发表于 Hammerman 和 Russell 编，《艾达的遗产》（ACM Books，2015年）D OI

查尔斯·巴贝奇、艾达·洛夫莱斯与伯努利数

Thomas J. Misa

明尼苏达大学

摘要：本章汇集相关资料，旨在对学界对艾达·洛夫莱斯过于负面的看法提出若干修正。我认为，洛夫莱斯—巴贝奇之争并非零和博弈，给予洛夫莱斯的任何肯定都不会因此削弱巴贝奇的贡献。大量证据表明，巴贝奇和洛夫莱斯都为1843年《草图》及其配套注释作出了重要贡献。此外，在查阅洛夫莱斯与19世纪数学领域两位造诣深厚的人物——查尔斯·巴贝奇和奥古斯都·德摩根——之间的详细通信后，先前关于她缺乏数学背景的说法似乎值得怀疑。巴贝奇和洛夫莱斯在“G”注释中对伯努利数的处理，凸显了两人合作所展现的数学造诣。最后，鉴于将洛夫莱斯称为世界上“第一位计算机程序员”存在重大的定义问题，我得出结论：洛夫莱斯创建了一套逐步执行的基础指令序列，也就是一种算法，用于计算伯努利数序列；该算法原本是为巴贝奇的分析机设计的。

在计算机史的漫长历程中，很少有谁能像查尔斯·巴贝奇和艾达·洛夫莱斯那样激起如此强烈的热情，有时甚至招致如此深的敌意。历史将巴贝奇视为一位才华横溢却脾气乖张的先驱，涉足六七个科学领域；一位传记作者对他的持久印象是“易怒的天才”。数学史通常赞扬他为将欧陆微积分的现代记法引入剑桥大学所作的努力；一个多世纪以来，艾萨克·牛顿的影响始终笼罩着这所大学。巴贝奇于1816年当选英国皇家学会会士，距他离开剑桥仅两年。1820年，他创立天文学会，旨在统一观测数据并改进位置计算。此后二十年间，巴贝奇全身心投入众多项目并发表了大量著作。保险史会提及他早期关于精算计算的著作（1826年）；科学史会探讨他针锋相对的作品《论科学的衰落》（1830年）；工业史会重点介绍《论机器与制造业的经济学》（1832年）；宗教与科学史则会提到他的《第九篇布里奇沃特论著》（1837年）。在这股出版热潮期间，他担任剑桥大学卢卡斯数学教授（1828—1839年），接替牛顿的旧职；继承了父亲的一大笔遗产；结婚、生儿育女，又痛失妻子；并着手设计两台机械计算机器：一台简朴而精巧的差分机，以及一台复杂而神秘的分析机。在这些年里，他在伦敦主持时髦的沙龙聚会，

两度竞选英国议会议员，四处旅行，并积极通信。他结交了一些有权势的朋友，也树立了几个有权势的敌人。

19世纪40年代初，巴贝奇与艾达·洛夫莱斯密切合作；本文将他们的工作视为一对智识上亲密的“创意搭档”所共同完成的成果，并对此进行考察。尤其是在大众的[1]认知中，艾达·洛夫莱斯近来备受瞩目。她被尊为科学计算的奠基人，并被誉为世界上第一位计算机程序员。《学校图书馆期刊》2013年的一篇书评指出：“读者会认为，在[青少年图书]《计算机技术创新者》中，纳入史蒂夫·乔布斯、查尔斯·巴贝奇、比尔·盖茨和艾达·洛夫莱斯是恰当的。”[2]在沃尔特·艾萨克森近期畅销的《创新者》中，艾达·洛夫莱斯贯穿全书，起到首尾呼应的作用：第一章《艾达，洛夫莱斯伯爵夫人》中，她（而非巴贝奇）是一位引人入胜的开创性人物；而在结尾一章《艾达永恒》中，他将计算机创新的希望寄托于她的“精神后裔”。正如本书各章充分展现的那样，艾达的遗产既广泛又深远。19世纪没有其他女性像她一样：有一种编程语言以她命名（第3至5章），她在当代科幻文学类型中占据重要地位（第8至10章），并成为当代计算领域改革的灵感来源（第11至13章）。

关于这两位人物的学术研究颇令人费解。像巴贝奇这样的科学家，本该早就有人为他撰写一部完整的传记；然而，尽管已有许多论文和几本著作问世，我们至今仍缺少一部全面描绘其生平与时代的传记。戴维·艾伦·格里尔[3]最近曾尝试撰写这类传记，却遭遇了浩如烟海的档案资料，其中一些为私人收藏，难以查阅。仅巴贝奇发表的论文就多达十一卷。除了艾萨克森的著作外，也有几部关于艾达·洛夫莱斯的通俗读物问世，但[4]

Helena M. Pycior、Nancy G. Slack 和 Pnina G. Abir-Am 编，《科学领域的创造性伴侣》[1]（新不伦瑞克，新泽西州：罗格斯大学出版社，1996年）。“他们彼此通信中丝毫没有浪漫的迹象”，据 Sydney Padua 的《洛夫莱斯与巴贝奇的惊险历险》（纽约：万神殿出版社，2015年），引文38，注16所述。巴贝奇是鳏夫，年纪与艾达的母亲相仿。Vicki Reutter，《计算机技术创新者》，《学校图书馆期刊》（2013年10月）：65。[2]Anthony Hyman 的《查尔斯·巴贝奇：计算机先驱》（普林斯顿：普林斯顿大学[3]出版社，1982年）用250页讲述巴贝奇的一生。早期研究之一是 Maboth Moseley 的《暴躁的天才：发明家查尔斯·巴贝奇传》（伦敦：哈钦森出版社，1964年）；多萝西·斯坦在《艾达：一生与遗产》（剑桥：麻省理工学院出版社，1985年）第 x 页中批评该书“几乎是存心写得不准确、歪曲事实、凭空捏造”。一部专业且有价值的研究著作是 J. M. Dubbey 的《查尔斯·巴贝奇的数学工作》（剑桥：剑桥大学出版社，1978年）。[另见 *Christopher Hollings*、*Ursula Martin* 和 *Adrian Rice* 的 《艾达·洛夫莱斯：计算机科学家的成长》（博德利图书馆，*2018*年） 戴维·艾伦·格里尔，《查尔斯·巴贝奇矛盾重重的青年时代》，《IEEE 科学史年刊》[4]计算32卷第4期（2010年）：18–31；Martin Campbell Kelly 编，《查尔斯·巴贝奇著作集》（伦敦：皮克林出版社／纽约：纽约大学出版社，1989年；共11卷）。

现有的学术界共识却相当悲观，往往带有强烈的[5]批评色彩。艾伦·布罗姆利对巴贝奇资料的研究启发了多伦·斯韦德，并促成科学博物馆启动重建二号差分机的项目；他是从以巴贝奇为中心的视角看待这段历史的。他在1982年写道（着重号为后加）：“洛夫莱斯的[译文附有大量注释，是在巴贝奇指导下撰写的，出色地说明了他对计算过程机械化以及机器的数学能力的理解。”此后几年，布罗姆利对洛夫莱斯的否定态度愈发坚定。多萝西[6] Stein在《艾达：一生与遗产》（1985年）中郑重提醒人们，洛夫莱斯是“一个其成就最终被证明不值得获得相应认可的人物”。Stein和布罗姆利的[7]悲观论断在学术综述《计算机：信息机器史》（1996年）中依然存在；该书现已出至第三版（2014年），其中针对洛夫莱斯的关键批评段落仍写道：“洛夫莱斯对《草图》的智力贡献程度被大大夸大了……后来的研究表明，《草图》中大部分技术内容以及全部程序都是巴贝奇的成果。”最尖锐的负面评价出自布鲁斯·科利尔1970年的[8]哈佛大学论文；艾达·洛夫莱斯日当天，《经济学人》杂志最近对该论文作了报道：

