一份未完成的手稿

Pierre Schapira

由 Inference-Review.com 于2022年12月第7卷第3期出版。

《收获与播种》第一、二卷：对一位数学家往昔的思考与见证
亚历山大·格罗滕迪克著，伽利玛出版社，29.50欧元。

严格来说，这篇文章并非只是对亚历山大·格罗滕迪克的《收获与播种》（Reaping and Sowing）所作的书评。[1] 虽然本文会讨论这本书的整体内容，以及格罗滕迪克的工作与生平，但文章很大一部分篇幅都用于反驳格罗滕迪克在原文中始终阐述的一项论点。在这方面，我们有一位重要的盟友：作者本人。在一系列未收入这个新版本的重要补充文字中，格罗滕迪克彻底推翻了自己的一些论断。

格罗滕迪克的身影在20世纪下半叶的数学界举足轻重。尽管他的工作主要集中于代数几何，但他的视野与方法远远超出了这一领域，影响了代数拓扑、表示论、复几何、辛几何、代数分析，甚至近来还影响了计算几何。简言之，他的影响遍及所有线性数学领域，而非动力系统、概率论，或黎曼几何、哈密顿几何等纯粹几何领域。正是在他的影响下，导出范畴与层论的语言在这些领域中确立起来。也是格罗滕迪克凭借直觉构想出导出范畴理论的主要脉络，随后又将其表述出来。他把论文中所有细节的阐述留给了自己的学生 Jean-Louis Verdier；Verdier 在论文中阐明了三角范畴这一关键概念。[2] 然而，正是格罗滕迪克将层论与六种运算置于导出范畴理论之中；我们稍后会再谈到这一点。

1950年至1970年间，人们利用傅里叶变换研究实或复流形上的函数（可能是广义函数），尤其是欧几里得空间上的函数。但在复流形上，所谓函数实际上指的是全纯函数，而这带来了一个棘手的问题：它们并不存在，至少在诸如射影直线这样的紧流形上不存在全局的全纯函数——当然，常数函数除外。因此，全局知识无法提供任何信息，这与实可微情形不同，研究必须在局部进行。为此，有一种相当卓越的工具：层论。Jean Leray于1941年至1945年间作为战俘被关押在德国时创立了层论。[3] Leray的著作有些令人费解，但后来经Henri Cartan和Jean-Pierre Serre阐释，最终促成了Roger Godement的名著《层论》（Theory of Sheaves）。[4] 继Kiyoshi Oka的开创性工作之后，Cartan和Serre分别运用这一工具研究维数为≥ 1的全纯函数，由此产生了Cartan的定理A和B，以及Serre颇具影响力的论文《《相干代数层》》（Coherent algebraic sheaves）。[5]

正是在这样的背景下，格罗滕迪克于1955年左右开始研究代数几何，并在发表于*Tō*东北数学杂志的一篇奠基性论文中，为层上同调提供了坚实的基础。[6] 在这篇论文中，已经可以隐约看到范畴论的主要难题，即宇宙问题。后来，格罗滕迪克在*SGA4*中解决了这一问题。他的做法如同另一位亚历山大，斩断了戈尔迪之结：[7]格罗滕迪克提出公理，认为每个集合都属于某个宇宙。这个宇宙问题也称为不可达基数问题；若不解决它，范畴论便无法发展。这或许正是布尔巴基放弃范畴论、格罗滕迪克随后离开该团体的原因。Ralf Krömer曾就此问题撰写过一篇出色的文章。[8]

在20世纪40年代和20世纪50年代，出现了两场概念革命，其重要性当时并未立即得到认识：如上所述的层论，以及由塞缪尔·艾伦伯格和桑德斯·麦克莱恩开创的范畴论。[9] 此外，范畴论的观点也是一场宏大思想运动的一部分，这场运动涵盖了克洛德·列维-斯特劳斯的结构主义方法和诺姆·乔姆斯基的语言学。范畴论不再考察赋予特定结构的集合，而是关注对象之间可能存在的关系。因此，范畴C是由一族对象构成的——正如集合是一族元素构成的那样——但给定两个对象X和Y，先验地存在一个称为$\mathrm{Hom}_C(X, Y)$的集合，它表示这两个对象之间的态射

