arXiv:2301.03293v2 [cs.RO] 5 Mar 2023

用于非合作式围控的分布式多机器人控制

Nishant Mohanty*、Jaskaran Grover*、Changliu Liu、Katia Sycara

机器人研究所，卡内基梅隆大学，美国匹兹堡{
nishantm,jaskarag,cliu6,sycara}@andrew.cmu.edu

摘要。本文研究通过设计 *sheep* 机器人的运动，防止智能体闯入高价值区域的问题。*dog* 我们利用控制障碍函数对牧羊犬机器人的速度施加约束，从而使羊相对于高价值区域受到排斥。本文在同一主题的先前工作基础上，进一步拓展了三方面的研究。首先，我们在多台机器人上实现并验证了此前开发的集中式围控算法，展示了使用三台牧羊犬机器人驱赶多达五个羊智能体的效果。其次，作为对集中式方法的拓展，我们开发了两种分布式围控算法，一种侧重于可行性，另一种侧重于最优性。在第一种算法中，我们将一只羊分配给一只狗，由该狗负责将分配给它的羊驱赶出保护区。我们为该方法提供了可行性证明和数值仿真。在第二种算法中，我们对集中式算法进行迭代式分布式重构，使其继承集中式方法的最优性（*i.e.* 预算效率）。最后，我们对这些分布式算法进行了真实世界实验，展示了使用五台牧羊犬机器人驱赶多达五个羊智能体的效果。相关结果的视频可在以下网址查看：https://bit.ly/3bZq0dB。

关键词： 驱赶，屏障函数，二次规划 规划

1 引言

机器人学和感知领域的最新发展，引发了研究人员对部署多台机器人协同工作以实现共同目标的浓厚兴趣。许多研究提出了利用多机器人系统（MRS）解决现实问题的技术，例如开展调查或实现仓库自动化 [1,2], [3]。多机器人系统领域的主要进展，旨在使多台机器人能够协同行动，其基础是单个团队内部的交互，即机器人与其所在群组中的其他机器人互动，以实现特定目标 [4,5]。这类算法的主要特征包括：a）局部

* 这些作者对本研究的贡献相同。本研究得到美国空军科学研究办公室 FA9550-18-1-0097 和美国空军研究实验室/美国空军科学研究办公室 FA9550-18-1-0251 的支持

交互；b）群组内无碰撞运动；以及 c）通过局部交互实现集体行为 [6]。

文献中已有关于多机器人系统（MRS）的研究，涉及多组智能体之间的交互。在这里，除了与同组成员进行局部交互外，个体还会与来自其他组的外部智能体互动。例如，一群对抗机器人有自己的目标，可能会损害某个高价值单位。在这种情况下，一组防御者必须与对抗机器人互动，以确保该单位的安全。[7,8]。本文提出一种经形式化验证正确的控制器，供防御者（“牧羊犬机器人”）使用，以阻止对抗群体（“绵羊机器人”）侵入保护区。这项任务颇具挑战，因为牧羊犬机器人无法直接控制绵羊机器人，而必须依靠狗与羊之间的交互动力学来影响羊的行为。

在我们先前的工作中，[9]，我们开发了一种集中式算法，利用控制屏障函数解决这一问题。在本文中，a) 我们进一步通过实验验证集中式算法，b) 提出两种分布式算法，c) 提供仿真和实验结果以验证这些算法。我们提出的方法在本地计算每只狗的速度，以防止羊侵入保护区。在第一种分布式算法中，我们将每只羊分配给一只独立的狗，并对该狗的速度施加约束，使其将分配到的羊赶离保护区。我们证明了这种方法的可行性，由此表明，只要羊和狗的数量相等，驱赶问题就是适定的。我们先前提出的集中式算法缺少这种可行性保证。不过，该算法不要求狗和羊的数量相等；事实上，在许多实验中，只需比羊少的狗就足以将所有羊赶离保护区。这一观察促使我们开发了第二种算法。在该算法中，我们构造了一种迭代式分布式方法，其结果渐近趋近于集中式方法计算出的相同速度，从而达到与集中式方法相同的总体最优性（以狗的总运动量衡量），同时免去了狗和羊数量必须相等的要求。我们以 [10,11] 中提出的对偶分解算法为基础，开发这种分布式算法。我们提出的两种分布式算法都具有组合性，即如图1(c)所示，只需增加更多约束，我们就能保护多个区域。为凸显所提出方法的性能，我们给出数值仿真结果，展示该方法在多只狗对抗多只羊时的有效性。最后，我们在真实机器人上展示该算法，并表明多台牧羊犬机器人能够成功阻止多台绵羊机器人侵入保护区。

本文的结构如下：第 2 节简要回顾该领域的先前工作。第 3 节对问题进行数学建模。第 4 节介绍如何利用控制障碍函数对犬只速度施加约束。第 5 节给出仿真结果

已获 IEEE 2022年决策与控制会议接收

和实验结果，以展示所提出的方法。最后，我们在第 6 节总结本文，并讨论未来的研究方向。

2 先前工作

多机器人系统中的多群体交互框架除了对抗性问题之外，还有许多应用。牧群驱赶问题就是这类问题的一个例子。在 [12,13], 作者提出了一些方法，通过将交互建模为排斥力，使多个牧群驱赶智能体能够影响羊群。机器人牧羊犬项目 [14,15]展示了一种牧群驱赶算法的真实应用：一群移动地面机器人协同将一群鸭子驱赶到指定的目标位置。

文献中有若干关于非合作式牧群驱赶的研究，这是多群体交互问题的一种类型。诸如 [13], [16],[17], [18], [19], [20] 的研究，探讨了绵羊机器人不表现出对抗行为的问题。它们没有自己的目标。然而，它们会受到牧羊犬机器人的排斥力，研究利用这种排斥力使绵羊机器人产生预期行为。例如，将所有羊聚集到某个位置，然后将它们驱赶至目标点。

与先前工作不同，我们的羊可能具有对抗性，也可能不具有对抗性。如果它们的目标位于保护区内，我们就称其具有对抗性；否则称其不具有对抗性。无论如何，我们的安全控制综合方法都保持不变。牧羊犬机器人会观察羊机器人，并在生成控制指令时考虑羊机器人之间的凝聚力、它们对目标位置的吸引力，以及它们受到的牧羊犬机器人的排斥力。由于我们使用控制屏障函数来生成对牧羊犬机器人速度的约束，因此只需将羊的动力学表示为符号函数即可。这样，羊便可以受到任意类型的吸引力或排斥力。

