arXiv:2301.02438v2 [cond-mat.mes-hall] 3 Oct 2023

高频Kitaev拓扑集成电路中位置可控拓扑界面态的实验演示

Tetsuya Iizuka，[1] Haochen Yuan，[2] Yoshio Mita，[2] Akio Higo，[3] Shun Yasunaga，[2] 和 Motohiko Ezawa[4]

[1]东京大学工程学院系统设计实验室，东京，日本。[2]东京大学电气工程与信息系统系，东京，日本。[3]东京大学工程学院系统设计实验室，东京，日本。[4]东京大学应用物理系，东京，日本。(
日期：2023年10月4日)

摘要

拓扑集成电路是拓扑系统的集成电路实现。本文以Kitaev拓扑超导体模型为例，展示了实验演示。集成电路实现使我们能够达到高达13GHz的高谐振频率。我们明确观测到了拓扑边缘态的空间分布。特别是，拓扑区段与平庸区段之间的拓扑界面态是类马约拉纳态。我们在集成电路中构建了一种可切换结构，使我们能够沿链任意控制类马约拉纳界面态的位置。我们的结果有助于推动高频集成电路拓扑电子学的发展。

I. 引言

拓扑绝缘体和超导体是令人着迷的新型物态[1，2]。Kitaev拓扑超导体模型[4] 是一种引人入胜的一维（1D）系统，可实现拓扑绝缘体和拓扑超导体。尤其是，拓扑超导体具有马约拉纳边缘态[5–8]，这是拓扑量子计算机的关键要素[9，10]。如今，拓扑物理的研究领域已扩展到光子[11–16],声学[17–21]，机械[22–29] 和电子电路系统[30–37]。这些系统被称为人工拓扑系统。它们具有若干难以在无机晶体中实现的优点：1）可以精细调节系统，这对于观测拓扑边缘态至关重要。2）可以构建仅含少数格点的系统。3）可以直接测量依赖于格点的信息。

由于涉及复杂的跳跃过程，要实现Kitaev拓扑超导体模型并非易事。该模型描述的是一种p波拓扑超导体，不过借助拓扑绝缘体纳米线，s波超导体本身也能产生马约拉纳边缘态[38, 39]。值得注意的是，迄今为止，Kitaev拓扑超导体模型尚未得到物理实现。

电子电路为实现各种拓扑相提供了理想平台[30–37, 40–46]。通过阻抗共振可以观测到拓扑边缘态的出现。然而，迄今为止，除 Su-Schrieffer-Heeger 模型的仿真[47] 和 Floquet 拓扑绝缘体的集成电路实现[48]之外，实验演示主要局限于采用分立元件的印刷电路板。集成电路实现是迈向拓扑电子学工业应用的重要一步。

为了产生类马约拉纳态，需要在电子电路中模拟电子带和空穴带。尽管已有一种利用电容器和电感器链的理论方案[44, 45], ，但迄今尚无实验证据支持这一理论方案。性的演示。

以往的大多数实验都是基于图案化结构开展的，而样品一旦制成，便无法控制拓扑相和平庸相。实际上，在无机材料、光子晶体和声学系统中引入开关结构非常困难。另一方面，晶体管在电子电路中充当开关，因此有望基于电子电路构建可切换的拓扑系统。

本文以 Kitaev 模型为例，对可切换拓扑集成电路进行了实验演示。可切换拓扑集成电路是拓扑系统的集成电路实现。集成电路的实现使我们能够达到较高的谐振频率。本文实现了一种 Kitaev 链，其谐振频率高达 13 GHz。我们明确观测到了拓扑边缘态的空间分布，并测定了其穿透长度。沿着一条链，系统中可以同时包含多个拓扑区段和平庸区段。特别是，我们观测到了在拓扑区段与平庸区段的界面处出现的类马约拉纳态信号。由于这种态必然出现在拓扑区段和平庸区段之间，因此受到拓扑保护。只需切换电感器和电容器，即可互换这两个拓扑性质不同的区段。

II. 结果

A. Kitaev 链

Kitaev 链模型是拓扑超导体的基本模型。我们的主要结果是将其应用于集成电子电路中。为了实现一个库珀对，必须将电子带和空穴带连同这两个带之间的交叉项一起集成到电路中，如方法部分所示。

我们首先展示基塔耶夫链的电子电路 [44, 45] 见图1a、b 和 c。电容通道（以红色标示）对应电子带，而电感通道（以蓝色标示）对应空穴带。两条主通道通过

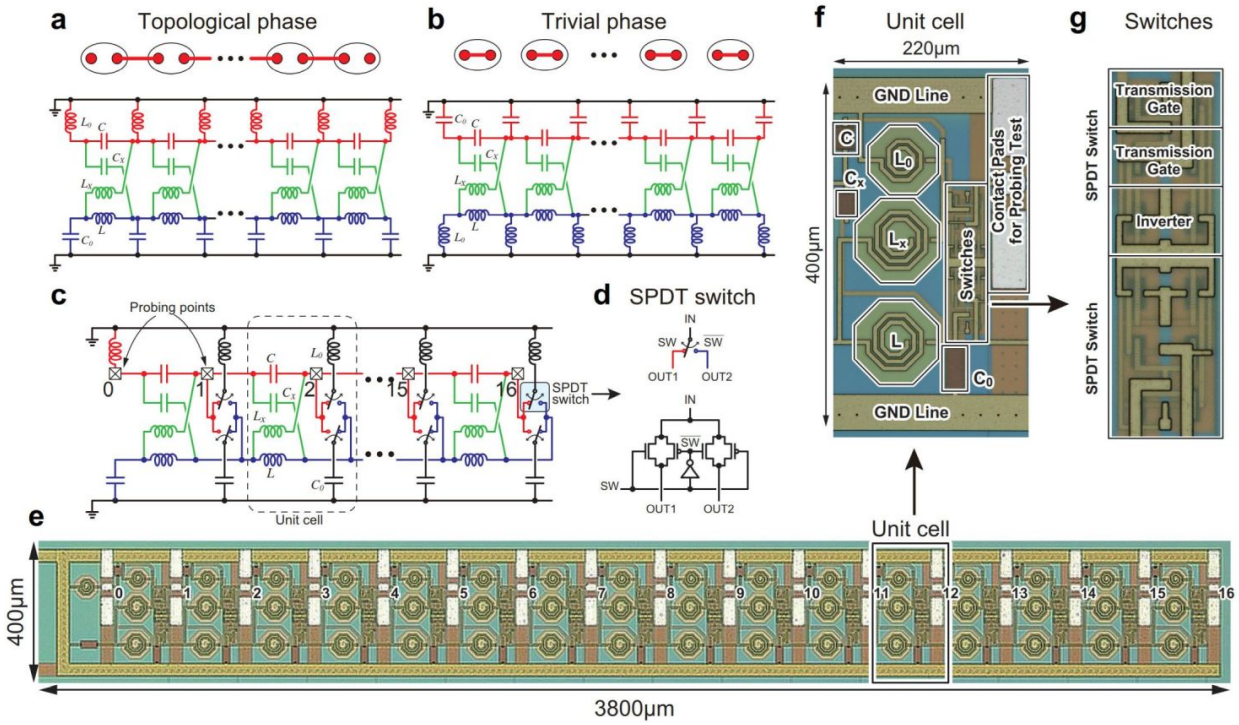

图 1. **Kitaev 链**。**a**、**b** 和 **c**，Kitaev 链的电子电路表示。 **a**，全拓扑构型，其中拓扑边缘态出现在链的左边缘和右边缘。 **b**，不存在拓扑边缘态的全平庸构型。 **c**，所实现的状态可配置Kitaev链电路。 **d**，通过在晶胞中使用两个带反相器的单刀双掷（SPDT）开关，可以交换 L_0 和 C_0 的连接，以改变其拓扑态/平庸态。该单刀双掷开关由两个互补金属氧化物半导体（CMOS）传输门开关实现。 **e**，用于Kitaev链的16晶胞集成电路照片。 **f**，晶胞照片。 **g**，图 1**f**中单刀双掷开关的放大图。每个单刀双掷开关由一个反相器和两个传输门组成，其中采用了n型和p型金属氧化物半导体场效应晶体管，如图 1**d**所示。