从X到Y的态射，当然，这些数据须遵循若干自然公理，例如态射的复合、恒等态射等。接下来的一步是考察范畴之间的态射，这些态射称为函子。随后便出现了一些关键概念，例如伴随函子、终对象或始对象、极限和余极限，它们为许多贯穿数学的思想赋予了精确而统一的含义。

有一类范畴发挥着核心作用：它们是加性范畴，其中又以阿贝尔范畴为重要代表，其模型是环上的模所构成的模范畴。然而，若以环上的模取代域上的向量空间，经典的张量积和内部 Hom 函子就不再是正合的，也就是说，它们不能将正合序列变成正合序列——子空间并不总是有补空间。因此，我们必须考虑导出函子。由此便进入同调代数的领域，它是线性代数的一种自然推广。起初，这方面的参考书是 Cartan and Eilenberg 的著作，[10] 后来格罗滕迪克的 *Tōhoku* 论文取而代之。然而，计算两个函子的复合所对应的导出函子，需要用到 Leray 谱序列，往往会产生错综复杂的计算。导出范畴正是在此展现出它们的威力：用这种语言来处理，一切都变得异常简单。

什么是六种运算？对于普通函数，除了加法以外，还有三种自然运算：乘积；以及对于实流形之间的映射$f\colon X \to Y$，积分（略去一些技术细节），它将X上的函数映射为Y上的函数；还有由 f 诱导的复合，它将Y上的函数映射为X上的函数。在层论中，张量积$\overset{\mathbb{L}}{\otimes}$是乘积的对应物，适当直像$Rf_!$是积分的对应物，而逆像$f^{-1}$则是由$f$诱导的复合的对应物。不过，张量积有一个右伴随 Rhom，函子f^{-1}有一个右伴随，即直像Rf_*；而函子$Rf_!$也有一个右伴随，即$f^!$。

函子$f^!$只存在于导出框架中，与其他五种运算不同。它是格罗滕迪克在 étale 上同调的背景下发现的，随后由 Verdier 为局部紧空间构造出来。正如格罗滕迪克所认识到的，$f^!$是庞加莱对偶的广义推广；如今，这个函子发挥着至关重要的作用。然而，由于局部紧空间比 étale 拓扑更常见，与对偶理论联系在一起的仍是 Poincaré–Verdier 之名，或者干脆只称 Verdier。这种归属在很大程度上有失公允，也让格罗滕迪克感到颇为苦涩——这确实情有可原。[11]

人们或许会以为，这样一种抽象框架无需进行明确的计算，但这是一个误解：简单来说，计算的形式不再相同。直像函子虽然不能让人明确地计算积分，六种运算的形式体系却仍能带来精妙的数值结果，例如计算上同调空间的维数。黎曼–罗赫–希策布鲁赫–格罗滕迪克定理就是一个绝妙的例子。

同样，格罗滕迪克的一项根本性发现，是在范畴上发展层论，从而尤其能够应用于那些已不再具有任何点的空间。层的存在需要什么？需要开集及其包含关系的数据，以及覆盖的概念。没有任何理由阻止范畴中的对象扮演开集的角色；这样的范畴便称为预拓扑。要得到一个拓扑——也就是说，一个带有格罗滕迪克拓扑的范畴——只需用公理定义何为覆盖。这种对通常拓扑空间的自然推广极富成效，分析学家实际上也很适合从中汲取灵感。在实流形上，病态开集和覆盖实在太多；如果人们关注的是开集边缘处发生的情况，这一点尤为突出。

于是便有了拓扑斯理论——学者们称之为拓扑斯。其基本思想在某种特定情形下可追溯至伊斯雷尔·盖尔范德：一个空间——在这里是一个拓扑——可以从该拓扑上的层范畴重构出来。于是，拓扑斯就是一个与层范畴等价的范畴。例如，集合范畴不过是与一个点相关联的拓扑斯。然而，尽管拓扑斯理论已被用于重新证明保罗·科恩关于连续统假设独立性的结果，它在数学中的应用仍未明朗。