3 问题表述

考虑这样一种情形： m 个羊智能体正朝着同一个目标位置聚集。一种常用的聚集模型是雷诺兹-博伊兹动力学[21] ，该模型考虑羊间凝聚力、羊间排斥力以及对共同目标的吸引力。存在牧羊犬智能体时，每只羊的动力学还会包含来自每个牧羊犬机器人的排斥力。羊在前往目标的途中，由于并不了解工作空间中的高价值区域（保护区），因此可能会侵入这些区域。因此，我们要解决的问题是利用羊受到牧羊犬排斥这一特点，协调牧羊犬机器人的运动，以防止羊侵入保护区。接下来，我们将以形式化的方式表述这一问题。

将保护区 $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^2$ 视为一个以 $\boldsymbol{x}_P$ 为中心、半径为R_p的圆盘，即， $\mathcal{P}$: $= \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^2 | \ \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_P\| \leq R_p\}$。我们将羊群记为 $\mathcal{S}$，第 i^{th} 只羊的位置记为 $\boldsymbol{x}_{S_i} \in \mathbb{R}^2$。所有羊的位置集合记为 $\boldsymbol{x}_S^{all}$:$= (\boldsymbol{x}_{S_1}, \ \boldsymbol{x}_{S_2}, \ ....., \ \boldsymbol{x}_{S_m})$。类似地，我们将所有狗的集合记为

使用 $\mathcal{D}$。第 k^{th} 只狗的位置为 $\boldsymbol{x}_{D_k} \in \mathbb{R}^2$，所有狗的位置集合记为 $\boldsymbol{x}_D^{all} \coloneqq (\boldsymbol{x}_{D_1}, \boldsymbol{x}_{D_2}, ..., \boldsymbol{x}_{D_n})$。每只羊都遵循单积分器动力学 $\dot{\boldsymbol{x}}_{S_i} \coloneqq \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}_{S_1}, ..., \boldsymbol{x}_{S_n}, \boldsymbol{x}_{D_1}, ..., \boldsymbol{x}_{D_n})$，其表达式为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{S_i} = \boldsymbol{u}_{S_i} = \underbrace{k_S \sum_{j \in \mathcal{S} \setminus i} \left(1 - \frac{R_S^3}{\|\boldsymbol{x}_{S_j} - \boldsymbol{x}_{S_i}\|^3}\right)(\boldsymbol{x}_{S_j} - \boldsymbol{x}_{S_i})}_{\text{inter-sheep cohesion and repulsion}} + \underbrace{k_G(\boldsymbol{x}_G - \boldsymbol{x}_{S_i})}_{\text{attraction to goal}} + \underbrace{k_D \sum_{l \in \mathcal{D}} \frac{\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_{D_l}}{\|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_{D_l}\|^3}}_{\text{repulsion from dogs}} \tag{1}$$

其中，R_S 是每只羊与其他每只羊都倾向于保持的安全裕度，$\boldsymbol{x}_G$ 是羊的期望目标，k_S、k_G 和 k_D 是分别对应于吸引力和排斥力的比例增益。我们将每只狗建模为具有以下动力学的速度控制机器人：

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{D_k} = \boldsymbol{u}_{D_k} \quad \forall k \in \{1, 2, \cdots, n\} \tag{2}$$

在提出问题之前，我们先陈述关于狗所掌握信息的一些假设：

假设1。 牧羊犬机器人了解羊的动力学，即(1) 并且能够准确测量羊的位置。

假设2。 每只牧羊犬机器人都能测量其他牧羊犬机器人的速度（例如，通过数值微分）。

问题1。 假设羊的初始位置为 $\boldsymbol{x}_{S_i}(0) \notin \mathcal{P} \ \forall i \in \mathcal{S}$，牧羊犬机器人的问题是合成控制量 $\{\boldsymbol{u}_{D_1}, \cdots, \boldsymbol{u}_{D_n}\}$，使得$\boldsymbol{x}_{S_i}(t) \notin \mathcal{P} \ \forall t \geq 0 \ \forall i \in \mathcal{S}$。

4 控制器设计

本节基于我们先前提出的集中式算法，介绍两种求解问题 1 的方法 [9]。定义安全指标 $h(\cdot)$：$\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$，用于量化 S_i 与 $\mathcal{P}$ 之间的距离：

$$h(\boldsymbol{x}_{S_i}) = \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\|^2 - (r + R_p)^2 \tag{3}$$

其中，r 为安全缓冲距离。因此，我们要求 $h(\boldsymbol{x}_{S_i}(t)) \geq 0 \ \forall t \geq 0$。我们将 $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_S^{all}, \boldsymbol{x}_D^{all})$ 定义为所有羊和所有狗的聚合状态。为确保 $h(\boldsymbol{x}_{S_i}(t)) \geq 0 \ \forall t \geq 0$，我们将 $h(\cdot)$ 视为控制屏障函数，并要求其导数满足

$$\dot{h}(\boldsymbol{x}) + p_1 h(\boldsymbol{x}_{S_i}) \geq 0. \tag{4}$$

其中， p_1 为设计参数，其选择应满足：

$$p_1 > 0 \quad \text{and} \quad p_1 > -\frac{\dot{h}(\boldsymbol{x}(0))}{h(\boldsymbol{x}_{S_i}(0))}. \tag{5}$$

关于 p_1 的第一个条件确保极点为实数且为负。第二个条件取决于所有羊和狗相对于保护区的初始位置 $\boldsymbol{x}(0)$。请注意，式（4）中的约束不包含任何牧羊犬速度项，而这正是我们控制每只狗所需要的。因此，我们将式（4）的左端定义为另一个控制屏障函数 $v(\boldsymbol{x})$： $\mathbb{R}^{4n} \longrightarrow \mathbb{R}$：

$$v = \dot{h} + p_1 h, \tag{6}$$

并要求其导数满足约束： $\dot{v}(\boldsymbol{x}) + p_2 v(\boldsymbol{x}) \geq 0$. 其中， p_2是另一个设计参数，必须满足

$$p_2 > 0 \quad \text{and} \quad p_2 > -\frac{\ddot{h}(\boldsymbol{x}(0)) + p_1 \dot{h}(\boldsymbol{x}(0))}{\dot{h}(\boldsymbol{x}(0)) + p_1 h(\boldsymbol{x}_{S_i}(0))} \tag{7}$$

