_{l=1}^{K}\mu_{l,(1)}(\hat{\mathrm{H}}_k^H\mathrm{V}_l\mathrm{W}_{l,(1)}\mathrm{V}_l^H\hat{\mathrm{H}}_k + \bar{\mathrm{C}}_{kl})$ 的特征值分解。按照 [30], 中的方法，我们定义 $\boldsymbol{\Phi} = \mu_{k,(1)}^2\mathrm{D}^H\hat{\mathrm{H}}_k^H\mathrm{V}_k\mathrm{W}_{k,(1)}^2\hat{\mathrm{H}}_k\mathrm{V}_k^H\mathrm{D}$，并且有

$$\begin{aligned}\mathrm{tr}[\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})^H] &= \mathrm{tr}\left\{\left(\mathbf{D}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{D}^H + \lambda_{k,(1)}\mathbf{I}_N\right)^{-1}\mathbf{D}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{D}^H\left(\mathbf{D}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{D}^H + \lambda_{k,(1)}\mathbf{I}_N\right)^{-1}\right\} \\ &= \mathrm{tr}\left\{\left(\mathbf{D}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{D}^H + \lambda_{k,(1)}\mathbf{I}_N\right)^{-2}\mathbf{D}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{D}^H\right\} = \mathrm{tr}\left\{\left(\boldsymbol{\Lambda} + \lambda_{k,(1)}\mathbf{I}_N\right)^{-2}\right\} = \sum_{n=1}^{N}\frac{[\boldsymbol{\Phi}]_{nn}}{\left([\boldsymbol{\Lambda}]_{nn} + \lambda_{k,(1)}\right)^2},\end{aligned} \tag{20}$$

所以 $\mathrm{tr}[\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k,(1)})^H]$ 是 $\lambda_{k,(1)}$的单调递减函数 . ■

根据推论 3，最优$\lambda_{k,(1)}$（记为 $\lambda_{k1,()}^{\mathrm{opt}}$）可以通过一维（1-D）二分算法轻松获得，因此我们推导出 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}(\lambda_{k1,()}^{\mathrm{opt}})$的解。此外，针对 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(1)}$的迭代优化算法，即“迭代 WMMSE（I-WMMSE）算法”，总结于算法 1[8]中。算法1的收敛性已在 [30, 定理 3]中得到证明。

注释 2。请注意，$\mathrm{F}_{k,\mathrm{p}}$ 的设计是未来进一步提升系统性能的一个有价值的研究方向。一个有价值的优化问题是最小化所有用户设备的信道估计器的总均方误差，如下所示：

$$\begin{aligned}&\min_{\{\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\}}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{tr}\left(\mathbf{C}_k\right) \\ &\text{s.t.}\ \|\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\|^2 \leqslant p_k\ \forall k = 1,\ldots,K\end{aligned} \tag{21}$$

其中，优化目标仅基于统计知识，因此 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{p}}$ 也基于统计知识。

[8]为平衡所提算法的效率与计算复杂度，我们还加入了停止准则“$R^{(i)}$（$R^{(i-1)}$方案在迭代（）时推导得出，其总频谱效率可能高于在迭代 i 时推导得出的方案。

1 <）(1)。此外，I-WMMSE 预编码 $i-1$

算法1：用于设计$\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}$的 I-WMMSE算法

输入：集体信道估计　　所有用户设备的 H_k；所有可能用户设备对的估计误差协方差矩阵 C_{ml}
　　所有用户设备的 UE权重$\mu_{k,\ (1)}$；
输出：所有用户设备的最优预编码矩阵 $\mathrm{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (1)}$（若采用第一或第三种停止条件，则为 $\mathrm{F}_{k}^{(i)}{}_{,\ \mathrm{u},\ (1)}$
　　条件，以及$\mathbf{F}_{k}^{(i-1)}{}_{1},\mathrm{u},()$（第二个停止准则）；

1 初始化：$i=0$，$\mathrm{F}_{k}^{(0)}{}_{,\mathrm{u},(1)}$ 和 $R^{(0)}{}_{(1)}=\sum_{k=1}^{K}\mu_{k,(1)}$频谱效率$_{k}^{(0)}{}_{1},()$（针对所有用户设备）；最大迭代次数 $I_{(1),\max}$ 和阈值$\varepsilon_{(1)}$;
2 重复
3　$i=i+1$
4　根据（9）更新最小均方误差合并方案 $\mathbf{V}_{k}^{(i)}$ 和 $\mathbf{F}_{k}^{(i-1)}{}_{1},\mathrm{u},()$；
5　更新最优均方误差矩阵 $\mathbf{E}_{k}^{(i)}{}_{1},()$，其中 $\mathbf{F}_{l}^{(i-1)}{}_{1},\mathrm{u},()$ 基于 (10)，并更新 $\mathbf{W}_{k,(1)}^{(i)}$ 基于 (14);
6　更新最优预编码矩阵 $\mathbf{F}_{l}^{(i)}{}_{,\mathrm{u},(1)}$ 与 $\mathbf{V}_{k}^{(i)}$ 和 $\mathbf{W}_{k}^{(i)}{}_{1},()$ 基于 (18)，其中 $\lambda_{k}^{(i)}{}_{1},()$ 是通过二分算法求得;
7　更新加权和速率 $R^{(i)}{}_{(1)}=\sum_{k=1}^{K}\mu_{k,\ (1)}$频谱效率$_{k}^{(i)}{}_{,\ (1)}$;
8 直到 $\left|R_{1}^{(i)}{}_{()}-R_{1}^{(i-1)}{}_{(1)}/R_{1}^{(i-1)}{}_{()}\right|\leqslant\varepsilon_{(1)}$ *or* $R_{(1)}^{(i)}<R_{(1)}^{(i-1)}$ 或 $i\geqslant I_{(1),\ \max}$;

B. 大尺度衰落解码

1）频谱效率分析：另一种有前景的处理方案是“大尺度衰落解码”，这是一种用于解码数据信号的两层解码方案。请注意，假设所有接入点和中央处理单元均可获得上行预编码矩阵 ($\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}$和 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{p}}$)。在第一层中，接入点 m 应用任意合并矩阵 $\mathrm{V}_{mk}\in\mathbb{C}^{L\times N}$，以对 x_k 进行本地检测，得到

$$\tilde{\mathbf{x}}_{mk}=\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{y}_{m}=\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{H}_{mk}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{x}_{k}+\sum_{l=1,l\neq k}^{K}\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{H}_{ml}\mathbf{F}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{x}_{l}+\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{n}_{m}. \tag{22}$$

我们注意到，V_{mk} 是基于接入点 m 处的本地信道估计设计的，一个方便的选择是采用最大比合并 $\mathrm{V}_{mk}=\mathrm{H}_{mk}$。此外，本地最小均方误差（L-MMSE）合并

$$\mathbf{V}_{mk}=\left(\sum_{l=1}^{K}\left(\hat{\mathbf{H}}_{ml}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}\hat{\mathbf{H}}_{ml}^{H}+\mathbf{C}'_{ml}\right)+\sigma^{2}\mathbf{I}_{L}\right)^{-1}\hat{\mathbf{H}}_{mk}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}, \tag{23}$$

也被视为一种有前景的方案，因为（23）可以最小化 $\mathbb{E}\{\|\mathrm{x}_k-\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{y}_{m}\|^{2}|\{\hat{\mathbf{H}}_{mk}\},\{\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}\}\}$.

在第二层，LSFD 方法由中央处理单元 [5] 实施。中央处理单元使用 LSFD 系数矩阵对来自所有接入点的本地估计值 $\tilde{\mathrm{x}}_{mk}$ 进行加权，具体如下

$$\hat{\mathbf{x}}_{k}=\sum_{m=1}^{M}\mathbf{A}_{mk}^{H}\tilde{\mathbf{x}}_{mk}=\sum_{m=1}^{M}\mathbf{A}_{mk}^{H}\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{H}_{mk}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{x}_{k}+\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1,l\neq k}^{K}\mathbf{A}_{mk}^{H}\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{H}_{ml}\mathbf{F}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{x}_{l}+\mathbf{n}'_{k}, \tag{24}$$

其中 $\mathrm{A}_{mk}\in\mathbb{C}^{N\times N}$ 是 c　AP m-UE k 的复数 LSFD 系数矩阵及 $\mathrm{n}'_{k}=\sum_{m=1}^{M}\mathrm{A}_{mk}^{H}\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathbf{n}_{m}$.

此外，我们可以将 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 改写为更紧凑的形式：

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{A}_k^H \mathbf{G}_{kk} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \mathbf{x}_k + \sum_{l=1, l\neq k}^{K} \mathbf{A}_k^H \mathbf{G}_{kl} \mathbf{F}_{l,\mathrm{u}} \mathbf{x}_l + \mathbf{n}_k' = \mathbf{A}_k^H \underbrace{\left(\mathbf{G}_{kk} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \mathbf{x}_k + \sum_{l=1, l\neq k}^{K} \mathbf{G}_{kl} \mathbf{F}_{l,\mathrm{u}} \mathbf{x}_l + \tilde{\mathbf{n}}_k' \right)}_{\tilde{\mathbf{x}}_k} \tag{25}$$

其中 $\mathbf{A}_k, [\mathbf{A}_{1k}^T, \ldots, \mathbf{A}_{Mk}^T]^T \in \mathbb{C}^{MN\times N}$, $\mathbf{G}_{kl}, [\mathbf{V}_{1k}^H \mathbf{H}_{1l}; \ldots; \mathbf{V}_{Mk}^H \mathbf{H}_{Ml}] \in \mathbb{C}^{MN\times N}$和$\tilde{\mathbf{n}}_k' = \left[\mathbf{V}_{1k}^H \mathbf{n}_1; \ldots; \mathbf{V}_{Mk}^H \mathbf{n}_M \right] \in \mathbb{C}^{MN\times N}$。

请注意，中央处理单元并不掌握信道估计，仅知晓信道统计信息 [5]。用户设备 k $\mathbf{E}_{k,\ (2)}, \mathbb{E}\left\{ (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^H | \boldsymbol{\Theta} \right\}$ 的条件均方误差矩阵为

$$\mathbf{E}_{k,(2)} = \mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}^H\} \mathbf{A}_k - \mathbf{A}_k^H \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} + \mathbf{A}_k^H \left(\sum_{l=1}^{K} \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl} \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \mathbf{G}_{kl}^H\} + \sigma^2 \mathbf{S}_k \right) \mathbf{A}_k, \tag{26}$$

其中 $\boldsymbol{\Theta}$ 表示所有信道统计信息，且 $\mathbf{S}_k = \mathrm{diag}(\mathbb{E}\{\mathbf{V}_{1k}^H \mathbf{V}_{1k}\}, \cdots, \mathbb{E}\{\mathbf{V}_{Mk}^H \mathbf{V}_{Mk}\}) \in \mathbb{C}^{MN\times MN}$。然后，我们应用经典先使用后遗忘界，得到以下遍历可达频谱效率。

推论4. 对于“LSFD”方案，用户设备 k 的可达频谱效率可写为

$$\mathrm{SE}_{k,(2)} = \left(1 - \frac{\tau_p}{\tau_c}\right) \log_2 \left| \mathbf{I}_N + \mathbf{D}_{k,(2)}^H \boldsymbol{\Sigma}_{k,(2)}^{-1} \mathbf{D}_{k,(2)} \right|, \tag{27}$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma}_{k,(2)} = \sum_{l=1}^{K} \mathbf{A}_k^H \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl} \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \mathbf{G}_{kl}^H\} \mathbf{A}_k - \mathbf{D}_{k,(2)} \mathbf{D}_{k,(2)}^H + \sigma^2 \mathbf{A}_k^H \mathbf{S}_k \mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{D}_{k,(2)} = \mathbf{A}_k^H \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}$。

证明. 证明过程与推论 [28, Corollary 2] 的证明步骤类似，因此省略。 □

注意，中央处理单元可根据信道统计信息优化 $\mathbf{A}_k$ ，以最大化式（27）中的可达频谱效率。基于 [37], 中最优接收机的理论，我们推导出最优大尺度衰落解耦系数矩阵，该矩阵不仅能最大化可达频谱效率，还能最小化条件均方误差，如下所示。

推论5. 式（27）中的可达频谱效率由以下方式最大化

$$\mathbf{A}_k^{\mathrm{opt}} = \left(\sum_{l=1}^{K} \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl} \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \mathbf{G}_{kl}^H\} + \sigma^2 \mathbf{S}_k \right)^{-1} \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}, \tag{28}$$

从而得到最大值

频谱效率$_k^{\mathrm{opt}}$,(2)

$$= \left(1 - \frac{\tau_p}{\tau_c}\right) \log_2 \left| \mathbf{I}_N + \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\} \left(\sum_{l=1}^{K} \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kl} \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}} \mathbf{G}_{kl}^H\right\} - \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\} \bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{u}} \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}^H\right\} + \sigma^2 \mathbf{S}_k \right)^{-1} \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}} \right|. \tag{29}$$

注意，式 (28) 中的最优大尺度衰落解耦系数矩阵也可以使用户设备 k 的条件均方误差最小化 $\mathrm{MSE}_{k,(2)} = \mathrm{tr}(\mathbf{E}_{k,(2)})$.