交叉连接 C_x 和 L_x。每个节点都通过电感器连接到地 L_0 或电容器 C_0 ，分别实现拓扑态或平庸态，如图1a 和 b 所示。图1a 所示的配置实现了拓扑相，而图1b 所示的配置实现了平庸相。

单条基塔耶夫链可以包含多个区段，这些区段可以是拓扑相，也可以是平庸相。两相之间的界面处会出现类马约拉纳态。如图 1c 所示，我们在每个晶胞中引入两个单刀双掷（SPDT）开关。SPDT 开关的电路如图 1d 所示。通过交换 L_0 和 C_0的连接来切换开关，从而控制 Kitaev 界面态的位置。在集成电路中，SPDT 开关只需用一个反相器和两个互补金属氧化物半导体（CMOS）传输门即可实现；如图 1f 和 g 所示，传输门由 n 型和 p 型金属氧化物半导体场效应晶体管构成。

图中所示的Kitaev链电路 1c采用180纳米CMOS工艺集成到芯片上，如图 1e所示。在一块5毫米×5毫米芯片上，集成了两个16晶胞Kitaev链电路，分别对应两个不同的目标谐振频率：7.3 GHz和13.1 GHz。图中展示了晶胞布局的放大视图。1f显示，每个晶胞包含3个电感器 L、 L_x 和 $L_0$3个电容器 C、 C_x 和 $C_0$2个单刀双掷开关；每个节点处还设有一个接触焊盘，用于使用GSG（地、信号、地）探针进行直接探针测量。图中展示了单刀双掷开关的照片。1g。每个单刀双掷开关集成了两个传输门和一个反相器。电容器和电感器的数值汇总于表 I中。

B. 拓扑边缘态

图 2a、b 和 c 总结了为 13.1 GHz 谐振频率设计的基塔耶夫链的阻抗测量结果。图 2a 和 b 分别显示了从拓扑设置下链的左边缘和在平庸设置下链的右边缘测得的阻抗的频率依赖性。实线和虚线分别表示测量和仿真结果。

正如我们从图中最左侧边缘的阻抗峰所见。2a，测得的谐振频率为 13.08 GHz，而根据表 L 和 C 中的片上数值直接计算得出的谐振频率为 I 17.2GHz。这一频移主要由寄生电感引起——

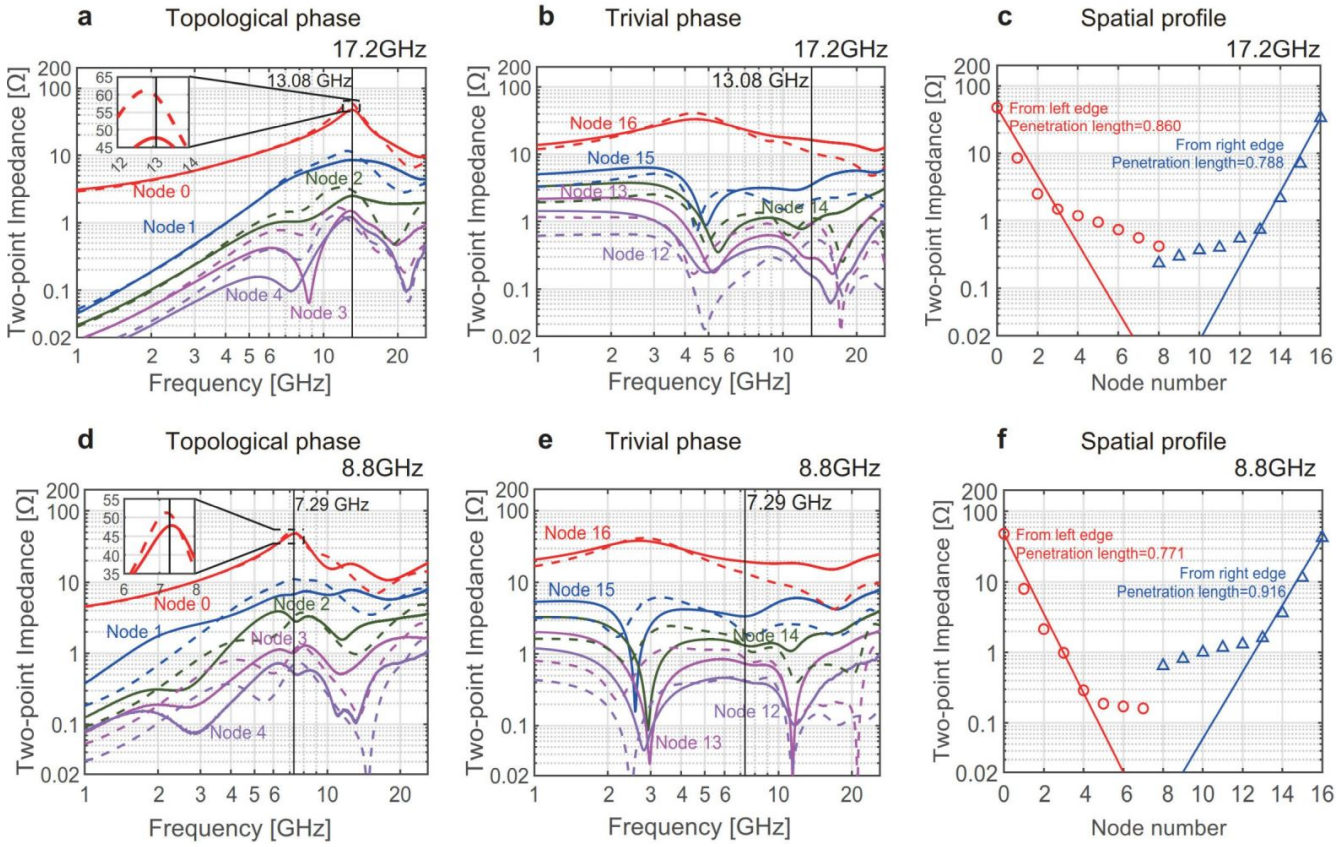

图 2. **阻抗测量**。**a**，对于全拓扑设置，测量电子电路左边缘的阻抗随频率的变化；该电路包含特征频率为 ω_{resonant} =13.1 GHz 的基塔耶夫链。**b**，对于全平庸设置，测量电子电路右边缘的阻抗随频率的变化；该电路包含特征频率为 ω_{resonant} =13.1 GHz 的基塔耶夫链。实线和虚线分别表示基塔耶夫链的测量结果和仿真结果。**c**，在测得的共振频率下，分别从左右边缘测得的全拓扑模式阻抗值的空间分布。**d**、**e** 和 **f**，特征频率为 ω_{resonant} =7.3 GHz 的电路的类似结果。实线和虚线曲线分别表示测量和仿真结果。

表 I. **基塔耶夫链所用参数**。 C、 C_x 和 C_0 表示电容，而 L、 L_x 和 L_0 表示电感。

	7.3 GHz	13.1GHz
C	440 fF	220 fF
L	747pH	384 pH
C_x	396 fF	204 fF
L_x	830pH	427 pH
C_0	880 fF	440 fF
L_0	374pH	192 pH

晶胞中连接电路元件的金属导线的电阻，以及由晶体管实现的单刀双掷开关引入的寄生电容。若不考虑导线和晶体管，仿真的谐振频率为 16.4 GHz，更接近理论值。由于寄生影响在集成芯片上不可避免，我们采用了详细的电磁仿真来调节实际谐振频率。此外，对于拓扑和平庸设置，测量结果均显示出差异。这主要是由于晶体管模型不完善，导致其与仿真结果存在差异。尤其是在拓扑设置中，峰值特征变得不太明显。为验证开关晶体管的影响，我们还设计并测量了如补充图1所示的无开关基塔耶夫链。当链仅由电感器和电容器等无源元件组成时，测量结果与仿真结果几乎完全一致。更多详情请参见补充说明1，其中测量数据如补充图2所示。

