一种用于优化的轻量级烟花算法

Haimiao Mo*，Min Zeng

摘要——烟花算法是一种通过模拟烟花爆炸现象来进行优化的算法。由于收敛速度快、精度高，该算法广泛应用于模式识别、最优调度等领域。然而，现有的大多数烟花算法研究都是针对其缺陷进行改进，很少考虑减少烟花算法的参数数量。原始烟花算法的参数过多，增加了算法调参的成本，也不利于其工程应用。此外，在烟花种群中，未被选中的个体会被丢弃，从而造成其位置信息的浪费。为减少原始烟花算法的参数数量，并充分利用被丢弃个体的位置信息，我们提出了烟花算法的简化版本。该算法通过重新设计烟花算法的爆炸算子来减少算法参数的数量，并利用历史最优信息构建自适应爆炸半径，以平衡局部开发与全局探索能力。函数优化的对比实验结果表明，我们提出的 LFWA 整体性能优于烟花算法、粒子群算法和蝙蝠算法等对比算法。

arXiv:2301.02795v1 [cs.NE] 7 Jan 2023

索引词—烟花 算法、轻量级烟花算法（LFWA）、函数优化、算法参数缩减 .

1 引言

受 NSPIRED 烟花在夜空中绽放、产生火花并照亮周围区域这一自然现象的启发，Tan 等人在 2010 [1] 提出了烟花算法（FWA）。在该算法中，烟花被视为优化问题解空间中的可行解，因此，烟花爆炸并产生一定数量火花的过程，就是搜索其邻域的过程。由于收敛速度快、精度高，并且能够通过爆炸火花平衡局部开发与全局探索能力，烟花算法被广泛应用于模式识别 [2]、最优调度[3]、函数优化 [4], 等领域。

然而，根据以往研究，原始烟花算法的设计存在一些缺陷 [5]。首先，原始烟花算法中的烟花爆炸时，每个维度产生的位移都相同。这可能导致种群多样性不足，进而限制算法的探索能力。其次，原始烟花通过基于距离的策略选择下一代烟花，这会降低选择子代烟花的效率，并增加计算成本。第三，原始烟花算法包含不同的子种群，例如烟花子种群、爆炸火花子种群、爆炸火花子种群和高斯火花子种群。由于这些子种群之间缺乏信息共享和协调机制，烟花算法的局部开发与全局探索能力受到限制。

针对该算法的改进工作大多可分为两类，具体取决于原始烟花算法 [6]的不足。第一类改进工作是改进爆炸算子（例如爆炸强度、爆炸半径和位移操作）、变异算子、映射规则和选择策略。另一类改进工作则是结合其他启发式算法的优点来改进烟花算法 [5]。

第一类改进工作主要包括三种改进策略。首先，利用烟花的有效信息（映射规则或爆炸火花差分向量的优劣）改进爆炸算子（变异算子），以增强烟花算法的局部开发和全局探索能力（提高种群多样性）。这类改进策略主要通过改进烟花算法的爆炸半径、 [7], [8], [9], [10] 随机映射规则或边界映射规则 [11], [12],以及种群多样性 [13]，增强算法的优化能力。其次，由于子代选择效率低、成本高，这类改进策略主要针对烟花算法的子代选择策略进行改进， [14], [15], [16], 例如“随机—精英”策略和锦标赛策略。第三，改进后的烟花算法通过子种群之间的信息交换，在子种群之间建立有效的协同优化机制 [9], [17], [18], [19], [20]。这不仅能够提高原烟花算法中子种群间的信息利用效率，并选择优秀的子种群引导种群寻找最优解，还能有效增强算法的优化能力。

第二类改进工作主要通过引入其他进化算法的优势来提升混合算法的性能，例如粒子群优化（PSO） [21], 飞蛾搜索算法（MSA） [22], 灰狼优化器（GWO） [23],基于生物地理学的优化算法（BOA） [24],

• *Haimiao Mo** 任职于中国安徽省合肥市合肥工业大学管理学院，邮编 *23009*；同时任职于教育部过程优化与智能决策重点实验室（中国）。（电子邮箱：*mhm hfut@163.com*）