证明。证明见附录 B。 □

应用最优大尺度衰落解耦系数矩阵后，用户设备 k 的均方误差矩阵可写为

$$\mathbf{E}_{k,(2)}^{\mathrm{opt}} = \mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}^H\right\} \left(\sum_{l=1}^{K} \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{G}_{kl}^H\} + \sigma^2\mathbf{S}_k\right)^{-1} \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}. \tag{31}$$

此外，应用最大比合并 $\mathbf{V}_{mk} = \mathbf{H}_{mk}$ 后，可推导得到如下闭式频谱效率表达式。

定理 2. 对于最大比合并 $\mathbf{V}_{mk} = \mathbf{H}_{mk}$，(27) 可通过闭式计算为

$$\mathrm{SE}_{k,(2),\mathrm{c}} = \left(1 - \frac{\tau_p}{\tau_c}\right) \log_2 \left|\mathbf{I}_N + \mathbf{D}_{k,(2),\mathrm{c}}^H \boldsymbol{\Sigma}_{k,(2),\mathrm{c}}^{-1} \mathbf{D}_{k,(2),\mathrm{c}}\right|, \tag{32}$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma}_{k,(2),\mathrm{c}} = \mathbf{A}_k^H(\sum_{l=1}^{K}\mathbf{T}_{kl,(1)} + \sum_{l\in\mathcal{P}_k}\mathbf{T}_{kl,(2)})\mathbf{A}_k - \mathbf{D}_{k,(2),\mathrm{c}}\mathbf{D}_{k,(2),\mathrm{c}}^H + \sigma^2\mathbf{A}_k^H\mathbf{S}_{k,\mathrm{c}}\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{D}_{k,(2),\mathrm{c}} = \mathbf{A}_k^H\mathbf{Z}_k\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}$，其中 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\} = \mathbf{Z}_k = [\mathbf{Z}_{1k}^T, \ldots, \mathbf{Z}_{Mk}^T]^T$，且 $\mathbf{S}_{k,\mathrm{c}} = \mathrm{diag}(\mathbf{Z}_{1k}, \cdots, \mathbf{Z}_{Mk})$，其中 $\mathbf{Z}_{mk} \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 的第 (n, n') 个元素为 $[\mathbf{Z}_{mk}]_{nn'} = \mathrm{tr}(\hat{\mathbf{R}}_{mk}^{n'n})$。此外，$\mathbf{T}_{kl,(1)}$ $\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Gamma}_{kl}^{(1)},1,\cdots,\boldsymbol{\Gamma}_{kl}^{(1)},M) \in \mathbb{C}^{MN\times MN}$，且 $\mathbf{T}_{kl}^{mm'}{}_{2},(\,) = \boldsymbol{\Gamma}_{kl}^{(2)},_m - \boldsymbol{\Gamma}_{kl}^{(1)},_m$，当 $m = m'$ 时；否则为 $\boldsymbol{\Lambda}_{mkl}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}\boldsymbol{\Lambda}_{m'lk}$，其中 $\mathbf{T}_{kl}^{mm'}{}_{2},(\,)$ 表示 $\mathbf{T}_{kl,(2)} \in \mathbb{C}^{MN\times MN}$ 的 (m, m') 子矩阵，$N \times N$ 维复矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_{mkl}$, $\boldsymbol{\Lambda}_{m'lk}$, $\boldsymbol{\Gamma}_{kl}^{(1)},_m$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}_{kl}^{(2)},_m$ 的第 (n, n') 个元素分别为 $[\boldsymbol{\Lambda}_{mkl}]_{nn'} = \mathrm{tr}(\boldsymbol{\Xi}_{mkl}^{n'n})$、$[\boldsymbol{\Lambda}_{m'lk}]_{nn'} = \mathrm{tr}(\boldsymbol{\Xi}_{m'lk}^{n'n})$、$[\boldsymbol{\Gamma}_{mkl}^{(1)}]_{nn'} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{i'=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}\,\mathrm{tr}(\mathbf{R}_{ml}^{i'i}\hat{\mathbf{R}}_{mk}^{n'n})$，而 $[\boldsymbol{\Gamma}_{kl,m}^{(2)}]_{nn'}$ 定义为

$$\begin{aligned}\left[\boldsymbol{\Gamma}_{kl,m}^{(2)}\right]_{nn'} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{i'=1}^{N}\left[\bar{\mathbf{F}}_l\right]_{i'i}\Bigg\{&\mathrm{tr}\left(\mathbf{R}_{ml}^{i'i}\mathbf{P}_{mkl,(1)}^{n'n}\right)\\ &+\tau_p^2\sum_{q_1=1}^{N}\sum_{q_2=1}^{N}\left[\mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}^{q_1n}\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{i'q_2}\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{q_2i}\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}^{n'q_1}\right) + \mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}^{q_1n}\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{i'q_2}\right)\mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}^{n'q_2}\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{q_2i}\right)\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{33}$$

其中 $\boldsymbol{\Xi}_{mkl} = \tau_p\mathbf{R}_{ml}\tilde{\mathbf{F}}_l^H$、$_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\Psi}_{mk}^{-1}\tilde{\mathbf{F}}_k$、$_{\mathrm{p}}\mathbf{R}_{mk}$、$\boldsymbol{\Xi}_{m'lk} = \tau_p\mathbf{R}_{m'k}\tilde{\mathbf{F}}_k^H$、$_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\Psi}_{m'k}^{-1}\tilde{\mathbf{F}}_l$、$_{\mathrm{p}}\mathbf{R}_{m'l}$、$\mathbf{P}_{mkl}$、$_{(1)} = \tau_p\mathbf{S}_{mk}(\boldsymbol{\Psi}_{mk} - \tau_p\tilde{\mathbf{F}}_l$、$_{\mathrm{p}}\mathbf{R}_{ml}\tilde{\mathbf{F}}_l^H$、$_{\mathrm{p}})\mathbf{S}_{mk}^H$、$\mathbf{S}_{mk} = \mathbf{R}_{mk}\tilde{\mathbf{F}}_k^H$、$_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\Psi}_{mk}^{-1}$、$\mathbf{P}_{mkl}$、$_{(2)} = \mathbf{S}_{mk}\tilde{\mathbf{F}}_l$、$_{\mathrm{p}}\mathbf{R}_{ml}\tilde{\mathbf{F}}_l^H$、$_{\mathrm{p}}\mathbf{S}_{mk}^H$、$\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{ni}$ 以及 $\tilde{\mathbf{P}}_{mkl}^{ni}$、$_{(2)}$ 分别为 $\mathbf{R}_{ml}^{\bar{2}}$ 和 $\mathbf{P}_{mkl}^{\bar{2}}$ 的 (n, i)-1×1 子矩阵。(2)此外，式(28)中的最优大尺度衰落解耦系数矩阵和式(31)中的均方误差矩阵也可以通过闭式计算得到：

$$\begin{cases}\mathbf{A}_{k,\mathrm{c}}^{\mathrm{opt}} = \left(\sum_{l=1}^{K}\mathbf{T}_{kl,(1)} + \sum_{l\in\mathcal{P}_k}\mathbf{T}_{kl,(2)} + \sigma^2\mathbf{S}_{k,\mathrm{c}}\right)^{-1}\mathbf{Z}_k\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}},\\ \mathbf{E}_{k,(2),\mathrm{c}}^{\mathrm{opt}} = \mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^H\mathbf{Z}_k^H\left(\sum_{l=1}^{K}\mathbf{T}_{kl,(1)} + \sum_{l\in\mathcal{P}_k}\mathbf{T}_{kl,(2)} + \sigma^2\mathbf{S}_{k,\mathrm{c}}\right)^{-1}\mathbf{Z}_k\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}.\end{cases} \tag{34}$$

证明：证明见附录 C。 ■

2) 迭代加权最小均方误差预编码设计：对于 LSFD方案，我们还研究了加权和——r速率最大化问题为

$$\begin{aligned}&\max_{\{\mathbf{F}\}}\sum_{k=1}^{K}\mu_{k,(2)}\mathrm{SE}_{k,(2)}\\&\text{s.t.}\left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}\right\|^2\leqslant p_k\ \forall k=1,\ldots,K\end{aligned}\tag{35}$$

其中，$\mu_{k,\ (2)}$ 表示“LSFD”方案中用户设备 k 的优先级权重，而 $\mathrm{SE}_{k,\ (2)}$ 由式（27）给出，其中第一解码层采用任意合并结构。

类似地，矩阵加权和均方误差最小化问题[9]

$$\begin{aligned}&\min_{\{\mathbf{F},\mathbf{A},\mathbf{W},\mathbf{G},\mathbf{S}\}}\sum_{k=1}^{K}\mu_{k,(2)}\left[\mathrm{tr}\left(\mathbf{W}_{k,(2)}\mathbf{E}_{k,(2)}\right)-\log_2\left|\mathbf{W}_{k,(2)}\right|\right]\\&\text{s.t.}\left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}\right\|^2\leqslant p_k\ \forall k=1,\ldots,K\end{aligned}\tag{36}$$

等价于加权和速率最大化问题（35），其中 $\mathbf{W}_{k,\ (2)}$ 是用户设备 k的权重矩阵。注意，式（36）关于每个优化变量 F、A、W、G、S 均为凸问题，但关于所有优化变量并非联合凸。因此，我们可以通过依次固定五个优化变量 F、A、W、G、S 中的四个，并更新第五个变量来求解式（36）。[10]

$\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{E}_{k,\ (2)}$ 的更新分别由最优LSFD方案（28）和采用最优LSFD方案时的均方误差矩阵（31）给出。注意，式（36）的最优 $\mathbf{W}_{k,\ (2)}$ 为 $\mathbf{W}_{k\ 2,\ ()}^{\mathrm{opt}}=\mathbf{E}_{k\ 2,\ ()}^{-1}$。

注3. 当所有用户设备在 (36) 中采用 $\mathbf{A}_k^{\mathrm{opt}}$ 和 $\mathbf{W}_{k\ 2,\ ()}^{\mathrm{opt}}$ 时，我们注意到 (36) 变为与 (35) 等价的优化问题，如下所示

$$\begin{aligned}&\max_{\{\mathbf{F},\mathbf{G},\mathbf{S}\}}\sum_{k=1}^{K}\mu_{k,(2)}\log_2\left|\left(\mathbf{E}_{k,(2)}^{\mathrm{opt}}\right)^{-1}\right|\\&\text{s.t.}\left\|\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}\right\|^2\leqslant p_k\ \forall k=1,\ldots,K\end{aligned}\tag{37}$$

这就是 $\mathbf{E}_{k\ 2,\ ()}^{\mathrm{opt}}$ 与 $\mathrm{SE}_{k\ 2,\ ()}^{\mathrm{opt}}$ 之间众所周知的关系，并已在附录 E 中证明。

最后但同样重要的是，在固定其他变量后，$\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}$ 在式（36）中的更新会得到优化

[9]符号 G 表示所有与 G 相关的变量，例如 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\bar{\ }\mathbf{F}_{l,\ \mathrm{u},\ (2)}\mathbf{G}_{kl}^H\}$ 和 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\}$ 等。[10]至于 G 和 S，如果采用 L-MMSE 合并方案，$\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\}$ 和 $\mathbf{S}_k$ 与 $\mathbf{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (2)}$ 相关，因此我们也应更新它们。相反，$\mathbb{E}\{$采用最大比合并结构的 $\mathbf{G}_{kk}\}$ 和 $\mathbf{S}_k$ 与 F 无关，因此我们只需更新 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\bar{\ }\mathbf{F}_{l,\ \mathrm{u},\ (2)}\mathbf{G}_{kl}^H\}$。

问题如下:

$$\begin{aligned}
&\min_{\{\mathbf{F}\}} \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(2)} \left[\mathrm{tr}\left(\mathbf{W}_k \left(\mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}^H \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{kk}^H \right\} \mathbf{A}_k \right) \left(\mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}^H \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{kk}^H \right\} \mathbf{A}_k \right)^H \right) \right] \\
&+ \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(2)} \left[\mathrm{tr}\left(\mathbf{W}_{k,(2)} \mathbf{A}_k^H \left(\sum_{l \neq k}^{K} \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{kl} \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u},(2)} \mathbf{G}_{kl}^H \right\} + \sigma^2 \mathbf{S}_k \right) \mathbf{A}_k \right) \right] \\
&\text{s.t.} \left\| \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)} \right\|^2 \leqslant p_k \ \forall k = 1, \ldots, K
\end{aligned} \tag{38}$$

这是一个凸二次优化问题。因此，我们也可以通过应用经典的拉格朗日乘子方法和 KKT 条件推导出最优预编码方案。(38) 的拉格朗日函数为

$$\begin{aligned}
f\left(\mathbf{F}_{1,\mathrm{u},(2)}, \ldots, \mathbf{F}_{K,\mathrm{u},(2)} \right) = &\sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(2)} \left[\mathrm{tr}\left(\mathbf{W}_{k,(2)} \left(\mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}^H \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{kk}^H \right\} \mathbf{A}_k \right) \left(\mathbf{I}_N - \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}^H \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{kk}^H \right\} \mathbf{A}_k \right)^H \right) \right] \\
&+ \sum_{k=1}^{K} \mu_{k,(2)} \left[\mathrm{tr}\left(\mathbf{W}_{k,(2)} \mathbf{A}_k^H \left(\sum_{l \neq k}^{K} \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{kl} \bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u},(2)} \mathbf{G}_{kl}^H \right\} + \sigma^2 \mathbf{S}_k \right) \mathbf{A}_k \right) \right] \\
&+ \sum_{k=1}^{K} \lambda_{k,(2)} \left(\mathrm{tr}\left(\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)} \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}^H \right) - p_k \right).
\end{aligned} \tag{39}$$