这篇对格罗滕迪克若干基本思想的概述并不全面，只反映了评论者本人的特定兴趣。在*R&S*中，格罗滕迪克列出了他认为自己工作中的12个关键思想，也列出了他的学生。[12]

当然，也应提到他于1955年左右发表的早期泛函分析著作，以及彻底改变代数几何的概形理论，还有动机这一概念——这是一种部分仍属猜想性质的理论，后来由皮埃尔·德利涅、弗拉基米尔·沃沃茨基、约瑟夫·阿尤布等许多人加以发展。还应提及重要著作“《追寻场》”，格罗滕迪克在其中为∞-范畴和同伦代数奠定了基础。[13] 事实上，三角范畴虽然是极其简单而高效的工具，却有一个严重限制其用途的缺陷，例如在粘合问题中便是如此。这一缺陷与这样一个事实有关：某个态射在同构意义下是唯一的，但这个同构却并不唯一！以雅各布·卢里、格雷姆·西格尔、贝特朗·托恩等人为代表的新∞-范畴理论，正逐步全面取代经典的导出范畴理论；不过，至少目前而言，这一理论还不容易理解。

皮埃尔·卡蒂埃撰写了一篇关于格罗滕迪克生平的精彩文章，在这里复述它毫无意义。[14] Allyn

Jackson 和 Winfried Scharlau 也写过出色的文章，此外还有 Leila Schneps 管理的 Grothendieck Circle 网站上的所有链接。[15]

不过，关于这个主题，有必要简单介绍几句。格罗滕迪克的父亲 Sascha Schapiro 是一位俄罗斯无政府主义者，曾参与失败的1905年革命。此后，他在沙皇尼古拉二世的监狱中服刑十年，直到1917年革命后才获释。尽管 Schapiro 起初被当作英雄受到礼遇，但很快便被宣布为人民公敌。后来，他在西班牙内战期间与共和派并肩作战，之后成为一名在法国四处旅行的摄影师。1939年，Schapiro 被关押在法国比利牛斯山脉的韦尔内营。1942年，他被维希警察交给纳粹，随后消失在奥斯维辛。

格罗滕迪克的母亲 Hanka 是一位极左翼激进分子，20世纪20年代在德国活动；阿道夫·希特勒上台后，她移居法国。[16] 她的儿子直到1938年、年仅10岁时才与她团聚；此前，他一直躲藏在德国的一座农场里。战争期间，格罗滕迪克曾在勒尚邦叙里尼翁的著名塞文学院度过一段时间。该校曾庇护了许多犹太儿童。

格罗滕迪克的数学人生始于20世纪50年代的南锡，当时让·迪厄多内和洛朗·施瓦茨对他悉心提携。在完成最初的泛函分析工作后——这项工作至今仍具有基础性意义——他转向代数几何，并取得了巨大成功；这段经历如今已广为人知。

1959年，格罗滕迪克成为获任命为高等科学研究所（IHES）教授的首批两人之一，并在那里取得了大部分研究成果。他还在高等科学研究所另一位教授让·迪厄多内的协助下，出版了著名的*EGA*（《代数几何原理》）。他主持了代数几何研讨班，后来与一些学生共同撰写并出版了逾5000页的成果，称为*SGA*（布瓦马里代数几何研讨班）。1966年，格罗滕迪克在国际数学家大会上获颁菲尔兹奖，但没有前往莫斯科领奖。1988年，他获得了声望卓著、奖金丰厚的克拉福德奖，却拒绝领奖。