图 2b显示，在平庸相的谐振频率处未观察到阻抗峰。

图2c总结了整个系统处于拓扑相时，在其测量谐振频率处的两点阻抗值。蓝线和红线分别表示从左边缘和右边缘测得的阻抗。最左侧的（第0个）和最右侧的（第16个）节点阻抗分别对应于 Z_{11} 的值，即 2×2 阻抗矩阵。

在拓扑设置中，两个边缘均观察到了阻抗峰。左边缘的拓扑边缘态穿透长度为 0.860 个晶胞，右边缘为 0.788 个晶胞。与理论

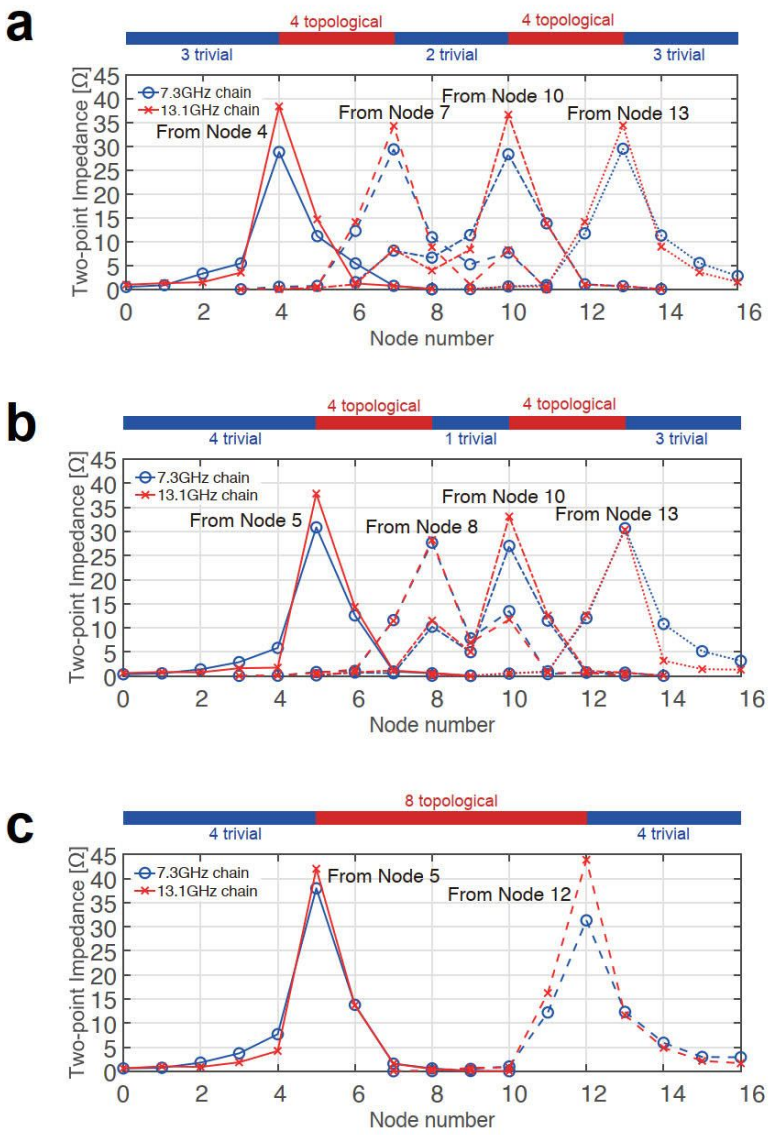

图 3. **拓扑界面态**。不同基塔耶夫链配置下拓扑边缘态位置的测量结果。“n 平庸（拓扑）”表示平庸（拓扑）区段包含 n 个晶胞。蓝色（红色）数据点对应 7.3 GHz（13.1 GHz）链。**a**，拓扑边缘态出现在第 4、7、10 和 11 个节点。**b**，边缘态的位置移至第 5、8、10 和 11 个节点。**c**，当两个拓扑区段合并为一个区段时，边缘态仅出现在第 5 和第 12 个节点。

值 0.610 个晶胞的差异主要是由采用晶体管设计的单刀双掷开关造成的。详情请参见补充说明 2。有限长度链中两个拓扑边缘态的杂化效应可能是一个原因。然而，实际情况并非如此。请参见补充说明 3 和补充图 3。

我们还对为 7.3 GHz 设计的基塔耶夫链进行了测量，结果如图 2d、e 和 f 所示。从图 2d 中最左侧边缘的阻抗峰可以看出，测得的谐振频率为 7.29 GHz，而根据片上 L 和 C 值直接计算得出的谐振频率为表 I 中的 8.8 GHz。无导线时仿真的谐振频率为 8.6 GHz，与计算值更为接近。谐振频率的偏移同样是由集成芯片上不可避免的寄生效应所致。为了精确估算包含布线影响在内的实际谐振频率，我们采用了电磁仿真。在拓扑设置中，在两个边缘处均观察到阻抗峰。拓扑边缘态的穿透长度在左边缘为 0.771 个晶胞，在右边缘为 0.916 个晶胞，而理论值为 0.680 个晶胞。

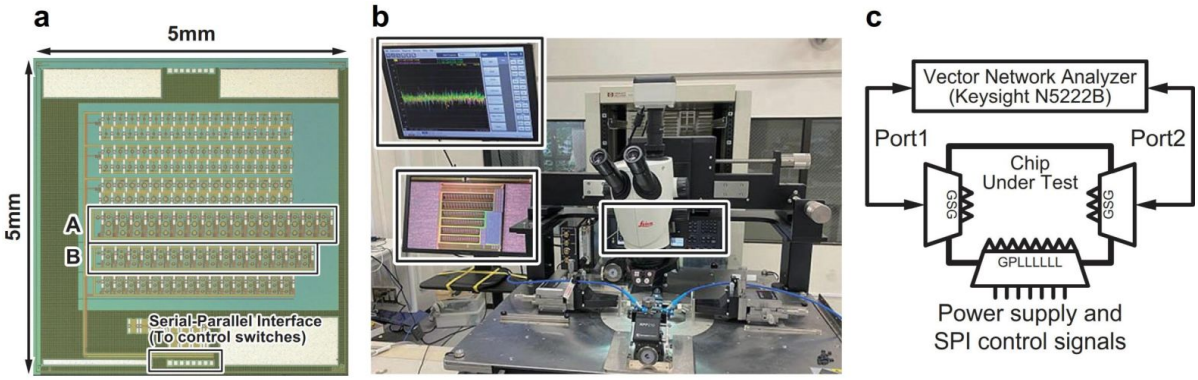

图4. **装置**。**a**，Kitaev 链芯片的显微照片，其中 A（B）展示了 16 级 Kitaev 模型的电路，工作频率分别为 7.3 GHz（13.1 GHz）。**b**，测量装置的照片 **c**，测量装置框图，包含电源和串行-并行接口（SPI）控制信号。

C. 拓扑界面态

至此，我们已经观察到了拓扑边缘态。在拓扑相与平庸相之间还存在拓扑界面态。可以切换每个区段的拓扑相和平庸相。图3 总结了采用 3 种不同开关配置时，针对设计频率为 7.3 GHz 和 13.1 GHz 的基塔耶夫链，在谐振频率下测得的两点阻抗。在图 3a 中，我们将链划分为 4 个区段。与拓扑界面态对应的阻抗峰出现在拓扑区段的边缘处。当我们将左侧拓扑区段向右移动一个晶胞时，边缘态的位置也随之移动，如图 3b 所示。随后，如果将分离的两个拓扑区段合并为一个区段，如图 3c 所示，我们只在单个拓扑区段的左、右边缘观察到两个阻抗峰。这清楚地展示了在集成电路上实现的基塔耶夫链电子电路实现中出现的拓扑界面态的移动。对于具有不同谐振频率的两条链，我们也观察到了相同的行为，这证明拓扑界面态的出现与设计的谐振频率无关。