定理 3. 对每个 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}$ 应用 (39) 的一阶最优性条件，同时固定其他优化变量，可得最优预编码方案为

$$\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}^{\mathrm{opt}} = \mu_{k,(2)} \left(\sum_{l=1}^{K} \mu_{l,(2)} \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{lk}^H \mathbf{A}_l \mathbf{E}_{l,(2)}^{-1} \mathbf{A}_l^H \mathbf{G}_{lk} \right\} + \lambda_{k,(2)} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \mathbb{E}\left\{ \mathbf{G}_{kk}^H \right\} \mathbf{A}_k \mathbf{E}_{k,(2)}^{-1}, \tag{40}$$

其中，$\lambda_{k,(2)} \geqslant 0$ 是“大尺度衰落解耦”方案阶段中的拉格朗日乘子。根据 KKT 条件，$\lambda_{k,(2)}$ 和 $\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}$ 还应满足

$$\left\| \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)} \right\|^2 \leqslant p_k, \quad \lambda_{k,(2)} \left(\left\| \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)} \right\|^2 - p_k \right) = 0, \quad \lambda_{k,(2)} \geqslant 0. \tag{41}$$

注意，当 $\sum_{l=1}^{K} \mu_{l,(2)} \mathbb{E}\{\mathrm{G}_{lk}^H \mathrm{A}_l \mathrm{E}_{l}^{-1}{}_{2,(}{}) \mathrm{A}_l^H \mathrm{G}_{lk}\}$ 可逆且 $\mathrm{tr}\left[\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}(0) \mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}(0)^H \right] \leqslant p_k$ 时，$\mathrm{F}_k^{\mathrm{opt}}$，$\mathrm{u},(2) = \mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}(0)$，否则必有 $\mathrm{tr}[\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}(\lambda_{k,(2)}) \mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}(\lambda_{k,(2)})^H] = p_k$。沿用推论 3 中的类似方法，我们注意到，由于 $\mathrm{tr}[\mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}(\lambda_{k,(2)}) \mathrm{F}_{k,\mathrm{u},(2)}(\lambda_{k,(2)})^H]$ 是 $\lambda_{k,(2)}$ 的单调递减函数，因此可以通过一维二分算法轻松求得 $\lambda_{k,(2)}$。

ˆ 此外，如果第一层采用最大比合并 $\mathrm{V}_{mk} = \mathrm{H}_{mk}$，则可通过以下定理以闭式计算式 (40) 中的期望。

定理4. 采用最大比合　　采用ˆ ining $\mathrm{V}_{mk} = \mathrm{H}_{mk}$ 以及最优LSFD方案后，我们可以计算

$\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}^{H}\}$、$\mathrm{A}_{k}^{\mathrm{opt}}$ 和$\mathrm{E}_{k}^{\mathrm{opt}}{}_{2},(\,)$的闭式表达，如定理 2 所示。此外，我们有 $\bar{\mathrm{T}}_{lk}=\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{lk}^{H}\mathrm{A}_{l}\mathrm{E}_{l}^{-1}{}_{2},(\,)\mathrm{A}_{l}^{H}\mathrm{G}_{lk}\}\in\mathbb{C}^{N\times N}$，其中 $\bar{\mathrm{T}}_{lk}$的第(i,n)个元素为$\mathrm{tr}(\bar{\mathrm{A}}_{l}\bar{\mathrm{G}}_{lk,ni})$，其中 $\bar{\mathrm{A}}_{l}$、$\mathrm{A}_{l}\mathrm{E}_{l}^{-1}{}_{2},(\,)\mathrm{A}_{l}^{H}$，而 $\bar{\mathrm{G}}_{lk,ni}$, $\mathbb{E}\{\mathrm{g}_{lk,n}\mathrm{g}_{lk,}^{H}{}_{i}\}\in\mathbb{C}^{MN\times MN}$的第 $[(m-1)\ N+p,\ (m'-1)\,N+p']$个（或简写为第 $[o,j]$个）元素为

$$\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{lk,n}\mathbf{g}_{lk,i}^{H}\}_{oj}=\begin{cases}0, & l\notin\mathcal{P}_{k},m\neq m'\\ \mathrm{tr}(\mathbf{R}_{mk}^{ni}\hat{\mathbf{R}}_{ml}^{p'p}), & l\notin\mathcal{P}_{k},m=m'\\ \mathrm{tr}(\boldsymbol{\Xi}_{mlk}^{np})\mathrm{tr}(\boldsymbol{\Xi}_{m'kl}^{p'i}), & l\in\mathcal{P}_{k},m\neq m'\\ \mathrm{tr}\left(\mathbf{R}_{mk}^{ni}\mathbf{P}_{mlk,(1)}^{p'p}\right)+\tau_{p}^{2}\sum_{q_{1}=1}^{N}\sum_{q_{2}=1}^{N}\mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{P}}_{mlk,(2)}^{q_{1}p}\tilde{\mathbf{R}}_{mk}^{nq_{2}}\tilde{\mathbf{R}}_{mk}^{q_{2}i}\tilde{\mathbf{P}}_{mlk,(2)}^{p'q_{1}}\right)\\ \qquad+\tau_{p}^{2}\sum_{q_{1}=1}^{N}\sum_{q_{2}=1}^{N}\mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{P}}_{mlk,(2)}^{q_{1}n}\tilde{\mathbf{R}}_{mk}^{nq_{1}}\right)\mathrm{tr}\left(\tilde{\mathbf{P}}_{mlk,(2)}^{p'q_{2}}\tilde{\mathbf{R}}_{mk}^{q_{2}i}\right), & l\in\mathcal{P}_{k},m=m'\end{cases}\tag{42}$$

其中 $\boldsymbol{\Xi}_{mlk}=\tau_{p}\mathrm{R}_{mk}\tilde{}\mathrm{F}_{k}^{H},_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\Psi}_{mk}^{-1}\tilde{}\mathrm{F}_{l},_{\mathrm{p}}\mathrm{R}_{ml}$, $\boldsymbol{\Xi}_{m'kl}=\tau_{p}\mathrm{R}_{m'l}\tilde{}\mathrm{F}_{l}^{H},_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\Psi}_{m'l}^{-1}\tilde{}\mathrm{F}_{k},_{\mathrm{p}}\mathrm{R}_{m'k}$, $\mathrm{S}_{ml}=\mathrm{R}_{ml}\tilde{}\mathrm{F}_{l}^{H},_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\Psi}_{ml}^{-1}$, $\mathrm{P}_{mlk,}{}_{(1)}=\tau_{p}\mathrm{S}_{ml}(\boldsymbol{\Psi}_{ml}-\tau_{p}\tilde{}\mathrm{F}_{k},_{\mathrm{p}}\mathrm{R}_{mk}\tilde{}\mathrm{F}_{k}^{H},_{\mathrm{p}})\mathrm{S}_{ml}^{H}$和 $\mathrm{P}_{mlk,}{}_{(2)}=\mathrm{S}_{ml}\tilde{}\mathrm{F}_{k},_{\mathrm{p}}\mathrm{R}_{mk}\tilde{}\mathrm{F}_{k}^{H},_{\mathrm{p}}\mathrm{S}_{ml}^{H}$。将推导结果代入式（40），即可闭式计算 $\mathrm{F}_{k}^{\mathrm{opt}}{},_{\mathrm{u},(2)}$，如下所示

$$\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2),\mathrm{c}}^{\mathrm{opt}}=\mu_{k,(2)}\left(\sum_{l=1}^{K}\mu_{l,(2)}\bar{\mathbf{T}}_{lk}+\lambda_{k,(2)}\mathbf{I}_{N}\right)^{-1}\mathbf{Z}_{k}^{H}\mathbf{A}_{k,\mathrm{c}}^{\mathrm{opt}}\mathbf{E}_{k,(2),\mathrm{c}}^{\mathrm{opt},-1}.\tag{43}$$

证明：证明见附录 F。 ■

此外，$\mathrm{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (2)}$ 的迭代优化算法总结于算法2中。算法2的收敛性在 [30, 定理 3]中得到了证明。

注4. 基于加权均方误差的迭代最小化，我们提出了两种高效的上行 I-WMMSE 预编码方案，以最大化加权和频谱效率。算法1和算法2分别研究了适用于“FCP”和“LSFD”方案的 I-WMMSE 预编码方案。需要注意的是，针对 FCP/LSFD 的 I-WMMSE 预编码方案设计分别基于瞬时信道状态信息/信道统计信息。更重要的是，基于定理4，我们只能针对采用最大比合并的 LSFD 方案，以新颖的闭式形式计算 I-WMMSE 预编码方案。

IV. 预编码实现与复杂度分析

本节讨论第三节中所研究上行预编码方案的实际实现，并分析其计算复杂度。

A. 预编码实现

1）预编码特性：如上所述，我们研究一种标准的块衰落模型，其中信道响应在一个相干块内保持恒定且平坦，该相干块包含 τ_{c} 次信道

算法2：用于设计$\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}$的 I-WMMSE 算法

输入：所有可能配对的信道统计信息 $\boldsymbol{\Theta}$；所有用户设备的 UE权重 $\mu_{k,\ (2)}$；

输出：所有用户设备的最优预编码矩阵 $\mathbf{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (2)}$（$\mathbf{F}_{k}^{(i)}{}_{,\ \mathrm{u},\ (2)}$ 对应第一或第三种停止准则以及 $\mathbf{F}_{k}^{(i-1)}{}_{2,\mathrm{u},()}$ 对应第二种停止准则）；

初始化：$i=0, \mathbf{F}_{k}^{(0)}{}_{,\ \mathrm{u},\ (2)}$ 以及 $R^{(0)}{}_{(2)}=\sum_{k=1}^{K}\mu_{k,\ (2)}$频谱效率$_{k}^{(0)}{}_{2,\ ()}$ 针对所有用户设备；最大迭代次数 $I_{(2),\ \max}$ 和阈值$\varepsilon_{(2)}$;

次重复

  $i=i+1$

  更新信道统计信息 $\boldsymbol{\Theta}^{(i)}$，例如 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}^{(i)}\}, \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}^{(i)}{}^{-}\mathbf{F}_{l}^{(i-1)}{}_{,\mathrm{u}}(\mathbf{G}_{kl}^{(i)})^{H}\}$ 和 $\mathbf{S}_{k}^{(i)}$；

  根据 (28) 更新最优LSFD矩阵 $\mathbf{A}_{k}^{(i)}$ 和 $\mathbf{F}_{l}^{(i-1)}{}_{2,\ \mathrm{u},\ ()}$ 以及 $\boldsymbol{\Theta}^{(i)}$；

  更新最优均方误差矩阵 $\mathbf{E}^{(i)}{}_{k,(2)}$ 基于 (31) 更新 $\mathbf{F}_{l}^{(i-1)}{}_{2,\ \mathrm{u},\ ()}$、$\mathbf{A}_{k}^{(i)}$ 和 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}^{(i)}\}$ $\mathbf{W}_{k,(2)}^{(i)}$;

  基于 (40) 更新最优预编码矩阵 $\mathbf{F}_{k}^{(i)}{}_{,\ \mathrm{u},\ (2)}$、$\mathbf{A}_{k}^{(i)}$、$\mathbf{W}_{k}^{(i)}{}_{2,\ ()}$ 和 $\boldsymbol{\Theta}^{(i)}$，其中 $\lambda^{(i),\ k\ 2,\ ()}$ 通过二分算法求得;

  更新加权和速率 $R^{(i)}{}_{(2)}=\sum_{k=1}^{K}\mu_{k,\ (2)}$频谱效率$_{k}^{(i)}{}_{,\ (2)}$;

直到 $|R_{2}^{(i)}{}_{()}-R_{2}^{(i-1)}{}_{()}|/R_{2}^{(i-1)}{}_{()}\leqslant\varepsilon_{(2)}$ 或 $R^{(i)}{}_{(2)}<R_{(2)}^{(i-1)}$ 或 $i\geqslant I_{(2),\ \max}$;

使用。对于“完全集中式处理”方案，我们注意到，I-WMMSE预编码设计根据瞬时CSI，按照式（18）在中央处理单元中实施。此外，为保证算法1的收敛性，只建议采用式（9）中的最小均方误差合并来检测上行数据，因为$\mathbf{E}_{k}^{\mathrm{opt}}{}_{1,()}$与$\mathbf{SE}_{k}^{\mathrm{opt}}{}_{1,()}$之间的等价关系只有在采用最小均方误差合并时才能成立，因此必须予以保证。对于LSFD方案，式（40）中的$\mathbf{F}_{k}^{\mathrm{opt}}{}_{,\mathrm{u},(2)}$ 的最优设计只能在中央处理单元中实施，但仅依赖于信道统计信息。此外，每个接入点均可采用L-MMSE或最大比合并。当采用最大比合并时，算法2中的所有项均可根据定理4以闭式形式计算。