利用式（3）、式（6）以及导数约束，可得

$$\ddot{h}(\boldsymbol{x}) + \alpha \dot{h}(\boldsymbol{x}) + \beta h(\boldsymbol{x}_{S_i}) \geq 0 \tag{8}$$

其中 $\alpha := p_1 + p_2$ 且 $\beta := p_1 p_2$。 $h(\cdot)$ 的导数为：

$$\dot{h}(\boldsymbol{x}) = 2(\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \dot{\boldsymbol{x}}_{S_i} = 2(\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}) \tag{9}$$

$$\ddot{h}(\boldsymbol{x}) = 2\boldsymbol{f}_i^T \boldsymbol{f}_i + 2(\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \left(\sum_{j \in \mathcal{S}} \mathbb{J}_{ji}^S \boldsymbol{f}_i + \sum_{l \in \mathcal{D}} \mathbb{J}_{li}^D \boldsymbol{u}_{D_l} \right) \tag{10}$$

其中，雅可比矩阵定义为 $\mathbb{J}_{ji}^S := \nabla_{\boldsymbol{x}_{S_j}} \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x})$ 和 $\mathbb{J}_{li}^D := \nabla_{\boldsymbol{x}_{D_l}} \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x})$。请注意，式（10）包含所有狗的速度项。在 [9], 中，我们利用这一观察结果，得到所有狗速度的线性约束，从而防止羊 S_i 侵入 $\mathcal{P}$：

$$A_i^C \boldsymbol{u}_D^{all} \leq b_i^C, \qquad \text{where} \tag{11}$$

$$A_i^C := (\boldsymbol{x}_P - \boldsymbol{x}_{S_i})^T \left[\mathbb{J}_{1i}^D, \mathbb{J}_{2i}^D, \cdots, \mathbb{J}_{ni}^D \right]$$

$$b_i^C := \boldsymbol{f}_i^T \boldsymbol{f}_i + (\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \sum_{j \in \mathcal{S}} \mathbb{J}_{ji}^S \boldsymbol{f}_j + \alpha (\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \boldsymbol{f}_i + \beta \frac{h}{2}$$

这样，我们就得到了一种集中式算法，通过以下二次规划来共同计算所有狗的速度：

$$\boldsymbol{u}_D^{all} = \arg\min_{\boldsymbol{u}_D^{all}} \|\boldsymbol{u}_D^{all}\|^2$$

$$\text{subject to} \quad A_i^C \boldsymbol{u}_C^{all} \leq \boldsymbol{b}_i^C \ \forall i \in \mathcal{S}. \tag{12}$$

基于这种集中式方法，本文提出两种分布式方法，其中每只狗都可以在本地计算自己的速度。计算出的速度将使狗把羊从 $\mathcal{P}$ 处驱赶开。

4.1 方法1：一狗对应一羊的分配方法

在这种方法中，我们假设狗和羊的数量相等。利用这一数量相等的条件，我们将一只独特的羊 S_i 分配 $i \in \{1, \cdots, n\}$ 给一只独特的狗 D_k，以便 $k \in \{1, \cdots, n\}$ 并让 D_k 负责驱赶 S_i 远离$\mathcal{P}$。换句话说，D_k 计算一个速度 $\boldsymbol{u}_{D_k}$，使其排斥 S_i，使其远离 $\mathcal{P}$，从而确保 $\boldsymbol{x}_{S_i}(t) \notin \mathcal{P}\ \forall t \geq 0$。其前提是，由于数量相等，每只羊最终都会由一只独特的狗驱赶，因此没有羊会闯入保护区 。虽然这种策略需要狗和羊的数量相等，但该方法的优点在于它能提供可行性保证（我们很快就会证明这一点），而集中式方法则无法做到这一点。对约束条件（11）进行简单的代数运算，可得出关于D_k 的速度约束如下

$$A_i^H \boldsymbol{u}_{D_k} \leq b_i^H, \quad \text{where} \tag{13}$$

$$A_i^H \coloneqq (\boldsymbol{x}_P - \boldsymbol{x}_{S_i})^T \mathbb{J}_{ki}^D$$

$$b_i^H \coloneqq \boldsymbol{f}_i^T \boldsymbol{f}_i + \beta \frac{h}{2} + (\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \Big\{ \sum_{j \in \mathcal{S}} \mathbb{J}_{ji}^S \boldsymbol{f}_j + \alpha \boldsymbol{f}_i + \sum_{l \in \mathcal{D} \setminus k} \mathbb{J}_{li}^D \boldsymbol{u}_{D_l} \Big\}$$

这里 $A_i^H \in \mathbb{R}^{1\times 2}$ 和 $\boldsymbol{b}_i^H \in \mathbb{R}$。表达式 b_i^H中的u_{D_l} 通过对位置 $\boldsymbol{x}_{D_l}$进行数值微分计算得到。我们建立一个二次规划，以求得 D_k 的最小范数速度，如下所示

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{D_k}^* &= \arg\min_{\boldsymbol{u}_{D_k}} \|\boldsymbol{u}_{D_k}\|^2 \\ \text{subject to} \quad & A_i^H \boldsymbol{u}_{D_k} \leq b_i^H \end{aligned} \tag{14}$$

所得速度$\boldsymbol{u}_{D_k}^*$ 保证保护区 $\mathcal{P}$ 不会被羊 S_i 侵入，方法是确保 $h(\boldsymbol{x}_{S_i}(t))$ $\geq 0\ \forall t \geq 0$。由于 $\mathcal{D}$ 中的每只狗负责驱赶 $\mathcal{S}$中的恰好一只羊，（13）$\forall k \in \mathcal{D}$ 的可行性可确保没有羊侵入 $\mathcal{P}$。接下来，我们将说明（14）保持可行的条件，但首先陈述一些假设。

假设3。我们对智能体对之间的距离作出以下假设：

1. 任意一对羊之间的距离都存在下界和上界，即 $L_S \leqslant \left\|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_{S_j}\right\| \leqslant M_S$、$\forall i$、 $j \in \mathcal{S}$和 $i \neq j$。*2.* 每只羊与狗之间的距离都存在下界，即 $\|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_{D_k}\| \geq L_D\ \forall i \in \mathcal{S}$和 $k \in \mathcal{D}$。*3.* 每只羊与其目标之间的距离存在上界，即 $\|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_G\| \leqslant M_G$；羊与保护区中心之间的距离也存在上界，即 $\|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \leqslant M_P$。