III. 结论

我们已在集成电路中实现了 Kitaev 模型。该模型具有拓扑相和平庸相。在单条链中，可以创建多个拓扑区段或平庸区段。拓扑区段的两端都会出现拓扑边缘态，可通过阻抗共振观测到。

我们已证明，由于穿透长度可以小于一个晶胞，线段尺寸最小可达一个晶胞：见图3b。此外，我们还为集成电路配备了可切换结构，使我们能够沿着链任意控制拓扑界面态的位置。这种可能性是拓扑电路相较于其他人工拓扑系统的一大优势；在其他人工拓扑系统中，集成拓扑图案一旦印制便无法更改。

我们观察到，谐振频率低于根据 $\omega_{\text{resonant}} = 1/\sqrt{LC}$ 估算的理论值。这是由于导线中存在寄生电感。详情见补充说明4和补充图4。

该集成电路的电感和电容较小，因此能够以高频运行。事实上，其特征频率为13GHz，远高于此前集成电路实现中的特征频率[48], 730MHz。晶胞尺寸为 200μ m，因此可以实现大规模集成电路。我们的样品随机性约为1%，远低于商用电感器约10%的随机性。电路元件的高精度有利于形成尖锐的拓扑峰。实际上，由于随机性，我们的电路中粒子-空穴对称性略有破缺。然而，实验中仍清晰观测到了拓扑峰，这是因为如补充说明5中的补充图5所示，拓扑峰对1%的随机性具有鲁棒性。集成电路可实现量产，这将有利于拓扑电子学未来的工业应用。

在 [48], 中，我们采用40纳米工艺将Floquet拓扑绝缘体集成到集成电路芯片上，并将其应用于采用730兆赫载波频率的四元相控阵天线无线通信。由于我们的一维Kitaev链可通过改变拓扑区段与平庸区段之间界面的位置实现阻抗切换，因此该结构可用作基于阻抗匹配的高频路径选择器或开关。特别是，我们实现的谐振频率超过10 GHz，并且可扩展至更高频段。与先前研究[48]的情况类似，我们的结果可应用于未来的5G技术。

IV. 方法

A. 测量

图中展示了测量装置的框图和照片。4。我们通过两点阻抗测量观测到了拓扑边缘态。

我们使用矢量网络分析仪（VNA）Keysight N5222B 测量两点阻抗。芯片测量在 Formfactor Summit11000 探针台上进行。根据 VNA 测得的 2×2 S参数推导出 A2×2Z矩阵。链路配置（单刀双掷开关的状态）由集成在同一芯片上的串行-并行接口（SPI）控制，其配置数据由外部个人计算机写入。

使用电路仿真器 Cadence Spectre 进行仿真。使用 Cadence EMX 提取电容器和电感器等无源元件的 S 参数，以进行电路仿真。Cadence EMX 是一种基于快速多极子方法（FMM）、专为高频集成电路设计的平面 3D 电磁仿真器。

B. 一维 p波 Kitaev拓扑超导体模型

原始 Kitaev p波超导体模型定义在一维晶格上，形式如下

$$H = -\mu \sum_x c_x^\dagger c_x - \frac{t}{2} \sum_x \left(c_x^\dagger c_{x+1} + c_{x+1}^\dagger c_x \right) - \frac{1}{2} \sum_x \left(\Delta e^{i\phi} c_x c_{x+1} + \Delta e^{-i\phi} c_{x+1}^\dagger c_x^\dagger \right), \quad (1)$$

其中， μ 为化学势， $t > 0$ 为最近邻跃迁强度， $\Delta > 0$ 为超导体的 p 波配对振幅。

引入 Nambu 表象 $\Psi_k^\dagger = \left(c_k^\dagger, c_{-k} \right)$和 $\Psi_k = \left(c_k, c_{-k}^\dagger \right)^T$ 后，可以将哈密顿量写成 Bogoliubov-de Gennes 形式

$$H = \frac{1}{2} \sum_k \Psi_k^\dagger H(k) \Psi_k, \quad (2)$$

具有 a 2×2 形式的哈密顿量

$$H(k) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -t\cos k - \mu & i\Delta_0 \sin k \\ -i\Delta_0 \sin k & t\cos k + \mu \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Bogoliubov-de Gennes 哈密顿量的零能态是马约拉纳态，因此在 Kitaev 模型的拓扑相中会出现马约拉纳边缘态。

其中， t， μ， σ_i和 Δ_i分别表示跃迁振幅、化学势、自旋自由度和超导能隙参数。众所周知，当 $|\mu| < |2t|$ 时系统处于拓扑相，而当$|\mu| > |2t|$ 时系统处于平庸相；无论 Δ_i 为何，只要满足 $\Delta_i \neq 0$即可。

随后，我们通过电子电路实现了这一 p波 Kitaev 模型。如图1a 所示，该电路链包含两条主线路：一条由串联电容器 C连接而成，用于实现电子能带；另一条由串联电感器 L 连接而成，用于实现空穴能带。两个能带之间的配对相互作用由桥接电容器 C_x 和电感器 L_x模拟。每个电子节点和空穴节点分别通过电容器 C_0 和电感器 L_0连接到地。电子能带和空穴能带中的跃迁振幅 t 方向相反，因为电子能带中的电容器 C 产生项 $i\omega C$ ，而空穴能带中的电感器 L 产生项 $1/(i\omega L)$。

电路拉普拉斯算子为

$$J_{ab}(\omega) = \begin{pmatrix} f_1 & g_1 \\ g_2 & f_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1 &= -2C\cos k + 2C - \left(\omega^2 L_0\right)^{-1} \\ f_2 &= 2\left(\omega^2 L\right)^{-1}\cos k - 2\left(\omega^2 L\right)^{-1} + C_0 \\ g_1 &= -C_x e^{ik} + \left(\omega^2 L_x\right)^{-1} e^{-ik} \\ g_2 &= \left(\omega^2 L_x\right)^{-1} e^{ik} - C_x e^{-ik}, \end{aligned} \quad (5)$$

对于拓扑相和

$$\begin{aligned} f_1 &= -2C\cos k + 2C + C_0 \\ f_2 &= 2\left(\omega^2 L\right)^{-1}\cos k - 2\left(\omega^2 L\right)^{-1} - \left(\omega^2 L_0\right)^{-1} \\ g_1 &= -C_x e^{ik} + \left(\omega^2 L_x\right)^{-1} e^{-ik} \\ g_2 &= \left(\omega^2 L_x\right)^{-1} e^{ik} - C_x e^{-ik}, \end{aligned} \quad (6)$$

对于平庸相。

在电路形式中实现一维模型的关键，是使电路拉普拉斯算子等于系统哈密顿量。显然，要做到这一点，必须遵循粒子-空穴对称性（PHS），这要求这三对 LC 谐振器具有相同的谐振频率，即

$$\omega_{\text{resonant}} \equiv 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{L_0 C_0} = 1/\sqrt{L_x C_x}. \quad (7)$$

满足粒子-空穴对称性（PHS）后，便可推导出电路元件与哈密顿量参数之间的关系，并表示如下：

$$\begin{cases} t = -C, \\ \mu = -2C + C_0, \\ \Delta_0 = -C_x. \end{cases} \quad (8)$$

为了使一维电路链具有拓扑性质，我们将 μ 设为 0，以满足 $|\mu| < |2t|$的拓扑模式要求。接地电容器 C_0 和电感器 L_0的出现使系统恰好处于拓扑态与平庸态之间的临界点，从而满足这一拓扑性质。因此，通过交换C_0 和 L_0 的连接，我们可以实现这两种状态之间的转换。

