S. Sun 和 M. Tao，“全息可重构智能表面的信道特征值特性及互耦效应”，Sensors，第 22 卷，第 14 期，第 5297 页，2022 年 7 月。[1]

全息可重构智能表面的信道特征值特性及互耦效应

Shu Sun，IEEE 会员；Meixia Tao，IEEE 会士

arXiv:2301.02972v1 [cs.IT] 8 Jan 2023

摘要

作为下一代无线通信的一项潜在关键技术，可重构智能表面（RIS）近年来在学术界和工业界都引起了广泛关注。然而，对于包含 RIS 的系统，尤其是阵列单元之间存在互耦（MC）时，其信道特征值特性和空间自由度（DoF）仍鲜有研究。本文聚焦于全息可重构智能表面（即具有准连续孔径的 RIS）在排除和考虑互耦效应时的小尺度空间相关性和特征值特性。具体而言，首先研究了无互耦时全息可重构智能表面空间相关矩阵的远场和近场特征值的渐近行为，并借助空间相关函数的功率谱，解释了单元数量增加而自由度反而降低这一反直觉现象。其次，提出一种新颖的度量指标，用于量化 RIS 和普通天线阵列中的单元间相关性或耦合强度。此外，针对全息可重构智能表面分别工作于辐射模式和接收模式的情况，深入分析了多种单元间距下互耦对阵列增益、有效空间相关性和特征值结构的影响。分析和数值结果表明，空间相关矩阵中相当一部分特征值对应于倏逝波，这些波有望用于近场通信和感知。更重要的是，全息可重构智能表面有望通过利用互耦，实现显著高于传统阵列的阵列增益；而且互耦对发射机和接收机处的有效空间相关性及特征值结构具有不同的影响。

作者就职于中国上海上海交通大学电子工程系，邮编 200240（电子邮件： {shusun, mxtao}@sjtu.edu.cn）。

索引词

可重构智能表面（RIS）、空间相关性、特征值、空间自由度、互耦、全息通信

I. 引言

第六代（6G）通信网络有望涵盖众多新型应用场景和严苛需求 [1]。在6G新兴的候选物理层技术中，可重构智能表面（RIS），有时也称为大型智能表面 [2] 和全息多输入多输出（MIMO） [3], , 在容量与覆盖增强、可重构环境构建、智能感知与控制以及全息通信方面展现出广阔前景 [2]–[9]。本文将全息可重构智能表面 [7], [10] 用作统称，指单元间距等于或小于载波频率半波长的二维（2D）架构；这类架构可视为大规模MIMO [11] 的延伸，其终极形态是（近似）空间连续的电磁孔径 [12]。全息可重构智能表面可部署于基站（BS）、用户设备（UE）和/或传播介质中的交互物体上；它不仅可能带来大规模MIMO [13]–[15], 所具备的频谱效率、能量效率和系统可扩展性方面的巨大优势，还能通过异常反射、折射、极化变换等方式操控电磁波 [3],, 令人联想到光学领域的超表面 [16], [17]。为了充分发挥全息可重构智能表面的潜力，有必要了解其基本特性，例如信道特征值和空间自由度（DoF）。

A. 相关工作

事实上，早在二十多年前，人们就已开始探索将密集天线阵列用于无线通信（例如, [18]–[20]），近年来这一方向又重新兴起，成为一种颇具前景的6G技术 [2], [3], [12]。由于密集阵列的单元间距有限且采用二维结构（而非一维结构），即使在各向同性散射条件下，阵列单元之间的空间相关性也不一定为非零值 [12], [21], [22]。在涉及天线空间相关性的早期研究中，

[23] 的作者考虑了多阵元天线之间的空间相关性，并推导了计及天线相关性的容量上界和下界。在 [24] 中还研究了衰落相关性，以考察容量随天线单元数量的增长情况。 [25]研究了不同信号输入和相关架构下天线相关性对容量的影响。然而，在 [23]–[25]中，天线单元间距均为半波长或更大。 [18], 开创性地研究了空间密集多天线系统，并表明此类系统的容量趋近于一个有限值。 [19], 还研究了空间密集MIMO阵列，其中分析了阵列增益归一化容量，并表明小波长尺度MIMO阵列的性能与具有更大孔径的阵列相似。 [20] 分析了固定长度天线阵列的渐近容量，针对均匀线性天线阵列揭示了：由于特征值的收敛，当天线单元数量趋于无穷大时，渐近互信息几乎必然收敛。然而，上述工作主要聚焦于容量，未明确考虑阵列所能提供的空间自由度。

文献 [26], 研究了视距环境下全息可重构智能表面的空间自由度，结果表明，即使在强视距信道条件下，自由度也可以大于 1，这有利于空间复用。文献 [2], [12], 分别从信道容量和傅里叶平面波级数展开的角度，推导了阵元足够密集且规模足够大的全息可重构智能表面的渐近空间自由度。文献 [22],研究了阵元间距和孔径面积有限时更常见情形下可实现的自由度，发现空间自由度会随着阵元数量的增加而降低，这似乎有悖直觉，但其根本原因尚未明确。

由于全息可重构智能表面中相邻阵列单元彼此十分接近，互耦（MC）自然会产生。广义而言，互耦是指阵列单元之间的电磁相互作用，其产生可能源于三种机制：阵列单元之间的直接空间耦合、由邻近散射体引起的间接耦合，以及通过馈电网络产生的耦合 [27], [28]。本文主要讨论源自第一种机制的互耦。阵列单元之间的互耦可以通过传统的多端口电路模型进行表征，例如阻抗矩阵、导纳矩阵或散射矩阵。从理论上讲，用于表示阵列网络的矩阵类型并不重要，因为可以通过矩阵变换改变矩阵表示的类型。关于天线阵列中互耦的早期研究成果十分丰富

（例如， [28]–[36] 及其中的参考文献），但这些研究仅考虑了线性阵列，或者在改变单元间距时没有固定阵列孔径。为探究新兴全息可重构智能表面或类似结构在6G通信中的物理特性， [37] 中的作者提出了一种以互阻抗形式将互耦纳入其中的视距通信模型，并研究了相关的最优波束成形策略。随后， [38] 将该模型扩展到同时考虑超指向性、互耦效应以及近场传播。 [39], 提出了一种基于互阻抗的端到端互耦感知通信模型，该模型同时符合电磁特性并考虑了单元。 [40], 提出了一种基于电路的MIMO信道模型，其中考虑了天线互耦、尺寸相关天线等效电路和信道小尺度衰落，并揭示了包括时间自相关函数和空间互相关函数在内的统计特性，以及互耦和尺寸相关天线等效电路对这些特性的影响。 [41]中的作者基于耦合矩阵方法推导出了超指向性阵列的波束成形向量，并提出了一种通过球面波展开获取耦合矩阵的方法。

B. 贡献

尽管已有大量相关研究，但关于全息可重构智能表面的小尺度空间特性、相关的互耦效应，以及某些独特现象背后的机制，研究仍处于起步阶段。因此，本文对上述方面进行了全面研究。具体而言，我们探讨了不考虑和考虑互耦时全息可重构智能表面的空间相关性、特征值行为和空间自由度。本文的主要创新与贡献体现在以下几个方面：

- 首先，借助块托普利兹矩阵理论，我们将全息可重构智能表面空间相关矩阵的特征值与空间相关函数的功率谱联系起来，并解释了我们此前工作中观察到的一种反直觉现象：随着全息可重构智能表面中阵元数量增加，空间自由度似乎反而降低。据我们所知，文献中尚未对此现象进行探讨。该分析还有助于区分全息可重构智能表面远场和近场对应的空间自由度。 [22],

- 其次，我们在考虑实际阵元尺寸的情况下，将互耦纳入全息可重构智能表面的阵列响应和空间相关矩阵，并通过具体示例展示全息可重构智能表面有望实现远高于传统

天线阵列的卓越阵列增益。结果表明，与普遍认为互耦总是有害、应予以避免或补偿的看法不同，即使不对阵列单元的激励系数进行复杂调控，互耦也能提升全息可重构智能表面的阵列增益。

- 此外，本文深入分析并比较了工作于发射（Tx）和接收（Rx）模式的全息可重构智能表面中，互耦对空间相关性及相应特征值分布的影响，并考察了不同单元间距以及不同源阻抗和负载阻抗下的情况。本文提出了一种名为单元间相关性/耦合强度指标（ICSI）的度量，用于衡量阵列内单元间相关性/耦合的程度。结果表明，互耦对发射端阵列和接收端阵列的影响存在显著差异，并且还取决于单元间距、源阻抗和负载阻抗等因素，因此设计和实现时需要进行全面考量。

本文考虑各向同性散射，因为这是一种典型的环境类型，在大量理论研究中均有涉及；低频频段（例如，低于 1 GHz）也会遇到这种环境，而即使在 6G 中，这些频段对于确保广覆盖和高可靠性仍至关重要 [42], ，且相应结果可作为非各向同性散射场景的理论上界。本文的贡献揭示了全息可重构智能表面的一些基本信道特征值特性和实际空间自由度，并为全息可重构智能表面的信道估计和波束成形策略提供了有价值的参考 [38], [41], [43]。

C. 文章结构与符号说明

本文其余部分安排如下：第二节介绍系统模型，并针对全息可重构智能表面，分别构建不考虑和考虑互耦时的阵列响应与空间相关性。第三节和第四节分别分析不考虑和考虑互耦时空间相关矩阵的渐近特征值分布。第五节总结全文。

本文中将使用以下记号：A 表示矩阵，a 表示列向量，$[\mathrm{A}]_{i,\ j}$ 表示 A 的第（i，j）个元素；A^{T}、A^{*} 和 A^{H} 分别表示 A 的转置、共轭和厄米转置；det(A) 表示方阵 A 的行列式，tr(A) 表示 A 的迹，I_N 表示 $N \times N$ 单位矩阵，而 $\lceil a \rceil$ 和 $\lfloor a \rfloor$ 分别表示标量a的向上取整和向下取整。

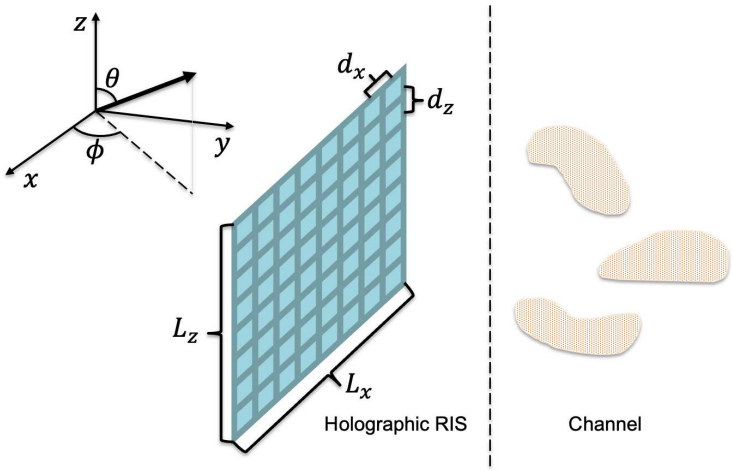


图1：全息可重构智能表面（可重构智能表面）相对于关联坐标系的系统模型和朝向。全息可重构智能表面的水平和垂直长度分别为 L_x 和 L_z，单元间距分别为 d_x 和 d_z。方位角和天顶角分别表示为 ϕ 和 θ，信道中的三个不规则块表示随机散射体。