2）前传需求：对于采用 I-WMMSE 预编码的 FCP方案，在每个相干块中，所有接入点都应将其接收信号转发至中央处理单元，而中央处理单元需要将预编码矩阵 $\mathbf{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (1)}$ 反馈给所有用户设备。所有接入点都需要发送 $\tau_{c}ML$ 个复数标量（导频信号占 $\tau_{p}ML$ 个复数标量，接收数据信号占 $(\tau_{c}-\tau_{p})ML$ 个复数标量）。此外，完整的相关矩阵 $\{\mathbf{R}_{mk}\}$可在中央处理单元处获取，其中每种接入点/用户设备位置/统计信息实现对应 $MKL^{2}N^{2}/2$个复数标量[11]。此外，中央处理单元会向所有用户设备发送最优预编码矩阵，每个相干块需要 KN^{2} 个复数标量来描述。总之，对于采用 I-WMMSE 预编码的 FCP方案，每种接入点/用户设备位置实现均通过前传链路传输共计 $\tau_{c}MLN_{r}+MKL^{2}N^{2}/2+KN^{2}N_{r}$个复数标量。作为比较，当

[11]请注意，对于每一种接入点/用户设备位置实现，信道统计信息都保持不变；每一种接入点/用户设备位置实现都包含 N_{r} 个信道实现（相干块）。

采用不使用 I-WMMSE 预编码的 FCP方案时，所有接入点同样需要在每个相干块中向中央处理单元发送 $\tau_c ML$个复数标量的接收信号，并针对每种接入点/用户设备位置实现向中央处理单元发送 $MKL^2N^2/2$个复数标量的 $\{\mathbf{R}_{mk}\}$。因此，对于不使用 I-WMMSE 预编码的 CFP方案，每种接入点/用户设备位置实现均通过前传链路传输共计 $\tau_c MLN_r + MKL^2N^2/2$个复数标量。

对于采用 I-WMMSE预编码的 LSFD方案，每个相干块中，所有接入点都会向中央处理单元传输其本地数据估计值$\tilde{\mathbf{x}}_{mk}$，共计 $(\tau_c - \tau_p)MKN$ 个复数标量。此外，中央处理单元还需要 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\} \in \mathbb{C}^{MN\times N}$，对于每种接入点/用户设备位置实现，该量由 MKN^2 个复数标量描述。对于 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u},(2)}\mathbf{G}_{kl}^H\} \in \mathbb{C}^{MN\times MN}$，根据附录 F 中探讨的构造方法，优化 $\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u},(2)}$ 需要已知 $\left\{\mathbb{E}\left[\mathbf{v}_{ml,p}^H \mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{m'k,i}^H \mathbf{v}_{m'l,p'}\right]\right\}$；对于每种接入点/用户设备位置实现，这些量由 $M^2K^2N^4/2$ 个复数标量描述，其中 $\mathbf{v}_{ml,p}$ 表示 $\mathbf{V}_{ml}$ 的第 p列。此外，中央处理单元只需针对每种接入点/用户设备位置实现，将最优预编码矩阵 $\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}$ 反馈给所有接入点和用户设备；这些矩阵共包含 KN^2 个复数标量。对于未采用 I-WMMSE预编码的 LSFD方案，每个相干块需要本地数据估计值 $\tilde{\mathbf{x}}_{mk}$，由 $(\tau_c - \tau_p)MKN$ 个复数标量描述；此外，对于每种接入点/用户设备位置实现，还需要 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\}$，由 MKN^2 个复数标量描述，以及 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\mathbf{G}_{kl}^H\} \in \mathbb{C}^{MN\times MN}$，由 $M^2K^2N^2/2$ 个复数标量描述。也就是说，对于每种接入点/用户设备位置实现，通过前传链路传输的复数标量总数为 $(\tau_c - \tau_p)MKNN_r + MKN^2 + M^2K^2N^2/2$。

3) 实际实现：请注意，所研究的 I-WMMSE 预编码方案的基本动机是尽可能提高上行链路频谱效率总和性能，因此我们忽略了一些对于所研究预编码方案实际实现至关重要的实际问题。在实际实现这些预编码方案时，应考虑这些实际问题。

●容量受限前传网络

如上所述，与不采用 I-WMMSE 预编码的情况相比，I-WMMSE 预编码需要更多前传资源。考虑一种更实际的容量受限前传网络 [38] 至关重要。此外，无线前传 [39]，比传统有线前传更加灵活，也被视为提升 I-WMMSE 预编码实际实现效果的一种有前景的解决方案。

● 动态协作簇的可扩展性方面

在实际应用预编码方案时，应采用一种更现实的网络架构，其中包含

多个中央处理单元和动态协作簇；在这种架构中，每个用户设备仅由一个接入点簇提供服务（即以用户为中心的簇），而接入点则被划分为以小区为中心的簇，如图1所示。请注意，以用户为中心的簇可能由连接到不同中央处理单元的接入点组成。基于 [9], [18], 中的信号处理方案，本文的分析框架可采用可扩展的范式实现；与经典架构相比，这种范式能够缓解前传需求和计算复杂度，同时仅造成预期内的轻微性能损失。结合这两个实际因素的 I-WMMSE预编码设计留待未来研究。为了给采用DCC策略和容量受限的前传链路的 I-WMMSE预编码方案研究提供有价值的技术见解，我们基于 [9], [10], [38]在图2中介绍了FCP和大尺度衰落解耦（LSFD）的两种教程。

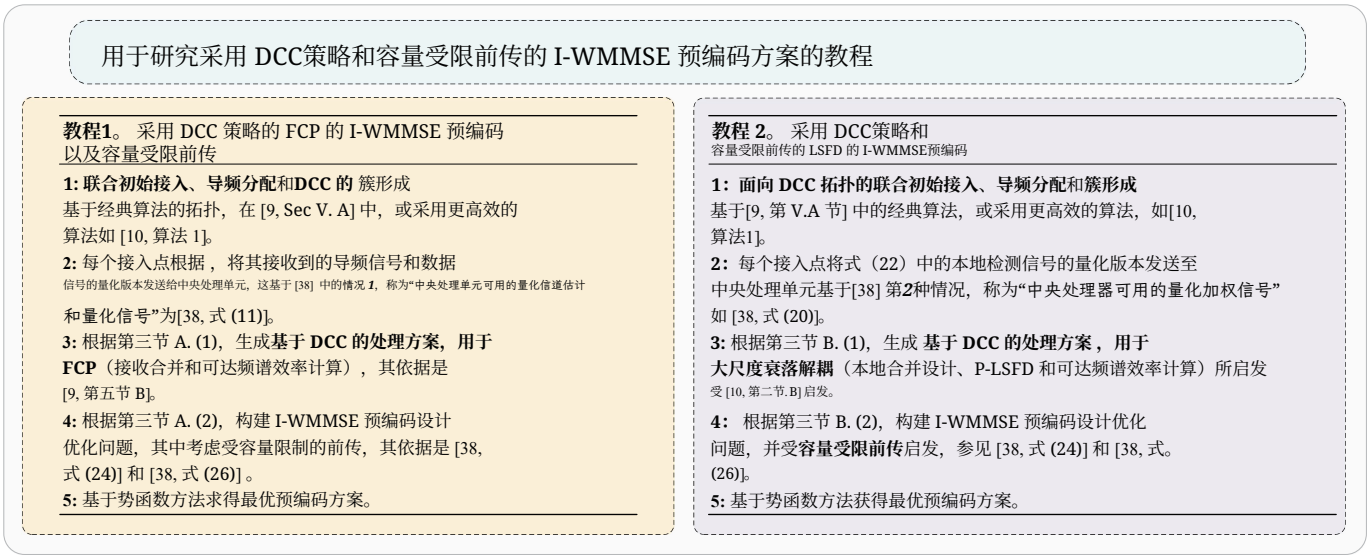

图2. 探讨采用 DCC策略和容量受限前传的 I-WMMSE预编码方案的两篇教程。B. 复杂度分析

在本小节中，我们分析所研究的两种预编码方案的计算复杂度。由于$\lambda_{k,\{(1),(2)\}}$ 的二分步骤通常相较于其他步骤只需少量迭代，因此在复杂度分析中，我们忽略$\lambda_{k,\{(1),(2)\}}$ 的二分步骤。对于全集中式处理方案，在每种接入点/用户设备位置实现下，迭代优化每次迭代的复杂度为 $\mathcal{O}($ $M^3K^2N^5N_r$)。对于LSFD方案，在每种接入点/用户设备位置实现下，分别采用基于蒙特卡洛方法的L-MMSE合并、基于蒙特卡洛方法的最大比合并以及基于闭式表达式的最大比合并进行迭代优化时，每次迭代的复杂度分别为$\mathcal{O}(M^2K^2N^3N_r)$、 $\mathcal{O}(M^2K^2N^3N_r + M^3KN^3)$和 $\mathcal{O}(M^3K^2N^5)$。为进一步降低计算复杂度，有必要采用渐近分析方法 [40], [41] 计算近似结果中无法通过闭式形式计算的项。

表I 本文两种预编码方案的比较。复数标量的数量针对每次接入点/用户设备位置实现进行计算。总频谱效率提升是在 $M = 20$, $K = 10$, $L = 1$ 和 $N = 4$条件下计算的。

	FCP	LSFD
CSI	瞬时CSI	统计信道状态信息
检测方案	最小均方误差合并	线性最小均方误差/最大比合并 + 最优LSFD方案
复数标量的数量 从接入点发送到中央处理单元 采用 I-WMMSE预编码	$\tau_c MLN_r + MKL^2N^2/2$	$(\tau_c - \tau_p)MKNN_r + MKN^2 + M^2K^2N^4/2$
复数标量的数量 从接入点发送到中央处理单元 未采用 I-WMMSE预编码	$\tau_c MLN_r + MKL^2N^2/2$	$(\tau_c - \tau_p)MKNN_r + MKN^2 + M^2K^2N^2/2$
复数标量数量 从中央处理单元发送的反馈	KN^2N_r	KN^2
每次迭代计算 复杂度	$\mathcal{O}\left(M^3K^2N^5N_r\right)$	L-MMSE： $\mathcal{O}\left(M^2K^2N^3N_r\right)$ MR（蒙特卡洛）： $\mathcal{O}\left(M^2K^2N^3N_r + M^3KN^3\right)$ MR（解析）： $\mathcal{O}\left(M^3K^2N^5\right)$
总频谱效率提升	28.93%	L-MMSE：46.74% 最大比：15.13%

V. 数值结果

本文研究一种无蜂窝大规模多输入多输出系统，其中所有接入点和用户设备均采用环绕方案 [42]，均匀分布在一个 $1\times1\text{km}^2$ 区域内。路径损耗和阴影衰落的建模方式与[28]类似。实际中，$\mathbf{U}_{mk,\mathrm{r}}$、$\mathbf{U}_{mk,\mathrm{t}}$ 和 $\boldsymbol{\Omega}_{mk}$ 通过测量 [29]估计。然而，本文对它们进行随机生成，其中耦合矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_{mk}$ 包含一个用于捕获主导功率 [43][12]的强发射特征方向。此外，$\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}} = \mathbf{F}_k^{(0)}, \mathbf{u}_{\{(1),(2)\}} = \sqrt{\frac{p_k}{N}}\mathbf{I}_N$。对于算法1和算法2，为兼顾收敛性与准确度，我们分别假设 $I_{(1),\max} = I_{(2),\max} = 20$、$\varepsilon_{(1)} = \varepsilon_{(2)} = 5\times10^{-4}$，且所有用户设备的权重相等（$\mu_{k,(1)} = \mu_{k,(2)} = 1$），不失一般性。此外，我们考虑带宽为20 MHz、噪声功率为 $\sigma^2 = -94$ dBm的通信。所有用户设备的发射功率约束均为200 mW。每个相干块包含 $\tau_c = 200$ 次信道使用和 $\tau_p = KN/2$。此外，我们研究一种与 [28] 中类似的导频分配方法。

图3展示了针对所研究的两种处理方案，在不同接入点/用户设备位置实现下可达和频谱效率的累积分布函数（CDF）（下文将“完全集中式处理”简称为“FCP”），并比较了采用“I-WMMSE预编码”或“无预编码”[13]的情况。我们注意到，FCP方案的频谱效率无疑高于大尺度衰落解耦方案，因为

[12]本文选择一个能够捕获主要信道功率的特征方向（随机选取，占总信道功率的 80% $\sim$ 95%），其余特征方向包含剩余功率。

[13]“无预编码”场景表示采用单位预编码矩阵 $\mathbf{F}_{k,\,\mathrm{u},\,\{(1),(2)\}} = \sqrt{\frac{p_k}{N}}\mathbf{I}_N$，且不进行优化。