> 艾达疯得像个帽匠，而且除了惹麻烦之外，对《注释》的贡献寥寥无几……至于艾达究竟是因滥用药物而发疯……还是尽管如此，我会持开放态度。

James Essinger，《女性天才：艾达·洛夫莱斯如何开启计算机时代》（伦敦：Gibson [5]Square，2013年），该书在美国以《艾达的算法》为名出版（布鲁克林：Melville House，2014年）。Essinger 早先还写过《雅卡尔织机之网：手摇织机如何催生信息时代》（牛津：牛津大学出版社，2004年）。参见 Martin Davis 和 Virginia Davis，《错误的祖先：雅卡尔织机与计算机》，《纺织》第3卷第1期（2005年）：76-87。早期持正面观点的著作包括 Betty Alexandra Toole 编，《艾达，数字女巫：拜伦勋爵女儿书信选》（加利福尼亚州米尔谷：Strawberry Press，1992年），以及 Doris Langley Moore，《艾达，洛夫莱斯伯爵夫人：拜伦的合法女儿》（纽约：Harper & Row，1977年）。Doron D. Swade，《为查尔斯·巴贝奇的机械计算机正名》，《科学美国人》[6]（1993年2月）：86-91；Allan Bromley，《查尔斯·巴贝奇的分析机，1838年》，《计算史年刊》第4卷第3期（1982年）：196-217，引文见第197页；Allan Bromley，《差分机与分析机》，载于 William Aspray 编，《计算机出现之前的计算》（艾姆斯：爱荷华州立大学出版社，1990年），第59-98页，引文见第89页。Dorothy Stein，《艾达：一生与遗产》（剑桥：麻省理工学院出版社，1985年），引文见第xii页。Walter [7]Isaacson 的《创新者：一群黑客、天才和极客如何创造数字革命》（纽约：西蒙与舒斯特，2014年）第493页注1称赞 Stein 的书“学术性最强，也最为平衡”。后来的负面观点见 Jay Belanger 和 Dorothy Stein，《朦胧的愿景：数学机械化进程中的绊脚石》，《数学史》第32卷（2005年）：76-93。Stein 强烈批评了 Dorothy L. Moore 的《艾达，洛夫莱斯伯爵夫人：拜伦的合法女儿》（伦敦：Murray，1977年）。Martin Campbell-Kelly、William Aspray、Nathan Ensmenger 和 Jeffrey R. Yost，《计算机：一部[8]信息机器史》（科罗拉多州博尔德：Westview Press，2014年），引文见第44页。请注意，Bromley 对其主张有所限定：除一个程序（伯努利数）外，其他程序都出自巴贝奇之手。可对照 Campbell Kelly 和 Aspray 的《计算机》第一版（第57页）。

> 我希望没人觉得有必要再写一本关于这个主题的书。不过话说回来，我想某人总得是计算机史上最被高估的人物。[9]

在这篇文章中，我汇集了相关资料，包括有关《门纳布雷亚论文注释》的通信（本书中刊载： LINK），并对过于负面的学术观点提出了几项温和的修正。首先，与现有文献中的许多观点相反，[10]洛夫莱斯—巴贝奇之争并非零和博弈，不是说给予洛夫莱斯的某些功劳会以某种方式削减巴贝奇的功劳，反之亦然。充分的证据表明，巴贝奇和洛夫莱斯都对《草图》和《注释》作出了重要贡献；关注他们之间的智力合作，也能带来启示。其次，查阅洛夫莱斯与巴贝奇及奥古斯都·德摩根的详细通信后，关于她缺乏数学背景的说法似乎值得怀疑；这两位都是19世纪数学领域成就卓著的人物。“G”注释中对伯努利数的处理，凸显了巴贝奇与洛夫莱斯在智力上的亲密合作及其数学造诣。最后，尽管将洛夫莱斯称为世界上“第一位计算机程序员”在定义上可能存在重大问题，但有相当明确的证据表明，洛夫莱斯创制了一套逐步执行的基本指令序列——也就是一种算法——用于计算伯努利数序列，并且该算法原本是为巴贝奇的分析机设计的。其底层数学很可能出自巴贝奇之手，因为他是一位杰出的数学家和科学家。洛夫莱斯将一个关于伯努利数的方程，转化为一系列精确的基本加法、乘法和代换操作。

该算法规定了一系列计算，因此需要一台现实中的计算机，能够运行具有循环结构和条件测试的程序。当代计算机专家指出，在《草图》的“G”注释中，有一张大型表格（代表伯努利数算法）里有一个减号放错了位置；更正后，结果表明《艾达的算法》正确计算出了伯努利数序列。在《Babbage 机器与编程起源》中，作者重现了洛夫莱斯的伯努利数表格，并将该算法转换为一个 65 行的 FORTRAN 程序，用来计算

“艾达·洛夫莱斯日：想法正确，人物错误？”《经济学人》（2010年3月24日），[9] www.economist.com/node/21005551/print（2015年访问）。我特意使用“源自”一词，因为在我查阅的科利尔论文印刷本（CBI QA75.C634x 1970a）中，没有找到这段引文；另见 robroy.dyndns.info/collier（2015年1月）。多伦·斯韦德在《齿轮脑：查尔斯·巴贝奇与建造第一台计算机的探索》（伦敦：Little, Brown，2000年）第168页引用了科利尔的文字。Toole、Stein、Moore 和 Swade 著作中的通信，以及 Velma R. Huskey 和 Harry D. Huskey 以文献为中心的[10]叙述，见〈洛夫莱斯夫人与查尔斯·巴贝奇〉，《计算史年刊》2卷第4期（1980年）：299–329；另见 John Fuegi 和 Jo Francis，〈洛夫莱斯与巴贝奇及1843年《注释》的创作〉，《IEEE计算史年刊》25卷第4期（2003年）：16–26。

这些数。该程序有八条“if . . . [then] go-to”语句，其简单结构直接取自洛夫莱斯的表格算法，逐次进行数学运算，逐步构建代数语句：例如，计算表达式 (2n - 1) / (2n + 1) 需要 4 个程序步骤。[11]在 1843 年“G”注释的原始出版物中，显然有两个嵌套循环，嵌入一个更大的循环结构中（见下文）。有直接的文献证据表明，艾达·洛夫莱斯亲手用铅笔绘制了这张表格。在其出版于泰勒《科学回忆录》的前几周和几天里，她与巴贝奇频繁通信。该系列由 Richard Taylor 于 1837年至1852年间在伦敦出版，并与英国科学促进协会（BAAS）合作，刊载欧洲重要科学论文的英文译本。“在这里可以找到……Bessel、Bunsen、Gauss、Ohm 等欧洲领军人物”的作品。分析机是巴贝奇的创造，而《草图》和[12]注释则最适合理解为巴贝奇与洛夫莱斯密切智力合作的成果。

巴贝奇与洛夫莱斯

计算史学者对 Allan G. Bromley（1947—2002）的研究给予赞誉，确实有其道理。Bromley 是悉尼大学的一位计算机科学家，他认真研究了 Babbage 的信件和笔记本，这些研究促成了科学博物馆对 Babbage 二号差分机的重建。2000年，《IEEE计算史年刊》主编 Tim Bergin 在为该刊出版的、专门纪念 Bromley 学术成就的特刊撰写导言时，称赞他作出了“基础性贡献”；《计算史年刊》前主编 Michael Williams 称其工作“开创性”；而计算机先驱 Maurice Wilkes 更是指出：“我们如今对 Babbage 工作的认识，几乎全都要归功于 Bromley