II. 系统模型

我们考虑一种无线通信系统中的全息可重构智能表面，该全息可重构智能表面可部署于基站、用户设备和/或能够辐射、接收、反射或折射无线信号的交互物体上，如图1所示。全息可重构智能表面的水平和垂直长度分别为 L_x 和 L_z，单元间距分别为 d_x 和 d_z。全息可重构智能表面中的每个单元均建模为由理想导电材料制成的圆柱形细导线，并连接至可调负载；该负载可以是正-本征-负二极管，其电感和电容可调节，以重新配置每个单元的响应 [39]。

从全息可重构智能表面发射或入射到其上的信号通常由多个多径分量叠加而成，可将其视为连续的平面波，因此，表征小尺度衰落的信道可表示为 [44]

$$\mathbf{h} = \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \tilde{s}(\phi, \theta)\mathbf{a}(\phi, \theta) d\phi d\theta \tag{1}$$

其中，$\tilde{s}(\phi, \theta)$ 表示角度分布函数，其中包含与方向 (ϕ, θ) 对应的信道增益和相移，ϕ 和 θ 分别表示方位角和天顶角

角，而 $\mathbf{a}(\phi,\theta)$ 为阵列响应向量。相关函数表示为

$$\mathbf{R} = \mathbb{E}\left\{\mathbf{h}\mathbf{h}^{\mathrm{H}}\right\} = \int_0^{\pi}\int_0^{\pi} s(\phi,\theta)\mathbf{a}(\phi,\theta)\mathbf{a}^{\mathrm{H}}(\phi,\theta)d\phi d\theta \tag{2}$$

其中， $s(\phi,\theta)$ 表示满足条件的归一化空间散射函数 g

$$\mathbb{E}\left\{\tilde{s}(\phi,\theta)\tilde{s}^{*}(\phi',\theta')\right\} = s(\phi,\theta)\delta(\phi-\phi')\delta(\theta-\theta') \tag{3}$$

且 $\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} s(\phi,\theta)d\phi d\theta = 1$。从物理意义上说，空间相关性的存在意味着不同阵元处的信号强度并非彼此独立地变化，而是可能同时增强或减弱。

A. 不考虑互耦的阵列响应与空间相关性

对于一个包含 N 个阵元的阵列，假设每个阵元具有相同的方向图函数 $p(\phi,\theta)$（严格来说，如果存在互耦，即使各阵元的孤立单元方向图相同，阵列中的中心阵元和靠近阵列边缘的阵元也可能无法保持相同的单元方向图 [27]。尽管如此，可以通过预设照明补偿方向图畸变；本文假设阵列中所有阵元具有相同的嵌入式单元方向图。互耦导致的单元方向图变化是另一个研究课题，将留待未来工作探讨），则该阵列的远场辐射方向图可表示为

$$f(\phi,\theta) = \sum_{n=1}^{N} w_n p(\phi,\theta) e^{j\kappa\hat{\mathbf{d}}\cdot\mathbf{d}_n} \tag{4}$$

其中， w_n 表示与第 n个阵元上的电流成正比的复激励系数， $\kappa = 2\pi/\lambda$ 为波数， λ 为载波波长，$\hat{\mathbf{d}}$表示球坐标系中远场方向（ϕ,θ）的单位向量，$\mathbf{d}_n$ 为第 n个阵元的位置向量。当阵列单元之间不存在互耦时，式（4）成立；通常在相邻阵元间距足够大时（例如超过几个波长），便属于这种情况。因此，传统的互耦无关阵列响应向量定义为

$$\mathbf{a}_0 = \left[e^{j\kappa\hat{\mathbf{d}}\cdot\mathbf{d}_1},\ldots,e^{j\kappa\hat{\mathbf{d}}\cdot\mathbf{d}_n},\ldots,e^{j\kappa\hat{\mathbf{d}}\cdot\mathbf{d}_N}\right]^{\mathrm{T}}. \tag{5}$$

然后，排除互耦效应后的相关矩阵 R_0 为

$$\mathbf{R}_0 = \int_0^{\pi}\int_0^{\pi} s(\phi,\theta)\mathbf{a}_0(\phi,\theta)\mathbf{a}_0^{\mathrm{H}}(\phi,\theta)d\phi d\theta. \tag{6}$$

R_0 的具体表达式及其性质将在第 III 节中给出，以研究其特征值的特性。

B. 包含互耦的阵列响应与空间相关性

在全息可重构智能表面中，阵元密集排列，因此互耦通常不可忽略。考虑互耦的单元方向图可表示为 [32]

$$\tilde{p}(\phi,\theta) = p(\phi,\theta)\sum_{m=1}^{N} c_{mn} e^{j\kappa \hat{\mathbf{d}}\cdot \mathbf{d}_m} \tag{7}$$

其中，c_{mn} 表示第 m 个阵元与第 n 个阵元之间的耦合系数。也就是说，第 n 个阵元的方向图可以建模为原始单元方向图 $p(\phi,\theta)$ 与所有其他阵元影响的加权和的乘积。因此，考虑互耦的阵列辐射方向图满足

$$\tilde{f}(\phi,\theta) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} w_n p(\phi,\theta) c_{mn} e^{j\kappa \hat{\mathbf{d}}\cdot \mathbf{d}_m}. \tag{8}$$

汇集互耦系数的耦合矩阵表示为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \cdots & c_{NN} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

当阵元之间不存在互耦时，C 退化为单位矩阵。由式（5）、（7）和（9）可推得，考虑互耦的有效阵列响应向量 a 为

$$\mathbf{a} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{a}_0 \tag{10}$$

i其中，$\mathbf{a}_0$ 表示式（5）中的原始互耦无关阵列响应向量 .

现在，我们来看看一个与阵列响应密切相关的重要指标——阵列增益。本文将其定义为：在总激励功率相同的情况下，阵列的辐射功率相较于单个阵元的辐射功率的增幅。天线文献 [45]-[47] 中众所周知，阵元间距较小的阵列，其阵列增益可随阵元数量的平方增长；文献 [46] 针对线

性阵列在端射方向进行最优波束成形的情况给出了严格证明。对于任意指向方向（ϕ，θ），基于式（8），可将考虑互耦的阵列增益G_{array} 表示为

$$\begin{aligned} G_{\text{array}}(\phi,\theta) &= \frac{\left|\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} w_n p(\phi,\theta) c_{mn} e^{j\kappa\hat{\mathbf{d}}\cdot\mathbf{d}_m}\right|^2}{|w_0 p(\phi,\theta)|^2} \\ &= \frac{\left|\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} w_n c_{mn} e^{j\kappa\hat{\mathbf{d}}\cdot\mathbf{d}_m}\right|^2}{|w_0|^2} \\ &= \frac{\left|\mathbf{a}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}\right|^2}{|w_0|^2},\ \text{s.t. } ||\mathbf{w}||_2 = |w_0| \end{aligned} \tag{11}$$

其中，w_0 表示单个阵元的复激励系数，使得 $|w_0|^2$表示总激励功率；a由式 (10) 给出，w 表示由阵列的复激励系数 w_n 组成的波束成形列向量。注意，由于 a 的存在，w 本质上是指向方向（ϕ,θ）的函数。因此，使 $G_{\text{array}}(\phi,\theta)$最大化的最优波束成形向量为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \zeta\mathbf{a}^* = \zeta\mathbf{C}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_0^* \tag{12}$$

其中，ζ 是归一化因子，等于$\frac{|w_0|}{||\mathbf{C}\mathbf{a}_0^*||_2}$，以满足功率约束。将式 (12) 代入式 (11)，可得方向（ϕ,θ）上的最大阵列增益

$$G_{\text{array}}(\phi,\theta)_{\max} = \left|\mathbf{a}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{C}\mathbf{C}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_0^*\right|. \tag{13}$$

从式 (13) 可以直接看出，若不考虑互耦，即 C 为单位矩阵，则任意方向上的最大阵列增益为 $\left|\mathbf{a}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{a}_0^*\right| = N$。考虑互耦后，最大阵列增益变为 $\left|\mathbf{a}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{C}\mathbf{C}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_0^*\right|$，通常大于 N，后文将通过仿真对此进行说明，并且该增益会随指向角而变化。式 (13) 中全息可重构智能表面的阵列增益很有前景，因为这表明，与具有 N 个阵元的传统阵列相比，在发射功率固定时，使用阵元数量相同的全息可重构智能表面可将接收信噪比（SNR）提高至多$\left|\mathbf{a}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{C}\mathbf{C}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_0^*\right|$倍；或者等效地，在不影响接收 SNR 的情况下，发射功率最多可降低$\frac{N}{\left|\mathbf{a}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{C}\mathbf{C}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_0^*\right|}$倍。式 (12) 中所提方法的缺点是，进行波束成形之前必须已知耦合矩阵 C（例如，通过严格的理论分析或

测量），并且式 (13) 中可达到的阵列增益在某些特殊情况下可能小于 N（后文将通过仿真说明），具体取决于耦合矩阵 C 的性质和目标指向角。

根据式 (10) 中纳入互耦的阵列响应向量，式 (2) 中的有效空间相关矩阵 R 可展开为

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbb{E}\left\{\mathbf{h}\mathbf{h}^{\mathrm{H}}\right\} \\ &= \int_0^{\pi}\int_0^{\pi} s(\phi,\theta)\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{a}_0\mathbf{a}_0^{\mathrm{H}}(\phi,\theta)\mathbf{C}^{*}d\phi d\theta \\ &= \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\left(\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} s(\phi,\theta)\mathbf{a}_0\mathbf{a}_0^{\mathrm{H}}(\phi,\theta)d\phi d\theta\right)\mathbf{C}^{*} \\ &= \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_0\mathbf{C}^{*}\end{aligned} \tag{14}$$

这意味着，有效空间相关矩阵 R 中的每个元素，都是由原始空间相关矩阵 R_0 中的所有元素共同作用，并由耦合矩阵 C 中的相应元素加权后确定的。第 IV 节将应用式 (12)–(14) 中的理论分析，研究所提出波束成形方法的性能，以及互耦对全息可重构智能表面有效空间相关性的影响。

III. 无互耦时的特征值分布

设全息可重构智能表面沿 x 和 z 方向的阵元数分别为 N_x和 N_z，即阵元总数为 $N = N_x N_z$。对于各向同性散射环境，式 (2) 中的空间散射函数为 [22]

$$s(\phi,\theta) = \frac{\sin\theta}{2\pi},\ \phi \in \left[0,\pi\right], \theta \in \left[0,\pi\right]. \tag{15}$$