格罗滕迪克发现 IHES 接受军事资助后，于1970年离开了该研究所，并发起了自己的生态运动，先是通过期刊*Survivre*，后来又通过*Survivre et vivre*。然而，格罗滕迪克离开 IHES 后，不仅离开了数学界，尤其也离开了他的学生。1983年，他以截然不同的风格重返数学领域，发表了《《计划草图》》（《计划草图》）和《《追寻场》》（《追寻层》）。[17] 在法兰西公学院任职一年后，他获任蒙彼利埃的教授，并在那里工作至1988年退休。晚年，他隐居乡村，几乎与世隔绝，直至2014年去世，享年86岁。

我们已经看到，格罗滕迪克著有大量数学著作。

但他也是重要文学作品的作者。其中包括*R&S*，该书于2022年1月由伽利玛出版社出版；自格罗滕迪克于1986年首次写下这部作品以来，它便已在互联网上广泛流传。全书逾1,900页，涉及诸多主题：作者作为数学家的历程、他的热情、幻想与幻灭、创作过程，以及其他无数话题。书中还用很长篇幅探讨阴阳、女性与男性的数学实践方式、母亲、父亲与孩子、梦境等等。书中很大一部分内容围绕据称他于1976年经历的一次顿悟，以及随后一段漫长的冥想时期展开。可以说，这是一种带有一定程度偏执色彩的自我剖析。一个反复出现的主题，是他对昔日学生感到遭到背叛；这种感受表现在他的作品被忽视和遗忘上。“葬礼”“死者”“灵车”“屠杀”“掘墓人”等词语一经出现在目录中，很快便变得无处不在。更广泛地说，这本书谴责整个数学界道德伦理的沦丧。

格罗滕迪克向读者解释说，数学“过去更好”——也就是说，1960年以前更好——仿佛老一辈人无可指摘！事实上，恰恰相反，可以说，自20世纪90年代以来，数学家变得诚实得多了。这一奇迹的源头有个名字：*arXiv*。如今，想要将他人的思想据为己有变得越来越困难，当然，在一定程度上仍然可能。数学这一学科本身的体制也有了很大改进，或者至少经历了巨大的变革。直到20世纪70年代，主宰法国数学界的那套官僚体系如今几乎已不复存在；格罗滕迪克从未受到它的掣肘，对此也只字未提。

格罗滕迪克在全文中始终对自己极为苛刻，有时会思忖，在自己于20世纪60年代和70年代的全盛时期，是否曾傲慢自大，甚至蔑视身边的人。尽管有这些顾虑，显而易见，他并不在意如何讨读者欢心。相反，他奉上了一部篇幅超过1900页的著作；而当有人问起IHES早年间的图书馆时，他则回答：“我们不读书，我们写书！”[18] *R&S*中充满了种种矛盾，而一系列注释只纠正了其中一部分——其中有些注释尽管至关重要，却未收入这个新版。要妥善处理这些矛盾，无疑需要将全文彻底重写。

格罗滕迪克并未受到任何虚伪的谦逊感所束缚：

> 令我印象深刻的是，我不记得自己曾听说过——哪怕是从朋友或同事的只言片语中——

> 除了我自己之外，还有哪位数学家提出过如此众多富有创新性的思想；这些思想彼此并非或多或少地互不相干，而是构成宏大统一构想的一部分（牛顿和爱因斯坦在物理学与宇宙学领域，以及达尔文和巴斯德在生物学领域，便是如此）。[19]

在别处，他写道：“看来，作为我心中一种宏大统一愿景的仆人，从数学的起源直到今天，在数学史上，我可谓‘独一无二’。”[20]

尽管文风不乏灵感，却仍显得参差不齐，有时甚至——刻意地——流于熟悉。格罗滕迪克不是圣西门公爵。

以下数学分析将只聚焦于有关数学以及数学家世界的内容。

文中，格罗滕迪克长篇抱怨说，他的前学生剽窃了他的思想，却不提及他们的老师；或者这些思想干脆被抹去、遗忘了。这些说法并非总有扎实的论据或确切的引文支持。但最重要的是，发现往往会被淡化，其作者也会被遗忘；尤其当其背后的思想事后看来往往显而易见时，更是如此。