---

Campbell Kelly，《查尔斯·巴贝奇著作》，第3卷：第159页注释a。Garry J. Tee 在评论一部[11] A. K. Petrenko 和 O. L. Petrenko 于1979年出版的俄文出版物时写道：“洛夫莱斯的论文中所举的最先进例子，是一个用于计算伯努利数序列的复杂程序。该程序由巴贝奇编写，并由她修正。作者将该程序转录为 FORTRAN，由此发现了几处印刷错误，但只有一处重大错误，即一个变量的符号有误。对于现代读者而言，他们转录的版本比1843年的原始程序更容易理解，而且确实能正确计算伯努利数序列。”参见<www.ams.org/mathscinet-getitem?mr=83b：01045>（2015年访问），该页面评论了 Petrenko 和 Petrenko 的著作《Babbage 机器与编程起源》，[俄文版，载于]《数学史研究》第24卷（1979年）：340–360、389页。我查阅了俄文原版中的 FORTRAN 程序。 W. H. Brock 和 A. J. Meadows，《学习之灯：*Taylor & Francis* 与两个世纪的[12]出版业》（伦敦：Taylor & Francis，1998年；第2版），尤其是第4章“《Taylor 与商业科学期刊》”，引文见第105页。

对计算机器在精细机械层面的了解。”Wilkes 还提到，Bromley 坚定地强调：“Babbage 在分析机方面的工作完全是原创的。”[13]

相比之下，布罗姆利对洛夫莱斯的看法则颇为严厉。他写道：“她的注释中引用的程序，除一个之外，都是巴贝奇在早三至七年间编写的。那个例外[伯努利数]，是巴贝奇为她编写的，尽管她确实发现了其中一个‘错误’。”他还写道：“不仅没有证据表明艾达·洛夫莱斯曾为分析机编写过程序，她与巴贝奇的通信也表明她并不具备这样做所需的知识。”布罗姆利的观点经过略微调整后，出现在备受推崇的《计算机：信息机器史》（2014年）[14]近期版本中；该版本不恰当地断言：“《草图》中的所有程序都是巴贝奇的作品。”

重新审视有关洛夫莱斯数学知识，以及她为梅纳布雷亚《概论》的译文撰写注释的证据，或许能修正这些过于负面的断言。在后来与 Wilkes 的通信中，布罗姆利谈及自己与巴贝奇研究者多伦·斯韦德的比较时，承认道：“我有时表达观点会比较偏激。”[15]

必须承认，艾达·洛夫莱斯在通信中表现出的热情、想象力、自我专注，有时还颇为夸张的风格，给了后世批评者不少可供抨击之处。她对自身数学能力的自我评价有时令人反感。她有时针对查尔斯·巴贝奇的尖锐言辞，也可能让那些认为杰出科学家应受到尊严和尊重对待的人感到不快。当时，随着 BAAS（成立于1831年）及其他学术团体的创立，科学正[16]从牛津和剑桥严格由男性把持的圈子中逐步发展开来，但在新成立的科学机构中，艾达·洛夫莱斯和玛丽·萨默维尔充其量只是“二等成员”。我们不必为她天马行空的想象力[17]找借口，但也应牢记，洛夫莱斯是贵族男爵（诗人拜伦勋爵）的女儿，并嫁给了一位显赫的伯爵。她母亲利用家族人脉谋划的事情，甚至牵涉到王室

Tim Bergin，《关于本期》（引文见第2页）；迈克尔·R·威廉姆斯，《艾伦·布罗姆利》（引文见第3页）；[13]莫里斯·V·威尔克斯，《〈巴贝奇的分析计划28和28a——程序员的接口〉导言》（引文见第4页），载于《*IEEE*计算史年刊》第22卷第4期（2000年）。艾伦·布罗姆利，《差分机与分析机》，载于威廉·阿斯普雷编《计算机问世之前》[14]《计算机》（艾姆斯：爱荷华州立大学出版社，1990年），第59—98页，引文见第89页。另见《赞赏查尔斯·巴贝奇：艾伦·布罗姆利与莫里斯·威尔克斯之间的电子邮件》，载于*IEEE* [15]《计算史年刊》第26卷第4期（2004年）：第62—70页，引文见第62页（措辞激烈）。在撰写译文注释期间，两人每天互通信件和手稿草稿[16]，艾达写信给巴贝奇，语气略显生硬：“现在请严格按照我的要求办；否则你会让我非常恼火。”引自赫斯基和赫斯基，《洛夫莱斯夫人与查尔斯·巴贝奇》，第313页。艾达与巴贝奇、萨默维尔、德·摩根及其他杰出人物的通信中，既流露出反抗，也不乏恭顺。露丝·瓦茨，《英格兰的一位一体派、性别与权力，*1760—1860*年》（纽约：朗文，[17]1998年），引文见第153页。

家族本身。尽管巴贝奇的银行家父亲于1827年去世后，他继承了十万英镑的巨额财富，因而相当富有，但他终究只是平民。艾达多年来一直试图为巴贝奇争取骑士爵位。[18]

关于查尔斯·巴贝奇与艾达·洛夫莱斯之间存在智力合作关系的首批证据，来自见证他们初次会面的人。1833年，在正式获准觐见王室一年后，她经由数学家、科学普及者以及皮埃尔-西蒙·拉普拉斯《天体力学》著名英文译者玛丽·萨默维尔的引荐，第一次见到了巴贝奇；两位女性多年来一直保持着科学通信。与巴贝奇相识两[19]年后，艾达嫁给了威廉·金；威廉当时已是男爵，不到三年后便获封第一代洛夫莱斯伯爵。因此，为行文方便，我们称她为艾达·洛夫莱斯，而不采用更精确却冗长的奥古斯塔·艾达·金、尊贵的洛夫莱斯伯爵夫人这一称谓。

有目击证词表明，艾达看到巴贝奇的差分机原型时，理解了它的原理和意义。巴贝奇于1822年开始着手制造这台机器，到1833年时，其研发已颇有进展；命运弄人，次年巴贝奇搁置了差分机，转而专注于构想更为复杂的分析机。直到他生命将尽，这台分析机始终是他“执着的迷梦”。1833年6月，艾达的母亲[20]拜伦夫人描述了自己和女儿、另一位朋友前去参观巴贝奇的机器的情景。她们仔细查看，惊叹不已，而拜伦夫人也坦言，自己对“它的工作原理只有些模糊的了解”。当时，差分机已经能够计算多项式表达式、求解二次方程的根，并计数至10,000。艾达看到了它的意义。数学家奥古斯都·德摩根的妻子索菲娅·德摩根写道：“我清楚地记得陪她去看巴贝奇先生那台了不起的分析机。其他访客凝视着这台精美仪器的运转，脸上露出某种神情……据说，一些野蛮人初次见到镜子或听见枪声时，也会露出这种神情……拜伦小姐年纪虽轻，却理解它的运作方式，也看到了这项发明的非凡之美。她曾学习过一些微分学，婚后又继续钻研，并翻译了一篇小

多伦·斯韦德，“巴贝奇，查尔斯（1791—1871）”，《牛津国家人物传记辞典》[18]（牛津大学出版社，2004年）；网络版，2009年5月，网址：www.oxforddnb.com/view/article/962。巴贝奇于1871年去世，留下的财富“不到”40,000英镑。伊丽莎白·钱伯斯·帕特森，《玛丽·萨默维尔与科学的培育，1815—1840》[19]-（波士顿：Nijhoff，1983年）；以及凯瑟琳·A·尼利，《玛丽·萨默维尔：科学、启蒙与女性心智》（剑桥：剑桥大学出版社，2001年）。另见“赞赏查尔斯·巴贝奇：艾伦·布罗姆利与莫里斯·威尔克斯之间的电子邮件”，*IEEE* [20]《计算史年刊》第26卷第4期（2004年）：62—70页，引文见第63页（痴迷）。