将式 (15) 代入第 II-A 节中的式 (6)，可得到各向同性散射条件下全息可重构智能表面的空间相关矩阵 R_0 。如 [21], [22]，中所证明的，R_0 可由 sinc 函数表示如下:

$$[\mathbf{R}_0]_{n_1,n_2} = \mathrm{sinc}\left(\frac{2||\mathbf{d}_{n_1} - \mathbf{d}_{n_2}||_2}{\lambda}\right),\ n_1,n_2 = 1,\ldots,N \tag{16}$$

其中 $\mathrm{sinc}(x) \triangleq \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ 是sinc函数，d_{n_1} 和 d_{n_2} 分别表示全息可重构智能表面中第 n_1个和第 n_2个阵元的坐标。图2描绘了单元间距最大为波长三倍时的小尺度空间相关性特征 λ。从式（16）和图2可以观察到，仅当某些单元

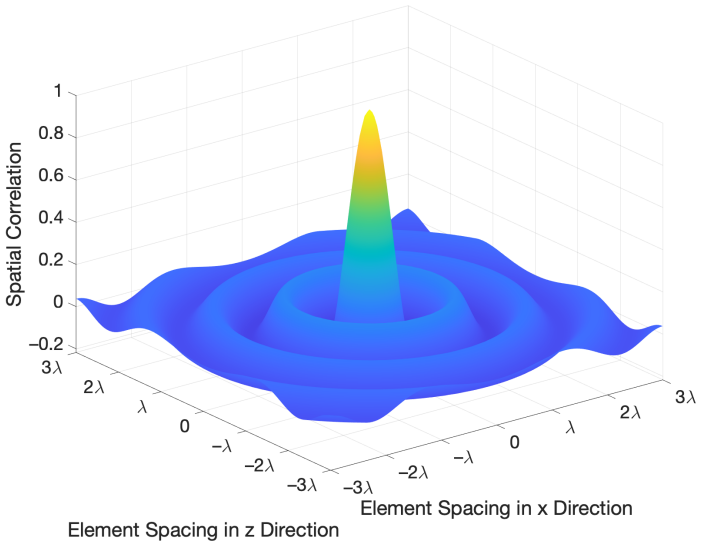


图 2：各向同性散射下全息可重构智能表面阵元之间的空间相关性，其中λ 表示载波波长。请注意， x 和 z 方向的单元间距以波长 λ为单位表示，并直接标注在横坐标和纵坐标上，而空间相关性是无量纲的。

间距满足特定条件时，空间相关性才最小，而不是任意两个阵元之间均如此，因此经典的独立同分布（i.i.d.）瑞利衰落模型不适用于此类系统 [12], [21], [22]。

图3展示了在不同的 N（或等效地，不同的单元间距）下，$\mathbf{R}_0/N$ 的特征值按非递增顺序排列的情况，其中 $L_x = L_z = 12\lambda$。此外，虚线表示$\min(L_x, L_z)/\lambda \to \infty$ [48], [49]时的渐近空间自由度 $\lceil \frac{\pi L_x L_z}{\lambda^2} \rceil$。从图3中可以得出几点重要结论：首先，尽管广受关注的独立同分布瑞利衰落信道具有几乎相同的特征值，且其数量等于所部署的天线单元数，但本文中的相关信道具有不均匀且数量较少的主导特征值（即大于图3插图中深色圆圈所标示数值的特征值），且秩更低。其次，空间自由度$\lceil \frac{\pi L_x L_z}{\lambda^2} \rceil$ 的准确性会随单元密度的增加而提高。更重要的是，图3插图中深色圆圈所标示的主导特征值数量会随着阵元总数 N 的增加而减少，这似乎有悖直觉。因此，在接下来的小节中，我们将深入探究这一反常现象背后的原因：在全息可重构智能表面中，阵元数量增加时，空间自由度似乎反而降低。

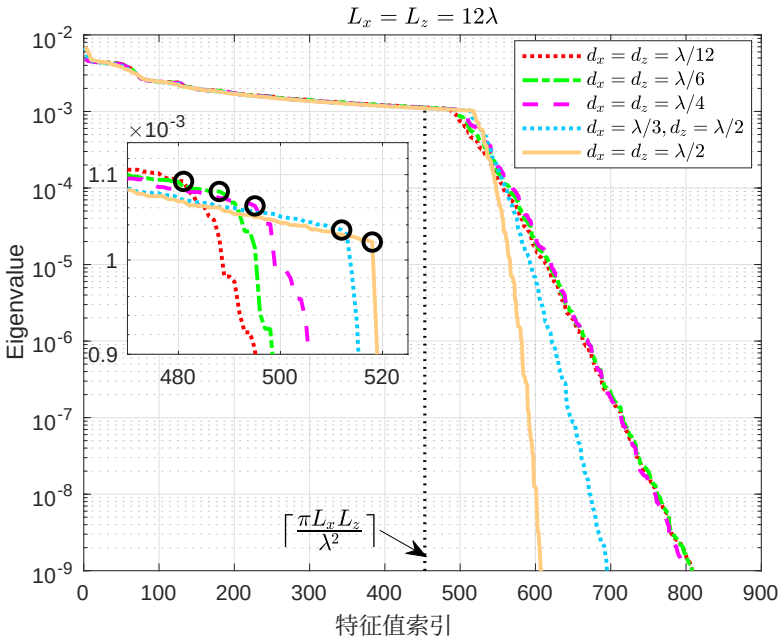


图3：按非递增顺序排列的 R_0/N 特征值与特征值索引的关系，适用于不同的单元间距 d_x 和 d_z，其中 $L_x = L_z = 12\lambda$。此外，还绘出了在 [48] 中推导出的渐近空间自由度（DoF）$\lceil \frac{\pi L_x L_z}{\lambda^2} \rceil$，适用于 $\min(L_x, L_z)/\lambda \to \infty$。请注意，特征值及其索引均为无量纲。插图中的每个深色圆点表示特征值开始快速下降的拐点。

A. 特征值与功率谱的关系

注意，式（16）中的二维全息可重构智能表面的空间相关矩阵R_0 可表示为

as

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{B}_{N_z-1} \\ \mathbf{B}_{-1} & \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_1 & \cdots & \mathbf{B}_{N_z-2} \\ \mathbf{B}_{-2} & \mathbf{B}_{-1} & \mathbf{B}_0 & \cdots & \mathbf{B}_{N_z-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_{1-N_z} & \mathbf{B}_{2-N_z} & \mathbf{B}_{3-N_z} & \cdots & \mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

其中，每个块 $\mathrm{B}_m \in \mathbb{C}^{N_x \times N_x}$, $|m| < N_z$ 本身都是对称托普利茨矩阵，并且 $\mathrm{B}_{-m} = \mathrm{B}_m^T$，即整个矩阵 R_0 也是对称的。此外，R_0 每条对角线上的矩阵块 B_m 均相同。因此，在各向同性散射下，空间相关矩阵 R_0 具有对称的块托普利茨块托普利茨结构，因此我们借助有关块托普利茨块托普利茨矩阵形式渐近

特征值分布的相关理论，研究 R_0/N 的特征值性质。

将 B_m 的第（u,v）个元素记为 $b_{l,\ m}=b_{u-v,\ m}$, $u,v=1,\ldots,N_x$，并定义函数

$$g(\Delta_x,\Delta_z)=\mathrm{sinc}\left(\frac{2\sqrt{\Delta_x^2+\Delta_z^2}}{\lambda}\right) \tag{18}$$

其中，Δ_x 和 Δ_z 分别表示 xoz 平面内一对感兴趣空间点沿 x轴和 z轴的间距。$\{b_{l,m}\}$ 因此可视为由 $g(\Delta_x,\Delta_z)$生成的有限截断双序列，更准确地说，

$$b_{l,m}=\mathrm{sinc}\left(\frac{2\sqrt{\left(\frac{lL_x}{N_x}\right)^2+\left(\frac{mL_z}{N_z}\right)^2}}{\lambda}\right). \tag{19}$$

令 $G(\omega_x,\omega_z)$为 $\{b_{l,m}\}$ 的二维傅里叶变换，其定义为

$$\begin{aligned}
&G(\omega_x,\omega_z)=\frac{1}{N}\sum_{l=-(N_x-1)}^{N_x-1}\sum_{m=-(N_z-1)}^{N_z-1}b_{l,m}e^{-j(l\omega_x+m\omega_z)},\\
&\omega_x=-\frac{(N_x-1)\pi}{N_x},-\frac{(N_x-3)\pi}{N_x},\ldots,\frac{(N_x-1)\pi}{N_x},\\
&\omega_z=-\frac{(N_z-1)\pi}{N_z},-\frac{(N_z-3)\pi}{N_z},\ldots,\frac{(N_z-1)\pi}{N_z}.
\end{aligned} \tag{20}$$

由于双重索引序列 $\{b_{l,m}\}$ 由式（18）中的连续 sinc 函数 $g(\Delta_x,\Delta_z)$ 的空间采样构成，因此，式（20）中的 $G(\omega_x,\omega_z)$ 可视为离散化且截断后的空间相关函数的功率谱。根据块托普利茨块托普利茨矩阵的性质，当由 $b_{l,\ m}$ 形成的双重索引序列绝对可和 [50], [51], ，即，$N\to\infty$时，R_0/N 的特征值与 $G(\omega_x,\omega_z)$ 的谱采样点渐近相同，

$$\lim_{N_x,N_z\to\infty}\sum_{l=-(N_x-1)}^{N_x-1}\sum_{m=-(N_z-1)}^{N_z-1}|b_{l,m}|\le\mathrm{Constant}<\infty. \tag{21}$$

如式（22）所示，式（21）中的条件确实成立，

$$\begin{aligned}
&\lim_{N_x,N_z\to\infty}\sum_{l=-(N_x-1)}^{N_x-1}\sum_{m=-(N_z-1)}^{N_z-1}|b_{l,m}| \\
&=\lim_{N_x,N_z\to\infty}\sum_{l=-(N_x-1)}^{N_x-1}\sum_{m=-(N_z-1)}^{N_z-1}\left|\text{sinc}\left(\frac{2\sqrt{\left(\frac{lL_x}{N_x}\right)^2+\left(\frac{mL_z}{N_z}\right)^2}}{\lambda}\right)\right| \\
&=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\left|\text{sinc}\left(\frac{2\sqrt{(\varpi L_x)^2+(\varsigma L_z)^2}}{\lambda}\right)\right|d\varpi d\varsigma \\
&\le\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}1d\varpi d\varsigma=4<\infty
\end{aligned} \tag{22}$$

因此，R_0/N 的特征值与式 (20) 中 $G(\omega_x,\omega_z)$ 的谱采样点渐近均匀分布。因此，通过研究 $G(\omega_x,\omega_z)$，可以推断出 R_0/N 的特征值特性。下文将探讨功率谱$G(\omega_x,\omega_z)$ 如何随全息可重构智能表面的单元间距（或等价地，空间采样频率）变化，以解释图3所示的反常现象：随着全息可重构智能表面阵元数量的增加，空间自由度似乎反而降低。