格罗滕迪克的指责针对他所有的学生，尤其是德利涅——他的名字几乎总是冠以“我的朋友”一词，暗示着“我过去的朋友”——以及 Verdier。完全可以设想，德利涅参与格罗滕迪克撰写动机理论一事并不多；也可以设想，前面提到的“韦迪耶对偶”同样可以称作“格罗滕迪克对偶”。不过，除此之外，人人都知道，概形、动机、格罗滕迪克拓扑、拓扑斯都是格罗滕迪克创立的；最重要的是，他通过六种运算和导出范畴确立了函子观点。人人都知道，正是得益于格罗滕迪克设计的这套工具，德利涅才能证明安德烈·韦伊的最后一个猜想。

为了支持他关于20世纪70年代以来数学界伦理道德彻底沦丧的论断，格罗滕迪克的整套论证完全建立在唯一一位数学家的证词之上，而这位数学家曾数次到他位于乡村的家中探望他。

在民族学研究中，依靠来自研究对象群体、且会说其语言的知情人，是一种常见做法。问题在于，知情人未必总是可靠，事实上，他可能什么都说。这里的情况更糟，因为这位知情人声称自己正是即将讲述的故事——也就是黎曼–希尔伯特（R–H）对应——所影响的第一人。

知情人设法让格罗滕迪克相信，从某种意义上说，他是自己的精神之子——“我工作的延续者。”[21] 此外，知情人说服格罗滕迪克相信，他已成功证明了R–H对应——这一过程中，他没有得到丝毫建议，周围的人对他漠不关心，甚至公然敌视他。[22] 而且，他首次在这个领域运用导出范畴的语言做到了这一点。谈及这位知情人时，格罗滕迪克还写道：“自1972年以来，他的开创性工作一直是在完全孤独中完成的。”[23]

这一切都完全不属实。

这位知情人于1974年在我的指导下完成了研究生论文，课题也是由我为他提出的。1975年，柏原正树曾作过一次私人谈话；当时这位知情人正开始准备自己的第一篇文章，并从那次谈话中获益良多，可他的文章却只字未提这次具有决定意义的谈话。他还受益于柏原正树1970年的论文副本[24]——论文以日文写成，但译者并不难找——以及克里斯蒂安·乌泽尔在他撰写国家博士论文期间多次给予的建议。至于导出范畴，它们在佐藤干夫、河合隆裕和柏原正树于1973年发表的奠基性文章第一页便已出现。[25]

R–H对应是柏原正树于1975年提出的一种“范畴等价”，并由他本人于1980年证明。[26]

顺带一提，值得注意的是，有趣的范畴等价在不同的、先验看来毫无关联的数学领域之间搭起了桥梁：这里连接的是数学分析中的偏微分方程与代数拓扑中的可构造层。另一个较近出现且极为重要的等价关系，是马克西姆·孔采维奇提出的“镜像对称”，它将复几何与辛几何联系起来。

因此，格罗滕迪克关于其门生在 R–H 对应这一事件中所扮演角色的全部陈述——散见于原文的 1900 页篇幅中，并被反复提及——都建立在虚假的证词之上。然而，我们的作者天真得令人惊讶，对谈话对象告诉他的一切都照单全收，而且引用了他 200 多次。格罗滕迪克对柏原正树发起了一场讨伐，甚至称他为“来自 [太平洋彼岸的头目”（法文原文为] “来自太平洋彼岸的头目”），[27] 尽管他从未与柏原正树有过交流，对其作品也只了解得支离破碎。由此推而广之，整个佐藤学派都被贴上了“来自太平洋彼岸的头目”的标签。[28] 不求面面俱到——若要做到这一点，实际上就只能照抄整本书——不妨看看第 458 条注释中的这段引文，其中不乏无意间流露出的讽刺意味：“据说佐藤学派开创了一种通过故弄玄虚来谋求支配地位的方法。”[29]

1981年，格罗滕迪克对一件事积怨达到了顶点，他称之为“反常研讨会”（Perverse Colloquium）。这是一场具有重要历史意义的会议，他的门生却未获邀请。正是在这次会议上，亚历山大·别林森、约瑟夫·伯恩斯坦和