C. 阻抗共振

通过阻抗共振可以观察到拓扑边缘态的出现。拓扑边缘态是哈密顿量的零能本征态。它对应于零导纳，因此可以通过阻抗发散观察到该态的出现。

a 与 b 节点之间的两点阻抗为由[32]给出

$$Z_{ab} \equiv V_a/I_b = G_{ab}, \tag{9}$$

其中， G是由拉普拉斯算子 J的逆定义的格林函数，$G \equiv J^{-1}$是位点 a 处的电压， I_b 是位点 b处的电流。

数据可用性。

支持本研究结论的数据可在提出合理请求后向通讯作者获取。

参考文献

[1] M. Z. Hasan 和 C. L. Kane，专题讨论：拓扑绝缘体，《现代物理评论》**82**，3045（2010）。[2] X.-L. Qi 和 S.-C. Zhang，拓扑绝缘体与拓扑超导体，《现代物理评论》**83**，1057（2011）。[3] W. P. Su、J. R. Schrieffer 和 A. J. Heeger，聚乙炔中的孤子，《物理评论快报》42，1698（1979）。[4] A. Kitaev，量子线中的未配对马约拉纳费米子，Phys. Usp. 44（增刊），131（2001）。[5] J. Alicea、Y. Oreg、G. Refael、F. von Oppen 和 M.P.A. Fisher，一维线网络中的非阿贝尔统计与拓扑量子信息处理，《自然·物理》**7**，412（2011）。[6] C. W.J. Beenakker，在超导体中搜寻马约拉纳费米子，《凝聚态物理年度评论》**4**，113（2013）。[7] S.R. Elliott 和 M. Franz，专题讨论：核物理、粒子物理与固体物理中的马约拉纳费米子，《现代物理评论》**87**，137 2015( )。[8] M. Sato 和 Y. Ando，拓扑超导体：综述，《物理学进展报告》**80**，076501（2017）。[9] A.Yu.Kitaev，利用任意子实现容错量子计算，《物理学年鉴》，303，2（2003）。[10] C. Nayak、S. H. Simon、A. Stern、M. Freedman 和 S. Das Sarma，非阿贝尔任意子与拓扑量子计算，《现代物理评论》80，1083（2008）。[11] A. B. Khanikaev、S. H. Mousavi、W.-K. Tse、M. Kargarian、A. H. MacDonald、G. Shvets，光子拓扑绝缘体，Nature Materials **12**，233（2013）。[12] M. Hafezi、E. Demler、M. Lukin、J. Taylor，具有拓扑保护的稳健光学延迟线，《自然·物理》**7**，907（2011）。[13] M. Hafezi、S. Mittal、J. Fan、A. Migdall、J. Taylor，硅光子学中的拓扑边缘态成像，《自然·光子学》**7**，1001（2013）。[14] L.H. Wu 和 X. Hu，利用介电材料实现拓扑光子晶体的方案，《物理评论快报》**114**，223901 2015( )。[15] L. Lu、J. D. Joannopoulos 和 M. Soljacic，拓扑光子学，《自然·光子学》**8**，821（2014）。[16] T. Ozawa、H. M. Price、A. Amo、N. Goldman、M. Hafezi、L. Lu、M. C. Rechtsman、D. Schuster、J. Simon、O. Zilberberg 和 L. Carusotto，拓扑光子学，《现代物理评论》**91**，015006（2019）。[17] E. Prodan 和 C. Prodan，拓扑声子模及其在微管动力学不稳定性中的作用，《物理评论快报》**103**，248101（2009）。[18] Z. Yang、F. Gao、X. Shi、X. Lin、Z. Gao、Y. Chong 和 B. Zhang，拓扑声学，《物理评论快报》**114**，114301（2015）。[19] P. Wang、L. Lu 和 K. Bertoldi，拓扑声子晶体——《单向弹性边缘波》等，Phys. Rev. Lett. **115**, 104302 2015( ). [20] M. Xiao, G. Ma, Z. Yang, P. Sheng, Z. Q. Zhang and C. T. Chan，《周期性声学系统中的几何相位与能带反转》，《自然·物理》**11**, 240 (2015). [21] C. He, X. Ni, H. Ge, X.-C. Sun,Y.-B. Chen1 M.-H. Lu, X.- P. Liu, L. Feng and Y.-F. Chen，《声学拓扑绝缘体与稳健的单向声传输》，《自然·物理》**12**, 1124 (2016). [22] C. L. Kane and T. C. Lubensky，《等静定晶格中的拓扑边界模》，《自然·物理》**10**, 39 (2014). [23] B. Gin-ge Chen, N. Upadhyaya and V. Vitelli，《拓扑机械绝缘体中的孤子非线性传导》，《美国国家科学院院刊》**111**, 13004 (2014). [24] L. M. Nash, D. Kleckner, A. Read, V. Vitelli, A. M. Turner and W. T. M. Irvine，《陀螺超材料的拓扑力学》，《美国国家科学院院刊》**112**, 14495 (2015). [25] J. Paulose, A. S. Meeussen and V. Vitelli，《通过拓扑超材料中的自应力态实现选择性屈曲》，《美国国家科学院院刊》**112**, 7639 2015( ). [26] R. Susstrunk, S. D. Huber，《机械拓扑绝缘体中声子螺旋边缘态的观测》，《科学》**349**, 47 2015( ). [27] R. Susstrunk and S. D. Huber，《线性机械超材料中拓扑声子的分类》，《美国国家科学院院刊》**113**, E4767 (2016). [28] S. D. Huber，《拓扑力学》，《自然·物理》**12**, 621 (2016). [29] A. S. Meeussen, J. Paulose and V. Vitelli，《具有可调机械稳定性的齿轮式拓扑超材料》，《物理评论X》**6**, 041029 (2016). [30] S. Imhof, C. Berger, F. Bayer, J. Brehm, L. Molenkamp, T. Kiessling, F. Sc hindler, C. H. Lee, M. Greiter, T. Neupert, R. Thomale，《拓扑角态的拓扑电路实现》，《自然·物理》**14**, 925 (2018). [31] C. H. Lee , S. Imhof, C. Berger, F. Bayer, J. Brehm, L. W. Molenkamp, T. Kiessling and R. Thomale，《拓扑电路》，《通讯·物理》**1**, 39 (2018). [32] T. Helbig, T. Hofmann, C. H. Lee, R. Thomale, S. Imhof, L. W. Molenkamp and T. Kiessling，《电路网络中的能带结构工程与重构》，《物理评论B》**99**, 161114 2019( ). [33] Y. Lu, N. Jia, L. Su, C. Owens, G. Juzeliunas, D. I. Schuster and J. Simon，《探测外尔电路的贝里曲率与费米弧》，《物理评论B》**99**, 020302 (2019). [34] K. Luo, R. Yu and H. Weng，《电路晶格中的拓扑节点态》，《研究》，ID 6793752 (2018). [35] E. Zhao，《电感器和电容器构成的拓扑电路》，《物理年鉴》**399**, 289 (2018).

[36] Y. Li, Y. Sun, W. Zhu, Z. Guo, J. Jiang, T. Kariyado, H. Chen and X. Hu, 《基于微带线的拓扑 LC 电路及轨道角动量电磁模式的观测》, 《自然·通讯》**9**, 4598 (2018) [37] M. Ezawa, 《基于呼吸 kagome 和烧绿石晶格的高阶拓扑电路与拓扑角共振》, 《物理评论B》**98**, 201402(R) (2018). [38] V. Mourik, et.al., 《超导体-半导体纳米线混合器件中马约拉纳费米子的特征》, 《科学》336, 1003 (2012) [39] M. Aghaee, et.al., 《通过拓扑能隙协议的 InAs-Al 混合器件》, 《物理评论B》107, 245423 (2023) [40] M. Ezawa, 《非互易与互易系统中的非厄米高阶拓扑态及其电路实现》, 《物理评论B》**99**, 201411(R) (2019). [41] M. Ezawa, 《非互易高阶拓扑金属与电路中的非厄米边界态与界面态》, 《物理评论B》**99**, 121411(R) (2019). [42] M. Serra-Garcia, R. Susstrunk and S. D. Huber, 《LC 电路网络中的四极跃迁与边缘模拓扑观测》, 《物理评论B》**99**, 020304 (2019). [43] T. Hofmann, T. Helbig, C. H. Lee, M. Greiter, R. Thomale, 《拓扑电学陈电路中的手性电压传播与校准》, 《物理评论快报》**122**, 247702 (2019). [44] M. Ezawa, 《电路中类马约拉纳角态的编织及其非厄米推广》, 《物理评论B》**100**, 045407 2019( ). [45] M. Ezawa, 《电路中类马约拉纳边缘态的非阿贝尔编织与拓扑量子计算》, 《物理评论B》**102**, 075424 (2020). [46] C. H. Lee, T. Hofmann, T. Helbig, Y. Liu, X. Zhang, M. Greiter and R. Thomale, 《通过拓扑电路对动量空间中的节点结进行成像》, 《自然·通讯》**11**, 4385 (2020). [47] Y. Liu, W. Cao, W. Chen, H. Wang, L Yang and X. Zhang, 《全集成拓扑电子学》, 《科学报告》12, 13410 (2022) [48] A. Nagulu, X. Ni, A. Kord, M. Tymchenko, S. Garikapati, A. Alu and H. Krishnaswamy, 《面向 5G 无线系统的芯片级 Floquet 拓扑绝缘体》, 《自然·电子学》**5**, 300–309 (2022).