B. 通过功率谱分析特征值

当全息可重构智能表面的单元间距为 $\eta_x\lambda$，且沿 x 和 z 方向分别为 $\eta_z\lambda$ $(\eta_x,\eta_z>0)$ 和 $L_x=\beta_x\lambda$, $L_z=\beta_z\lambda$ $(\beta_x,\beta_z>0)$ 时，可得 $N_x=\beta_x/\eta_x+1$,$N_z=\beta_z\ \eta_z+1$。式 (20) 中的功率谱 $G\ \omega_x,\omega_z$ 可改写为式 (23)；

$$\begin{aligned}
G(\kappa_x,\kappa_z)&=\frac{1}{N}\sum_{l=-\frac{\beta_x}{\eta_x}}^{\frac{\beta_x}{\eta_x}}\sum_{m=-\frac{\beta_z}{\eta_z}}^{\frac{\beta_z}{\eta_z}}\text{sinc}\left(2\sqrt{\left(\frac{l\eta_x(N_x-1)}{N_x}\right)^2+\left(\frac{m\eta_z(N_z-1)}{N_z}\right)^2}\right)e^{-j\lambda(l\eta_x\kappa_x+m\eta_z\kappa_z)}, \\
\kappa_x&=-\frac{(N_x-1)\kappa}{2N_x\eta_x},-\frac{(N_x-3)\kappa}{2N_x\eta_x},\ldots,\frac{(N_x-1)\kappa}{2N_x\eta_x}, \\
\kappa_z&=-\frac{(N_z-1)\kappa}{2N_z\eta_z},-\frac{(N_z-3)\kappa}{2N_z\eta_z},\ldots,\frac{(N_z-1)\kappa}{2N_z\eta_z}
\end{aligned} \tag{23}$$

其中，$\kappa=2\pi/\lambda$ 表示波数；κ_x 和 κ_z 分别表示沿 x和 z 方向的波数。图1中沿正 y 方向的波数定义为

as

$$\varkappa(\kappa_x,\kappa_z)=\sqrt{\kappa^2-(\kappa_x^2+\kappa_z^2)} \tag{24}$$

波矢为

$$\boldsymbol{\kappa} = \kappa_x \hat{\mathbf{x}} + \varkappa(\kappa_x, \kappa_z)\hat{\mathbf{y}} + \kappa_z \hat{\mathbf{z}} \tag{25}$$

其中，$\hat{}$x、$\hat{}$y 和 $\hat{}$z 分别表示沿 x 轴、 y 轴和 z 轴方向的单位向量。值得注意的是，实值的 $\varkappa(\kappa_x, \kappa_z)$ 对应沿 y 方向传播的波，而虚值的 $\varkappa(\kappa_x, \kappa_z)$ 表示倏逝波，它通常存在于物体表面附近，并随空间距离呈指数衰减 [12], [17]。

式 (23) 的公式使我们能够研究功率谱 $G(\kappa_x, \kappa_z)$ 随波数 κ_x 和 κ_z 变化的情况，从而进一步了解空间采样频率对 $G(\kappa_x, \kappa_z)$ 的影响；基于时频与空波数对偶性 [48]，这也等价于研究其对归一化空间相关矩阵 $\mathbf{R}_0/N$ 的特征值的影响。对于连续且无限大的全息 RIS 孔径，式 (23) 中的 $G(\kappa_x, \kappa_z)$ 趋近于以下分布 [52]:

$$G^{(\infty)}(\kappa_x, \kappa_z) = \frac{\Pi\left(\frac{\sqrt{\kappa_x^2+\kappa_z^2}}{2\kappa}\right)}{\frac{\kappa}{2\pi}\sqrt{\kappa^2 - (\kappa_x^2+\kappa_z^2)}} \tag{26}$$

其中， $\Pi(\cdot)$ 为矩形函数。如式 (26) 所示，对于给定的 κ， $G^{(\infty)}(\kappa_x, \kappa_z)$ 呈碗状形状，并在该区域内随 $\sqrt{\kappa_x^2+\kappa_z^2}$ 单调递增

$$\mathcal{D}(\kappa) = \left\{(\kappa_x, \kappa_z) \in \mathbb{R}^2 : \kappa_x^2 + \kappa_z^2 \le \kappa^2\right\} \tag{27}$$

在 $\sqrt{\kappa_x^2+\kappa_z^2} = \kappa$ 时达到最大值，随后在 $\mathcal{D}$ 外部骤然变为零κ。然而，在实际实现中，全息可重构智能表面通常具有有限的孔径尺寸，并由离散单元组成，这相当于对原本无限且连续的全息 RIS 孔径进行空间截断和采样。截断可以视为对空间域中原本无限长的信号施加窗函数；执行傅里叶变换后，这会导致信号在波数域中出现在 $\mathcal{D}$ 外部κ，如图 4 所示。关于空间采样，根据时频域信号处理的知识，时域中的采样粒度越细，传统频域中的分辨率就越高。类似地，对于全息可重构智能表面，较小的空间采样间隔（即较小的单元间距）会带来空间频率（即波数）域中更高的分辨率。因此，以 x 方向为例，可分辨波数的绝对值上限 κ_x，即${}_{(N_x-1)_{2N_x\eta_x}}{}^{\kappa}$ ，与式 (23) 中的单元间距 η_x 成反比。具体而言，若 $N_x \gg 1$,

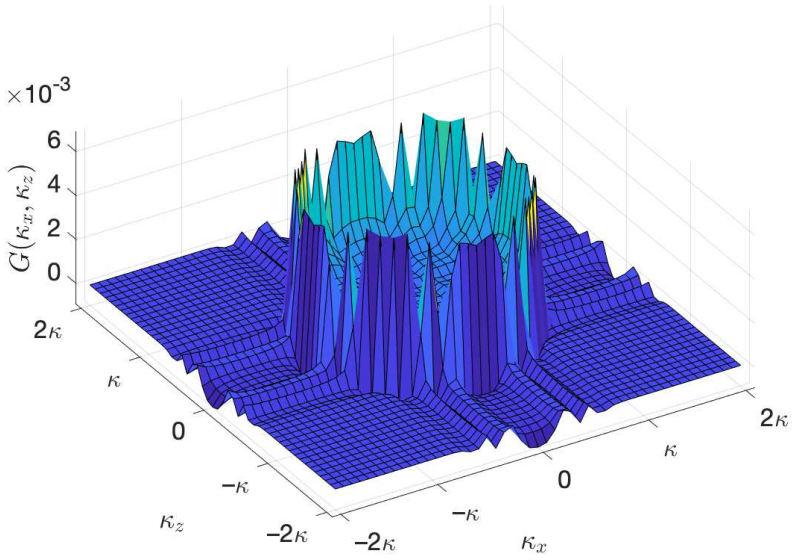
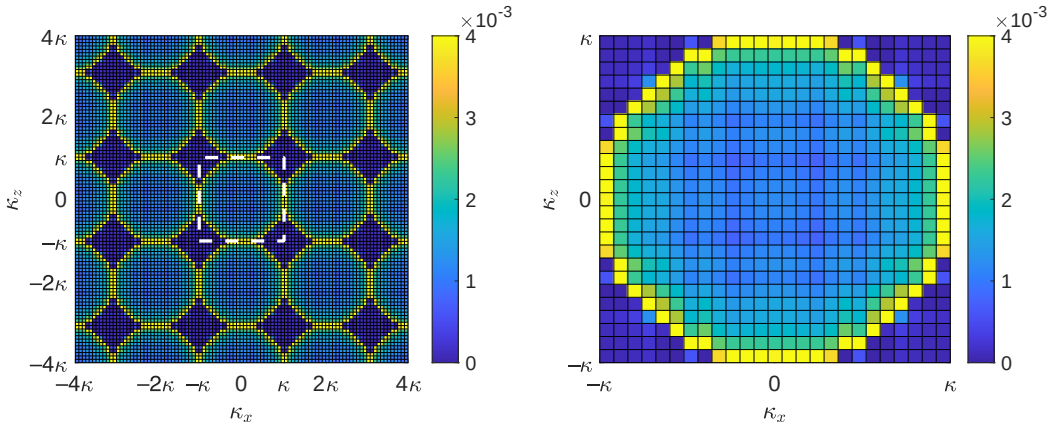


图4：式（23）中截断离散空间相关函数 $g(\Delta_x, \Delta_z)$ 的傅里叶变换 $G(\kappa_x, \kappa_z)$，其中 $L_x = L_z = 12\lambda$ 和 $d_x = d_z = \lambda/3$。请注意， κ_x 和 κ_z 以波数 κ表示，该波数直接标注在横坐标和纵坐标上；而 $G(\kappa_x, \kappa_z)$ 是无量纲的，因为 $g(\Delta_x, \Delta_z)$ 是无量纲的。

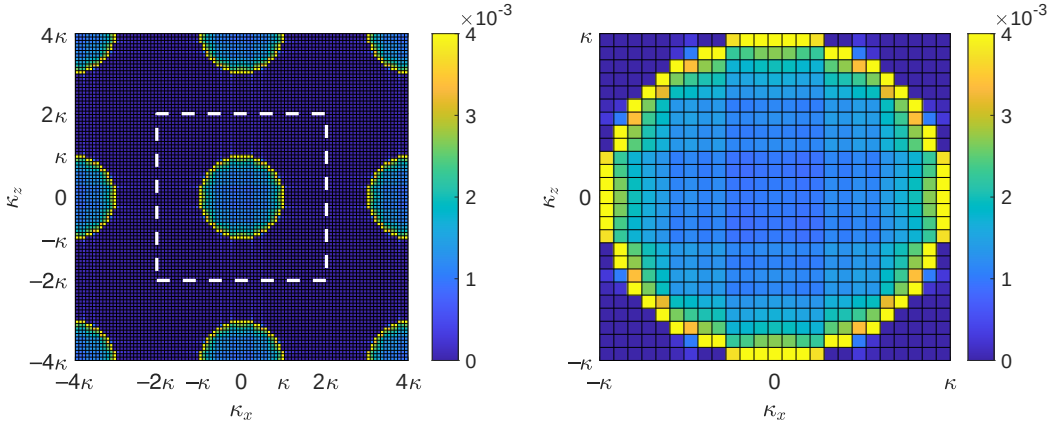
对于最常见的半波长单元间距（即 $\eta_x = 1/2$），最高可分辨波数如预期为 κ；随着 η_x 减小，该值会增至 $\frac{\kappa}{2\eta_x}$。

为考察空间采样间隔对功率谱 $G(\kappa_x, \kappa_z)$ 的影响，我们针对一系列 η_x 和 η_z 取值进行了数值仿真，相应结果如图5所示。图5(a)、(c)、(e)分别展示了在 $\eta_x = \eta_z = 1/2$、$\eta_x = \eta_z = 1/4$和 $\eta_x = \eta_z = 1/8$处计算得到的功率谱 $G(\kappa_x, \kappa_z)$。为便于公平比较，三个子图中的 κ_x 和κ_z 均从 -4κ 变化到 4κ，而相应全息可重构智能表面能够分辨的实际波数范围位于各子图的白色虚线框内。图5(b)、(d)、(f)分别是图5(a)、(c)、(e)的局部放大图，其中$|\kappa_x| \leq \kappa$ 和 $|\kappa_z| \leq \kappa$。由于 $b_{l,\ m}$ 在式（19）中可视为非周期离散空间信号，因此其傅里叶变换（即波数域中的频谱） $G(\kappa_x, \kappa_z)$在式（23）中分别沿 x和 z方向以 κ_x/η_x 和 κ_z/η_z 为周期，正如图5(a)、(c)、(e)所示。因此，波数域中的频谱实际上是原始频谱及其副本的叠加；单元间距越大，.....