• *Min Zeng* 任职于中国广东省东莞市广东科技学院计算机科学学院。（电子邮箱：*zm6102@163.com*）

遗传算法（GA） [25], [26]。通过整合这些进化算法的优势，原始烟花算法的局部开发和全局探索能力得到了显著增强。

然而，现有研究大多致力于改进烟花算法的缺陷，很少考虑减少烟花算法的参数数量。在计算爆炸强度时，原始烟花算法 [1] 需要使用一个常数来控制爆炸火花的数量。原始烟花算法需要在计算爆炸半径之前预先设定最大爆炸半径的阈值。原始烟花算法的参数过多，增加了参数调整的成本，也不利于该算法的广泛应用。

此外，烟花算法在选择后代烟花时，未被选为下一代的个体会被丢弃，这极大地浪费了这些个体的历史信息。我们简化了烟花算法的参数，并充分利用未被选中个体的历史信息来构建自适应爆炸半径，从而平衡算法的局部开发能力与全局探索能力。

因此，我们提出轻量级烟花算法（LFWA），以减少原始烟花算法的参数数量，并自适应地调整爆炸半径。我们提出的 LFWA 的贡献如下。

1) 通过重新设计烟花算法的爆炸算子，简化算法，从而减少算法的参数数量，更有利于算法的参数调整和实际应用。

2) 利用烟花算法的历史最优信息构造新的爆炸半径，使烟花种群能够更好地平衡局部搜索和全局搜索能力，从而提升算法的性能。

2 轻量级烟花算法

2.1 爆炸强度

由于原始烟花算法需要预先设定爆炸火花的最大数量，参数过多可能会影响算法的应用。公式（1）说明了计算爆炸强度的新策略，该策略减少了烟花算法的参数数量。它根据单个烟花的适应度值和烟花种群的规模限制爆炸火花的最大数量。

$$S_i = \left\lceil M \frac{f_{\max} - f(x_i)}{f_{\max} - f_{\min} + \xi} \right\rceil \tag{1}$$

其中， S_i 表示烟花 x_i的爆炸强度， M 表示烟花种群。 $\lceil \rceil$ 是一个向上取整函数，用于将 S_i 的数量限制在 $[1, M]$的整数范围内。

2.2 爆炸半径

在选择下一代烟花时，原始烟花算法会丢弃未被选中的个体，这极大地浪费了这些被丢弃个体的历史信息。因此，利用这些个体位置的历史信息构造新的爆炸半径，以平衡烟花算法的局部开发能力和全局探索能力。新的爆炸半径按公式（2）和（3）计算。

$$R_i = \begin{cases} pbest_i - x_i, S_i < S_{Avg} \\ x_{CF} - x_i, S_i \geq S_{Avg} \end{cases} \tag{2}$$

$$S_{Avg} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} S_i \tag{3}$$

其中， $pbest_i$ 是第*i*个烟花的历史最优位置信息 x_i， x_{CF} 是所有 $pbest = \{pbest_1, pbest_2, ..., pesbt_M\}$中最优的烟花，也称为核心烟花（CF）。 S_{Avg} 是平均爆炸强度，也就是爆炸火花的平均数量。

2.3 位移操作

爆炸时，烟花 x_i 先完成位移，然后生成数量为 S_i的爆炸火花。位移操作由公式（4）给出。

$$ES_j = x_i + \beta \times R_i \tag{4}$$

其中， $j = 1, 2, ..., S_i$。 x_i是第*i*个烟花的位置， ES_j 是第<style id='i'>i个子种群中由第*i*个烟花 x_i 爆炸后生成的第*j*个爆炸火花（ES）。 β 是范围为 [0,1]的均匀分布随机数， R_i 是第*i*个烟花的爆炸半径 x_i。