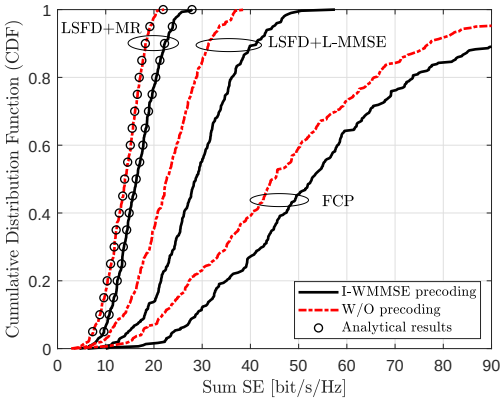

图3. 在 $M = 20$、 $K = 10$、 $L = 2$和 $N = 4$条件下，不同处理方案和预编码方案的总频谱效率累积分布函数。

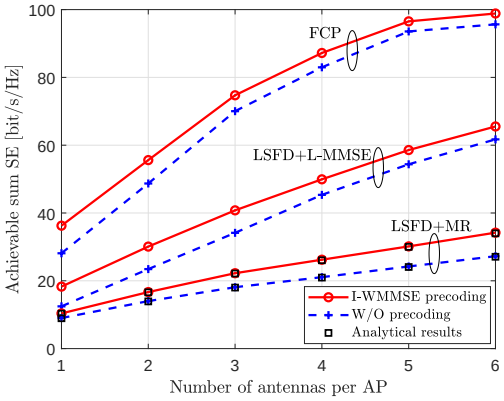

图4. 在 $M = 20$、 $K = 10$和 $N = 4$条件下，不同处理方案和预编码方案的总频谱效率随每个接入点的天线数 L 的变化。

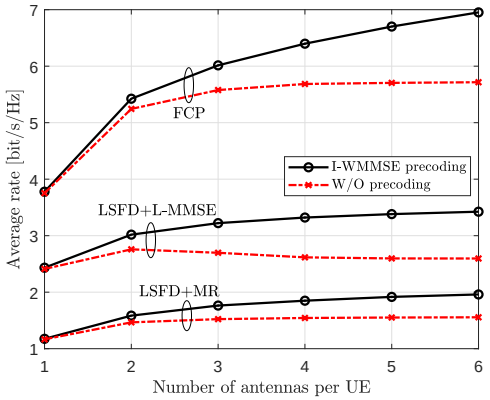

图5. 在 $M = 20$、 $K = 10$ $L = 2$ 和条件下，不同处理方案和预编码方案的平均速率随每个用户设备的天线数 N 的变化。

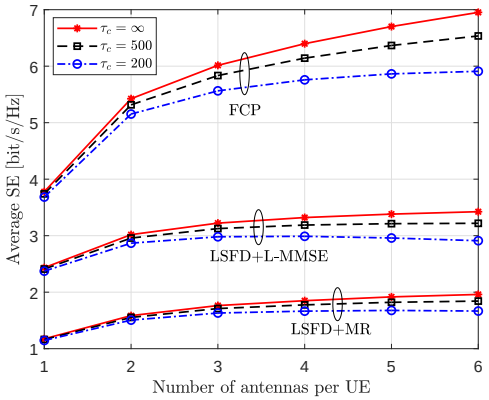

图6. 在 $M = 20$、$K = 10$ $L = 2$ 和条件下，不同 τ_c 中采用I-WMMSE预编码方案时，平均频谱效率随每个用户设备的天线数 N 的变化。

采用最小均方误差合并的FCP是无蜂窝大规模多输入多输出中的一种有竞争力的方案 [5]。更重要的是，所提出的I-WMMSE方案能够有效提升相应的可达和频谱效率性能，例如，FCP、采用最大比合并的大尺度衰落解耦方案以及采用L-MMSE合并的大尺度衰落解耦方案的总频谱效率分别提升了12.78%、19.54%和28.13%。此外，对于采用最大比合并的大尺度衰落解耦方案，由解析结果生成的标记“○”分别与仿真生成的曲线重合，从而验证了我们推导的闭式表达式。

图 4 展示了在考察两种处理方案和不同预编码方案[14]时，可达总频谱效率随每个接入点的天线数变化的情况。我们注意到，对于采用（L-）最小均方误差合并的 FCP 或大尺度衰落解耦，随着 L 的增加，“I-WMMSE”与“无预编码”之间的性能差距会缩小，这表明（L-）最小均方误差合并能够利用每个

[14]请注意，所研究的可达和频谱效率是对许多接入点/用户设备位置取平均后得到的总频谱效率值。

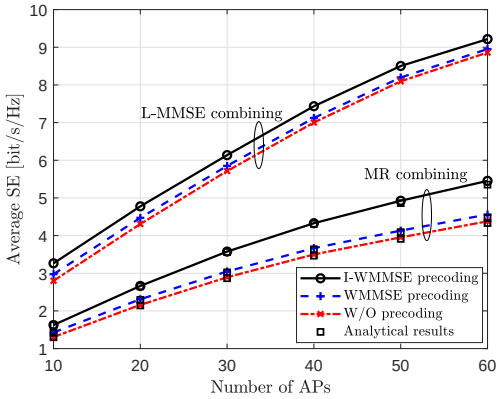

图 7. LSFD方案中，平均频谱效率随接入点数量 M 的变化， $K = 10$、 $L = 4$ 和 $N = 4$。

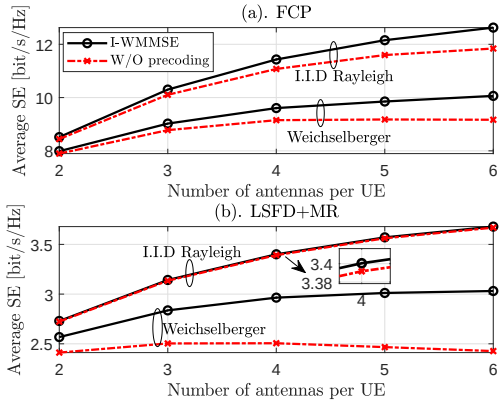

图 8. 不同信道模型下，平均频谱效率随每个用户设备的天线数 N 的变化， $M = 40$、 $K = 8$ 和 $L = 2$。

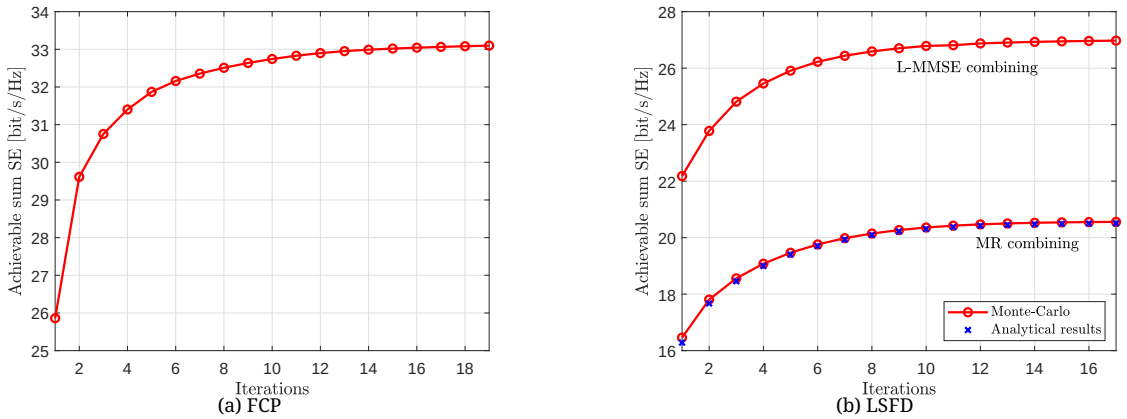

图 9. FCP 和 LSFD 的 I-WMMSE算法收敛示例， $M = 20$、 $K = 10$、 $L = 2$ 和 $N = 4$。

接入点上的所有天线来抑制干扰，即使没有任何预编码方案，也能实现出色的频谱效率性能。例如，对于采用 L-MMSE合并的大尺度衰落解耦， $L = 1$ 和 $L = 6$时“I-WMMSE”与“无预编码”之间的性能差距分别为 46.74% 和 6.17%。与此同时，对于采用最大比合并的大尺度衰落解耦，随着 L 的增加，“I-WMMSE”与“无预编码”之间的性能差距会增大；例如， $L = 1$ 和 $L = 6$时分别为 15.13% 和 25.48%。此外，对于采用最大比合并的大尺度衰落解耦方案，由解析结果生成的标记“□”分别与仿真生成的曲线重合，从而验证了我们推导的闭式表达式。

为进一步展示所提出的 I-WMMSE 预编码方案的优势，图5展示了平均速率[15] 随每个用户设备的天线数变化的情况。我们发现，所有采用 I-WMMSE 预编码方案的方案，其平均速率都会随 N 增加而提升；而未采用上行预编码的情况，其平均速率也可能随着 N增加而下降。采用 I-WMMSE 预编码的

[15]请注意，额外的用户设备天线可能导致频谱效率下降，一个主要原因是增加 N 会增加信道估计开销，并降低所有频谱效率表达式中的预对数因子“$(\tau_c - \tau_p)/\tau_c$” [26], [28]。因此，我们在图 5 中考察“平均速率”，忽略“$(\tau_c - \tau_p)/\tau_c$”的影响。

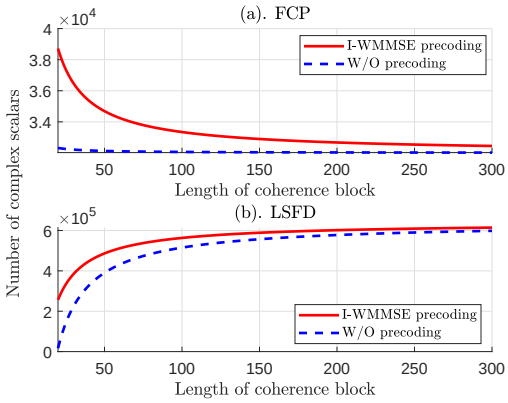

图10. 对于每种接入点/用户设备位置实现，每次信道使用通过前传发送的复数标量总数， $M = 20$、$K = 10$ $L = 2$ $N = 4$ 、和。

方案无疑使用户设备能够受益于多天线，并实现出色的速率性能。此外，我们还观察到，用户设备天线数越多，I-WMMSE 预编码方案的效率越高。例如，对于采用最小均方误差合并的大尺度衰落解耦，I-WMMSE 预编码带来的平均速率提升在 $N = 6$ 和 $N = 2$时分别为31.91%和9.43%。然而，如 [1] 中的图2所示，采用 I-WMMSE 预编码时，平均频谱效率（缩放因子为（$\tau_c - \tau_p$）/τ_c）也可能随着 N 增加而下降，因为随着 N增加，“导频矩阵相互正交”这一前提仍需要大量信道使用次数来进行导频传输，而且用户间干扰也会增加。因此，设计非正交导频矩阵和逐天线功率控制方案十分必要，这些方案被视为降低导频传输成本并进一步提升频谱效率性能的有效途径 [44]。

图6讨论了采用 I-WMMSE预编码方案时，在不同 τ_c下， N 的平均频谱效率。请注意，当相干块长度为无限长$\tau_c = \infty$时，图5可视为图6的一个特例。我们观察到，采用 I-WMMSE预编码方案时，平均频谱效率会随着 N 而增加，不论是$\tau_c = 500$ 还是 ∞，这意味着当相干块资源充足时，增加用户设备天线可以提升频谱效率性能。

图7考察了 M 在不同预编码方案下，LSFD方案的平均频谱效率[16]。对于最大比合并，解析结果生成的标记“□”分别与仿真生成的曲线重合，再次验证了我们推导的闭式表达式。此外，在 L 和 M较大的场景中，例如4.03% 和24.21% 的频谱效率提升，分别对应最小均方误差合并和最大比合并，表明最小均方误差合并 $M = 60$相比之下，I-WMMSE算法在提升最大比合并的频谱效率性能方面，比提升最小均方误差合并更有效[16]“WMMSE预编码”表示由I-WMMSE算法经过单次迭代生成的预编码方案。

基于大尺度 L 和 M 的方案即使不采用任何预编码方案，也能实现出色的频谱效率性能；而所提出的I-WMMSE预编码方案有助于缓解最大比合并的不足[17]。

图8考察了在独立同分布瑞利衰落信道和Weichselberger瑞利衰落信道下，平均频谱效率随 N 变化的情况。可以看出，所提出的I-WMMSE预编码方案在Weichselberger瑞利衰落信道下效率更高。例如，对于采用最大比合并的LSFD方案和FCP方案，在“Weichselberger”场景下，当 $N = 6$ 时，平均频谱效率分别可提升24.89%和9.77%；而在“独立同分布瑞利信道”下，平均频谱效率仅分别提升0.29%和6.63%。此外，与图5相比，我们注意到，对于FCP方案，I-WMMSE预编码方案在高负载系统（图5中的场景）中效率更高，此时接入点天线总数与用户设备天线总数相当。

图9展示了FCP方案以及采用L-MMSE/最大比合并的LSFD方案中I-WMMSE算法的收敛行为。请注意，图9(a)中FCP方案的收敛示例基于特定的信道实现，而图9(b)中LSFD方案的收敛示例则基于特定的接入点/用户设备位置实现。需要指出的是，可以保证所研究的算法收敛，并且它们能够高效地实现出色的总频谱效率性能。此外，图9(b)中采用最大比合并的LSFD方案验证了我们在算法2中推导的闭式表达式。

图10针对每种接入点/用户设备位置实现，考察了每次信道使用中通过前传传输的复数标量总数与τ_c 之间的关系。如图所示，FCP/大尺度衰落解耦方案每次信道使用所需的复数标量总数分别变少/变多，这也可以从表I中轻易看出。此外，大尺度衰落解耦方案所需的前传信令多于FCP方案，因为在大尺度衰落解耦方案下，接入点需要将所有接收数据信号传输至中央处理单元，导致前传负载巨大。更重要的是，随着 τ_c增加，无论采用FCP方案还是大尺度衰落解耦方案，“I-WMMSE预编码”与“无预编码”之间的差距都会缩小。考虑到I-WMMSE预编码带来的频谱效率性能提升，额外的前传负载是可以接受的，尤其是在相干资源充足时。尽管FCP方案中算法1的计算复杂度远高于大尺度衰落解耦方案中算法2的计算复杂度，但FCP方案所需的前传信令远少于大尺度衰落解耦方案，并且能够实现更好的频谱效率性能。因此，可以根据不同需求选择这两种处理方案及其各自的预编码方案。