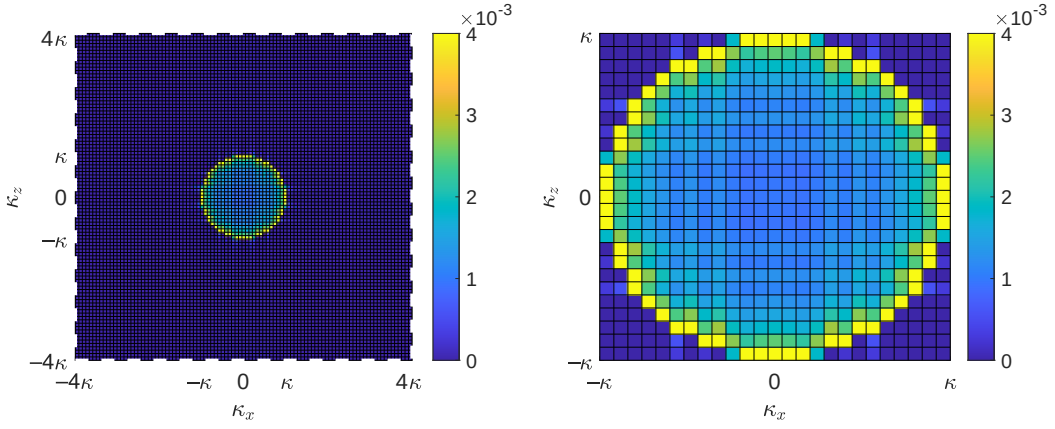
(a) $d_x = d_z = \lambda/2$

(b) $d_x = d_z = \lambda/2$



(c) $d_x = d_z = \lambda/4$

(d) $d_x = d_z = \lambda/4$



(e) $d_x = d_z = \lambda/8$

(f) $d_x = d_z = \lambda/8$

图5：式（23）中截断离散空间相关函数 $g(\Delta_x, \Delta_z)$（式（18））的傅里叶变换 $G(\kappa_x, \kappa_z)$ 的概览图（a、c、e）及局部放大图（b、d、f）。色条表示 $G(\kappa_x, \kappa_z)$ 的数值，且（a、c、e）中的白色虚线框标出了相应全息可重构智能表面可分辨波数所在的区域。请注意，κ_x 和 κ_z 均以波数 κ 表示，该波数已在每个子图的横坐标和纵坐标上直接标出。

混叠现象。由于图4所示的式（27）中区域 $\mathcal{D}(\kappa)$ 之外存在谱泄漏，频谱混叠会放大 $\mathcal{D}(\kappa)$ 周边的一些频谱值，并且单元间距越大，这种放大现象越明显，如图 5(b) 、 (d) 、 (f) 所示。注意，R_0/N 的特征值渐近地均匀分布，其对应的功率谱为 $G(\kappa_x, \kappa_z)$，因此，单元间距越大，显著特征值的数量似乎越多，这解释了图3中深色圆圈标出的现象。换言之，式（27）中远场传播波区域 $\mathcal{D}(\kappa)$ 内的特征值数量实际上不会随单元间距变化；对于较少阵元而言，表面上更占主导的特征值以及更高的空间自由度，实则是由区域 $\mathcal{D}(\kappa)$ 之外的倏逝波造成的。

倏逝波通常局限于阵列的反应近场中。它们包含物体的高空间频率分量，通常不会对远场信道容量作出贡献，但在近场通信、感知和能量传输方面具有巨大潜力 [53], [54]。此外，人们已提出多种方法，将倏逝波转换为可辐射至远场的传播波，例如采用简单的金属条光栅、超表面或随机分布的金属线 [55]–[57]。总体而言，全息可重构智能表面及其相关的传播波和倏逝波，在未来通信、感知及相关领域具有广阔的应用前景。

IV. 考虑互耦时的特征值分布

本节将研究全息可重构智能表面中考虑互耦时的特征值分布。

A. 耦合矩阵

天线阵列的阻抗矩阵 Z 可表示为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{\mathrm{A}} & z_{12} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{\mathrm{A}} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & \cdots & z_{\mathrm{A}} \end{bmatrix} \tag{28}$$

其中， z_{A} 表示天线阻抗， z_{mn} 表示 m号和n号阵元之间的互阻抗。给定 Z 后，可根据电路理论计算发射端阵列的（未归一化）耦合矩阵，具体为 [30], [34]

$$\mathbf{C}'_{\mathrm{T}} = \mathbf{Z}\left(\mathbf{Z} + z_{\mathrm{S}}\mathbf{I}_N\right)^{-1} \tag{29}$$

其中， z_{S} 为源阻抗。如果发射端阵元之间不存在互耦，则 Z 为对角矩阵，其对角元素为 z_{A}，因此 C′ T 也是对角矩阵，其对角元素为 $[\mathrm{C}'_{\mathrm{T}}]_{nn} = z_{\mathrm{A}}/(z_{\mathrm{A}} + z_{\mathrm{S}})$。因此，我们将耦合矩阵除以 $z_{\mathrm{A}}/(z_{\mathrm{A}} + z_{\mathrm{S}})$ 进行归一化，得到

$$\mathbf{C}_{\mathrm{T}} = (1 + z_{\mathrm{S}}/z_{\mathrm{A}})\,\mathbf{Z}\left(\mathbf{Z} + z_{\mathrm{S}}\mathbf{I}_N\right)^{-1}. \tag{30}$$

另一方面，接收端阵列的（未归一化）耦合矩阵为 [30], [34]

$$\mathbf{C}'_{\mathrm{R}} = z_{\mathrm{L}}\mathbf{I}_N\left(\mathbf{Z} + z_{\mathrm{L}}\mathbf{I}_N\right)^{-1} \tag{31}$$

其中， z_{L} 为负载阻抗或终端阻抗。与发射端类似，如果接收端阵元之间不存在互耦，则 C′ R 为对角矩阵，其对角元素为 $[\mathrm{C}'_{\mathrm{R}}]_{nn} = z_{\mathrm{L}}/(z_{\mathrm{A}} + z_{\mathrm{L}})$，因此归一化后的耦合矩阵为

$$\mathbf{C}_{\mathrm{R}} = (z_{\mathrm{A}} + z_{\mathrm{L}})\left(\mathbf{Z} + z_{\mathrm{L}}\mathbf{I}_N\right)^{-1}. \tag{32}$$

给定耦合矩阵后，现在可以通过应用第二节中的理论分析，计算全息可重构智能表面的有效空间相关矩阵 R。推导 R 的步骤总结如下：

- 步骤 1：根据可重构智能表面的几何结构和单元拓扑结构，计算式 (5) 中的传统（即不考虑互耦的）阵列响应向量 $\mathbf{a}_0$；
- 步骤 2：根据理论分析或测量，求得式 (3) 中的空间散射函数 $s(\phi, \theta)$；
- 步骤 3：根据式 (6) 计算不包含互耦的空间相关矩阵 $\mathbf{R}_0$；
- 步骤 4：根据理论分析或测量，求得全息可重构智能表面阵元的式 (28) 中的阻抗矩阵 Z；
- 步骤 5：分别根据式 (32) 计算发射端和接收端的耦合矩阵 $\mathbf{C}_{\mathrm{T}}$ 和 $\mathbf{C}_{\mathrm{R}}$； (30)
- 步骤 6：对于发射端（接收端），使用步骤 3 中的 $\mathbf{R}_0$ 和步骤 5 中的 $\mathbf{C}_{\mathrm{T}}$ （$\mathbf{C}_{\mathrm{R}}$），根据式 (14) 计算有效空间相关矩阵 R。

B. 单元间相关/耦合强度指标

为了便于定量描述耦合矩阵或相关矩阵 Q $\in \mathbb{C}^{N\times N}$ 所表征的物理互耦或相关强度，我们提出了一种名为 ICSI 的新度量，其定义如下：

$$\begin{aligned}\text{ICSI} &= \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\frac{\frac{1}{N-1}\sum_{m=1,m\neq n}^{N}\left|[\mathbf{Q}]_{n,m}\right|}{\left|[\mathbf{Q}]_{n,n}\right|} \\ &= \frac{1}{N(N-1)}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1,m\neq n}^{N}\frac{\left|[\mathbf{Q}]_{n,m}\right|}{\left|[\mathbf{Q}]_{n,n}\right|}\end{aligned} \tag{33}$$

其中，$\left|\frac{[\mathbf{Q}]_{n\ m}}{[\mathbf{Q}]_{n}}_{,n}\right|$ 表示第 n 个与第 m 个（$m \neq n$）阵元之间的单元间相关/耦合强度，并以第 n 个阵元的自相关/耦合幅度进行归一化，以便比较不同矩阵；随后，对所有不同阵列单元对的归一化单元间相关/耦合幅度取平均，得到平均归一化单元间相关/耦合强度，即 ICSI。ICSI 的取值介于 0 和 1 之间，分别表示不同阵列单元之间不存在互耦/相关性以及互耦/相关性达到最大，并大致对应相关矩阵或耦合矩阵 Q 的列/行之间正交性的最高和最低水平。ICSI 值较大意味着不同阵列单元之间的平均相关/耦合较强；当某些阵元对之间的相关/耦合非常强，和/或大量阵元彼此耦合或相关时，就可能出现这种情况。这通常会导致耦合/相关矩阵的特征值分布不均，具体将在下文小节的数值结果中展示。

C. 包含互耦的数值仿真

由于互耦现象的复杂性，不可能给出适用于所有类型阵元或阵列的阻抗矩阵或耦合矩阵通用公式或曲线。为便于说明，我们以相同小型偶极子之间互耦的解析方程为例。尽管这些表达式是基于两个偶极子推导的，但它们也可应用于有或无接地平面的线性或平面阵列中的任意一对阵元 [58]。当阵元较小且处于谐振状态时，例如偶极子，互耦的一阶结果是改变每个阵列阵元的阻抗 [27]。因此，互耦可以用阵元之间的互阻抗来描述（当可以忽略高阶效应时），即