根据公式（2）至（4），LFWA采用 x_{CF} 和 $pbest$构造新的爆炸半径，使其能够根据爆炸强度自适应地调整。当第*i*个烟花 x_i的爆炸强度低于平均爆炸强度 S_{Avg}时，该烟花向 $pbest$学习；否则，向核心烟花 x_{CF}学习。通过这种方式，LFWA引入 x_{CF} 和 $pbest$ 来构造新的爆炸半径，从而自适应地调整步长。

2.4 变异因子

LFWA 通过变异策略维持烟花种群的多样性，以避免烟花种群过快陷入局部最优解。LFWA 的变异策略如公式 (5) 所示，它会随机选择烟花的n 个维度进行高斯变异。烟花经过高斯变异后生成高斯火花 (GS)。

$$GS_{ij} = x_{ij} \times (N(0,1) + 1) \tag{5}$$

其中 $j = 1, 2, ..., n$。 $N(0, 1)$ 是均值为 0、标准差为 1 的高斯分布函数。d 是 x_i的总维数。

表1 基准函数

函数名称	函数	定义域	dim	最优值
球函数	$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i$	$[-100,100]^n$	30	0
Rosenbrock 函数	$f_2(x) = \sum_{i=1}^{n} [100(x_{i+1}-x_i)^2 + (x_i-1)^2]$	$[-10,10]^n$	30	0
Rosenbrock 函数	$f_3(x) = \sum_{i=1}^{n} [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12,5.12]^n$	30	0
格里旺克函数	$f_4(x) = \frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \prod_{i=1}^{n} \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$	$[-600,600]^n$	30	0
艾克利函数	$f_5(x) = -20\exp(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$	$[-32,32]^n$	30	0
施韦费尔函数	$f_6(x) = \sum_{i=1}^{n} -x_i \sin(\sqrt{\lvert x_i \rvert})$	$[-100,100]^n$	30	0
六峰驼背函数	$f_7(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + 3.1x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	$[-5,5]^n$	2	-1.0316285
戈德斯坦-普莱斯函数	$f_8(x) = [1+(x_1+x_2+1)^2(19-14x_1+3x_1^2-14x_2+6x_1x_2+3x_2^4)] \times [30+(2x_1-3x_2)^2(18-32x_1+12x_1^2+48x_2-36x_1x_2+27x_2^2)]$	$[-2,2]^n$	2	3
Schaffer 的 F6 函数	$f_9(x) = \frac{\text{正弦}^2\sqrt{x_1^2+x_2^2}-0.5}{[1+0.001(x_1^2+x_2^2)]^2} + 0.5$	$[-100,100]^n$	2	0

2.5 映射规则

烟花位置、爆炸火花和高斯火花的每个维度都需要按照公式（6）的映射规则进行处理，以防止它们越界。

$$x_{ij}^{new} = LB + \beta \times (UB - LB) \tag{6}$$

其中， UB 和 LB 分别是算法搜索范围的上下界。

2.6 选择策略

LFWA采用“精英-随机”策略 [14]，从候选集中选取下一代烟花；候选集由烟花 $x = \{x_1, x_2, ..., x_M\}$、 $pbest$、x_{CF}、爆炸火花 ES和高斯烟花 GF组成。也就是说，适应度最佳的核心烟花将被选为下一代烟花个体，而下一代的其他烟花个体则随机选取。

3 对比实验

3.1 基准函数

在对比测试中使用基准函数，以考察所提出的 LFWA 的性能。表1展示了函数表达式。

3.2 参数设置

通过测试表1所示的基准函数，将 LFWA 与其他算法（如 BA、SPSO、FWA）进行比较。实验中采用固定容差 $\lambda \le 10^{-5}$，用于衡量搜索值与目标函数最优值之间的误差。如果误差小于或等于 λ，则表示该算法成功找到了最优解。