德利涅——奥费尔·加贝尔因不明原因拒绝与之挂名，故不计在内——提出了概形层。[30] 这些层的构想——严格来说它们并非层，而是层的复形，因此或许才有了这个形容词——自然源自R–H对应。它们的定义已隐含在柏原正树1975年的文本中。格罗滕迪克对自己的门生在这次学术讨论会上遭到彻底忽视感到愤怒；他认为，门生本该是会议的主角。如果会上没有提及R–H的作者，很可能是因为数学界了解围绕这一问题的种种争议，没人想卷入其中。不过，若读一读格罗滕迪克在<R&S>的补充内容中写的话，就会发现这次学术讨论会上真正缺席的著名人物并非他的知情人，而是<Kashiwara>！换言之，原文中那些洋洋洒洒的愤慨之词，要么完全错置了对象，要么没有为正确的人辩护。我毫不怀疑，在20世纪80年代，法国学派以及尤其是布尔巴基不公正地忽视了佐藤干夫和他的学生柏原正树，甚至可能误解了他们，但那是另一个故事。[31]

在伽利玛出版社出版的版本中，格罗滕迪克谨慎地收回了自己关于 R–H 作者身份的断言，并愿意承认柏原正树可能在其中发挥了作用，[32] 甚至可能扮演了与他的知情人同等的角色。最后，在第三部分结尾，他向柏原正树致以“最诚挚的歉意”。[33] 然而，1500页之后，这些承认丝毫没有妨碍格罗滕迪克再次侮辱柏原正树。

我在1986年得知格罗滕迪克文本中关于那些头目——或者说他所称的教父——的这部分内容，他们来自太平洋的另一边。我于1月16日就此事给他写了信。随后展开了一场重要的通信，持续了数月，直到3月底左右。在克里斯蒂安·乌泽尔证词的支持下，我相信自己成功说服了格罗滕迪克，使他相信自己对 R–H 的说法完全错误。

在一系列补充中，格罗滕迪克为 R&S 的初稿增加了约二十页（其中一些摘录见下文），[34] 并彻底推翻了自己先前写下的内容。他最终承认，确实是柏原正树于1975年首次提出了 R–H对应，而首次勾勒证明思路的也确实是柏原正树，时间是1980年。格罗滕迪克承认自己判断失误，值得肯定；但由于这一错误已遍布1,900页，要纠正它并非易事。格罗滕迪克选择通过补充内容和脚注来处理这一问题，但遗憾的是，除了简单地道歉之外，[35] 这些修订都没有出现在出版的书中。

例如，请看以下补充内容。

格罗滕迪克，写于1986年5月9日：

去年10月，《收获与播种》的临时发行版问世后，Pierre Schapira 联系了我，随后克里斯蒂安·乌泽尔也联系了我，指出《收获与播种》所呈现的事件经过中存在一些明显的不准确之处。在与他们两人的通信中，情况得到了大幅澄清；这些通信从今年1月持续到了3月。如今我看来，“[Zoghman] Mebkhout 版本”（其内部逻辑并非毫无一致性）把真实、带有倾向性的内容和彻头彻尾的谎言混杂在了一起。

格罗滕迪克，日期同为1986年5月15日：

事后看来，我确信在此事上，柏原正树丝毫不应受到指责。他在陈述中给出了一个定理，并首次勾勒了证明，而这个定理确实早在1975年就由他率先猜想出来了……此外，他还很周到，早在第2页就特别说明：“请注意，梅布库特也以另一种方式证明了该定理。”这甚至可谓“慷他人之慨”，因为就在前一个月，梅布库特在他发表于《法国科学院院报》[《法国科学院院报》] 的1980年3月3日短文中，还用假设的口吻写道“我们希望证明……”，而且对此只字未提……