请注意，尽管 S_i 被分配给 D_k，其余狗 $\{1, \cdots, n\}\backslash k$ 和其余羊 $\{1, \cdots, n\}\backslash i$ 的位置确实会影响 D_k的约束参数（A_i^H，b_i^H），进而影响其计算速度 $\boldsymbol{u}_{D_k}^*$。

定理1。 在有‘n’只狗和‘n’只羊的场景中，每只狗分配一只独有的羊，只要满足假设 (13) *3*，给定狗的驱赶约束始终可行。

证明。参见附录（第7节）。 □

4.2 方法2：对 (12)进行迭代式分布式重构

公式（14）中提出的分布式公式提供了可行性保证，确保所有羊都会被驱赶离开 $\mathcal{P}$。这一保证至关重要，但代价是需要与羊智能体数量相同的牧羊犬机器人。这是因为，从某种意义上说，这种相等关系确保了从牧羊犬机器人的角度控制羊并非欠驱动问题。尽管如此，在我们对狗和羊数量相等的集中式方法进行的仿真和实验中，我们经常发现，并非所有牧羊犬机器人都需要移动才能将羊驱离 $\mathcal{P}$ 即，这种相等关系可能有些过度。因此，至少从实证角度看，在预算效率方面，集中式方法优于分布式方法。

这引出了一个问题：我们能否将（12）中的集中式算法转换为分布式版本，同时保留（12）所承诺的预算效率（最优性）？事实上，我们发现 [10,11] 提出了将受约束的耦合凸优化问题（例如（12））转换为分布式问题的算法。这些算法结合了对偶分解和近端最小化技术，并设计出由局部优化问题构成的迭代式分布式方案。在温和的凸性假设和通信网络连通性条件下，这些优化问题的解渐近收敛于集中式优化的解。在我们的情形中，该网络指牧羊犬机器人之间的通信。下面我们介绍 [10,11] 针对（12）中的代价和约束进行调整后的分布式对偶次梯度法。该算法计算牧羊犬 D_k的速度 $\hat{\boldsymbol{u}}_{D_k}$ 的估计值；当迭代次数足够大时 K_{max}，该估计值将与（ k^{th}12 $\boldsymbol{u}_D^{*all}$）返回的最优速度中相应的速度分量一致。 $A_k \in \mathbb{R}^{n_S \times 2}$指的是 A^H 中与 $\boldsymbol{u}_{D_k}$ 在 $\boldsymbol{u}_D^{all}$中对应的那些列。

算法1 针对（12）的分布式对偶次梯度算法（基于第3.4.2节 [11]）

初始化拉格朗日乘子： $\boldsymbol{\mu}_k^0 = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n_S}$

演化： $t = 1 \quad ,2,\cdots,K_{max}$

收集乘子 $\boldsymbol{\mu}_r^t$来自 D_r $\forall r \in \{1,\cdots,n_D\}\backslash k$

平均乘子： $\boldsymbol{v}_k^{t+1} = \frac{1}{n_D}\sum_{r\in\{1,\cdots,n_D\}\backslash k}\boldsymbol{\mu}_r^t$

局部解： $\boldsymbol{u}_{D_k}^{t+1} = \underset{\boldsymbol{u}}{\operatorname{argmin}} \ \|\boldsymbol{u}\|^2 + (\boldsymbol{v}_k^{t+1})^T(A_k\boldsymbol{u} - \frac{1}{n_D}\boldsymbol{b}^H) = -\frac{1}{2}A_k^T\boldsymbol{v}_k^{t+1}$

更新乘子： $\boldsymbol{\mu}_k^{t+1} = \left[\boldsymbol{v}_k^{t+1} + \gamma_t\left(A_k\boldsymbol{u}_{D_k}^{t+1} - \frac{1}{n_D}\boldsymbol{b}\right)\right]_+$

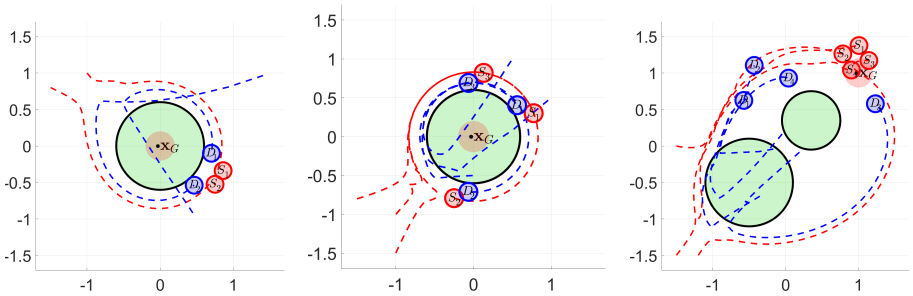
返回平均值： $\hat{\boldsymbol{u}}_{D_k} = (1/K_{max})\sum_{t=1}^{K_{max}}\boldsymbol{u}_{D_k}^t$

5 结果

本节提供仿真和真实世界实验结果，以展示我们提出的分布式算法。

5.1 仿真结果

我们首先验证4.1中给出的第一个分布式算法和可行性证明。为此，我们采用雷诺兹-博伊兹动力学（1）及增益 $k_S = 0.5$、 $k_G = 1$和 $k_D = 0.1$对羊进行建模。狗使用（14）计算其速度，其中超参数 α 和 β 按照（5）和（7）计算得出。我们选择一个半径为 $R_p = 0.6$米、中心位于原点 $\boldsymbol{x}_P$ 的圆形保护区。羊的初始位置在保护区外，其目标位置 $\boldsymbol{x}_G$经过选择，使其名义轨迹会进入保护区，因此需要狗介入。在保护区附近一定范围内随机初始化狗的位置。图1(a)和1(b)展示了两个示例：a）两只牧羊犬机器人对阵两只绵羊机器人；b）三只牧羊犬机器人对阵三只绵羊机器人。为展示我们方法的组合性，我们在图1(c)中考虑了两个保护区，由四只狗守护，抵御四只羊。在所有这些仿真中，没有任何羊进入保护区，从而证明了我们方法的正确性。由于篇幅所限，我们略去4.2中算法的仿真结果，但会提供实验结果。



(a) 两只狗对两只羊。(b) 三只狗对三只羊。(c) 四只狗对四只羊。

图 1：使用第 4.1 节提出的分布式算法，防止侵入保护区。图中，狗以蓝色表示，羊以红色表示。绿色圆盘表示保护区。羊的名义任务是径直朝目标 $\boldsymbol{x}_G$ 前进。然而，由于这会导致入侵保护区，狗会使用（14）中提出的控制算法进行干预。在图 1(c) 中，我们用四只羊防守两个保护区。