表2 四种算法的对比实验结果

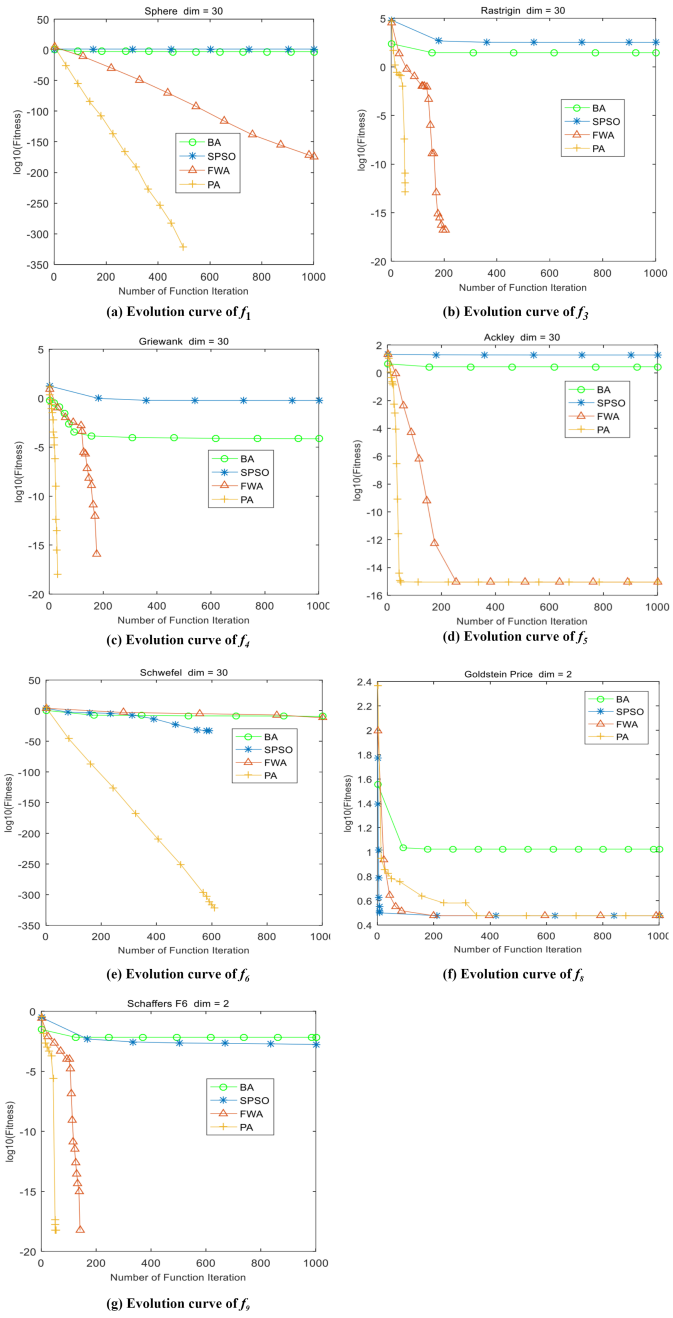
f	Alg	最差值	best	mean	SD
f_1	LFWA	**0**	**0**	**0**	**0**
	BA	1.698E-03	7.972E-04	1.367E-03	1.547E-04
	SPSO	7.170E+01	5.100E+00	2.207E+01	1.164E+01
	FWA	1.625E-173	4.067E-260	1.625E-175	**0**
f_2	LFWA	**2.883E+01**	2.553E+01	**2.749E+01**	1.018E+00
	BA	8.094E+01	**2.419E+01**	2.810E+01	5.502E+00
	SPSO	2.563E+05	2.344E+03	4.160E+04	4.982E+04
	FWA	2.890E+01	2.706E+01	2.852E+01	**4.811E-01**
f_3	LFWA	**0**	**0**	**0**	**0**
	BA	9.397E-05	4.027E-05	7.027E-05	1.063E-05
	SPSO	8.792E-01	2.158E-01	5.811E-01	1.355E-01
	FWA	**0**	**0**	**0**	**0**
f_4	LFWA	**0**	**0**	**0**	**0**
	BA	5.496E+01	1.410E+01	2.879E+01	8.334E+00
	SPSO	6.407E+02	2.054E+02	3.339E+02	8.129E+01
	FWA	**0**	**0**	**0**	**0**
f_5	LFWA	8.882E-16	8.882E-16	8.882E-16	0
	BA	3.225E+00	1.902E+00	2.733E+00	2.978E-01
	SPSO	2.048E+01	5.323E+00	1.903E+01	3.471E+00
	FWA	8.882E-16	8.882E-16	8.882E-16	0
f_6	LFWA	1.197E-08	6.414E-16	6.693E-10	1.448E-09
	BA	1.197E-08	6.414E-16	6.693E-10	1.448E-09
	SPSO	**0**	**0**	**0**	**0**
	FWA	1.916E-10	6.322E-37	2.513E-12	1.974E-11
f_7	LFWA	**-1.0316285**	**-1.0316285**	**-1.0316285**	1.508E-12
	BA	-1.0316282	**-1.0316285**	-1.0316284	6.612E-08
	SPSO	**-1.0316285**	**-1.0316285**	**-1.0316285**	**1.558E-15**
	FWA	-1.0316089	**-1.0316285**	-1.0316273	2.492E-06
f_8	LFWA	**3.000000**	**3.000000**	**3.000000**	7.177E-11
	BA	84.000027	**3.000000**	10.560005	1.539E+01
	SPSO	**3.000000**	**3.000000**	**3.000000**	**1.085E-15**
	FWA	3.000236	**3.000000**	**3.000010**	2.824E-05
f_9	LFWA	**0**	**0**	**0**	**0**
	BA	1.2699E-01	1.4234E-10	6.8488E-03	1.788E-02
	SPSO	9.7159E-03	**0**	1.7489E-03	3.752E-03
	FWA	**0**	**0**	**0**	**0**