这也是以往大量研究工作中的常见做法（例如， [35], [37], [39]）。本文中的互阻抗和互耦模型旨在用于说明；对于由采用其他布局的偶极子或其他类型阵元组成的阵列，需要采用更合适的互阻抗/互耦模型，或在实际阵列中测量这些参数，这将留待未来工作。在本文中，我们以平行梯次排列的半波偶极子阵元的阻抗矩阵为例，如图6所示，其中 $z_{\mathrm{A}} \approx 73.1 + j42.5\,\Omega$ [27], [59]。在仿真中， $L_x = 4\lambda$，沿 z轴的半波长偶极子数量设置为8。沿 z轴方向，一个偶极子的上端与其上方相邻偶极子的下端之间的间距设置为 $\lambda/50$；与 λ 相比，该间距可忽略不计，因此 $d_z \approx \lambda/2$ 和 $L_z \approx 4\lambda$。

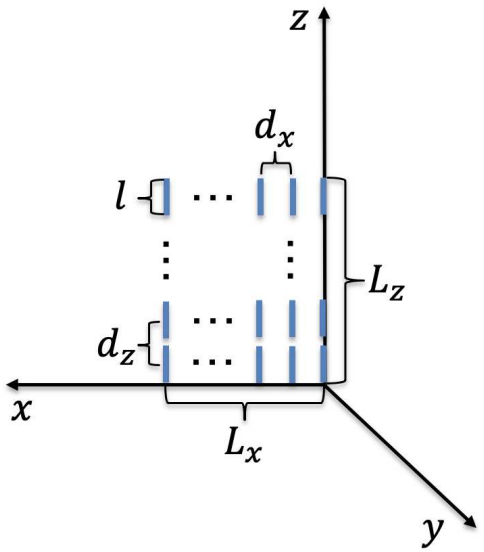


图6： xoz 平面上的偶极子拓扑结构，单元间距为 d_x 和 d_z，阵列在 x轴和 z轴上的长度分别为 L_x 和 L_z。每个偶极子阵元的长度为 $l = \lambda/2$。

如 II-B节所述，全息可重构智能表面的一个显著特点是，其阵列增益可能远大于传统阵列；因此，我们首先研究全息可重构智能表面的阵列增益。举例来说，图 7展示了有无互耦情形下，发射阵列增益随方位角 ϕ （见图1）变化的情况。天顶角 θ （见图1）设为 $90°$。 d_x、w、C 和 a_0 分别表示沿x轴的单元间距、波束成形向量、式（30）中的耦合矩阵，以及式（5）中的互耦无关阵列响应向量。沿 x轴的单元间距 d_x 分别设为 $\lambda/2$ 和 $\lambda/8$,

并针对每个 d_x考虑四种互耦与波束成形方案。方案1）：考虑互耦，并采用所提出的式（12）中的波束成形向量 w。方案2）：考虑互耦，并采用普通共轭波束成形 $\mathbf{a}_0^*$（随后进行功率归一化）。方案3）：考虑互耦，并采用 [37] 中的现有波束成形方法，该方法可最大化可重构智能表面的方向性，等价于 $\mathbf{C}^{-1}\mathbf{a}_0^*$（随后进行功率归一化）。方案4）：不考虑互耦，并采用最优共轭波束成形 $\mathbf{a}_0^*$（随后进行功率归一化）。从图 7可以得出以下结论：首先，比较有无互耦的情形可知，在大多数情况下，考虑互耦后阵列增益会显著提升，即使采用普通的互耦无关共轭波束成形也是如此；但在半波长间距下的某些角度除外。例如，对于 $d_x = \lambda/8$，采用所提出的波束成形方法所能达到的最大阵列增益超过无互耦时的2.8倍，而且随着可重构智能表面变得更密集，这一差距可能进一步扩大，这有利于信噪比增强、覆盖范围扩展以及绿色通信中的节能传输。其次，在不考虑互耦时，$d_x = \lambda/8$ 与 $d_x = \lambda/2$ 之间的阵列增益比等于相应的阵元数量比（此处为 $264/72 \approx 3.7$ ），符合预期；而考虑互耦时，该比值达到8.8，这表明考虑互耦后的阵列增益随阵元数量增加而提升的速度快于不考虑互耦的情形。第三，所提出的互耦感知波束成形方法优于另外两种方法，包括 [37]中的方法。原因可能在于， [37] 中的波束成形方法旨在最大化可重构智能表面的方向性，即某一指向方向上的辐射功率与所有指向方向上的辐射功率之比；而所提出的波束成形向量最大化的是阵列辐射功率与单个阵元辐射功率之比，因此两者的优化目标略有不同。总体而言，三种波束成形方案之间的性能差距会随着单元密度的增加以及指向方向接近端射方向而增大。

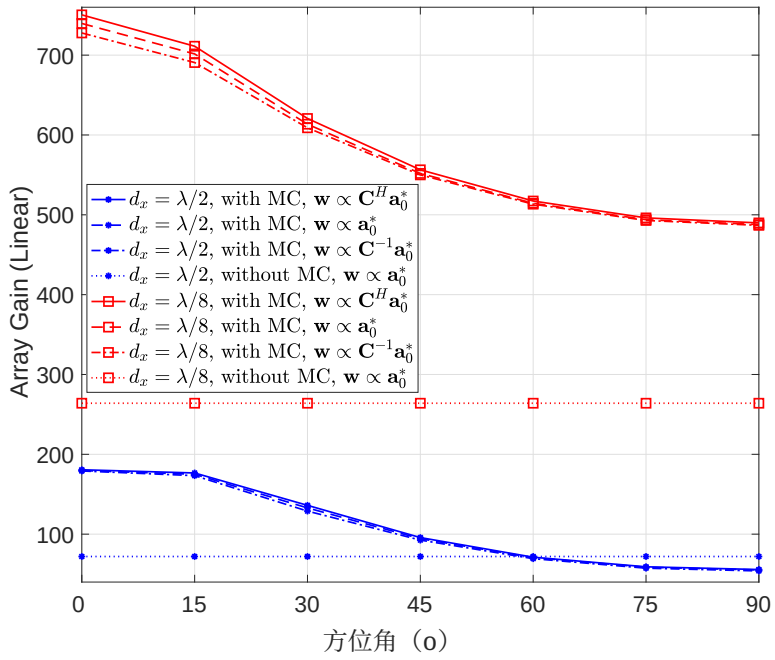


图 7：无互耦和有互耦（MC）两种情形下，发射端（Tx）阵列增益随方位角的变化。可重构智能表面尺寸为 $4\lambda \times 4\lambda$，垂直单元间距约为$\lambda/2$，天顶角设为 $90°$。 d_x、w、C 和 $\mathbf{a}_0$ 分别表示沿x-轴方向的单元间距、波束成形向量、式（30）中的耦合矩阵以及式（5）中的互耦无关阵列响应向量。

现在，对于固定的全息可重构智能表面尺寸，我们分别考察发射端（Tx）和接收端（Rx）在不同单元间距下式（14）中有效空间相关矩阵的特征值变化。图8展示了无互耦和有互耦两种情形下有效发射端空间相关矩阵的特征值幅度。理想情况下，源阻抗应为单元阻抗的共轭，即 $z_{\mathrm{S}} = z_{\mathrm{A}}^*$，但这在实际中很难实现。因此，我们分别将 z_{L} 设置为 z_{A}^* 和常用的 50 Ω，以考虑完全阻抗匹配和不完全阻抗匹配两种情况，从而考察不同阻抗匹配的影响。表 I 列出了使用式（33）计算得到的相关 ICSI，其中还包括另一个非常大的 300 Ω 源阻抗，以便进行比较。根据图8和表 I 可以得出以下主要结论：

- 排除互耦时，随着单元间距缩小，图8中最显著的特征值拐点向左移动，即主导特征值的数量减少。这与图3中较大全息 RIS 孔径的观察结果一致。

这也可由第 III 节中的分析很好地解释。

- 在大多数情况下，互耦会增强发射端的有效空间相关性，这一点可从图8中与无互耦情况相比衰减更快的特征值以及表 I 中的 ICSI 值看出；此外，对于所研究的所有单元间距，互耦都会提高最大特征值。此外，随着阵列变得更加密集，互耦带来的相关性增强会减弱；对于足够密集的可重构智能表面，互耦甚至可能产生去相关效应。其原因在于，当 $z_{\mathrm{S}} \to 0$ 时，式 (30) 中的乘积项 $\mathbf{Z}\left(\mathbf{Z}+z_{\mathrm{S}}\mathbf{I}_N\right)^{-1}$ 趋近于单位矩阵；而当 z_{S}非零时，该乘积项则成为带状对称块托普利兹矩阵，其非零元素仅限于一条对角带，且非对角元素远小于对角元素。此外，随着阵元数量增加，矩阵的稀疏性会更加明显。因此，随着单元间距减小，式 (30) 中的 $\mathbf{C}_{\mathrm{T}}$会逐渐呈现出类似对角矩阵的特性；因此，考虑互耦时，单元间距越小，有效空间相关性越弱。

- 不同的源阻抗值会对特征值结构产生显著影响。具体而言，与 $z_{\mathrm{S}} = 50\ \Omega$ 相比，完全阻抗匹配能更大幅度地增强有效空间相关性 $z_{\mathrm{S}} = z^{*}_{\mathrm{A}}$，这可从图8所示的相应特征值变化趋势以及表 I 中的 ICSI 值看出。其原因与上文所述类似：(30) 式中的 $\mathbf{C}_{\mathrm{T}}$ 与具有较大 z_{S} 的对角矩阵的性质差异更大（即 $73.1 - j42.5\ \Omega$，而非 $50\ \Omega$），因此会产生更高的相关性。表 I 中 z_{S} 达到 $300\ \Omega$ 时的 ICSI 进一步证实了这一点。

- 一般而言，全息可重构智能表面的密度越大，特征值幅度越大，这与图 7 所示的阵列增益提升一致。

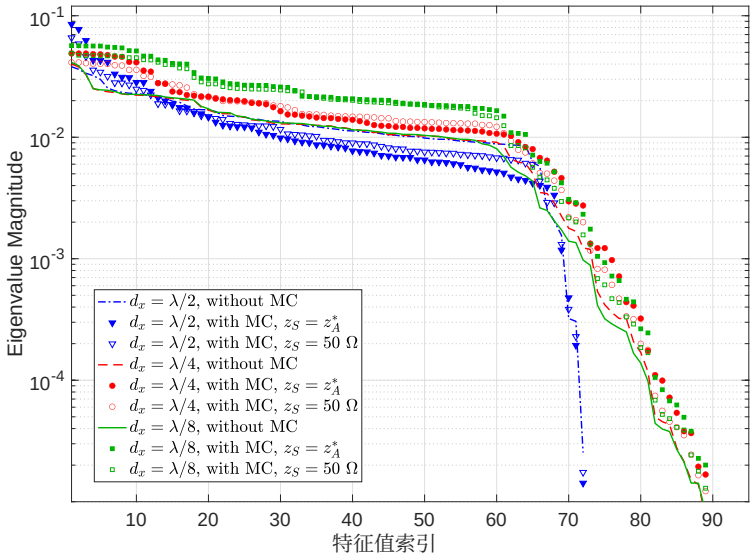


图8：对于水平单元间距为 $\lambda/2$、 $\lambda/4$和 $\lambda/8$ 、全息可重构智能表面尺寸为$4\lambda \times 4\lambda$的情况，比较无互耦和有互耦时有效发射端空间相关矩阵的特征值幅度与特征值索引。 z_S 表示源阻抗。请注意，特征值索引和特征值幅度均为无量纲。