部意大利数学家梅纳布雷亚的著作，其中解释了这台机器构造的数学原理。”[21]

巴贝奇邀请艾达带上一位朋友或陪同人，参加他举办的一系列“星期六晚会”。当时，他在伦敦的家成了时髦的沙龙，政界、文化界和科学界的名流云集。查尔斯·狄更斯和查尔斯·达尔文等数百人都乐于与这群博学多识的人交往。一位社交界人士回忆道：“那些想要受邀的人，必须具备三项条件之一——才智、美貌或地位；若一样都不占，即便富可敌国，也会被告知：此处不得入内。” “他的计算机是人们谈论不休的话题。”有些人对它生成素数列表的能力[22]印象深刻。由于它能解任意二次方程，巴贝奇便让它通过计算 $x^2 + x + 41$，求出前40个整数对应的一系列40个素数。收到邀请几个月后，她写信给玛丽·萨默维尔，请她转告巴贝奇的儿子：“他出乎意料地好意寄来计算机的图版和说明，我对此感激不尽……这些正是我所需要的，对我帮助极大。”当时艾达19岁。[23]

支持布罗姆利关于“她没有足够知识”来为分析机制定程序这一论断的一项重要证据，是艾达自19世纪30年代开始所接受的深厚数学研究；这早于她接触梅纳布雷亚手稿以及19世纪40年代初的翻译工作。玛丽·萨默维尔回忆道：“艾达非常依恋我，经常来我这里小住。正是应我的建议，她才学习数学。”“每当遇到任何困难，她总会写信向我寻求解释。最近我在自己的文件中发现了她的许多笔记，都是询问数学问题的。”[24]

在这几年里，除了与萨默维尔、巴贝奇以及她那位崇尚科学的丈夫进行思想交流之外，艾达还聘请了三位数学导师。她的丈夫于1841年成为英国皇家学会会士；其中两位导师都是杰出人物。她的第一位数学导师是年长的威廉·弗伦德，这位著名的社会改革家曾撰写

拜伦夫人引自 Moore，《艾达》，第44页；索菲娅·德摩根，《奥古斯都·德摩根回忆录》[21]（伦敦：朗文·格林出版社，1882年），引文见第89页（陪同她）。《约翰·肯扬及其友人》，《坦普尔酒吧：伦敦城乡读者杂志》[22]88（1890年）：引文见第490页（三项限定）；AAL致玛丽·萨默维尔，1834年3月19日，载于 Toole，《艾达》，第57页（巴贝奇的邀请）。AAL致玛丽·萨默维尔，1834年11月8日，引自 Huskey 和 Huskey，《洛夫莱斯夫人和[23]查尔斯·巴贝奇》，引文见第303页（关于机器的记述）。玛莎·萨默维尔编，《玛丽·萨默维尔从早年到晚年的个人回忆》[24]（波士顿：罗伯茨兄弟出版社，1874年），引文见第154页。[另见随后发表的两篇文章：*Hollings* 等，《洛夫莱斯—德摩根数学通信：一项批判性再评价》，《数学史》*2017*年，网址：*https://doi.org/10.1016/j.hm.2017.04.001*；以及《艾达·洛夫莱斯的早期数学教育》《英国数学史学会通报》（*2017*年），网址：*https://doi.org/10.1080/17498430.2017.1325297*

《代数原理》（1796年），并著有许多其他小册子；艾达的母亲也曾是他的学生。弗伦德很可能将艾达介绍给了玛丽·萨默维尔，使她得以结识[25]巴贝奇。艾达与巴贝奇在1833年相遇后，曾就数学问题通信，这比翻译项目早了好几年。也许对艾达数学影响最大的是她的朋友索菲娅的丈夫、威廉·弗伦德的女婿奥古斯都·德摩根。正如索菲娅后来所写，德摩根“在艾达·洛夫莱斯的数学学习上给予了她很大帮助，使她的学习比她母亲当年更进一步”。即便是多萝西·斯坦那篇批判性极强的研究，也[26]承认德摩根—洛夫莱斯书信“构成了一门微积分函授课程”。[27]

奥古斯都·德摩根与巴贝奇一样，都是剑桥大学毕业生，不信奉传统的英格兰教会，也是杰出的数学家。伦敦大学（现伦敦大学学院）于1826年创立后不久，年仅22岁的他便获任命为该校首任数学教授。这是一所世俗大学，与剑桥和牛津不同，也招收女性作为正式学生。德·摩根出版过关于三角学、算术、代数、概率论和逻辑学的著作。19世纪40年代初，艾达在与德·摩根定期通信讨论这一话题时，告诉他自己“快被微积分淹没了”。这几年间，德·摩根正为总部设在伦敦的实用知识传播协会（1826—1848年）撰写一本书，该书于1842年出版，是一部800页的微分与积分学教科书。她写给德·摩根的信中，充满了关于微分[28]学、极限、莱布尼茨记号、三维几何、函数记号以及推理与证明规范的具体问题。1841年11月21日，在讨论数学练习时，她向他请教了“伯努利数”。因此，艾达早在从事梅纳布雷亚译文并撰写描述伯努利数计算算法的注释G之前，就已接触过伯努利[29]数。而艾达的第一位导师、年长的威廉

朱迪思·S·刘易斯，《平行四边形公主及其女儿：十九世纪英国贵族中的数学与性别》，《国际妇女研究论坛》18卷第4期（1995年）：387-394。索菲娅·德摩根，《奥古斯都·德摩根回忆录》（伦敦：朗文·格林出版社，1882年），引文见第[26]89页（提供了很多帮助）；Stein，《艾达》，引文见第xii页（通信课程）；[27]Toole，《艾达》，引文见第169页（沉浸于微积分）。参见奥古斯都·德摩根，《微分与[28]积分学：包含微分、积分、展开式、级数、微分方程、差分、求和、差分方程、变分法、定积分》（伦敦：鲍德温与克拉多克出版社，1842年）。关于她与德·摩根合作开展数学研究的更多见证，参见 Huskey 和 Huskey，《洛夫莱斯夫人与查尔斯·巴贝奇》，引文见第309页：AAL致母亲：“我和德·摩根先生相处得非常愉快。我该做些什么才能报答他呢？”；AAL致巴贝奇：“我现在正在学习有限差分……我对此尤其感兴趣，因为我知道这与你的一些工作直接相关”；AAL致母亲：“数学和德·摩根先生的事情进展得非常顺利。你若看到我写的一大叠论文，一定会很高兴。”Toole，《艾达》，引文见第173页（伯努利数）。[29]

弗伦德怀疑负数的存在，而德·摩根则是一位一流的现代数学家。他在其著作《三角学与双代数》（1849年）中，对复数作出了几何解释，即具有实部和虚部的数。

1844年1月，德·摩根给艾达的母亲拜伦夫人写了一封内容详尽、篇幅很长的私人信件，对艾达非同寻常的数学天赋作出了敏锐的评价。德·摩根开篇写道："我从未向洛夫莱斯夫人表达过我对她在这些方面作为一名学生的看法。洛夫莱斯夫人从我与她通信之初，就始终展现出在这些方面的思考能力；对于任何初学者，无论男女，这种能力都极不寻常，因此她的朋友们理应认真考虑……是否应该鼓励或遏制她显而易见的决心……去超越现有的知识界限。"德·摩根认为，艾达可与意大利数学家玛丽亚·阿涅西相媲美；阿涅西是开创性微积分教材（1748年）的作者。德·摩根对艾达的评价远高于对玛丽·萨默维尔的评价。[30]