致谢

本研究得到 CREST、日本科学技术振兴机构（项目编号：JPMJCR20T2）的支持。作者感谢 Z. Yang、S. Li 和 X. Chen 提供测量支持。片上无源元件基于东京理科大学 Umeda 实验室开发的射频单元库设计。本研究中的大规模集成电路芯片由东京大学 VDEC 与楷登电子、罗姆株式会社及凸版印刷株式会社合作设计并制造。

作者贡献

M.E.共同制定了研究计划。T.I. 和 H.Y. 设计了拓扑电路并开展了实验。T.I.、M.E. 和 H.Y. 收集并分析了数据。M.E. 和 T.I. 在 H.Y. 、 Y.M. 、 A.H. 和 S.Y. 的意见基础上撰写了稿件。所有作者均讨论了该项目及其结果。

补充信息

补充信息可供查阅。

相互竞争的财务利益和非财务利益 作者声明不存在相互竞争的利益。

补充信息

I. 补充说明 1. 无开关基塔耶夫模型的测量结果

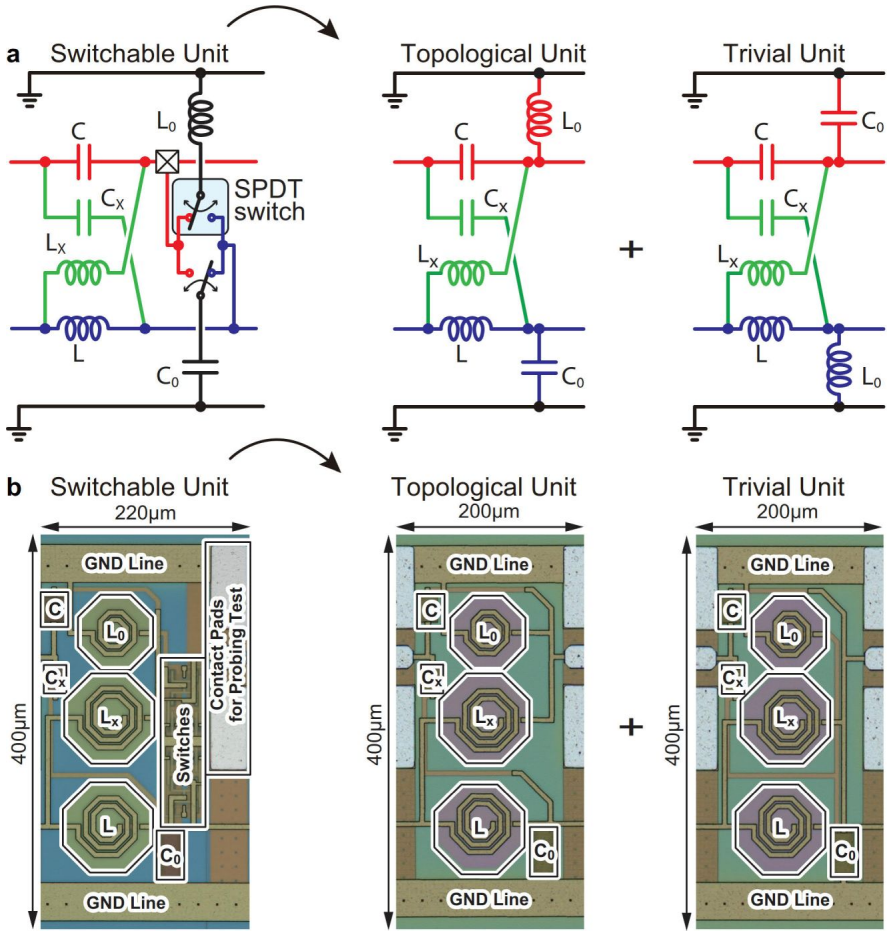

图 S1. 移除开关的基塔耶夫链 **a**，从基塔耶夫链中移除开关的示意图 **b**，元胞布局中移除开关的局部放大图。

我们使用带有晶体管的单刀双掷开关来控制16晶胞电路链中每个晶胞的拓扑性质。然而，这些开关会引入寄生电容，从而影响Kitaev 电路链的行为。为验证开关对基塔耶夫链行为的影响，我们还设计了不带开关的基塔耶夫链。如补充图 S1a所示，单刀双掷开关从晶胞中移除，并通过用金属导线替换 L_0 和 C_0 之间的连接，实现了用于拓扑相和平庸相的两种不同晶胞。

补充图 S2a、b 和 c 汇总了针对谐振频率为 12.8 GHz 设计的无开关基塔耶夫链的阻抗测量结果。补充图 S2a 和 b 分别显示了从拓扑链左边缘和从平庸链右边缘测得的阻抗频率依赖性。实线和虚线分别表示测量结果和仿真结果。

在补充图 S2a 中，可以清楚地观察到拓扑链最左端边缘处的阻抗峰。测得的谐振频率为 12.82 GHz，而根据片上电感和电容值直接计算出的谐振频率为 17.2 GHz。该谐振频率偏移主要由晶胞中连接电路元件的金属导线的寄生电感引起。由于寄生效应在集成芯片上不可避免，我们采用电磁仿真来调节实际谐振频率。另一方面，如补充图 S2b 所示，在平庸链最右端边缘处未观察到阻抗峰。对于拓扑链和平庸链，测量结果与仿真结果几乎完全吻合，这表明带开关的链中观察到的偏差主要由开关晶体管造成。