5.2 机器人实验

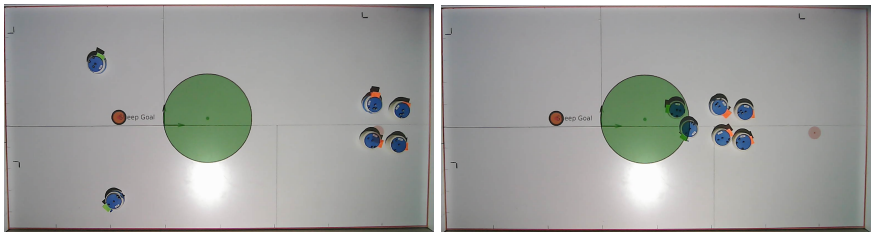
本节展示通过实施第4.1 节和第4.2节的分布式算法开展机器人实验所得的结果。此外，我们还展示此前 [9] 提出的集中式算法的更多实验结果（当时我们的机器人数量还不够多）。我们在实验室的多机器人场地开展这些实验。该场地由一块尺寸为 14 英尺 × 7英尺的平台、若干台 Khepera IV机器人以及八台用于运动跟踪的 Vicon摄像机构成。尽管 Khepera 机器人采用独轮车动力学， [9] 包含一种技术，可将单积分器动力学（假设适用于狗和羊）转换为机器人的线速度和角速度指令。

首先，为了在我们之前工作的基础上进一步推进，我们展示了使用牧羊犬机器人集中式速度计算的更多实验（12）。图 2 展示了一个由 2 个牧羊犬机器人和 4 个绵羊机器人组成的案例。牧羊犬机器人带有绿色尾巴，绵羊机器人带有橙色尾巴。尾巴指向与机器人航向角相反的方向。绿色圆形区域为保护区。该图展示了欠驱动系统下的表现，即羊的数量多于狗的数量。图 3 展示了另一个案例：3 只狗成功阻止了 5 个绵羊机器人侵入。

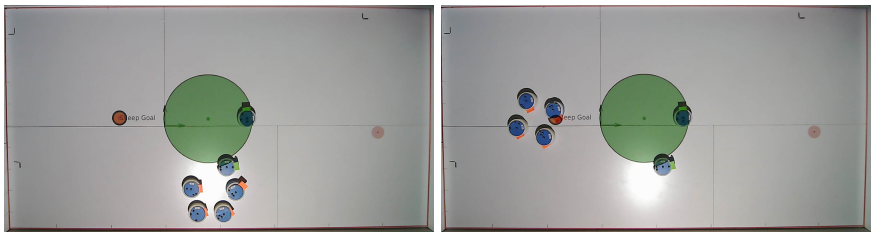
随后，我们使用第 4.1 节介绍的分布式算法开展了多项实验，该算法要求狗和羊的数量相等。图 4 展示了 4 个牧羊犬机器人对抗 4 个绵羊机器人的场景。这里我们设置了两个保护区，并展示狗能够同时保护这两个区域。这凸显了我们所提出算法的组合性。如图 5所示，我们还进行了 5 个牧羊犬机器人和 5 个绵羊机器人的实验。可以看到，由于羊群自身的构型，被分配的羊未能进入保护区，因此一些牧羊犬机器人无需移动。最后，我们测试了第 4.2 节介绍的分布式算法。图 6展示了一个案例：2 只狗阻止了 3 只狗侵入保护区。这表明我们的分布式方法能够处理欠驱动场景。对比图 7 和图 2 ，可以看到集中式算法和分布式算法在 2 只狗对抗 4 只羊的类似场景下均能发挥作用。

6 结论

本文提出了一种新颖的、基于优化的分布式控制技术，使多台牧羊犬机器人能够防止羊智能体侵入保护区。我们证明了当 n 牧羊犬机器人的数量与绵羊机器人数量相等时，该控制器具有可行性。此外，我们还开发了另一种分布式算法，该算法通过迭代计算出与集中式问题返回的解一致的解，且不要求狗和羊的数量相等。我们通过实验验证了这两种分布式算法，并进一步验证了此前开发的集中式控制。我们展示了多台牧羊犬机器人能够在仿真和真实世界实验中防止羊侵入保护区。未来，我们计划让牧羊犬机器人在阻止绵羊机器人侵入保护区的同时，在线学习其动力学。

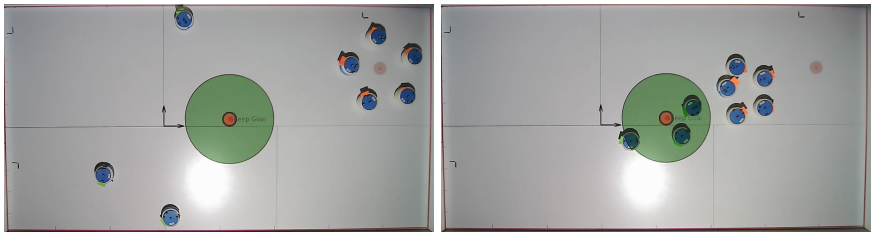


(a) $t = 0s$ (b) $t = 5s$

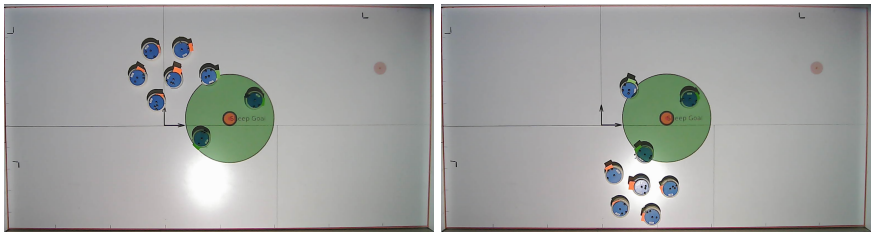


(c) $t = 12s$ (d) $t = 30s$

图2：**集中式控制实验：** 使用先前工作中的集中式控制算法（12）两只狗抵御四只羊，守卫受保护的区域 [9]。视频：https://bit.ly/3OTAnOu。