在与艾达通信的同一时期，德·摩根还帮助乔治·布尔开展数学研究。布尔后来撰写了具有里程碑意义的《思维规律研究》（1854年）；如今，他被广泛誉为布尔代数之父。在《有限差分学论》中，布尔提出了一个有用的历史见解，将19世纪中叶数学的特征与巴贝奇分析机的能力联系起来。[31]伯努利数最初由瑞士数学家雅各布·伯努利和日本数学家关孝和于1712—1713年发现，用于辅助诸如幂和之类的计算（$1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ ……）。借助伯努利数，伯努利算出了前1,000个整数各自的十次方之和。这是一个巨大的数：91,409,924,241,424,243,424,241,924,242,500；按他自己的说法，计算所用时间"不到一刻钟的一半"。[32]

随后，瑞士和苏格兰数学家欧拉与麦克劳林的研究，将积分学中的数学与多项式表达式的求和联系起来（多项式本质上是若干幂的和，每一项都乘以某个系数）。超越函数和积分学表达式都可以用多项式表达式表示；伯努利数则作为系数出现在其中一些多项式级数中。

Velma R. Huskey 和 Harry D. Huskey，"《洛夫莱斯夫人与查尔斯·巴贝奇》"，《[30]计算机史年刊 2卷第4期（1980年）：299-329；德·摩根引文见第326页；以及马西莫·马佐蒂，"玛丽亚·盖塔娜·阿涅西：数学与天主教启蒙运动的形成"，《伊西斯》 92卷第4期（2001年）：657-683。乔治·布尔的《有限差分学论》最初出版于1860年，该书（纽约：多佛出版社，1960年）在第6章讨论伯努利数。雅各布·伯努利，《"伯努利数"》，载于戴维·尤金·史密斯编，《数学资料选编》[32]（纽约：麦格劳-希尔，1929年），85-90页，引文见第90页。按照现代记法，伯努利数定义为指数生成函数级数表达式的系数（B_n），如下所示（参见<mathworld.wolfram.com/BernoulliNumber.html>）

因此，只要能将超越函数（如正弦和余弦）以及积分学表达式展开为多项式级数，巴贝奇分析机就可以通过对相应的多项式求和（运用反复乘法、平方、立方等运算）来计算它们。伯努利数可以简化某些多项式级数的表示和计算，因此是计算的有力辅助工具。伯努利将大量的幂和（$1^{10} + 2^{10} + 3^{10} \ldots 1000^{10}$）转化为一个简明的七项多项式方程，借此完成了令人瞩目的计算；该方程使用了伯努利数（级数中最高用到 B_{10} ）。[33]

鉴于艾达与德·摩根一起学习微积分时，很可能参考了他在这些年间编写的微积分教材，因此有必要回顾其中对伯努利数的处理。德·摩根在讨论 e^x、正切和余切的多项式级数展开、运算微积分以及定积分的收敛级数时，都用到了伯努利数。其中一道[34]习题（第 307 页 §163 ）给出了一个通用表达式，可根据前面的伯努利数直接计算某个特定的伯努利数。

$$B_{n+1} = -\frac{n+1}{2^{n+1}-1} \cdot \frac{1}{2+\Delta} \cdot 0^n = -\frac{n+1}{2^{n+1}-1}\left(\frac{0^n}{2} - \frac{\Delta 0^n}{4} + \frac{\Delta^2 0^n}{8} - \ldots \pm \frac{\Delta^n 0^n}{2^{n+1}}\right)$$

因此，当 n = 7时，B_{n+1} 或 B_8 的表达式如下（其中分数项是对级数中前面各项的计算）：

For the value of $B_n (n=7)$ we have

$$-\frac{8}{255}\left\{-\frac{1}{4} + \frac{126}{8} - \frac{1806}{16} + \frac{8400}{32} - \frac{16800}{64} + \frac{15120}{128} - \frac{5040}{256}\right\} = -\frac{1}{30}.$$

因此，凭借对巴贝奇的机器的兴趣、与巴贝奇、萨默维尔和德·摩根一起进行的数学学习，以及永不止息的好奇心，艾达·洛夫莱斯意外地得以充分

---

[33] 前 1000 = 1 11 11 + 1 10 + 5 2 9 + 30 4 7 + 个整数的 42 6 5 + 15 8 3 + 10 = 1000 n 1 = 1 2, 2 = 1 十次幂之和 / x Bx Bx Bx B x Bx B x，其中 x 和 B 表示伯努利数，即 B / B /6，B_4 = -1/30，B_6 = 1/42，B_8 = -1/30，B_{10} = 5/66。参见德·摩根，《微分与积分学》，第 247、248、308、553、581 页。[34]

接触当时的高等数学，并具备充足的知识基础和动力，深入研究《草图》的《注释》中出现的计算。[35]

《草图》的步骤

巴贝奇在 1834 年前后构想出一台通用计算机器，搁置了尚未完成的差分机工作，转而应对后来被称为分析机的挑战。差分机每次进行计算时，都需要通过机械方式进行设置，例如计算素数生成多项式 $x^2 + x + 41$；而巴贝奇对分析机的设想，则是一台能够重新配置自身的计算机器——即使它还不能完全称得上是现代意义上的“可编程”机器。巴贝奇成熟的设计虽然[36]仍属于机械时代的技术，却具有若干现代计算机的共同特征：将数字的计算与存储分开（他借用工业工厂的类比，称之为“磨坊”和“仓库”）；采用一种机制，对中间结果进行条件测试，从而允许计算分支；以及使用灵感源自提花织机的穿孔卡片。[37]

1840年，巴贝奇带着一套不断完善的分析机设计方案，前往都灵参加一场会议，并在会上展示。听众中有一位未来的意大利首相。当时，路易吉·梅纳布雷亚是都灵大学的力学与建筑学教授；此后，他先后担任军事工程师、海军部长，最终成为意大利首相

另请参阅本书中 Imogen Forbes-Macphail 的章节 [《艾达的遗产》]，该章探讨了数学的“诗性”[35]。巴贝奇花了多年时间设计一种记法，用来表达其计算过程可能如何[36]表示。参见 Allan G. Bromley，“查尔斯·巴贝奇的分析机，1838年”，《*IEEE*计算史年刊》第20卷第4期（1998年）：29–45；以及 Allan G. Bromley，“巴贝奇分析机计划28和28a：程序员接口”，《*IEEE*计算史年刊》第22卷第4期（2000年）：5–19。James Essinger 等作者（撰写过关于提花织机和洛夫莱斯的通俗作品）提出的提花织机与巴贝奇卡片之间简单的一一对应关系，受到 Martin Davis 和 Virginia Davis 的批判性审视，见“错误的祖先：提花织机与计算机”，《纺织》第3卷第1期（2005年）：76–87。经过多年的深入研究，艾伦·布罗姆利认为，分析机与现代计算机相比仍有些不足，正如他私下写给 Wilkes 的信中所说：“也许我的失望源于我不得不接受这样一个事实：巴贝奇并没有设计出一台计算机，而只是设计了一台非常精巧的计算器，其风格类似哈佛马克一号或NCR会计机。他没有跨越那道分水岭，未能达到[存储程序计算机] EDVAC/ EDSAC的水平，尽管他在实现方面的许多技术创新令人惊叹。耗费多年研究巴贝奇的设计之后，要承认这个结论实在有些困难。也许这就是我在20世纪80年代末‘暂别巴贝奇’，此后再也没有真正回归的原因。”参见《赞赏查尔斯·巴贝奇：艾伦·布罗姆利与莫里斯·威尔克斯之间的电子邮件》，《*IEEE*计算史年刊》第26卷第4期（2004年）：62–70。