这一切都引发了一些疑问：究竟是怎样的编辑过程促成了伽利玛出版社于2022年1月出版*R&S*？在前言中，格罗滕迪克感谢克里斯蒂安·布尔戈瓦和斯特凡·德利热奥尔热将他的文本收入*Épistémè*文库；这篇前言署于1月1986,[36] 。从这个日期到伽利玛出版社出版之间，发生了什么？而最重要的是，为什么格罗滕迪克在1986年5月29日之前补入的内容没有出现在最终出版版本中，而那篇确实收录其中的简短致歉声明却清楚地证明，伽利玛出版社的版本还包含了1986年1月之后补入的其他内容？[37]

在这篇书评中，我着重讨论了本书的数学部分，以及探讨 R–H 对应历史的篇章。后者绝非书中一个轶事性的组成部分。事实上，格罗滕迪克不断提及这段历史——它贯穿全书，犹如一条主线。遗憾的是，正如他坦率承认的那样，格罗滕迪克被一位缺乏客观性的知情人误导了，这么说已经是最委婉的了。他以令人释然、在某种意义上也令人钦佩的天真坦承，自己从未想过，别人灌输给他的信息可能有所偏颇或不完整，更不用说全然虚假了。1955年至1970年间，格罗滕迪克生活在一个纯粹理念的世界里。他全身心投入数学，其程度令人难以想象。当他从精神圈回到

现实世界——也就是社会世界——时，我们只能想象日常生活带给他的强烈冲击，以及他因感到科学界丧失了道德准则而遭受的沉重打击。但这个世界为何应当与社会的其他领域有所不同？科学的严谨从未体现在科学从业者身上——这样的例子不胜枚举。

科学是一种巨大的吞噬力量，会吞噬人，也会吞噬人的个性。[38]