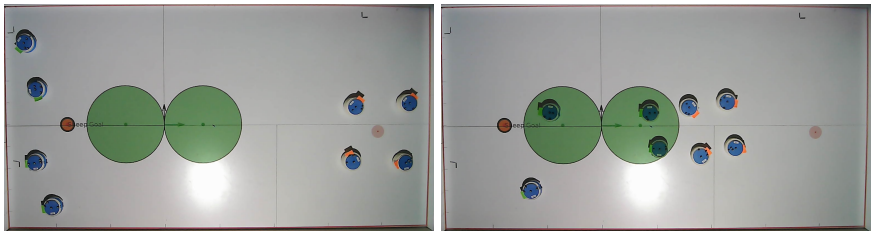


(a) $t = 0s$ (b) $t = 5s$

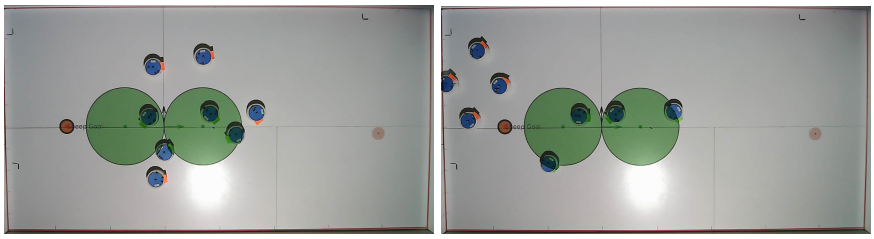


(c) $t = 30s$ (d) $t = 50s$

图3：**集中式控制实验：**三只狗（绿尾机器人）使用先前工作中的集中式控制（12）抵御五只羊（橙尾机器人），保护一个区域 [9]。视频见 https://youtu.be/2 Xuxnd9jZw。

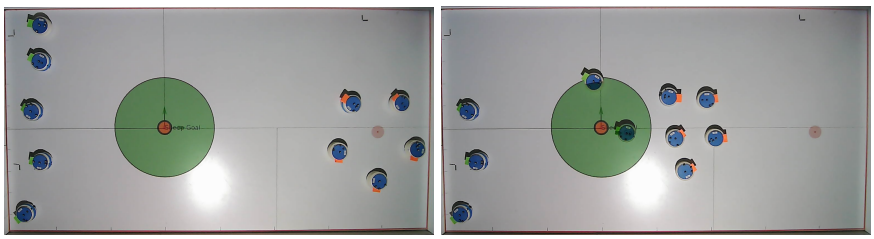


(a) $t = 0s$ (b) $t = 6s$

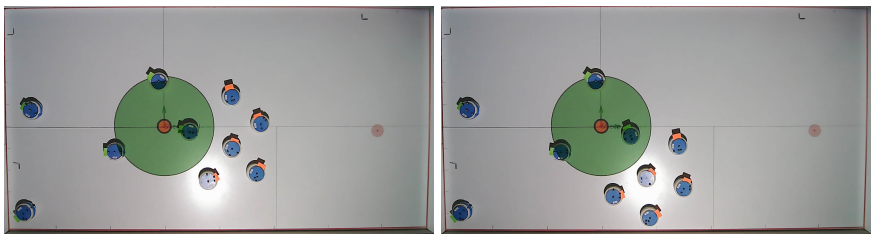


(c) $t = 12s$ (d) $t = 20s$

图 4：**第 4.1 节分布式算法的实验：**四只狗（绿尾机器人）防守两个保护区，对抗四只羊（橙尾机器人）。目标位置 x_G （红色圆盘）位于最左侧，这会促使羊闯入两个区域。然而，我们提出的算法能让狗移动到合适位置，从而避免羊闯入任何一个区域。视频见https://bit.ly/3yo9ziC。

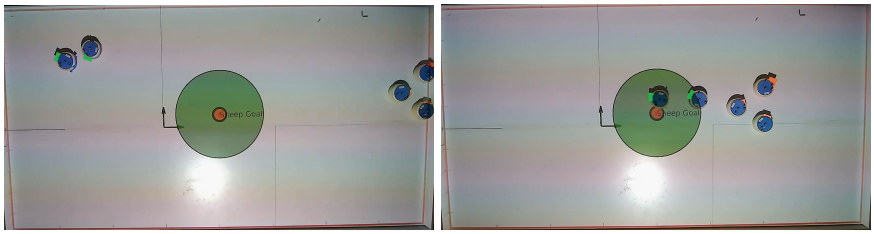


(a) $t = 0s$ (b) $t = 12s$

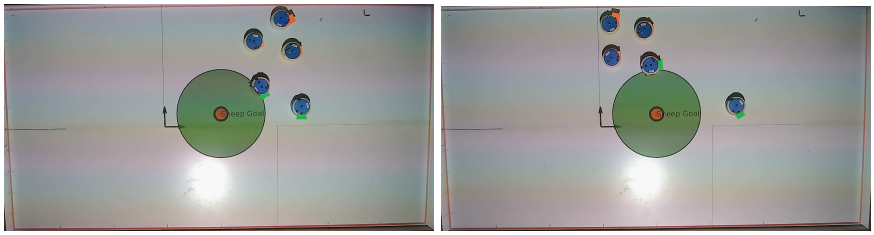


(c) $t = 25s$ (d) $t = 40s$

图 5：**第 4.1 节中分布式算法的实验：** 五只狗（绿尾机器人）守卫保护区，抵御五只羊（橙尾机器人）。羊的目标（红色圆盘）位于保护区中心。最终，在这一情景中出现了死锁，所有羊都停在保护区外。视频见
https://bit.ly/3o51Cu1。

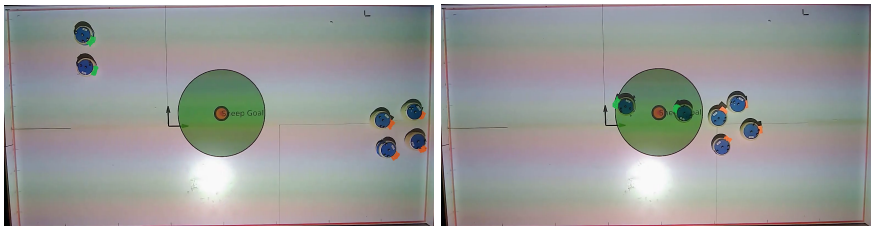


(a) $t = 0s$ (b) $t = 4s$

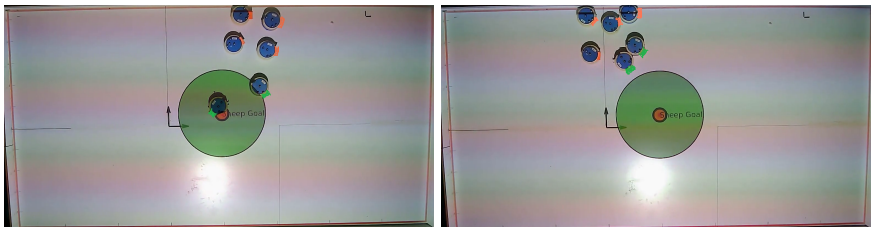


(c) $t = 15s$ (d) $t = 30s$

图 6：**第 4.2 节中的分布式算法实验：**两只狗（绿尾机器人）保护保护区，使其免受三只羊（橙尾机器人）的侵扰。目标位置 x_G（红色圆盘）位于区域中心。视频链接：https://youtu.be/IbCjkR1ye0c。