[17]最大比合并是一种简单的合并方案，但无法有效抑制干扰。

VI. 结论

我们考虑一个在 Weichselberger 瑞利衰落信道下运行的无蜂窝大规模多输入多输出系统，其中接入点和用户设备均配备多天线。系统采用 FCP方案和大尺度衰落解耦方案。为进一步提升总频谱效率性能，我们研究基于迭代加权最小均方误差算法的高效上行预编码方案，以最大化这两种处理方案的加权和频谱效率。值得注意的是，对于采用最大比合并的大尺度衰落解耦方案，我们以新颖的闭式形式推导了可达频谱效率表达式和最优预编码方案。数值结果表明，所研究的 I-WMMSE预编码方案能够高效地实现出色的总频谱效率性能。更重要的是，可以看出，随着用户设备天线数量增加，所提出的 I-WMMSE预编码方案效率更高，这意味着即使用户设备天线数量较多，该方案仍能实现出色的性能。推导所得结果无疑为无蜂窝大规模多输入多输出系统中多天线用户设备的实际实现提供了重要见解。未来的工作中，我们将研究导频传输阶段的上行预编码方案设计，并探讨在容量受限前传网络和动态协作簇条件下实际实现所研究的 I-WMMSE预编码方案。此外，我们还将考虑非正交导频矩阵设计，以进一步提升多天线用户设备无蜂窝大规模多输入多输出系统的性能。最后，我们还将分析在带相移的、更实际的莱斯衰落信道下的上行预编码性能。

附录A 若干有用引理

引理 1. 设 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M\times N}$ 为随机矩阵，$\mathbf{Y}$ 为确定性 $M \times M$ 矩阵。 $\mathbb{E}\left\{\mathbf{X}^H\mathbf{Y}\mathbf{X}\right\}$ 的第（n, i）个元素为 $\operatorname{tr}\left(\mathbf{Y} \cdot \mathbb{E}\left\{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_n^H\right\}\right)$，其中 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_n$ 分别为 $\mathbf{X}$ 的第 i列和第 n列。

引理 2. 对于矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N_1\times N_1}$、$\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{N_1\times N_2}$、$\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{N_2\times N_2}$和 $\mathbf{D} \in \mathbb{C}^{N_2\times N_1}$，有 $(\mathbf{A}+\mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\left(\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}+\mathbf{C}^{-1}\right)^{-1}\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}$，这是一个众所周知的矩阵求逆引理*[36,*引理 B.*3]*。

附录 B

证明 推论5

由于中央处理单元仅掌握信道统计信息，我们需要将 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\}\mathbf{F}_{k,\,\mathrm{u}}$ 视为真实的确定性K信道，并将式 (25) 中的 $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 重写为 $\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\,\mathrm{u}}\mathbf{x}_k + \underbrace{(\mathbf{G}_{kk}\mathbf{F}_{k,\,\mathrm{u}} - \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\,\mathrm{u}})\mathbf{x}_k + \sum_{l=1,\ l\neq k}\mathbf{G}_{kl}\mathbf{F}_{l,\,\mathrm{u}}\mathbf{x}_l + \mathbf{n}'_k}_{\mathbf{v}}$，其中 $\mathbf{v}$ 是复圆对称噪声，且其协方差矩阵 $\boldsymbol{\Xi}_k = \mathbb{E}\{\mathbf{v}\mathbf{v}^H|\boldsymbol{\Theta}\} =$ 可逆

$\sum_{l=1}^{K}\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kl}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}^{H}\mathrm{G}_{kl}^{H}\}-\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}\}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}^{H}\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}^{H}\}+\sigma^{2}\mathrm{S}_{k}$. 首先，我们对白化噪声进行处理，得到 $\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-\frac{1}{2}}\hat{\mathbf{x}}_{k}=\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-\frac{1}{2}}\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}\}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{x}_{k}+\tilde{\mathbf{v}}$，其中 $\tilde{\mathbf{v}}\ \boldsymbol{\Xi}_{k}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{v}$ 变为白噪声。接下来，我们沿 $\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-\frac{1}{2}}\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}\}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}$ 的方向投影 $\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-\frac{1}{2}}\hat{\mathbf{x}}_{k}$，得到等效标量信道：

$$\left(\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-\frac{1}{2}}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\right)^{H}\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-\frac{1}{2}}\hat{\mathbf{x}}_{k}=\left(\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\right)^{H}\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-1}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{x}_{k}+\left(\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\right)^{H}\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-1}\mathbf{v}. \quad (44)$$

基于最优接收机理论 [37],，我们推导出最优LSFD矩阵 $\mathbf{A}_{k}=\boldsymbol{\Xi}_{k}^{-1}\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}\}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}$ 如下

$$\mathbf{A}_{k}=\left(\sum_{l=1}^{K}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kl}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^{H}\mathbf{G}_{kl}^{H}\right\}-\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}^{H}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}^{H}\right\}+\sigma^{2}\mathbf{S}_{k}\right)^{-1}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}. \quad (45)$$

此外，基于 [45], 中的矩阵求导标准结果，我们可以轻松得到使用户设备 k $\mathrm{MSE}_{k}^{(2)}=\mathrm{tr}(\mathrm{E}_{k}^{(2)})$ 条件均方误差最小的LSFD矩阵，如下所示

$$\mathbf{A}_{k}=\left(\sum_{l=1}^{K}\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{G}_{kl}^{H}\}+\sigma^{2}\mathbf{S}_{k}\right)^{-1}\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u}}. \quad (46)$$

我们注意到，式（45）中的LSFD矩阵与式（46）中的LSFD矩阵等价，唯一的区别是右侧多了一个缩放矩阵 $\mathrm{I}_{N}-\left(\mathrm{C}^{H}\mathrm{B}^{-1}\mathrm{C}+\mathrm{I}_{N}\right)^{-1}\mathrm{C}^{H}\mathrm{B}^{-1}\mathrm{C}$，这不会影响式（27）的值，其中 $\mathrm{B}=\sum_{l=1}^{K}\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kl}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}^{H}\mathrm{G}_{kl}^{H}\}+\sigma^{2}\mathrm{S}_{k}$，而 $\mathrm{C}=\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}\}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}$。因此，式（46）中的LSFD矩阵无法最大化可达频谱效率，而是使用户设备 k 的均方误差最小。

附录 C

定理 2 的证明

在本部分中，我们针对采用最大比合并 $\mathrm{V}_{mk}=\hat{\mathrm{H}}_{mk}$ 的 LSFD方案，以闭式计算式 (27) 中的各项。对于第一项 $\mathrm{D}_{k,(2)}=\mathrm{A}_{k}^{H}\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}\}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}$，有 $\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kk}\}=[\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{1k}^{H}\mathrm{H}_{1k}\};\ .....;\ \mathbb{E}\{\mathrm{V}_{Mk}^{H}\mathrm{H}_{Mk}\}]=[\mathrm{Z}_{1k}^{T},\ ...\ ...,\ \mathrm{Z}_{Mk}^{T}]^{T}$，$\mathrm{Z}_{k}$，其中 $\mathrm{Z}_{mk}=\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathrm{H}_{mk}\}=\mathbb{E}\{\hat{\mathrm{H}}_{mk}^{H}\hat{\mathrm{H}}_{mk}\}\in\mathbb{C}^{N\times N}$，且 Z_{mk} 的第 (n,n') 个元素可表示为 $[\mathrm{Z}_{mk}]_{nn'}=\mathbb{E}\{\hat{\mathrm{h}}_{mk,n}^{H}\hat{\mathrm{h}}_{mk,n'}\}=\mathrm{tr}(\hat{\mathrm{R}}_{mk}^{n'n})$。因此，我们得到 $\mathrm{D}_{k,(2)}$ 的闭式表达式为 $\mathrm{D}_{k,(2),\mathrm{c}}=\mathrm{A}_{k}^{H}\mathrm{Z}_{k}\mathrm{F}_{k,\mathrm{u}}$。对于第二项 $\mathrm{S}_{k}\in\mathbb{C}^{MN\times MN}$，有 $\mathrm{S}_{k}=\mathrm{diag}(\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{1k}^{H}\mathrm{V}_{1k}\},.....,\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{Mk}^{H}\mathrm{V}_{Mk}\})=\mathrm{diag}(\mathrm{Z}_{1k},.....,\mathrm{Z}_{Mk})$。对于 $\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kl}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathrm{G}_{kl}^{H}\}$，我们注意到，$\mathbb{E}\{\mathrm{G}_{kl}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathrm{G}_{kl}^{H}\}$ 的第 (m,m') 个子矩阵为 $\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathrm{H}_{ml}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathrm{H}_{m'l}^{H}\mathrm{V}_{m'k}\}$。

基于 [28], ，我们针对四种可能的接入点-用户设备组合计算 $\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathrm{H}_{ml}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathrm{H}_{m'l}^{H}\mathrm{V}_{m'k}\}$ 。对于“$m\neq m',l\notin\mathcal{P}_{k}$”，考虑到$\mathrm{V}_{mk}$与$\mathrm{H}_{ml}$的独立性，我们有 $\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathrm{H}_{ml}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathrm{H}_{m'l}^{H}\mathrm{V}_{m'k}\}=0$。对于“$m\neq m',l\in\mathcal{P}_{k}$”，我们有 $\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathrm{H}_{ml}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathrm{H}_{m'l}^{H}\mathrm{V}_{m'k}\}=\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathrm{H}_{ml}\}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathbb{E}\{\mathrm{H}_{m'l}^{H}\mathrm{V}_{m'k}\}=\boldsymbol{\Lambda}_{mkl}\bar{\mathrm{F}}_{l,\mathrm{u}}\boldsymbol{\Lambda}_{m'lk}$，其中，$N\times N$维复矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_{mkl}$, $\mathbb{E}\{\mathrm{V}_{mk}^{H}\mathrm{H}_{ml}\}$的第$(n,n')$个元素，

$\mathbf{\Lambda}_{m'lk}$, $\mathbb{E}\{\mathbf{H}_{m'l}^{H}\mathbf{V}_{m'k}\}$ 分别为 $[\mathbf{\Lambda}_{mkl}]_{nn'}=\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_{mk,n}^{H}\hat{\mathbf{h}}_{ml,n'}\}=\mathrm{tr}(\mathbf{\Xi}_{mkl}^{n'n})$和 $[\mathbf{\Lambda}_{m'lk}]_{nn'}=\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_{m'l,n}^{H}\hat{\mathbf{h}}_{mk,n'}\}=\mathrm{tr}(\mathbf{\Xi}_{m'lk}^{n'n})$, 其中 $\mathbf{\Xi}_{mkl}$, $\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_{ml}\hat{\mathbf{h}}_{mk}^{H}\}=\tau_p\mathbf{R}_{ml}\tilde{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{\Psi}_{mk}^{-1}\tilde{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{mk}$, $\mathbf{\Xi}_{m'lk}$, $\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_{m'k}\hat{\mathbf{h}}_{m'l}^{H}\}=\tau_p\mathbf{R}_{m'k}\tilde{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{\Psi}_{m'k}^{-1}\tilde{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{m'l}$。对于“$m=m', l\notin\mathcal{P}_k$”，我们定义 $\mathbf{\Gamma}_{mkl}^{(1)}$, $\mathbb{E}\{\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{H}_{ml}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{H}_{ml}^{H}\mathbf{V}_{mk}\}\in\mathbb{C}^{N\times N}$，其第$(n,n')$个元素 $[\mathbf{\Gamma}_{mkl}^{(1)}]_{nn'}=\sum_{i=1}^{N}\sum_{i'=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_{mk,n}^{H}\mathbf{h}_{ml,i}\mathbf{h}_{ml,i'}^{H}\hat{\mathbf{h}}_{mk,n'}\}$ 为

$$[\mathbf{\Gamma}_{mkl}^{(1)}]_{nn'}=\sum_{i=1}^{N}\sum_{i'=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}\mathrm{tr}(\mathbb{E}\left\{\mathbf{h}_{ml,i'}\mathbf{h}_{ml,i}^{H}\right\}\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_{mk,n'}\hat{\mathbf{h}}_{mk,n}^{H}\})=\sum_{i=1}^{N}\sum_{i'=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}\mathrm{tr}(\mathbf{R}_{ml}^{i'i}\hat{\mathbf{R}}_{mk}^{n'n}) \tag{47}$$