补充图 S2c 总结了在测得的共振频率下的两点阻抗值。蓝线和红线分别表示从左边缘和右边缘测得的阻抗。最左侧（第 0 个）和最右侧（第 16 个）节点阻抗分别对应

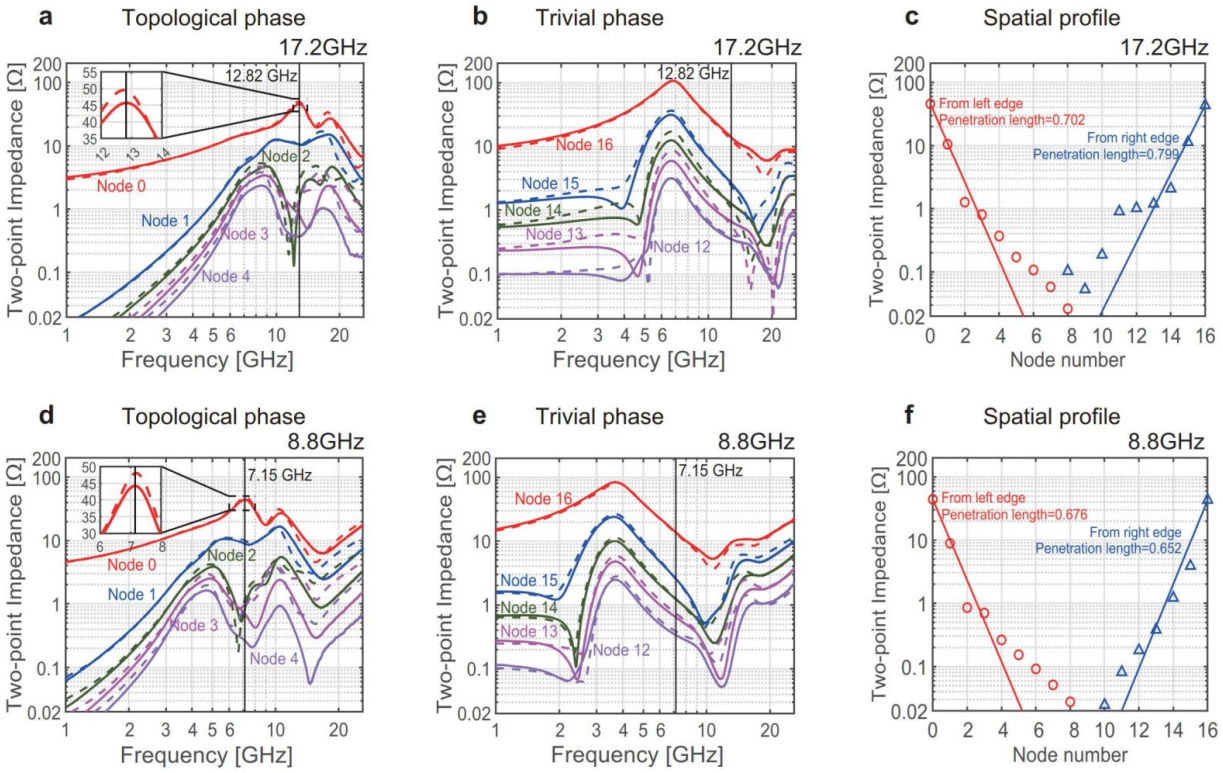

图 S2。**a**，拓扑固定相下，从 12.8 GHz 基塔耶夫链左边缘测得的阻抗参数的频率依赖性。**b**，平庸固定相下，从 12.8 GHz 基塔耶夫链右边缘测得的阻抗参数的频率依赖性。实线和虚线分别表示基塔耶夫链的测量和仿真结果。**c**，在测得的谐振频率下，从左、右边缘测得的拓扑相电路链阻抗值的空间分布。**d**、**e** 和**f**，谐振频率为 7.2 GHz 的电路的类似结果。实线和虚线曲线分别表示测量和仿真结果。

Z_{11} 和 Z_{22} 的 2×2 阻抗矩阵值。拓扑边缘态的穿透长度在左边缘为 0.702 个晶胞，在右边缘为 0.799 个晶胞。与带开关链的测量结果相比，这些数值与 0.610 个晶胞的理论值更加吻合。

补充图 S2d、e 和 f 总结了为 7.2 GHz 谐振频率设计的无开关基塔耶夫链的阻抗测量结果。补充图 S2d 和 e 分别显示了从链的左边缘测得的拓扑相下阻抗的频率依赖性，以及从链的右边缘测得的平庸相下阻抗的频率依赖性。实线和虚线分别表示测量和仿真结果。与 12.8 GHz 链的结果类似，如补充图 S2d 所示，从拓扑链最左端清晰地观察到一个阻抗峰。根据片上电感和电容值直接计算得到的谐振频率为 8.8 GHz。同样，这是由集成芯片上不可避免的寄生效应造成的。为了精确估算包含布线影响在内的实际谐振频率，我们采用了电磁仿真。如补充图 S2e 所示，从平庸链最右端未观察到阻抗峰。此情况下，测量和仿真结果也几乎完全吻合，这再次表明，带开关链中观察到的偏差主要是由开关晶体管造成的。

补充图 S2f 总结了在测得的共振频率下的两点阻抗值。蓝线和红线分别表示从左边缘和右边缘测得的阻抗。最左侧（第 0 个）和最右侧（第 16 个）节点阻抗分别对应 Z_{11} 和 Z_{22} 的 2×2 阻抗矩阵值。拓扑边缘态的穿透长度在左边缘为 0.676 个晶胞，在右边缘为 0.652 个晶胞，与 0.680 个晶胞的理论值吻合良好。

II. 补充说明 2. Kitaev 哈密顿量的拓扑边缘态

Kitaev 哈密顿量为

$$H(k) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -t\cos k - \mu & i\Delta_0 \sin k \\ -i\Delta_0 \sin k & t\cos k + \mu \end{pmatrix}. \tag{S1}$$

我们进行酉变换

$$H_2(k) = UH(k)U^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -t\cos k - \mu - i\Delta_0 \sin k \\ -t\cos k - \mu + i\Delta_0 \sin k & 0 \end{pmatrix} \tag{S2}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -t\frac{e^{ik}+e^{-ik}}{2} - \mu - i\Delta_0 \frac{e^{ik}-e^{-ik}}{2i} \\ -t\frac{e^{ik}+e^{-ik}}{2} - \mu + i\Delta_0 \frac{e^{ik}-e^{-ik}}{2i} & 0 \end{pmatrix} \tag{S3}$$

$$= \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0 & -(t+\Delta_0)e^{ik} - (t-\Delta_0)e^{-ik} - 2\mu \\ -(t-\Delta_0)e^{ik} - (t+\Delta_0)e^{-ik} - 2\mu & 0 \end{pmatrix} \tag{S4}$$

with

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \tag{S5}$$

我们进一步进行酉变换

$$H_3(k) = U_2 H(k) U_2^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -(t+\Delta_0) - (t-\Delta_0)e^{-2ik} - 2\mu e^{-ik} \\ -(t+\Delta_0) - (t-\Delta_0)e^{2ik} - 2\mu e^{ik} & 0 \end{pmatrix} \tag{S6}$$

with

$$U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{ik} \end{pmatrix}. \tag{S7}$$

如果设

$$t_A = -(t+\Delta_0), \qquad t_B = -(t-\Delta_0), \qquad \mu = 0, \qquad k' = 2k, \tag{S8}$$

它与 SSH 哈密顿量相同

$$H_3(k) = \begin{pmatrix} 0 & t_A + t_B e^{-ik} \\ t_A + t_B e^{ik} & 0 \end{pmatrix}. \tag{S9}$$

因此，拓扑边缘态的空间分布与 SSH 模型中的相同。Kitaev 哈密顿量的穿透深度为

$$\zeta = \frac{1}{\log|t_B/t_A|} = \frac{1}{\log|(t-\Delta_0)/(t+\Delta_0)|}. \tag{S10}$$

存在如下对应关系

$$\begin{cases} t = -C, \\ \mu = -2C + C_0, \\ \Delta_0 = -C_x. \end{cases} \tag{S11}$$

用电容表示的穿透长度为

$$\zeta_{\text{SSH}} = \frac{1}{\log|(C+C_x)/(C-C_x)|}. \tag{S12}$$

我们注意到，Kitaev 链的实际穿透长度是 SSH 链的两倍，因为 SSH 模型中的格点沿水平方向排列，而 Kitaev 模型中的格点沿垂直方向排列。

对于电容值为 $C = 220$fF 和 $C_x = 204$fF 的链，穿透长度为 $\zeta_{\text{Kitaev}} = 2\zeta_{\text{SSH}} = 0.610$，其谐振频率为 17.2GHz。无开关基塔耶夫链的实测穿透长度在左边缘为 0.702，在右边缘为 0.799，其实测谐振频率为 12.68GHz。对于带开关的链，实测穿透长度在左边缘为 0.860，在右边缘为 0.788，其实测谐振频率为 9.51GHz。

对于电容值为 $C = 440$fF 和 $C_x = 396$fF 的链，穿透长度为 $\zeta_{\text{Kitaev}} = 2\zeta_{\text{SSH}} = 0.680$，其谐振频率为 8.8GHz。无开关基塔耶夫链的实测穿透长度在左边缘为 0.676，在右边缘为 0.652，其实测谐振频率为 7.08GHz。对于带开关的链，实测穿透长度在左边缘为 0.771，在右边缘为 0.916，其实测谐振频率为 7.75GHz。