(a) $t = 0s$ (b) $t = 4s$



(c) $t = 15s$ (d) $t = 30s$

图 7：**第 4.2 节分布式算法实验：**两只狗（绿尾机器人）守卫保护区，对抗四只羊（橙尾机器人）。该案例与图 2 中所示的案例类似。视频链接：https://youtu.be/51FoHZWFYC4。

7 附录：方法1的可行性证明

定理1。在有‘n’只狗和‘n’只羊的场景中，为每只狗分配一只不同的羊，只要满足假设 (13) *3*，给定狗的驱赶约束始终可行。*3* 。

证明。我们通过排除约束（13）不可行的情况，来确保其可行性。（13）可能会变得不可行

– 一种情况是 $A_i^H = \mathbf{0}$ 和 $b_i^H < 0$ (可能性 1)– 另

一种情况是 $b_i^H = -\infty$ (可能性 2).

为确定可能性 1 发生的条件，我们计算 $\mathbb{J}_{ki}^D$ 的行列式，结果为

$$det(\mathbb{J}_{ki}^D) = \frac{-2k_D^2}{\|\boldsymbol{x}_{D_k} - \boldsymbol{x}_{S_i}\|^3}$$

行列式 $det(\mathbb{J}_{ki}^D)$只要狗 D_k 与羊 S_i 之间的距离有限，就不为零。因此， $\mathbb{J}_{ki}^D$ 将不存在零空间，这意味着 $A_i^H \neq 0 \forall \boldsymbol{x}_{S_i} \in \mathbb{R}^2$， $\boldsymbol{x}_{D_k} \in \mathbb{R}^2$。这排除了不可行的可能性 1。要排除可能性 2，我们需要检查 $b_i^H \longrightarrow -\infty$成立的条件。根据 b_i^H在（13）中的表达式，我们求得其最坏情况下的下界。这里 $\boldsymbol{f}_i^T \boldsymbol{f}_i \geq 0$并且，由于我们假设在当前时间步羊位于 $\mathcal{P}$之外，因此可确保 $\beta_2^h \geq 0$。移除这些项后， b_i^H的下界可表示为

$$\begin{aligned} b_i^H \geq & \sum_{j \in \mathcal{S} \setminus i} (\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \mathbb{J}_{ji}^S \boldsymbol{f}_j + (\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \mathbb{J}_{ii}^S \boldsymbol{f}_i + \sum_{l \in \mathcal{D} \setminus k} (\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \mathbb{J}_{li}^D \boldsymbol{u}_{D_l} \\ & + \alpha (\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P)^T \boldsymbol{f}_i \end{aligned} \tag{1}$$

对右端项应用三角不等式，并对各项分别应用柯西-施瓦茨不等式，可得

$$\begin{aligned} b_i^H \geq & \sum_{j \in \mathcal{S} \setminus i} \left(-\sigma_{max} \left(\mathbb{J}_{ji}^S \right) \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{f}_j\| \right) - \sigma_{max} \left(\mathbb{J}_{ii}^S \right) \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{f}_i\| \\ & + \sum_{l \in \mathcal{D} \setminus k} \left(-\sigma_{max} \left(\mathbb{J}_{li}^D \right) \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{u}_{D_l}\| \right) - \alpha \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{f}_i\| \end{aligned} \tag{2}$$

其中， σ_{max} 是矩阵的最大奇异值。此外，根据矩阵的最大奇异值（σ_{max}）不超过其弗罗贝尼乌斯范数（σ_F）这一事实，可得

$$\begin{aligned} b_i^H \geq & \sum_{j \in \mathcal{S} \setminus i} \left(-\sigma_F \left(\mathbb{J}_{ji}^S \right) \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{f}_j\| \right) - \sigma_F \left(\mathbb{J}_{ii}^S \right) \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{f}_i\| \\ & \sum_{l \in \mathcal{D} \setminus k} \left(-\sigma_F \left(\mathbb{J}_{li}^D \right) \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{u}_{D_l}\| \right) - \alpha \|\boldsymbol{x}_{S_i} - \boldsymbol{x}_P\| \|\boldsymbol{f}_i\| \end{aligned} \tag{3}$$

现在，为了计算这个下界，我们利用假设 3。我们使用式（1）中的动力学进行计算，得到 $\mathbb{J}_{ii}^S$ 的上界，并利用假设 3 中关于距离的界，得到如下上界： $\sigma_F \left(\mathbb{J}_{ii}^S \right)$

$$\sigma_F\left(\mathbb{J}_{ii}^S\right) \leqslant \sum_{j\in\mathcal{S}\setminus i} k_S\left(\sqrt{2}+\frac{(3+\sqrt{2})R^3}{\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{S_j}\|^3}\right)+\sqrt{2}k_G+\sum_{l\in\mathcal{D}}\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)k_D}{\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{D_l}\|^3}$$
$$\leqslant (n-1)k_S\left(\sqrt{2}+\frac{(3+\sqrt{2})R^3}{L_S^3}\right)+\sqrt{2}k_G+n\left(\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)k_D}{L_D^3}\right):=\lambda_M$$

为节省篇幅，我们省略这一计算的证明。同样，利用式（1）中的动力学，我们计算出 $\mathbb{J}_{ji}^S$ 的表达式，并得到 $\sigma_F\left(\mathbb{J}^S\right)$ 的上界如下：

$$\sigma_F\left(\mathbb{J}_{ji}^S\right)\leqslant\sqrt{2}k_S+\frac{(3+\sqrt{2})k_SR^3}{\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{S_j}\|^3}\leqslant\sqrt{2}k_S+\frac{(3+\sqrt{2})k_SR^3}{L_S^3}:=\lambda_S$$