3.3 收敛性分析

迭代 1000 次、运行 100 次后，最差值、最佳值、平均值和标准差（SD）的实验结果如表2所示。从表2可以看出，在迭代结束时，对于 f_1 和 f_2，LFWA 的平均值优于其他三种算法，因此 LFWA 的优化精度优于其他三种算法。对于 f_3、f_4、f_5 和 f_9，LFWA 的平均值与 FWA 相同，但优于另外两种算法，因此在迭代结束时，LFWA 和 FWA 的优化精度优于另外两种算法。对于 f_6、f_7 和 f_8，LFWA 的平均值与 SPSO 相同，但优于另外两种算法，因此 LFWA 和 SPSO 的优化精度优于另外两种算法。总而言之，在迭代结束时，LFWA 的整体优化精度优于其他三种算法。

我们仅给出了图1(a)至图1(g)中四种算法的部分演化曲线，由此可见，LFWA 的收敛速度优于其他三种算法。除图1(b)和图1(g)外，其他演化曲线部分重叠，其纵坐标为 log_{10}（$Fitness$）。从图1(a)至图1(g)（图1(f)除外）可以看出，在函数优化的早期阶段，LFWA 的演化曲线比其他三种算法更加陡峭，且 LFWA 的收敛速度优于其他三种算法。同时，在迭代次数相同的情况下，LFWA 的优化精度优于其他三种算法。

在图1(f)中可以看出，在优化的早期阶段，LFWA 的收敛速度优于 BA，但逊于另外两种算法。然而，从表2所示的 f_8 均值可以看出，在迭代结束时，LFWA 的优化精度与 SPSO 相同，并优于另外两种算法。总之，在总体优化精度和收敛速度方面，LFWA 优于其他三种算法。



(a) Evolution curve of f_1 (b) Evolution curve of f_3 (c) Evolution curve of f_4 (d) Evolution curve of f_5 (e) Evolution curve of f_6 (f) Evolution curve of f_8 (g) Evolution curve of f_9

图1. 表1中部分函数的演化曲线。

3.4 鲁棒性分析

标准差反映了算法的鲁棒性。换句话说，标准差越小，算法的鲁棒性越好；反之，算法的鲁棒性越差。从表2的标准差来看，对于 f_1、f_3、f_4、f_5和 f_9，LFWA的鲁棒性与FWA相同，但优于另外两种算法。对于 f_2，LFWA的鲁棒性不如FWA，但优于另外两种算法。对于 f_6，LFWA的鲁棒性与SPSO相同，但优于另外两种算法。对于 f_2，LFWA的鲁棒性不如FWA，但优于另外两种算法。对于 f_6，LFWA的鲁棒性与SPSO相同，但优于另外两种算法。总之，LFWA的整体鲁棒性优于其他三种算法。