（1867—69年）。1842年10月，梅纳布雷亚在一份瑞士期刊上用法语发表了一篇关于巴贝奇分析机的简短介绍。此时，巴贝奇几乎已经彻底断送了英国政府原本可能给予他的支持，尤其是在当年11月与首相罗伯特·皮尔的一次灾难性会面之后。皮尔写道：“我们该怎样摆脱巴贝奇先生和他的计算机？即使完成了，就科学而言，它肯定毫无价值。”皮尔借此表明不满，不久便将巴贝奇那台用于计算质数的差分机送往伦敦国王学院博物馆。[39]

最初鼓励艾达·洛夫莱斯研读梅纳布雷亚手稿并将其译成英文的并非巴贝奇，而是著名科学家、偶尔也涉足电报发明的查尔斯·惠斯通。他认识巴贝奇和洛夫莱斯，并为泰勒《科学回忆录》征稿。1837年，惠斯通因申请一项多线电报系统专利而声名鹊起；该系统通过磁针的位置来编码单个字母，而非采用由点和划组成的摩斯电码系统。他也对将机电装置用于计算很感兴趣。1839年拜访惠斯通后，巴贝奇写道：“昨天看到了惠斯通的电报模型和他的乘法机图纸。”1843年，也就是梅纳布雷亚译文出版的那一年

[40]惠斯通改进并推广了著名的“惠斯通电桥”，该装置可用于精确测量电阻。

1842至1843年冬季，洛夫莱斯着手翻译梅纳布雷亚手稿，全文约8000词，并于1843年春首次向巴贝奇展示了她的成果。在回忆录《一位哲学家的生平片段》中，巴贝奇回忆说，他曾鼓励艾达在译文中加入说明性注释。

> 我们一起讨论了可以加入哪些不同的例证：我提出了几个，但最终的选择完全由她决定。不同问题的代数推演也同样由她完成；不过，关于伯努利数的推演除外，我曾主动提出代劳，好让洛夫莱斯夫人省些力气。她却把这部分退还给我修改，因为她发现我在推演过程中犯了一个严重错误。
>
> 洛夫莱斯伯爵夫人的注释篇幅约为原始回忆录的三倍。作者深入探讨了与这一主题相关的几乎所有极其艰深抽象的问题。[41]

参见“路易吉·费德里科·梅纳布雷亚”，网址：< www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/ [38]Menabrea.html>。Fuegi 和 Francis，《洛夫莱斯与巴贝奇》，引文见第16页（Peel 谈巴贝奇）。[39]Fuegi 和 Francis，《洛夫莱斯与巴贝奇》，引文见第18页（巴贝奇谈惠斯通）；Stein，《style id='5'>艾达》，第88页。[40] [41]查尔斯·巴贝奇，《style id='11'>一位哲学家的生平片段》（伦敦：Longman, Green，1864年），引文见第136页。

在他人生的这个阶段，尽管他显然是在为后世写作，也显然热衷于为自己的计算引擎留下纪念，但巴贝奇并没有什么特别的理由去夸大艾达的成就。她早在数年前便已去世，享年36岁，并给巴贝奇留下了600英镑的微薄遗产。我认为，在他承认自己推导伯努利数时犯了一个“严重错误”时，我们可以相信他的话（布罗姆利将其称为“程序错误”，但这是时代错置的说法）。这段文字连同巴贝奇与洛夫莱斯的书信，清楚地描述了巴贝奇和洛夫莱斯合作撰写《注释》的情形。从上下文也可以清楚看出，此处的“作者”指的是洛夫莱斯（而非梅纳布雷亚），并且这显然是在称赞她“深入探讨了……艰深抽象的问题”。至少，巴贝奇的这番话对以下说法提出了质疑：这些注释“出色地阐述了他[也就是巴贝奇个人]对计算过程机械化以及机器的数学能力的理解。”

1843年夏，巴贝奇和洛夫莱斯编写《注释》的那几周里往来的信件，为他们的合作提供了更多细节。这些来自大英图书馆、科学博物馆和牛津大学博德利图书馆的文献证据，已经由 Velma Huskey 和 Harry Huskey，以及 John Fuegi 和 Jo Francis 加以分析，并发表于《计算史年刊》。显而易见，这是一场合作，[42]其中巴贝奇和洛夫莱斯都作出了重要贡献。洛夫莱斯在伦敦以南一小时路程的奥克姆公园庄园撰写《注释》，也在那里写了大部分寄给巴贝奇的信；巴贝奇在伦敦多塞特街的住所收到她的信，并从那里回信；他们也时常在洛夫莱斯位于伦敦贵族聚居区圣詹姆斯广场的住所会面。我再次强调，指出洛夫莱斯的知识、成就和贡献，并不是要贬低巴贝奇的功绩。

要支持“这些注释完全出自巴贝奇之手”或“他指示洛夫莱斯撰写这些注释”的猜想，并不容易。布罗姆利并非唯一一位试图将洛夫莱斯贬低为巴贝奇低级文书助理的批评者。例如，在《艾达：一生与遗产》中，多萝西·斯坦抓住了一处印刷错误——洛夫莱斯、巴贝奇和梅纳布雷亚都未能发现这处错误——据称借此“凸显了她对一处印刷错误所作的、奇怪地遭到忽视的翻译有何意义”，并据此构建论证，声称洛夫莱斯对数学仅有肤浅的掌握，对分析机的机械与逻辑运算也只有“可疑的”理解。沿着这一猜想思路，斯坦断言，洛夫莱斯“完全依赖

Velma R. Huskey 和 Harry D. Huskey，《洛夫莱斯夫人与查尔斯·巴贝奇》，《计算史年刊》42*2*，第*4*期（*1980*年）：*299-329*；以及 *John Fuegi* 和 *Jo Francis*，《洛夫莱斯与巴贝奇及*1843*年〈注释〉的创作》，《*IEEE*计算史年刊》25，第4期（2003年）：16-26。

于[巴贝奇] 提供信息，并依赖他对分析机的说法。”斯坦所用的证据[43]相当薄弱，而且经过了高度选择。在他们的分析中，Fuegi 和 Francis 指出，巴贝奇、洛夫莱斯、惠斯通、《泰勒《科学回忆录》》的编辑以及其他科学界同仁当时的信件都表明：“所有与洛夫莱斯和巴贝奇同时代、且亲身了解《注释》如何写成的人，当时都承认洛夫莱斯是主要作者。”[44]

巴贝奇的信件证据表明，两人曾有过合作，而他们彼此称呼时随意的语气，则体现出一定程度的同僚情谊。艾达写信称“亲爱的巴贝奇”，而他则回信称“亲爱的洛夫莱斯夫人”。1843年6月30日，他写道：

> 我很喜欢注释D。它一如你惯常的风格，清晰明了，只需做一处微不足道的改动，我会处理。这是因为我们还没有时间审视机械部分的概要……随信附上积分的副本。我仍在处理一些极为纠结的除法符号，但经过艰苦努力，我已找到解决之道……你最近提供的信息最令人欣喜。[45]

让我们转向关于伯努利数计算的注释G。请记住，伯努利数是19世纪数学中的常见话题，洛夫莱斯此前也曾就此向德·摩根询问。这个话题首次出现在通信中，是艾达在一封日期仅写着“星期一”的信中写给巴贝奇的，内容如下：

> 我正在为您非常努力地工作……我认为您会满意。我做出了一些在我看来非常重要的扩展和改进……
>
> 我想在我的一篇注释中加入一些关于伯努利数的内容，作为一个例子，说明差分机如何求解隐函数，而不必像差分机所要求的那样[先由人的头脑和双手求解]。请给我必要的数据和公式。[46]

即使巴贝奇向艾达提供了伯努利数的数学表达式，并协助推导通用公式，将通用公式转化为逐步算法仍是艾达的成就，书信对此有明确说明。这里涉及的数学略显复杂，首先从一个基本方程开始，其中伯努利