表 I：不同单元间距下，无互耦和有互耦时发射端空间相关矩阵的单元间相关/耦合强度指标（ICSI），见式（33）。

式（33）中的 ICSI	发射端空间相关矩阵 无互耦	发射端空间相关矩阵 有互耦， $z_S = z_A^*$	发射端空间相关矩阵 考虑互耦时， $z_S = 50\ \Omega$	发射端空间相关矩阵 考虑互耦时， $z_S = 300\ \Omega$
$d_x = d_z = \lambda/2$	0.0495	0.0927	0.0752	0.1500
$d_x = d_z = \lambda/4$	0.0646	0.0750	0.0665	0.0974
$d_x = d_z = \lambda/8$	0.0702	0.0705	0.0671	0.0851

在与图8相同的仿真设置下，图9展示了接收端有效空间相关矩阵的特征值幅度，相应的 ICSI 值列于表II。下面描述一些有趣的现象。

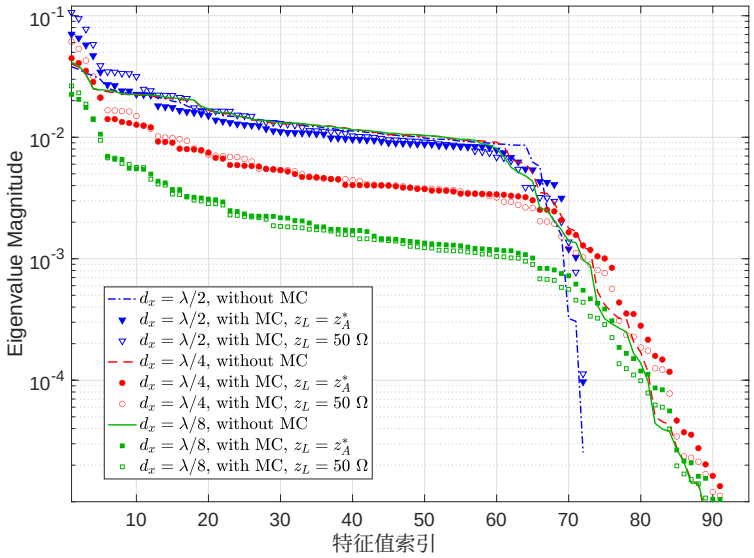


图9：在全息可重构智能表面尺寸为 $4\lambda \times 4\lambda$ 时，对于水平单元间距为 $\lambda/2$、 $\lambda/4$ 和 $\lambda/8$ 的情况，分别绘制了无互耦和有互耦情形下有效接收（Rx）空间相关矩阵的特征值幅度随特征值索引的变化。 z_{L} 表示负载阻抗。请注意，特征值索引和特征值幅度均为无量纲。

表II：不同单元间距下，无互耦和有互耦时接收端空间相关矩阵的式（33）中的 ICSI。

式（33）中的 ICSI	接收端空间相关矩阵 无互耦	接收端空间相关矩阵 有互耦， $\boldsymbol{z_{\mathrm{L}} = z_{\mathrm{A}}^*}$	接收端空间相关矩阵 考虑互耦时， $\boldsymbol{z_{\mathrm{L}} = 50\ \Omega}$	接收端空间相关矩阵 考虑互耦时， $\boldsymbol{z_{\mathrm{L}} = 300\ \Omega}$
$d_x = \lambda/2$	0.0495	0.0682	0.0787	0.0550
$d_x = \lambda/4$	0.0646	0.0867	0.1001	0.0698
$d_x = \lambda/8$	0.0702	0.1045	0.1213	0.0828

- 在接收端，互耦在大多数情况下会降低特征值的幅度（最大的几个特征值除外）。与式（30）中的发射端耦合矩阵 $\mathbf{C}_{\mathrm{T}}$ 相比，式（32）中的接收端耦合矩阵 $\mathbf{C}_{\mathrm{R}}$ 主要相差一项 $z_{\mathrm{A}}\mathbf{Z}^{-1}$，该项与原始空间相关矩阵相乘后会导致特征值幅度降低。

- 如表II所示，互耦会增强接收端的有效空间相关性，这与发射端的情况类似。然而，与发射端的观察结果相反，负载阻抗较大的互耦

通常会使接收端的相关性增强效应减弱，如图9和表II所示，因为较大的负载阻抗会使式（32）中的项 $z_{\mathrm{L}}\mathrm{I}_N$ 在 $(\mathrm{Z}+z_{\mathrm{L}}\mathrm{I}_N)^{-1}$ 中占据更主导的地位，因此耦合矩阵更接近对角矩阵，其非对角元素更小，相关性也更弱。

- 当单元间距小于半个波长时，接收端互耦会提高有效空间自由度；这可从特征值中最显著的拐点看出：考虑互耦后，该拐点会向右移动。这有利于空间分集和多流传输。

为分析和比较不同单元类型的互耦效应，我们还考察了具有各向同性辐射方向图的单元，这种假设在现有研究中很常见。各向同性单元的阻抗矩阵实部为 [47]

$$[\Re\{\mathbf{Z}_{\text{iso}}\}]_{n_1,n_2} = r_{\text{iso}}\text{sinc}\left(\frac{2||\mathbf{d}_{n_1}-\mathbf{d}_{n_2}||_2}{\lambda}\right),\ n_1,n_2=1,\ldots,N \tag{34}$$

其中，r_{iso} 表示各向同性单元的辐射电阻，sinc(x)、d_{n_1}和d_{n_2} 的定义与式（16）一致。通过采用适当的匹配技术，可以去除阻抗矩阵的虚部，同时保留实部 [47], ，因此我们只需考虑实部。将式（34）代入式（32）并令 $z_{\mathrm{L}} = r_{\text{iso}}$，即可得到各向同性单元的接收端耦合矩阵。图 10展示了半波长偶极子和各向同性单元对应的有效接收空间相关矩阵的特征值幅度随特征值索引的变化。结果表明，各向同性单元的有效空间相关性明显低于半波长偶极子，这可从各向同性单元的特征值幅度分布更均匀看出。这是因为如式（34）所示，当两个各向同性单元之间的间距为半波长的整数倍时，互耦为零；而本文中的偶极子之间互耦均非零，因此各向同性单元的整体互耦较低。

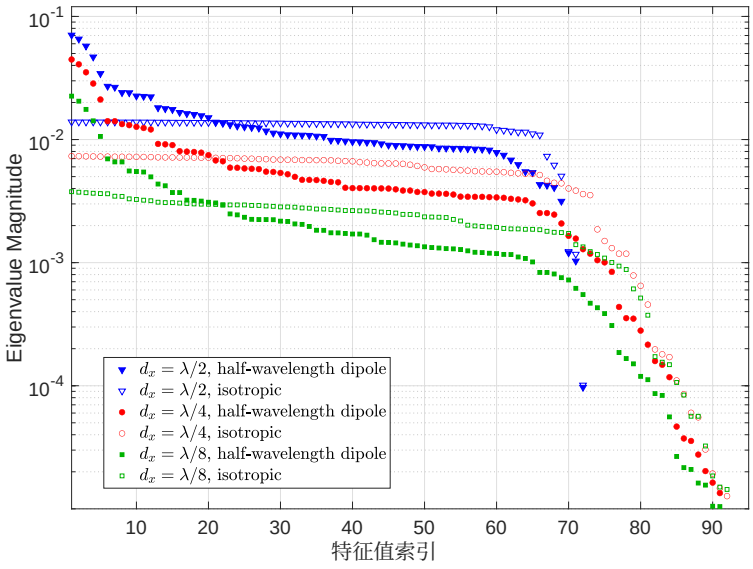


图 10：半波长偶极子和各向同性单元的有效接收空间相关矩阵的特征值幅度与特征值索引的关系。全息可重构智能表面尺寸为 $4\lambda \times 4\lambda$ 时，沿 x 轴的单元间距分别设为 $\lambda/2$、$\lambda/4$ 和 $\lambda/8$，比较有互耦和无互耦的情形。负载阻抗为 $z_{\mathrm{L}} = z_{\mathrm{A}}^{*}$。请注意，特征值索引和特征值幅度均为无量纲量。

五、结论

本文研究了全息可重构智能表面在不考虑和考虑互耦时的阵列响应与小尺度空间相关性。基于块托普利茨托普利茨块矩阵理论，将特征值与空间相关函数的功率谱联系起来，对各向同性散射条件下空间相关矩阵的渐近特征值分布和空间自由度进行了深入分析。研究表明，全息可重构智能表面中阵元较少时出现看似更突出的主导特征值，是由波数域中的频谱混叠增强近场倏逝波所致，因此远场空间自由度实际上并未增加。此外，本文提出了一种旨在最大化阵列增益的互耦感知波束成形方案，并证明其性能优于现有方法。此外还发现，互耦对发射端和接收端模式的影响不同：对于发射端，互耦在大多数情况下会增大特征值幅度和有效空间相关性；而接收端互耦往往会降低特征值幅度，同时增加空间自由度，这在密集可重构智能表面中尤为明显。发射端互耦带来的阵列增益和信道特征值增强有利于提升信噪比和覆盖