由于采用晶体管设计的开关会引入寄生电容，使测量结果中的谐振峰不够尖锐，因此，带有单刀双掷开关的基塔耶夫链所测得的穿透长度与理论值存在较大偏差，而不带开关的链所测得的数值则与理论值较为吻合。

III. 补充说明 3. 有限长度链的影响

正文图 2c 和 f 中的小阻抗区域存在偏差。可能的原因是有限长度链中两个拓扑边缘态之间的杂化效应。为检验这一可能性，我们将拟合函数修改为

$$Z_n \propto e^{-n/\zeta} + e^{(n-L)/\zeta}. \tag{S13}$$

我们在补充图中展示了拟合结果。S3。不过，拟合效果并不理想，这表明偏离指数拟合的原因并非杂化效应，而是由采用晶体管设计的单刀双掷开关所致。

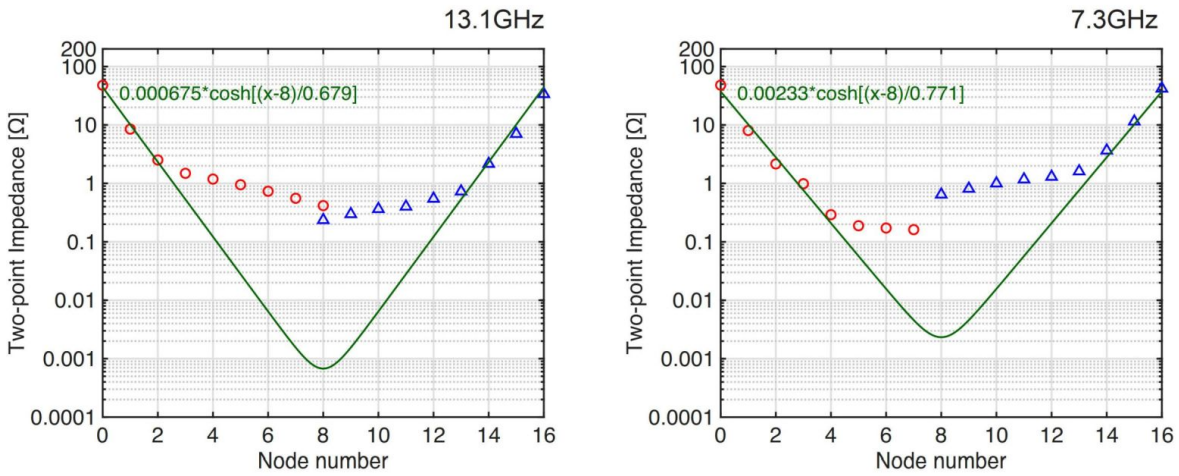

图 S3。 双曲余弦型拟合曲线以绿色曲线表示。参见正文图 2c 和 f 的图注。

IV. 补充说明 4. 寄生电感

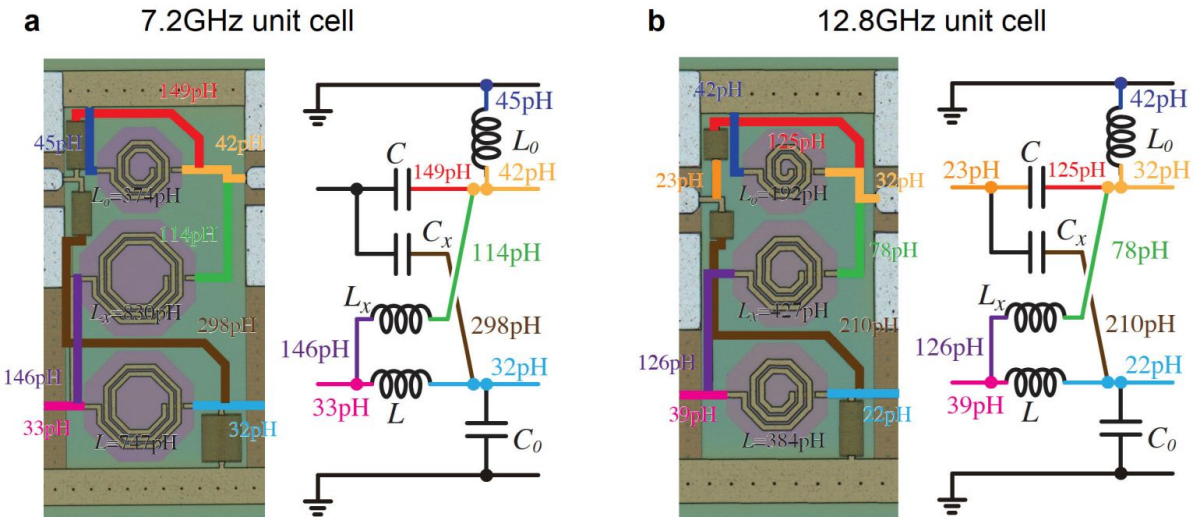

图 S4. P 针对**a** 8.8 GHz 晶胞和**b** 17.2 GHz 晶胞的寄生电感提取结果及电磁仿真 l.

高频链和低频链的实测共振频率均低于直接根据电感和电容值计算得到的频率，这主要是因为晶胞中连接电路元件的金属导线存在寄生电感。我们进行了电磁（EM）仿真，以提取每段布线段的电感，如补充图S4a 和 b 所示，分别对应 7.2 GHz 和 12.8 GHz 晶胞。

将寄生电感纳入串联计算后，对于 L_x 例如，对于 7.2 GHz 链路 $L_{x,para}$ 包含寄生元件时为 830 pH $+$ 114 pH $+$ 146 pH $=$ 1090 pH，因此谐振频率为 $1/\left(2\pi\sqrt{L_{x,para}C_x}\right)=$ 7.7GHz，这与测得的 7.2 GHz 谐振频率更加接近。对于 12.8 GHz 链路，$L_{x,para}$ =427 pH $+$ 78 pH $+$ 126 pH $=$ 631 pH，因此谐振频率为 14.0 GHz，与测量值 12.8 GHz 接近。对于频率更高的链路，由于原始电感值较小，布线寄生效应的影响更加明显。

V. 补充说明 5. 随机性效应

我们研究了电路元件中的随机性效应。我们将随机性引入电感器和电容器中，使其在$-\xi$ 到 ξ之间均匀分布。因此，电感 L 和电容 C 变为节点相关的， $L \to L_n$ 和 $C \to C_n$，其中

$$L_n = L\left(1+\eta_n\xi\right), C_n = C\left(1+\eta_n\xi\right), \tag{S14}$$

其中 η_n 是一个取值范围从 -1 到 1的随机变量。在存在随机性的情况下，我们获得了 Kitaev 模型的能谱，如补充图 S5所示。在所有范围 $\xi < 1$内，带隙内态均与体能带分离。特别是，对于 $\xi < 0.2$，边缘态仍几乎处于零能量。在我们的样品中，ξ的量级为 $\xi \sim 0.01$。因此，拓扑边缘态在实验中具有很强的鲁棒性。

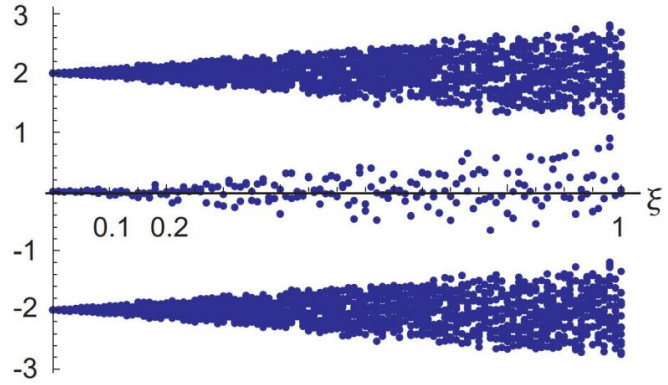

图 S5. 存在随机性时 Kitaev 模型的能谱。横轴表示随机性，纵轴表示能量。