Stein，《艾达》，引文见第 xi 页（印刷错误）、第 90–91 页（牵强、可疑、完全依赖于他人）。[43]这处印刷错误出现在梅纳布雷亚的原始出版物中：法语单词*cas*（如数学表达式中 N 趋于无穷大的情形）被误印为*cos.*（即余弦的缩写）。Fuegi 和 Francis，第 26 页，注释 29。[44] [45]巴贝奇致 AAL，1843年6月30日，引自 Huskey 和 Huskey，第 312–313 页。AAL 致巴贝奇，“星期一”，引自 Huskey 和 Huskey，第 311 页。[46]

数（注意采用了按<款式 id='1'>奇数</款式>编号的记法 B_1, B_3, B_5）作为指数函数的系数：

$$\frac{x}{\epsilon^x - 1} = 1 - \frac{x}{2} + B_1\frac{x^2}{2} + B_3\frac{x^4}{2\cdot 3\cdot 4} + B_5\frac{x^6}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6} + \cdots$$

接着进行展开、除法、求导，经过数轮繁复的乘法，最后将方程写成一般形式：

$$0 = -\frac{1}{2}\cdot\frac{2n-1}{2n+1} + B_1\left(\frac{2n}{2}\right) + B_3\left(\frac{2n\cdot(2n-1)\cdot(2n-2)}{2\cdot 3\cdot 4}\right) + \\ + B_5\left(\frac{2n\cdot(2n-1)\ldots(2n-4)}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}\right) + \cdots + B_{2n-1}\Bigg\}$$

正如注释G所解释的，这个方程（引入了奇数编号的记法）“使我们能够……用所有前面的伯努利数 B_{2n-1} 表示任意第 n 个伯努利数，只要我们知道 B_1, B_3 ……B_{2n-3} 的值即可。”若 n = 1，那么每个更高项（B_3 等）的分子都含有零 (2n-2)，因此这些项会消去，从而可以直接计算 B_1。同样，若 n = 2，就代入已计算出的 B_1 的值，而更高项（B_5 等）再次消去，从而可以直接计算 B_3。当 n = 3 时，重复这一过程以计算 B_5。注释明确提出了一般论证：“依此类推，可推广到任意程度。”

艾达决心要把高等数学弄正确。两人经常每天互通书信，有时甚至更频繁；比如有一次，一名仆人来到伦敦，随后便等着巴贝奇的回信。“我正一心一意地攻克……推导伯努利数的各种方法，”她曾这样写道。在数学问题上，艾达写信给巴贝奇（信上只注明“星期二上午”）说：“我昨晚附上的那几行，谈的是 (8) [一般形式的伯努利数方程] 与著名积分之间的联系；除非你完全赞同这样做，否则我绝无意让你把它插进去。”[47]

承载并表达该算法的表格和图表尤其令人关注。艾达写信给巴贝奇（星期六6点），谈到关于伯努利数的注释时说：“想到我当时发现表格和图表竟然错了一两处，我真是惊恐万分；为了它们，我花费了无尽的耐心和心血。不过，我已经把它们做得很漂亮，比我们第一版的表格和

Toole，《艾达》，引文 204（“一心一意地攻克”）；AAL 致巴贝奇，“星期二上午”，引自
[47]Huskey 和 Huskey，第 314 页。

图表改进了许多。但遗憾的是，我还是犯了一些错误。我把这份最终注释寄给你[G]，表格和图表除外。”艾达在附言中补充道：“告诉我你觉得我对[G]的收尾工作做得如何。记得仔细检查所有的*n*。我是指第4页和第5页上的那些。”接着，在星期日辛苦工作了一整天后，她写道：“你一定会非常欣赏这表格和图表。它们完成得极其仔细，所有指标也都得到了最细致、最认真的处理。此刻，洛夫莱斯勋爵[正在替我把整份稿子描墨。我本来只能用铅笔来做。”[48]

艾达相当仔细地探讨了循环结构的问题。在一封日期只写着星期二的信中，她写给巴贝奇：“希望您会认可我寄给您的内容。我为此费了很大心思。我已经说明，在这种情况下以及许多其他情况下，变量卡和操作卡都会出现重复的组或循环……。”她特别指出，主要的外层循环是“（13……23）的重复”，并解释说：“由于这些变化遵循一条规则，因此很容易加以处理。”[49]

在与艾达的通信中，巴贝奇直接表达了对她所写注释的赞赏。他对注释D的赞美——“文笔一如既往地清晰”——前文已经引用过。针对上一段引用的星期六来信，且显然是在收到星期日来信之前写的，巴贝奇写道：“我很喜欢改进后的伯努利注释，但等拿到图表和符号说明后，才能更好地评判。我实在不愿退回注释A中对分析机所作的精妙而富有哲理的阐述。请千万不要修改它，并请务必在星期一把它寄回给我。”（巴贝奇正在整理整套注释，准备交给[50]查尔斯·惠斯通出版。）

在最终版本送交印刷商时，洛夫莱斯和巴贝奇仍在修改《注释》中关于变量卡和运算卡的说明；这些卡片规定了基本算术运算符（+ - x ÷）。艾达明确指出，处理运算卡是分析机具备循环能力的核心，尽管当时用于执行条件测试的机械装置还未完全明确。注释D展示了一项直截了当的[51]计算——与梅纳布雷亚在原论文中以表格形式展示的计算类似——使用六张变量卡（表示常数）、九个工作变量（表示中间结果）和两个结果变量。整个计算共有11个顺序步骤（没有循环结构），全部内容都能排在一页上（图1）。

Huskey 和 Huskey，第 313–314 页。在较早的[星期六] 信中，洛夫莱斯误将[48]最后一条注释标为“H”，而不是“G”，后来的星期日信中已更正。Huskey 和 Huskey，第 316 页（反复出现的组）。[49]Huskey 和 Huskey，第 313 页（巴贝奇谈伯努利注释的改进形式）。[50] [51]若要以机械方式呈现分析机的“逻辑与循环”，请参阅 Sydney Padua 的《洛夫莱斯与巴贝奇的惊险历险》，第 306–308 页。

图1：根据梅纳布雷亚原文改编的表格算法（注释D）

Number of Operations	Nature of Operations	Variables for Data						Working Variables									Variables for Results	
		$^1V_0$	$^1V_1$	$^1V_2$	$^1V_3$	$^1V_4$	$^1V_5$	$^0V_6$	$^0V_7$	$^0V_8$	$^0V_9$	$^0V_{10}$	$^0V_{11}$	$^0V_{12}$	$^0V_{13}$	$^0V_{14}$	$^0V_{15}$	$^0V_{16}$
		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		m	n	d	m'	n'	d'										$\frac{dn'-d'n}{mn'-m'n}=x$	$\frac{d'm-dm}{mn'-m'n}=y$
1	×	m	....	....	....	n'	....	mn'										
2	×	....	n	....	m'	....	....	....	$m'n$									
3	×	....	....	d	....	....	....	....	....	dn'								
4	×	....	0	....	....	....	d'	....	....	....	$d'n$							
5	×	0	....	....	....	....	0	....	....	....	....	$d'm$						
6	×	....	....	0	0	....	....	....	....	....	....	.....	dm'					
7	−	....	....	....	....	....	....	0	0	....	....	.....	.....	$(mn'-m'n)$				
8	−	....	....	....	....	....	....	....	....	0	0	.....	.....	.....	$(dn'-d'n)$			
9	−	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	0	0	.....	.....	$(d'm-dm')$		
10	÷	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	.....	.....	$(mn'-m'n)$	0	.....	$\frac{dn'-d'n}{mn'-m'n}=x$	
11	÷	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	.....	.....	0	.....	0	.....	$\frac{d'm-dm'}{mn'-m'n}=y$