扩展和节能，而接收端互耦所带来的空间自由度增加表明，即使使用紧凑型阵列，也能实现高效的空间复用。

参考文献

[1] H. Tataria、M. Shafi、A. F. Molisch、M. Dohler、H. Sj¨oland 和 F. Tufvesson，《6G无线系统：愿景、需求、挑战、见解与机遇》，《IEEE论文集》，第109卷，第7期，第1166–1199页，2021年7月。[2] S. Hu、F. Rusek 和 O. Edfors，《超越大规模MIMO：利用大型智能表面进行数据传输的潜力》，《IEEE信号处理汇刊》，第66卷，第10期，第2746–2758页，2018年5月。[3] C. Huang、S. Hu、G. C. Alexandropoulos、A. Zappone、C. Yuen、R. Zhang、M. D. Renzo 和 M. Debbah，《面向6G无线网络的全息多输入多输出表面：机遇、挑战与趋势》，《IEEE无线通信》，第27卷，第5期，第118–125页，2020年10月。[4] E. Basar、M. Di Renzo、J. De Rosny、M. Debbah、M. Alouini 和 R. Zhang，《通过可重构智能表面实现无线通信》，《IEEE Access》，第7卷，第116 753–116 773页，2019年8月。[5] Y. Liu、X. Liu、X. Mu、T. Hou、J. Xu、M. Di Renzo 和 N. Al-Dhahir，《可重构智能表面：原理与机遇》，《IEEE通信调查与教程》，第23卷，第3期，第1546–1577页，2021年第三季度。[6] J. Huang、C.-X. Wang、Y. Sun、R. Feng、J. Huang、B. Guo、Z. Zhong 和 T. J. Cui，《可重构智能表面：信道特性分析与建模》，https://arxiv.org/abs/2206.02308。[7] Z. Wan、Z. Gao、F. Gao、M. D. Renzo 和 M.-S. Alouini，《基于全息可重构智能表面的太赫兹大规模MIMO》，《IEEE通信汇刊》，第69卷，第7期，第4732–4750页，2021年7月。[8] R.-C. Roman、R.-E. Precup 和 E. Petriu，《塔式起重机系统的混合数据驱动模糊主动扰动抑制控制》，《欧洲控制期刊》，第58卷，第373–387页，2021年3月。[9] R. Chi、H. Li、D. Shen、Z. Hou 和 B. Huang，《增强型P型控制：基于设定值更新的间接自适应学习》，《IEEE自动控制汇刊》，第1–1页，2022年。[10] Y. Ma、X. Shao 和 W. Luo，《基于霍尔效应的电磁记录全息可重构智能表面》，载于2021年光子学与电磁学研究研讨会（PIERS），2021年，第184–187页。[11] T. L. Marzetta，《基站天线数量不受限制的非协作蜂窝无线通信》，《IEEE无线通信汇刊》，第9卷，第11期，第3590–3600页，2010年11月。[12] A. Pizzo、T. L. Marzetta 和 L. Sanguinetti，《全息MIMO小尺度衰落的空间平稳模型》，《IEEE通信领域精选期刊》，第38卷，第9期，第1964–1979页，2020年9月。[13] E. G. Larsson、O. Edfors、F. Tufvesson 和 T. L. Marzetta，《面向下一代无线系统的大规模MIMO》，《IEEE通信杂志》，第52卷，第2期，第186–195页，2014年2月。[14] H. Yan 和 I.-T. Lu，《异构大规模多输入多输出系统中的基站—用户设备关联与功率分配》，《IEEE Access》，2020年10月。[15] H. Yan、A. Ashikhmin 和 H. Yang，《无蜂窝大规模多输入多输出支持的可扩展、节能型物联网系统》，《IEEE物联网期刊》，第8卷，第19期，第14 705–14 718页，2021年10月。[16] C. L. Holloway、E. F. Kuester、J. A. Gordon、J. O'Hara、J. Booth 和 D. R. Smith，《超表面理论与应用概述：超材料的二维等效物》，《IEEE天线与传播杂志》，第54卷，第2期，第10–35页，2012年4月。[17] S. Sun、Z. Ye、L. Guo 和 N. Sun，《三层银/介质纳米线光栅上的宽入射角色散偏振传输》，《美国光学学会期刊B辑》，第31卷，第5期，第1211–1216页，2014年5月。

[18] N. Chiurtu、B. Rimoldi 和 E. Telatar，《密集多天线系统》，载于《2001年IEEE信息论研讨会论文集》（目录号01EX494），2001年，第108–109页。[19] D. Gesbert、T. Ekman 和 N. Christophersen，《密集掌上型MIMO阵列的容量极限》，载于《IEEE全球电信会议》，第2卷，2002年，第1187–1191页。[20] S. Wei、D. Goeckel 和 R. Janaswamy，《关于固定长度天线阵列MIMO系统的渐近容量》，《IEEE无线通信汇刊》，第4卷，第4期，第1608–1621页，2005年7月。[21] E. Bjornson 和 L. Sanguinetti，《可重构智能表面的瑞利衰落建模与信道硬化》，《IEEE无线通信快报》，第10卷，第4期，第830–834页，2021年。[22] S. Sun 和 H. Yan，《可重构智能表面的小尺度时空相关性与自由度》，《IEEE无线通信快报》，第10卷，第12期，第2698–2702页，2021年12月。[23] D.-S. Shiu、G. Foschini、M. Gans 和 J. Kahn，《衰落相关性及其对多单元天线系统容量的影响》，《IEEE通信汇刊》，第48卷，第3期，第502–513页，2000年3月。[24] C.-N. Chuah、D. Tse、J. Kahn 和 R. Valenzuela，《相关衰落下MIMO无线系统的容量扩展》，《IEEE信息论汇刊》，第48卷，第3期，第637–650页，2002年3月。[25] A. Tulino、A. Lozano 和 S. Verdu，《天线相关性对多天线信道容量的影响》，《IEEE信息论汇刊》，第51卷，第7期，第2491–2509页，2005年7月。[26] D. Dardari，《利用大型智能表面进行通信：基本极限与模型》，《IEEE通信领域精选期刊》，第38卷，第11期，第2526–2537页，2020年11月。[27] R. J. Mailloux，《相控阵天线手册》，第3版，Artech House，2018年。[28] H. Singh、H. L. Sneha 和 R. M. Jha，《相控阵中的互耦：综述》，《国际天线与传播期刊》，第2013卷，编号348123，2013年3月。[29] L. Lechtreck，《天线阵列中的耦合累积效应》，《IEEE天线与传播汇刊》，第16卷，第1期，第31–37页，1968年1月。[30] R. Janaswamy，《单元互耦对固定长度线性阵列容量的影响》，《IEEE天线与无线传播快报》，第1卷，第157–160页，2002年。[31] J. Wallace 和 M. Jensen，《MIMO无线系统中的互耦：严格的网络理论分析》，《IEEE无线通信汇刊》，第3卷，第4期，第1317–1325页，2004年7月。[32] S. Sadat、C. Ghobadi 和 J. Nourinia，《小型相控阵天线的互耦补偿》，载于《IEEE天线与传播学会研讨会》，第4卷，2004年，第4128–4131页，第4卷。[33] C. T. Neil、A. Garcia-Rodriguez、P. J. Smith、P. A. D mochowski、C. Masouros 和 M. Shafi，《毫米波频段空间相关的大型天线阵列性能分析》，《IEEE天线与传播汇刊》，第66卷，第1期，第132–148页，2018年1月。[34] X. Chen、S. Zhang 和 Q. Li，《MIMO系统中互耦综述》，《IEEE Access》，第6卷，第24 706–24 719页，2018年4月。[35] J. Malmstr¨om、H. Holter 和 B. L. G. Jonsson，《利用反应定理研究天线间的互耦与耦合路径》，《IEEE电磁兼容汇刊》，第60卷，第6期，第2037–2040页，2018年12月。[36] G. Wolosinski、H. Tataria 和 V. Fusco，《均匀线性阵列互耦的闭式表征》，载于《2020年第14届欧洲天线与传播会议（EuCAP）》，2020年，第1–5页。[37] R. J. Williams、E. de Carvalho 和 T. L. Marzetta，《大型智能表面的通信模型》，载于《2020年IEEE国际通信会议研讨会（ICC研讨会）》，2020年，第1–6页。[38] R. Jess Williams、P. Ram´ırez-Espinosa、E. de Carvalho 和 T. L. Marzetta，《大型智能表面上的多用户MIMO

表面：通信模型与发射设计”，载于 ICC 2021 - IEEE国际通信会议，2021年，第1–6页。[39] G. Gradoni 和 M. Di Renzo，“面向可重构智能表面的端到端互耦感知通信模型：一种基于互阻抗的电磁兼容方法”，IEEE无线通信快报，第10卷，第5期，第938–942页，2021年5月。[40] J. Gao、C.-X. Wang、J. Huang 和 Y. Yang，“一种考虑天线尺寸和互耦的新型基于电路的MIMO信道模型”，载于2021年第13届无线通信与信号处理国际会议（WCSP），2021年，第1–5页。[41]L. Han、H. Yin 和 T. L. Marzetta，“基于耦合矩阵的超指向性天线阵列波束成形”，https://arxiv.org/abs/2204.11547。[42] J. Jeon、G. Lee、A. A. Ibrahim、J. Yuan、G. Xu、J. Cho、E. Onggosanusi、Y. Kim、J. Lee 和 J. C. Zhang，“MIMO向6G演进：低频频段的模块化大规模MIMO”，IEEE通信杂志，第59卷，第11期，第52–58页，2021年11月。[43] S. Sun 和 H. Yan，“考虑多普勒效应的可重构智能表面辅助无线通信信道估计”，IEEE无线通信快报，第10卷，第4期，第790–794页，2021年4月。[44] A. Sayeed，“多天线衰落信道的解构”，IEEE信号处理汇刊，第50卷，第10期，第2563–2579页，2002年10月。[45] A. I. Uzkov，“最佳定向天线设计问题的一种研究方法”，苏联科学院学报，第53卷，第35–38页，1946年。[46] E. Altshuler、T. O’Donnell、A. Yaghjian 和 S. Best，“单极子超指向性阵列”，IEEE天线与传播汇刊，第53卷，第8期，第2653–2661页，2005年8月。[47] M. T. Ivrlaˇc 和 J. A. Nossek，“迈向通信电路理论”，IEEE电路与系统汇刊I：常规论文，第57卷，第7期，第1663–1683页，2010年7月。[48] A. Pizzo、L. Sanguinetti 和 T. L. Marzetta，“全息MIMO通信的傅里叶平面波级数展开”，IEEE无线通信汇刊（提前访问），2022年。[49] M. Franceschetti，“关于Landau特征值定理和信息割集”，IEEE信息论汇刊，第61卷，第9期，第5042–5051页，2015年9月。[50] R. Chan、J. Nagy 和 R. Plemmons，“托普利兹块最小二乘问题的基于FFT的预条件子”，SIAM数值分析杂志，第30卷，第6期，第1740–1768页，1993年12月。[51] N. Bose 和 K. Boo，“块托普利兹矩阵的渐近特征值分布”，IEEE信息论汇刊，第44卷，第2期，第858–861页，1998年3月。[52] R. Bracewell，《傅里叶变换及其应用》。纽约，纽约州，美国：麦格劳-希尔，1999年。[53] M. Yin、D. A. Borton、J. Aceros、W. R. Patterson 和 A. V. Nurmikko，“用于慢性无线神经传感应用的100通道气密封装植入式设备”，IEEE生物医学电路与系统汇刊，第7卷，第2期，第115–128页，2013年。[54] E. Bjornson、L. Sanguinetti、H. Wymeersch、J. Hoydis 和 T. L. Marzetta，“大规模MIMO已成现实——下一步是什么？天线阵列的五个有前景的研究方向”，数字信号处理，第94卷，第3–20期，2019年。[55] G. Lerosey、J. d. Rosny、A. Tourin 和 M. Fink，“利用远场时间反演实现超越衍射极限的聚焦”，《科学》，第315卷，第5815期，第1120–1122页，2007年2月。[56] M. Memarian 和 G. V.Eleftheriades，“亚波长金属条光栅中的倏逝波到传播波的转换”，IEEE微波理论与技术汇刊，第60卷，第12期，第3893–3907页，2012年12月。

[57] L. Li、K. Yao、Z. Wang 和 Y. Liu，“利用双各向异性超表面操控倏逝波”，《激光与光子学评论》，第14卷，第12期，第1900244页，2020年12月。[58] R. L. Haupt，《天线阵列：一种计算方法》。Wiley，2010年。[59] C. A. Balanis，《天线理论：分析与设计》。第3版。纽约，纽约州，美国：Wiley，2005年。