，因为 $\mathbf{H}_{mk}$ 和 $\mathbf{H}_{ml}$ 相互独立。最后，对于“$m=m', l\in\mathcal{P}_k$”，$\mathbf{H}_{mk}$ 和 $\mathbf{H}_{ml}$ 不再相互独立。我们定义 $\mathbf{\Gamma}_{mkl}^{(2)}$, $\mathbb{E}\{\mathbf{V}_{mk}^{H}\mathbf{H}_{ml}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{H}_{ml}^{H}\mathbf{V}_{mk}\}\in\mathbb{C}^{N\times N}$，其第 (n,n') 个元素为 $[\mathbf{\Gamma}_{mkl}^{(2)}]_{nn'}=\sum_{i=1}^{N}\sum_{i'=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_{mk,n}^{H}\mathbf{h}_{ml,i'}\mathbf{h}_{ml,i}^{H}\hat{\mathbf{h}}_{mk,n'}\}$. 。我们采用 [28] 中的类似方法，推导得出$[\mathbf{\Gamma}_{kl,m}^{(2)}]_{nn'}=\sum_{i=1}^{N}\sum_{i'=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}\mathrm{tr}(\mathbf{R}_{ml}^{i'i}\mathbf{P}_{mkl,(1)}^{n'n})+\tau_p^2\sum_{q_1=1}^{N}\sum_{q_2=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}[\mathrm{tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}^{q_1n}\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{i'q_2}\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{q_2i}\tilde{\mathbf{P}}_{mkl}^{n'q_1},(2))].+\tau_p^2\sum_{q_1=1}^{N}\sum_{q_2=1}^{N}[\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}]_{i'i}\mathrm{tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}^{q_1n})\mathrm{tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{i'q_2})$, 其中 $\mathbf{P}_{mkl,(1)}$, $\tau_p\mathbf{S}_{mk}(\mathbf{\Psi}_{mk}-\tau_p\tilde{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{ml}\tilde{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{p}}^{H})\mathbf{S}_{mk}^{H}$、$\mathbf{S}_{mk}$、$\mathbf{R}_{mk}\tilde{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{\Psi}_{mk}^{-1}$ 和 $\mathbf{P}_{mkl,(2)}$、$\mathbf{S}_{mk}\tilde{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{ml}\tilde{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{S}_{mk}^{H}$ 分别如此。此外，$\tilde{\mathbf{R}}_{ml}^{ni}$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{mkl,(2)}^{ni}$ 分别表示 $\mathbf{R}_{ml}^{\bar{2}}$ 和 $\mathbf{P}_{mkl,(2)}^{\bar{2}}$ 的 $1\,1$ (n,i) 子矩阵。

综上，综合所有情况可得 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{G}_{kl}^{H}\}=\mathbf{T}_{kl,(1)}+\mathbf{T}_{kl,(2)}$ 若 $l\in\mathcal{P}_k$ 且 $\mathbf{T}_{kl,(1)}$否则，其中 $\mathbf{T}_{kl,(1)}$, $\mathrm{diag}(\mathbf{\Gamma}_{kl}^{(1)},1,\ldots,\mathbf{\Gamma}_{kl}^{(1)},_M)\in\mathbb{C}^{MN\times MN}$ 且 $\mathbf{T}_{kl}^{mm'}{}_{2},(\,)=\mathbf{\Gamma}_{kl}^{(2)},_m-\mathbf{\Gamma}_{kl}^{(1)},_m$ 若 $m=m'$ 且 $\mathbf{\Lambda}_{mkl}\mathbf{F}_{l,\mathrm{u}}\mathbf{\Lambda}_{m'lk}$ 否则。将推导结果代入 (28) 和 (31)，即可轻松计算得到闭式的最优大尺度衰落解耦系数矩阵和均方误差矩阵，如 (34) 所示。至此，我们完成了定理 2 的证明。有关推导表达式的更多细节，请参见 [28, 附录 D]。

Appendix D

Proof of Theorem 1

固定其他优化变量后，我们推导出 (17) 关于 $\mathbf{F}_k^{(1)}{}_{,\mathrm{u}}$ 的偏导数如下:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f\left(\mathbf{F}_{1,\mathrm{u},(1)},\ldots,\mathbf{F}_{K,\mathrm{u},(1)}\right)}{\partial\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(1)}}=&\sum_{l=1}^{K}\mu_{l,(1)}\left(\hat{\mathbf{H}}_k^H\mathbf{V}_l\mathbf{W}_{l,(1)}\mathbf{V}_l^H\hat{\mathbf{H}}_k+\mathbb{E}\left\{\tilde{\mathbf{H}}_k^H\mathbf{V}_l\mathbf{W}_{l,(1)}\mathbf{V}_l^H\,\tilde{\mathbf{H}}_k\middle|\,\mathbf{V},\mathbf{W}\right\}\right)+\lambda_{k,(1)}\mathbf{I}_N\\&-\mu_{k,(1)}\hat{\mathbf{H}}_k^H\mathbf{V}_k^H\mathbf{W}_{k,(1)}.\end{aligned} \tag{48}$$

通过应用一阶最优性条件并令 $\frac{\partial f(\mathbf{F}_{1,\ \mathrm{u},\ (1)},\ \ldots,\ \mathbf{F}_{K,\ \mathrm{u},\ (1)})}{\partial\mathbf{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (1)}}=0$，即可轻松得到最优预编码方案。此外，$\lambda_{k,\ (1)}$ 和 $\mathbf{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (1)}$ 也应满足式 (19) 中的 KKT 条件。

对于 $\bar{\mathbf{C}}_{kl}$, $\mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{H}}_k^H\mathbf{V}_l\mathbf{W}_{l,(1)}\mathbf{V}_l^H\tilde{\mathbf{H}}_k|\mathbf{V},\mathbf{W}\}\in\mathbb{C}^{N\times N}$，根据引理 1，$\bar{\mathbf{C}}_{kl}$的第（$i,n$）个元素为 $\mathrm{tr}(\bar{\mathbf{V}}_l\mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{h}}_{k,n}\tilde{\mathbf{h}}_{k,i}^H\})$，其中 $\bar{\mathbf{V}}_l$, $\mathbf{V}_l\mathbf{W}_{l,(1)}\mathbf{V}_l^H$以及 $\tilde{\mathbf{h}}_{k,n}=[\tilde{\mathbf{h}}_{1k,n}^T,\ldots,\tilde{\mathbf{h}}_{Mk,n}^T]^T\in\mathbb{C}^{ML}$ 分别表示 n-th 列 of $\tilde{\mathbf{H}}_k$。最后，由于 $\tilde{\mathbf{h}}_{mk,n}$，我们得到 $\mathbf{C}_{k,ni}$, $\mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{h}}_{k,n}\tilde{\mathbf{h}}_{k,i}^H\}=\mathrm{diag}\,(\mathbf{C}_{1k}^{ni},\ldots,\mathbf{C}_{Mk}^{ni})\in\mathbb{C}^{ML\times ML}$

˜和 $\mathbf{h}_{m'k,\ n}$ 对于 $m \neq m'$ 而言相互独立且均值为零。因此，$\mathbf{C}_{k,\ ni}$ 是一个块对角矩阵，其对角线上为方阵 $\mathbf{C}_{1k}^{ni} = \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{h}}_{1k,\ n}\tilde{\mathbf{h}}_{1k,\ i}^{H}\}, \ldots, \mathbf{C}_{Mk}^{ni} = \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{h}}_{Mk,\ n}\tilde{\mathbf{h}}_{Mk,\ i}^{H}\}$。

附录 E

（15）的证明

对于 LSFD 方案，用户设备 k 的条件均方误差矩阵可写为式（26）。根据 [28,附录 C], ，我们证明式（28）也能使均方误差最小$_{k,\ (2)} = \mathrm{tr}\left(\mathbf{E}_{k,\ (2)}\right)$。采用式（28）后，$\mathbf{E}_{k,\ (2)}$由式（31）给出。然后，应用引理 2，可得

$$\left(\mathbf{E}_{k,(2)}^{\mathrm{opt}}\right)^{-1} = \mathbf{I}_N + \mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)}^{H}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}^{H}\right\}\left(\sum_{l=1}^{K}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kl}\bar{\mathbf{F}}_{l,\mathrm{u},(2)}\mathbf{G}_{kl}^{H}\right\} - \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\bar{\mathbf{F}}_{k,\mathrm{u},(2)}\mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}^{H}\right\} + \sigma^2\mathbf{S}_k\right)^{-1} \times \mathbb{E}\left\{\mathbf{G}_{kk}\right\}\mathbf{F}_{k,\mathrm{u},(2)},$$

其中，$\mathbf{A} \triangleq \mathbf{I}_N$、$\mathbf{B} - \mathbf{F}_{k}^{H,\ \mathrm{u},\ (2)}\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}^{H}\}$、$\mathbf{C} \triangleq (\sum_{l=1}^{K}\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kl}\bar{}\mathbf{F}_{l,\ \mathrm{u},\ (2)}\mathbf{G}_{kl}^{H}\} + \sigma^2\mathbf{S}_k)^{-1}$和 $\mathbf{D}\ \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}\}\mathbf{F}_{k,\ \mathrm{u},\ (2)}$分别如此。我们证明了频谱效率$_{k\ 2,\ ()}^{\mathrm{opt}}$与 $\log_2|(\mathbf{E}_{k\ 2,\ ()}^{\mathrm{opt}})^{-1}|$ 之间的等价关系，其中不含因子 $(1-\tau_p/\tau_c)$。

附录 F

定理 4 的证明

ˆ当采用最大比合并 $\mathbf{V}_{mk} = \mathbf{H}_{mk}$ 和最优LSFD方案时，我们可以按照定理 2 轻松地以闭式计算 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}_{kk}^{H}\}$、$\mathbf{A}_{k}^{\mathrm{opt}}$ 和 $\mathbf{E}_{k\ 2}^{\mathrm{opt}},()$。此外，应用引理 1 后，$\bar{}\mathbf{T}_{lk} = \mathbb{E}\{\mathbf{G}_{lk}^{H}\mathbf{A}_l\mathbf{E}_{l\ 2}^{-1},()\mathbf{A}_l^{H}\mathbf{G}_{lk}\} \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 的第$(i,\ n)$个元素可表示为 $\mathrm{tr}(\bar{}\mathbf{A}_l\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{lk,n}\mathbf{g}_{lk,i}^{H}\})$，其中 $\bar{}\mathbf{A}_l$ 、$\mathbf{A}_l\mathbf{E}_{l\ 2}^{-1},()\mathbf{A}_l^{H}$，且 $\mathbf{g}_{lk,n} \in \mathbb{C}^{MN}$ 是 $\mathbf{G}_{lk}$ 的第 n 列。注意，$\mathbf{g}_{lk,n}$ 的第$(m-1)N+p$个元素为 $\hat{}\mathbf{h}_{ml,p}^{H}\mathbf{h}_{mk,n}$，因此 $\bar{}\mathbf{G}_{lk,ni},\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{lk,n}\mathbf{g}_{lk,i}^{H}\} \in \mathbb{C}^{MN\times MN}$ 的第 $[(m-1)N+p, (m'-1)\ N+p']$ 个（简记为第 $[o,j]$ 个）元素可表示为 $\mathbb{E}\{\hat{}\mathbf{h}_{ml,p}^{H}\mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{m'k,i}^{H}\hat{}\mathbf{h}_{m'l,p'}\}$，对于四种接入点-用户设备组合，可按照定理 2 计算该元素。

对于“$l \notin \mathcal{P}_k, m \neq m'$”，我们有 $\mathbb{E}\{\hat{}\mathbf{h}_{ml,p}^{H}\mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{m'k,i}^{H}\hat{}\mathbf{h}_{m'l,p'}\} = 0$。对于“$l \in \mathcal{P}_k, m \neq m'$”，我们有$\mathbb{E}\{\hat{}\mathbf{h}_{ml,p}^{H}\mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{mk,i}^{H}\hat{}\mathbf{h}_{ml,p'}\} = \mathrm{tr}(\mathbf{R}_{mk}^{ni}\hat{}\mathbf{R}_{ml}^{p'p})$。对于“$l \notin \mathcal{P}_k, m = m'$”，我们有 $\mathbb{E}\{\hat{}\mathbf{h}_{ml,p}^{H}\mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{m'k,i}^{H}\hat{}\mathbf{h}_{m'l,p'}\} = \mathbb{E}\{\hat{}\mathbf{h}_{ml,p}^{H}\mathbf{h}_{mk,n}\}\mathbb{E}\{\mathbf{h}_{m'k,i}^{H}\hat{}\mathbf{h}_{m'l,p'}\} = \mathrm{tr}(\mathbf{\Xi}_{mlk}^{np})\mathrm{tr}(\mathbf{\Xi}_{m'kl}^{p'i})$，其中 $\mathbf{\Xi}_{mlk} = \tau_p\mathbf{R}_{mk}\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{\Psi}_{mk}^{-1}\tilde{}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{ml}$ 以及 $\mathbf{\Xi}_{m'kl} = \tau_p\mathbf{R}_{m'l}\tilde{}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{\Psi}_{m'l}^{-1}\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{m'k}$。对于“$l \in \mathcal{P}_k, m = m'$”，我们得到 $\mathbb{E}\{\hat{}\mathbf{h}_{ml,p}^{H}\mathbf{h}_{mk,n}\mathbf{h}_{mk,i}^{H}\hat{}\mathbf{h}_{ml,p'}\} = \mathrm{tr}(\mathbf{R}_{mk}^{ni}\mathbf{P}_{mkl}^{p'p},(1)) + \tau_p^2\sum_{q_1=1}^{N}\sum_{q_2=1}^{N}\mathrm{tr}(\tilde{}\mathbf{P}_{mlk}^{q_1p},(2)\ \tilde{}\mathbf{R}_{mk}^{nq_2}\tilde{}\mathbf{R}_{mk}^{q_2i}\tilde{}\mathbf{P}_{mlk}^{p'q_1},(2)) + \tau_p^2\sum_{q_1=1}^{N}\sum_{q_2=1}^{N}\mathrm{tr}(\tilde{}\mathbf{P}_{mlk}^{q_1n},(2)\ \tilde{}\mathbf{R}_{mk}^{nq_1})\mathrm{tr}(\tilde{}\mathbf{P}_{mlk}^{p'q_2},(2)\ \tilde{}\mathbf{R}_{mk}^{q_2i})$，其中 $\mathbf{S}_{ml} = \mathbf{R}_{ml}\tilde{}\mathbf{F}_{l,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{\Psi}_{ml}^{-1}$, $\mathbf{P}_{mlk,(1)} = \tau_p\mathbf{S}_{ml}(\mathbf{\Psi}_{ml} - \tau_p\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{mk}\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}^{H})\mathbf{S}_{ml}^{H}$ 以及 $\mathbf{P}_{mlk,(2)} = \mathbf{S}_{ml}\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}\mathbf{R}_{mk}\tilde{}\mathbf{F}_{k,\mathrm{p}}^{H}\mathbf{S}_{ml}^{H}$，其中$\tilde{}\mathbf{R}_{mk}^{ni}$和 $\tilde{}\mathbf{P}_{mkl,(2)}^{ni}$分别是 $\mathbf{R}_{mk}^{\frac{1}{2}}$和 $\mathbf{P}_{mkl}^{\frac{1}{2}},(2)$ 的 (n,i) 子矩阵。我们可以将 $\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{lk,n}\mathbf{g}_{lk,i}^{H}\}_{oj}$ 以闭式形式计算为式（42），并将 $\mathbf{F}_{k}^{\mathrm{opt}},\mathrm{u},(2)$ 以闭式形式计算为式（43）。