1. 作者谨此感谢 Leila Schneps 提供批判性且富有建设性的意见。2. 亚历山大·格罗滕迪克，《收获与播种》：I、II。对一位数学家往事的反思与见证（巴黎：伽利玛出版社，2022），439。3. 关于层论的历史文章，参见克里斯蒂安·乌泽尔《层论的开端》，载于柏原正树和 Pierre Schapira，《流形上的层》，《数学讲义》，第292卷（柏林：施普林格出版社，1990），数字对象标识符：10.1007/978-3-662-02661-8。4. Roger Godement，《层论》（巴黎：Hermann，1958）。5. Jean-Pierre Serre，“代数相干层”，《数学年刊》第二辑61卷第2期（1955年）：197–278，数字对象标识符：10.2307/1969915。6. 亚历山大·格罗滕迪克，“关于同调代数的若干问题”，《东北数学杂志》9卷第3期（1957年）：119–21，数字对象标识符：10.2748/tmj/1178244774。Rick Jardine 的“Tōhoku”一文对此进行了详细分析，载于《推理》1卷第3期（2015年），数字对象标识符：10.37282/991819.15.13。7. 迈克·阿廷、亚历山大·格罗滕迪克和 Jean-Louis Verdier，《拓扑斯理论与概形的étale上同调》，《数学讲义》，第269、270、305卷（柏林：施普林格出版社，1972–73）。8. Ralf Krömer，“‘格罗滕迪克机器’是否仅仅建立在元数学术语之上？布尔巴基与五十年代的范畴”，《数学史评论》12（2006）：119–62。9. 塞缪尔·艾伦伯格和桑德斯·麦克莱恩，“群论中的自然同构”，《美国国家科学院院刊》28（1942）：537–43，数字对象标识符：10.1073/pnas.28.12.537；塞缪尔·艾伦伯格和桑德斯·麦克莱恩，“自然等价的一般理论”，《美国数学会会刊》58（1945）：231–94，数字对象标识符：10.1090/S0002-9947-1945-0013131-6。10. Henri Cartan 和塞缪尔·艾伦伯格，《同调代数》（新泽西州普林斯顿：普林斯顿大学出版社，1956）。11. 格罗滕迪克，《收获与播种》，158。12. 格罗滕迪克，《收获与播种》，42、377。13. 亚历山大·格罗滕迪克，《追寻场》（1987）。14. 皮埃尔·卡蒂埃，《一个只闻其名的国度》，《*Inference*》1，第1期（2014年），数字对象标识符：10.37282/991819.14.7。更多详情见“萨沙·沙皮罗”，维基百科。15. 艾琳·杰克逊，《仿佛自虚无中召唤而来——亚历山大·格罗滕迪克的一生》，《美国数学会通报》 51，第4期和第10期（2004年）：1,038–54和1,196–212；Winfried Scharlau，《谁是亚历山大·格罗滕迪克？》，《美国数学会通报》 55，第8期（2008年）：930–41；Leila Schneps，《格罗滕迪克圈》（grothendieckcircle.org）。16.“20世纪20年代德国的极左翼激进分子”这一说法，与将其置换到一个世纪之后的语境中，含义确实并不相同。17. 格罗滕迪克，《《追寻场》》。18. Jackson，《仿佛自虚无中召唤而来》，1,050。19. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，935。20. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，94。21. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，1,664。22. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，413。23. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，1,663。24. 柏原正树，《偏微分方程组的代数研究》，硕士论文（东京大学，1970年），法国数学会回忆录 63（1995年）。25. 佐藤干夫、河合隆裕和柏原正树，《微函数与伪微分方程、超函数与伪微分方程》，载于《片田会议论文集，*1971*：献给安德烈·马蒂诺的纪念文集，《数学讲义》，第287卷（柏林：施普林格出版社，1973年），265–529。26. 以下简要谈谈R–H对应。现代表述采用*D*-模理论；这一理论由佐藤在20世纪60年代提出构想，并由柏原正树在其论文中全面实现。（约瑟夫·伯恩斯坦也独立发展了相关理论。）通俗地说，一个相干*D*-模意味着一个具有全纯系数的偏微分方程组。全纯模是常微分方程的>1维版本，其中正则全纯模则推广了经典的富克斯方程概念。1975年，柏原正树证明，函子Sol将全纯模的全纯解复形与该全纯模相对应，并将其映到可构造层中；这类层沿某种分层局部表现为常值层直和。同年，他猜想，在全纯模中存在一个三角子范畴，即正则全纯模，而函子Sol在其上诱导出一个“范畴等价”。柏原正树于1980年证明了这一猜想，并在巴黎综合理工学院的研讨班上详细阐述了证明的主要步骤，相关内容随后发表。他的证明采用了广中平祐的奇点消解定理，以及德利涅的先驱性工作；德利涅处理了“亚纯联络”这一特殊情形。27. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，1,656。28. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，1,651。29

. Grothendieck, *Récol*$^{tes\ et}$ *Semaill*$_{es,,}$ 1 650 。

30. 亚历山大·别林森、约瑟夫·伯恩斯坦和皮埃尔·德利涅，《pervers 层、奇异空间上的分析与拓扑（一）》（吕米尼，1981年），《*Astérisque*》，第100期（巴黎：法国数学学会，巴黎，1982年）：5–171。31. Pierre Schapira，《佐藤干夫：数学的先知》，《美国数学会通报》 54，第2期（2007年）；Pierre Schapira，《与柏原正树共度的五十年数学岁月》，《国际数学家大会论文集》，里约热内卢，2018年，第1卷，《大会报告》（新加坡：世界科学出版社，2018年）。32. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，163。33. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，164。34. 这些补充内容刚刚发布在Leila Schneps的网站“格罗滕迪克圈”（grothendieckcircle.org）上。35. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，163。36. 格罗滕迪克，《《收获与播种》》，9–15。37. 在最近更新的“格罗滕迪克圈”（grothendieckcircle.org）网站上写道，伽利玛出版社即将出版《R&S》的新版，并增补这些格罗滕迪克的补充内容。38. 自列昂·托洛茨基的一句名言改编。

数字对象标识符：
10.37282/991819.22.61

索邦大学，法国国家科学研究中心，雅克·阿达马数学研究所—巴黎右岸大学 pierre.schapira@imj-prg.fr
http://webusers.imj-prg.fr/~pierre.schapira