3.5 成功率分析

如果准确率满足固定容差 λ，则记为一次成功。四种算法的成功率（SR）如表3所示。从表3可以看出，对于 f_2、f_7，成功

表3 四种算法的成功率（%）

alg	f_1	f_3	f_4	f_5	f_6	f_8	f_9	f_2, f_7
LFWA	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	0
BA	0	0	0	0	**100**	73	67	0
SPSO	0	0	0	0	**100**	**100**	82	0
FWA	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	81	**100**	0

率均为 0%。对于 f_1、f_3、f_4 和 f_5，LFWA 和 FWA 的成功率为 100%，优于另外两种算法。对于 f_6，四种算法的 SR 均为 100%。对于 f_8，LFWA 和 SPSO 的 SR 为 100%，优于另外两种算法。对于 f_9，LFWA 和 FWA 的 SR 为 100%，优于另外两种算法。因此，在优化 f_1 到 f_9 时，LFWA 的总体成功率优于另外三种算法。

3.6 讨论

实验结果表明，与 BA、SPSO 和 FWA 相比，LFWA 具有更快的收敛速度、更高的优化精度、更强的鲁棒性以及更高的优化成功率。LFWA 优于其他对比算法的原因主要体现在以下三个方面。

首先，LFWA 减少了原始烟花算法的参数数量，并采用了更简洁的表达形式，从而降低了算法优化过程中调整参数的成本。

其次，LFWA 借鉴了粒子群算法的记忆机制，并在优化过程中将局部最优烟花个体 $pbest$ 和核心烟花 x_{CF} 引入原始烟花算法。随后，利用历史最优信息构建自适应爆炸半径。通过这种方式，LFWA 能够在优化过程中共享并继承历史最优信息，因此具有更快的收敛速度。

第三，“Elite-Rand”策略和变异因子维持了 LFWA 的多样性。因此，LFWA 具有较强的避免过早收敛的能力。

4 结论

与蝙蝠算法、标准粒子群算法和烟花算法相比，可以得出结论：LFWA 的性能颇具前景。在基准函数测试中，就优化精度、收敛速度、鲁棒性和优化成功率而言，LFWA 的表现均优于其他三种算法，因此具有广阔的应用与拓展前景。未来，我们将深入分析 LFWA 的理论基础，并尝试将其应用于一些特殊的工程领域。