参考文献

[1] Z. Wang、J. Zhang、H. Q. Ngo、B. Ai 和 M. Debbah，《面向无小区大规模多输入多输出的迭代加权 MMSE 上行预编码》，载于 IEEE国际通信会议论文集，2022年5月，第 1–6 页。[2] H. Q. Ngo、A. Ashikhmin、H. Yang、E. G. Larsson 和 T. L. Marzetta，《无小区大规模多输入多输出与小小区的比较》，IEEE无线通信汇刊，第 16 卷，第 3 期，第 1834–1850 页，2017 年 3 月。[3] J. Zhang 、 E. Bj¨ornson 、 M. Matthaiou 、 D. W. K. Ng 、 H. Yang 和 D. J. Love，《面向超越 5G 的前瞻性多天线技术》，IEEE通信领域精选期刊，第 38 卷，第 8 期，第 1637–1660 页，2020 年 6 月。[4] S. Chen、J. Zhang、J. Zhang、E. Bj¨ornson 和 B. Ai，《以用户为中心的无小区大规模多输入多输出系统综述》，数字通信与网络，2021年。[5] E. Bj¨ornson 和 L. Sanguinetti，《通过最小均方误差处理和集中式实现提升无小区大规模多输入多输出的竞争力》，IEEE无线通信汇刊，第 19 卷，第 1 期，第 77–90 页，2019 年 1 月。[6] S. Elhoushy、M. Ibrahim 和 W. Hamouda，《无小区大规模多输入多输出：综述》，IEEE通信调查与教程，第 24 卷，第 1 期，第 492–523 页，2022 年第 1 季度。[7] J. Zhang、S. Chen、Y. Lin、J. Zheng、B. Ai 和 L. Hanzo，《无小区大规模多输入多输出：一种新型下一代范式》，IEEE Access，第 7 卷，第 99 878–99 888 页，2019 年 7 月。[8] H. Q. Ngo、L. Tran、T. Q. Duong、M. Matthaiou 和 E. G. Larsson，《论无小区大规模多输入多输出的总能效》，IEEE绿色通信与网络汇刊，第 2 卷，第 1 期，第 25–39 页，2018 年 3 月。[9] E. Bj¨ornson 和 L. Sanguinetti，《可扩展的无小区大规模多输入多输出系统》，IEEE通信汇刊，第 68 卷，第 7 期，第 4247–4261 页，2020 年 7 月。[10] S. Chen、J. Zhang、E. Bj¨ornson、J. Zhang 和 B. Ai，《面向可扩展无小区大规模多输入多输出系统的结构化大规模接入》，IEEE通信领域精选期刊，第 39 卷，第 4 期，第 1086–1100 页，2021 年 8 月。[11] A. Papazafeiropoulos、E. Bj¨ornson、P. Kourtessis、S. Chatzinotas 和 J. M. Senior，《可扩展的无小区大规模多输入多输出系统：硬件损伤的影响》，IEEE车辆技术汇刊，第 70 卷，第 10 期，第 9701–9715 页，2021 年 10 月。[12] J. Zheng、J. Zhang、E. Bj¨ornson、Z. Li 和 B. Ai，《面向高速列车通信的无小区大规模多输入多输出-正交频分复用》，IEEE通信领域精选期刊，第 40 卷，第 10 期，第 2823–2839 页，2022 年 10 月。[13] M. Attarifar、A. Abbasfar 和 A. Lozano，《无小区网络的子集最小均方误差接收机》，IEEE无线通信汇刊，第 19 卷，第 6 期，第 4183–4194 页，2020 年 6 月。[14] E. Nayebi、A. Ashikhmin、T. L. Marzetta 和 B. D. Rao，《采用最小均方误差和大尺度衰落解耦接收机的无小区大规模多输入多输出系统性能》，载于阿西洛马会议：信号、系统与计算论文集，2016年11月，第 203–207 页。[15] ¨O. ¨Ozdogan、E. Bj¨ornson 和 J. Zhang，《莱斯衰落和相移条件下无小区大规模多输入多输出的性能》，IEEE无线通信汇刊，第 18 卷，第 11 期，第 5299–5315 页，2019 年 11 月。[16] Z. Wang、J. Zhang、E. Bj¨ornson 和 B. Ai，《空间相关莱斯衰落信道下无小区大规模多输入多输出的上行链路性能》，IEEE通信快报，第 25 卷，第 4 期，第 1348–1352 页，2021 年 4 月。[17] J. Zhang、J. Zhang、E. Bj¨ornson 和 B. Ai，《面向无小区大规模多输入多输出系统的本地部分迫零合并》，IEEE通信汇刊，第 69 卷，第 12 期，第 8459–8473 页，2021 年 12 月。[18] G. Interdonato、P. Frenger 和 E. G. Larsson，《无小区大规模多输入多输出的可扩展性方面》，载于 IEEE国际通信会议论文集，2019年，第 1–6 页。[19] Z. H. Shaik、E. Bj¨ornson 和 E. G. Larsson，《采用无线电条带的无小区大规模多输入多输出的最小均方误差最优顺序处理》，IEEE通信汇刊，第 69 卷，第 11 期，第 7775–7789 页，2021 年 11 月。

[20] H. Masoumi 和 M. J. Emadi，“有限前传容量和硬件损伤条件下无小区大规模 MIMO 系统的性能分析”，IEEE无线通信汇刊，第 19 卷，第 2 期，第 1038–1053 页，2020年 2 月。[21] M. Bashar、P. Xiao、R. Tafazolli、K. Cumanan、A. G. Burr 和 E. Bj¨ornson，“莱斯衰落和相移条件下采用局部 MMSE 接收机的有限前传无小区大规模 MIMO”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第 10 卷，第 9 期，第 1934–1938 页，2021年 9 月。[22] T. Van Chien、H. Q. Ngo、S. Chatzinotas、M. Di Renzo 和 B. Ottersten，“空间相关信道下的可重构智能表面辅助无小区大规模 MIMO 系统”，IEEE无线通信汇刊，第 21 卷，第 7 期，第 5106–5128 页，2022年 7 月。[23] E. Shi、J. Zhang、S. Chen、J. Zheng、Y. Zhang、D. W. Kwan Ng 和 B. Ai，“RIS 辅助无小区大规模 MIMO 系统中的无线能量传输：机遇与挑战”，IEEE Commun. Mag.，第 60 卷，第 3 期，第 26–32 页，2022年 3 月。[24] T. C. Mai、H. Q. Ngo 和 T. Q. Duong，“采用多天线用户的无小区大规模 MIMO 系统”，载于 IEEE GlobalSIP，2018年 11 月，第 828–832 页。[25] S. Buzzi、C. D’Andrea、A. Zappone 和 C. D’Elia，“以用户为中心的 5G 蜂窝网络：资源分配及与无小区大规模多输入多输出方案的比较”，IEEE无线通信汇刊，第 19 卷，第 2 期，第 1250–1264 页，2020年 2 月。[26] T. C. Mai、H. Q. Ngo 和 T. Q. Duong，“采用多天线用户的无小区大规模 MIMO 系统的下行链路频谱效率”，IEEE通信汇刊，第 68 卷，第 8 期，第 4803–4815 页，2020 年 4 月。[27] M. Zhou 、 L. Yang 和 H. Zhu，“ 采用多天线用户和低分辨率数模转换器的多组多播无小区大规模 MIMO 的和频谱效率”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第 10 卷，第 8 期，第 1702–1706 页，2021年 5 月。[28] Z. Wang、J. Zhang、B. Ai、C. Yuen 和 M. Debbah，“联合相关瑞利衰落信道下采用多天线用户的无小区大规模 MIMO 上行链路性能”，IEEE无线通信汇刊，第 21 卷，第 9 期，第 7391–7406 页，2022年 9 月。[29] W. Weichselberger、M. Herdin、H. Ozcelik 和 E. Bonek，“一种对链路两端联合相关的随机 MIMO 信道模型”，IEEE无线通信汇刊，第 5 卷，第 1 期，第 90–100 页，2006年 1 月。[30] Q. Shi、M. Razaviyayn、Z.-Q. Luo 和 C. He，“针对 MIMO 干扰广播信道分布式总效用最大化的迭代加权 MMSE 方法”，IEEE信号处理汇刊，第 59 卷，第 9 期，第 4331–4340 页，2011年 4 月。[31] J. Shin 和 J. Moon，“K 用户 MIMO 干扰信道的加权和速率最大化线性收发滤波器”，IEEE通信汇刊，第 60 卷，第 10 期，第 2776–2783 页，2012年 9 月。[32] S. S. Christensen、R. Agarwal、E. De Carvalho 和 J. M. Cioffi，“使用加权 MMSE 实现 MIMO-BC 波束成形设计中的加权和速率最大化”，IEEE无线通信汇刊，第 7 卷，第 12 期，第 4792–4799 页，2008年。[33] X. Li、X. Zhang、Y. Zhou 和 L. Hanzo，“大规模 MIMO 辅助的最优簇化基站协同”，IEEE车辆技术汇刊，第 70 卷，第 3 期，第 2699–2712 页，2021年 2 月。[34] H. Q. Ngo、H. Tataria、M. Matthaiou、S. Jin 和 E. G. Larsson，“莱斯衰落下无小区大规模 MIMO 的性能”，载于 Asilomar 信号、系统与计算会议论文集，2018年 10 月，第 980–984 页。[35] E. Bj¨ornson 和 B. Ottersten，“任意相关莱斯 MIMO 信道及莱斯干扰下基于训练的估计框架”，IEEE信号处理汇刊，第 58 卷，第 3 期，第 1807–1820 页，2010年 11 月。[36] E. Bj¨ornson、J. Hoydis 和 L. Sanguinetti，“大规模 MIMO 网络：频谱效率、能效与硬件效率”，《信号处理基础与趋势》，第 11 卷，第 3–4 期，第 154–655 页，2017年。[37] D. Tse 和 P. Viswanath，《无线通信基础》。剑桥大学出版社，2005年。[38] M. Bashar、K. Cumanan、A. G. Burr、H. Q. Ngo、M. Debbah 和 P. Xiao，“采用最优均匀量化的无小区大规模 MIMO 上行链路最大最小速率”，IEEE通信汇刊，第 67 卷，第 10 期，第 6796–6815 页，2019年 10 月。[39] B. Hu、C. Hua、C. Chen 和 X. Guan，“云无线接入网中无线前传与接入链路的联合波束成形器设计”，IEEE无线通信汇刊，第 17 卷，第 5 期，第 2869–2881 页，2018年 5 月。

[40] J. Hoydis、S. ten Brink 和 M. Debbah，“蜂窝网络上行链路/下行链路中的大规模 MIMO：我们需要多少根天线？”，IEEE通信领域精选期刊，第 31 卷，第 2 期，第 160–171 页，2013年 2 月。[41] S. Wagner、R. Couillet、M. Debbah 和 D. T. M. Slock，“有限反馈条件下相关 MISO 广播信道线性预编码的大系统分析”，IEEE信息论汇刊，第 58 卷，第 7 期，第 4509–4537 页，2012年 7 月。[42] J. Zhang、J. Zhang、D. W. K. Ng、S. Jin 和 B. Ai，“通过扩展的计算转发提高无小区大规模 MIMO 的和速率”，IEEE信号处理汇刊，第 70 卷，第 202–215 页，2021年。[43] A. Tulino、A. Lozano 和 S. Verdu，“天线相关性对多天线信道容量的影响”，IEEE信息论汇刊，第 51 卷，第 7 期，第 2491–2509 页，2005年 6 月。[44] Y. Wu、S. Ma 和 Y. Gu，“多小区大规模多输入多输出系统非正交导频设计的统一框架”，IEEE通信汇刊，第 68 卷，第 12 期，第 7623–7633 页，2020年。[45] A. Hjørungnes，《复值矩阵导数：及其在信号处理与通信中的应用》。剑桥大学出版社，2011年。