关于伯努利数的注释G中，表格算法包含十个数据变量、三个工作变量和四个结果变量。计算仅有25次运算，但此外还包含两个嵌套循环：一个由步骤13至23组成的外层循环，以及两个分别由步骤13至16和17至20组成的内层循环。巴贝奇差分机绝不可能完成这种计算，因为它完全不具备进行条件测试以及构建循环或分支结构的能力。梅纳布雷亚的原作中没有出现过类似内容。洛夫莱斯夫人选择伯努利数作为示例十分恰当，她借此展示了“引擎如何计算隐函数”。

图2：伯努利数的原始表格算法（注释G）

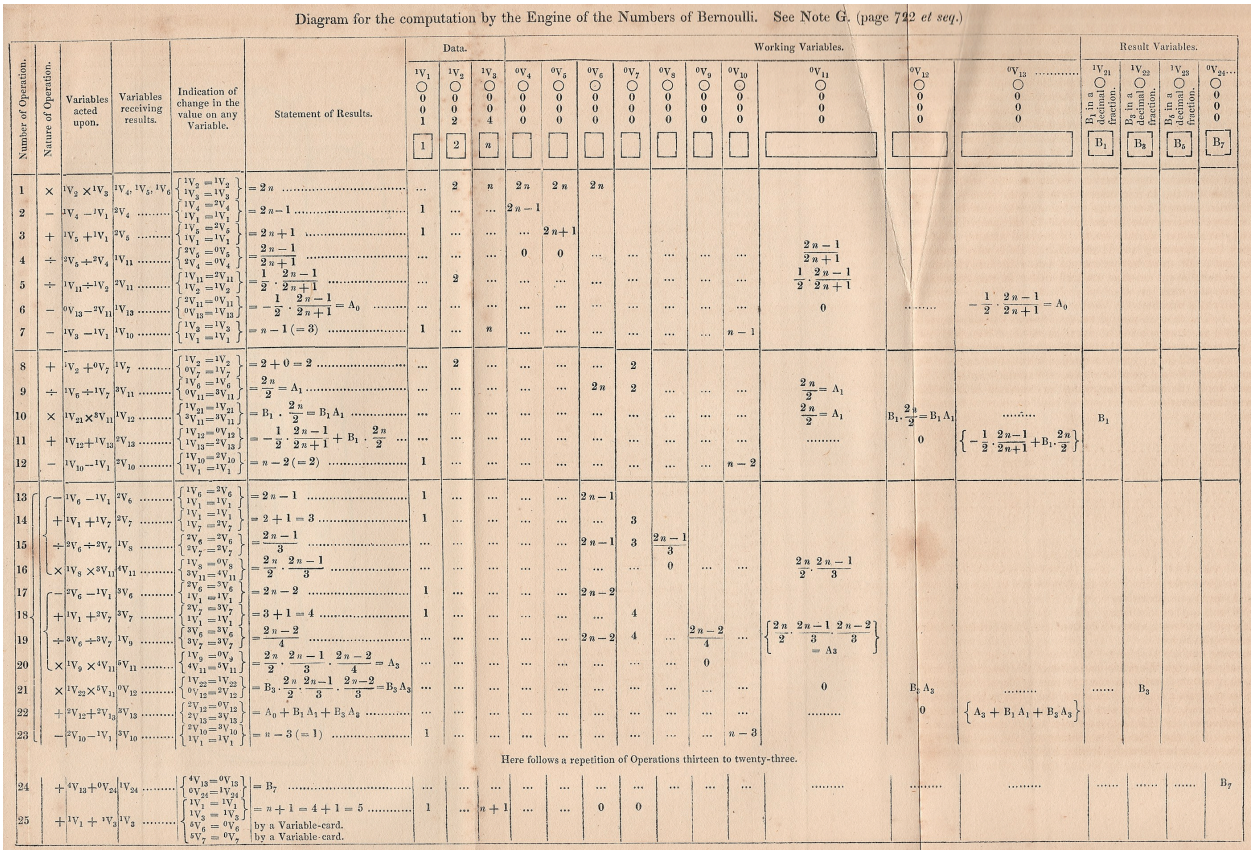

Diagram for the computation by the Engine of the Numbers of Bernoulli. See Note G. (page 722 *et seq.*)

这张超大表格展示了艾达·洛夫莱斯用于计算伯努利数的算法。嵌套循环结构——“接下来重复执行第十三至第二十三项操作”——在左下方清晰可见（外循环为第13至23步，内循环分别为第13至16步和第17至20步）。该图以超大尺寸印刷，并穿插刊载于泰勒《科学回忆录》中（**高分辨率图像** 见此处**和**此处）。

本文评估了艾达·洛夫莱斯对计算领域的贡献，指出她与巴贝奇和德·摩根一起进行的数学研究、她对梅纳布雷亚《草图》的翻译，以及她与巴贝奇共同撰写的说明性注释。根据现有证据，其中一项内容——用于计算伯努利数序列的表格算法——出自她手笔（她用铅笔写下，由她丈夫描墨）。她与巴贝奇的通信显示，两人之间存在直接的同僚关系；他们共同探讨如何传达一台尚未实际存在的计算机器的细节。因此，称艾达·洛夫莱斯为世界上第一位计算机程序员，或许需要审慎限定。至少，我们可以承认，她是首个为计算机器编写的算法的主要作者。[52]

参见 ACM《算法集》：<netlib.org/toms>。[52]

她在早期计算领域的人物中受到如此广泛而热烈的认可，令人惊讶。例如，艾伦·图灵觉得有必要回应“洛夫莱斯女士的异议”，探讨人工智能问题，因为（根据图灵的引述）她曾坚持认为：“分析机并不声称能创造任何东西。凡是我们知道如何命令它执行的事情，它都能做到。”一部开创性的会议文集，《快于思维：数字[53]计算机器研讨会》（1953），是《程序设计语言史》中 Ada 编程语言一章的资料来源。该章称：“我们所有人都是从中了解到洛夫莱斯夫人的。”一位计算机先驱在1953年写道：“毫无疑问，洛夫莱斯夫人对这台[54]机器的原理有着深刻的理解；她还通过撰写一些全面介绍机器的注释，大大提升了译文的价值……其中包括我们如今所称的程序，用一种极为精巧的方法计算伯努利数。”在我看来，这番话十分恰当；几十年来，人们对艾达·洛夫莱斯的描述或许有些不切实际，也曾有一些毫无根据的严厉批评。也许到了下一代，我们能够重新以审慎的态度欣赏她的成就；这种态度与计算机时代本身一样，源自20世纪50年代初。毕竟，正如艾达·洛夫莱斯所说：“我们可以将[分析] 机视为分析学的物质和机械化身。”[55]

---

[53] Andrew Hodges，《图灵：一位自然哲学家》（1997年），https://www.turing.org.uk/publications/philobook.html；以及 Darren Abramson，《图灵对两种异议的回应》，《心智与机器》18卷第2期（2008年）：147-167。Thomas J. Bergin, Jr. 和 Richard G. Gibson, Jr. 编，《程序设计语言史——第二卷》[54]（纽约：ACM，1996年），「Ada 专场」，引文见第207页；B. V. Bowden 编，《快于思维：数字计算机专题讨论会》（伦敦：Isaac Pitman，1953年）。B. V. Bowden 编，《快于思维：数字计算机专题讨论会》（伦敦：[55]Isaac Pitman，1953年），第18-22、70-75、341-408页，引文见第18页（深刻的理解）；洛夫莱斯，《译者注》，引文见第696页（分析的典型代表）。另参见 Larry Owens，《范内瓦·布什与微分分析机：早期计算机的文本与背景》，《技术与文化》27卷第1期（1986年）：63-95。