参考文献

[1] Y. Tan 和 Y. Zhu，“用于优化的烟花算法”，载于国际群体智能会议。Springer，2010年，第355–364页。[2] M. Zhang、Y. Yuan、R. Wang 和 W. Cheng，“基于融合特征降维和烟花算法优化多类支持向量机的混合控制图模式识别”，《模式分析与应用》，第23卷，第1期，第15–26页，2020年。[3] L. He、W. Li、Y. Zhang 和 Y. Cao，“一种用于带有序列相关准备时间的流水车间调度的离散多目标烟花算法”，《群体与进化计算》，第51卷，文章编号100575，2019年。[4] R. Cheng、Y. Bai、Y. Zhao、X. Tan 和 T. Xu，“采用信息交换改进烟花算法以进行函数优化”，《知识型系统》，第163卷，第82–90页，2019年。[5] J. Li 和 Y. Tan，“烟花算法全面综述”，《ACM计算综述》，第52卷，第6期，第1–28页，2019年。[6] Z. Zhigang、L. Zhimei、M. Haimiao 和 Z. Min，“烟花算法研究综述”，arXiv预印本 arXiv:2208 06474，2022年。。[7] J. Li、S. Zheng 和 Y. Tan，“自适应烟花算法”，载于2014年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2014年，第3214–3221页。[8] S. Zheng、A. Janecek、J. Li 和 Y. Tan，“烟花算法中的动态搜索”，载于2014年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2014年，第3222–3229页。[9] S. Zheng、J. Li、A. Janecek 和 Y. Tan，“烟花算法的协作框架”，IEEE/ACM《计算生物学与生物信息学汇刊》，第14卷，第1期，第27–41页，2015年。[10] H. Pekdemir 和 H. R. Topcuoglu，“增强烟花算法以解决动态优化问题”，载于2016年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2016年，第4045–4052页。[11] S. Cheng、Q. Qin、J. Chen、Y. Shi 和 Q. Zhang，“烟花算法在决策空间和目标空间发生变化时求解问题的分析”，《国际群体智能研究期刊》（IJSIR），第6卷，第2期，第52–86页，2015年。[12] X. Ye、J. Li、B. Xu 和 Y. Tan，“烟花算法中的哪种映射规则更适用于大规模优化”，载于2018年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2018年，第1–8页。[13] J. Li 和 Y. Tan，“基于定向变异的烟花算法”，载于2015年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2015年，第1265–1271页。[14] Y. Pei、S. Zheng、Y. Tan 和 H. Takagi，“近似方法对增强烟花算法影响的实证研究”，载于2012年IEEE系统、人类与控制论国际会议（SMC）。IEEE，2012年，第1322–1327页。[15] Y. Jun、H. Takagi 和 T. Ying，“采用基于距离的排斥策略进行多模态优化的烟花算法”，载于2019年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2019年，第2215–2220页。[16] Y. Chen、F. He、X. Zeng、H. Li 和 Y. Liang，“烟花算法的爆炸操作促进珊瑚礁优化用于多模态医学图像配准”，《人工智能工程应用》，第102卷，文章编号104252，2021年。[17] Q. Lv、J. Shi、H. Shi 和 C. Jiang，“一种用于本体元匹配的新型紧凑型烟花算法”，《应用智能》，第1–24页，2022年。[18] X. Liu 和 X. Qin，“一种邻域信息利用烟花算法及其在交通流预测中的应用”，《应用专家系统》，第183卷，文章编号115189，2021年。[19] J. Li 和 Y. Tan，“通过动态资源分配和基于适应度的拥挤规避策略增强烟花算法中的交互”，载于2016年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2016年，第4015–4021页。[20] Q. Li、Z. Ma、Y. Zhang、S. Dong、Y. Li 和 M. Lu，“Tan”，R. Varma、D. Huang、青光眼高级成像研究组，《利用光学相干断层扫描绘制黄斑亚结构以诊断青光眼》，ARVO，2006年。[21] F. Zhu、D. Chen 和 F. Zou，“一种结合粒子群优化的新型混合动态烟花算法”，《软计算》，第25卷，第3期，第2371–2398页，2021年。[22] X. Han、L. Yue、Y. Dong、Q. Xu、G. Xie 和 X. Xu，“一种基于飞蛾搜索和烟花算法的高效混合算法，用于求解数值优化问题和约束工程优化问题”，《超级计算期刊》，第76卷，第12期，第9404–9429页，2020年。[23] Z. Yue、S. Zhang 和 W. Xiao，“一种基于灰狼优化器和烟花算法的新型混合算法”，《传感器》，第20卷，第7期，文章编号2147，2020年。[24] B. Zhang、M.-X. Zhang 和 Y.-J. Zheng，“一种混合生物地理学优化与烟花算法”，载于2014年IEEE进化计算大会（CEC）。IEEE，2014年，第3200–3206页。[25] K. Łapa 和 K. Cpałka，“混合遗传烟花算法在控制器结构与参数选择中的应用”，载于《信息系统架构与技术：第36届信息系统架构与技术国际会议论文集——ISAT 2015——第一部分》。Springer，2016年，第111–123页。[26] T. S. Babu、J. P. Ram、K. Sangeetha、A. Laudani 和 N. Rajasekar，“采用烟花算法提取双二极管太阳能光伏模型参数”，《太阳能》，第140卷，第265–276页，2016年。