同样，$\sigma_F\left(\mathbb{J}_{li}^D\right)$ 的上界为

$$\sigma_F\left(\mathbb{J}_{li}^D\right)\leqslant\frac{(3+\sqrt{2})k_D}{\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{D_l}\|^3}\leqslant\frac{(3+\sqrt{2})k_D}{L_D^3}:=\lambda_D$$

最后，我们使用以下方式求得每只羊的动力学上界 $\boldsymbol{f}_i$：

$$\|\boldsymbol{f}_i\|\leqslant\sum_{j\in\mathcal{S}\setminus i}k_S\left(\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{S_j}\|+\frac{R^3}{\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{S_j}\|^2}\right)+k_G\|\boldsymbol{x}_G-\boldsymbol{x}_{S_i}\|$$
$$+\sum_{l\in\mathcal{D}}k_D\frac{\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{D_l}\|}{\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{D_l}\|^3}\tag{4}$$

现在，我们需要计算右端项的最大可能值，以求得羊的动力学上界。第一项在 $\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{S_j}\|=(2)^{1/3}R$ 处有一个局部极小值。因此，最大值可能出现在 $\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{S_j}\|$ 的下界或上界处。由此，第一项的最大值可表示为 $F_{max}:=\max(k_SL_S+k_S\frac{R^3}{L_S^2},\ k_SM_S+k_S\frac{R^3}{M_S^2})$。当 $\|\boldsymbol{x}_G-\boldsymbol{x}_{S_i}\|=M_G$ 时，第二项达到最大值。当羊与狗之间的距离最小时，最后一项达到最大值，即 $\|\boldsymbol{x}_{S_i}-\boldsymbol{x}_{D_k}\|=L_D$。据此，羊的动力学上界计算如下：

$$\|\boldsymbol{f}_i\|\leqslant(n-1)F_{max}+k_GM_G+nk_D\left(\frac{1}{L_D^2}\right)$$

假设牧羊犬机器人的速度存在上界，并将所有羊的动力学上界取为相同值，则 b_i^H由 3 可得下界（取 $\gamma=-(\alpha+\lambda_M+(n-1)\lambda_S)M_p$）

$$b_i^H\geqslant\gamma\left\{(n-1)F_{max}+k_GM_G+\frac{nk_D}{L_D^2}\right\}-(n-1)\lambda_DM_P\|\boldsymbol{u}_D\|_{\max}$$

这表明 b_i^H具有有限下界，因此排除了可能性 2。因此，一只狗将一只羊驱离保护区的驱赶约束（13）始终可行。由于 $\mathcal{S}$ 中的每只羊都被分配给$\mathcal{D}$中唯一的一只狗，将这一可行性结果推广到所有羊，可确保它们都不会闯入保护区。

□

参考文献

1. R. D'Andrea，“客座编者按：仓库革命——回顾 Kiva 系统及未来面临的重大挑战”，*IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 9，4，638 639, 2012，第 卷，第 期，第 – 页。2. R. D'Andrea 和 G. E. Dullerud，“空间互联系统的分布式控制设计”，*IEEE Transactions on automatic control*，第 48 卷，第 9 期，第 1478–1495 页，2003 年。3. W. Kazmi、M. Bisgaard、F. Garcia-Ruiz、K. D. Hansen 和 A. la Cour-Harbo，“利用自主车辆团队对作物进行自适应勘测与早期处理”，载于 *Proceedings of the 5th European Conference on Mobile Robots ECMR 2011* 2011 253 258，第 – 页。4. M. Ji 和 M. Egerstedt，“在保持连通性的同时对多智能体系统进行分布式协调控制”，*IEEE Transactions on Robotics*，第 23 卷，第 4 期，第 693–703 页，2007 年。5. J. Lin、A. S. Morse 和 B. D. Anderson，“多智能体会合问题——异步情形”，载于 *2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)(IEEE Cat. No. 04CH37601)* 2 2004，1926 1931，第 卷。IEEE，第 – 页。6. C. W. Reynolds，“鸟群、兽群和鱼群：一种分布式行为模型”，载于 *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* 1987 25 34，第 – 页。7. C. Walton、I. Kaminer、Q. Gong、A. Clark、T. Tsatsanifos *et al.*，“在参数不确定情况下防御对抗性群体”，*arXiv preprint arXiv:2108.04205*，2021 年。8. T. Tsatsanifos、A. H. Clark、C. Walton、I. Kaminer 和 Q. Gong，“大规模对抗性群体交战的建模与控制”，*arXiv preprint arXiv:2108.02311* 2021。9. J. Grover、N. Mohanty、W. Luo、C. Liu 和 K. Sycara，“利用控制屏障函数进行非合作驱赶：理论与实验”，*arXiv preprint arXiv:2204.10945* 2022。10. A. Falsone、K. Margellos、S. Garatti 和 M. Prandini，“具有耦合约束的多智能体分布式优化的对偶分解”，*Automatica*，第 84 卷，第 149–158 页，2017 年。11. G. Notarstefano、I. Notarnicola、A. Camisa *et al.*，“智能信息物理网络的分布式优化”，*Foundations and Trends® in Systems and Control* 7，3，253 383, 2019，第 卷，第 期，第 – 页。12. J.-M. Lien、O. B. Bayazit、R. T. Sowell、S. Rodriguez 和 N. M. Amato，“驱羊行为”，载于 *IEEE International Conference on Robotics and Automation 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004* 4 2004，4159 4164，，第 卷。IEEE，第 – 页。13. A. Pierson 和 M. Schwager，“利用机器人驱赶者控制非合作群体”，*IEEE Transactions on Robotics*，第 34 卷，第 2 期，第 517–525 页，2017 年。14. R. Vaughan、N. Sumpter、J. Henderson、A. Frost 和 S. Cameron，“动物群的机器人控制”，载于 *Proceedings of the 1998 IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC) held jointly with IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA) Intell*。IEEE，1998 年，第 277–282 页。15. ——，“群体自动控制实验”，*Robotics and autonomous systems*，第 31 卷，第 1-2 期，第 109–117 页，2000 年。16. A. Pierson 和 M. Schwager，“仿生非合作多机器人驱群”，载于 *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*。IEEE，2015 年，第 1843–1849 页。

17. R. A. Licitra、Z. I. Bell、E. A. Doucette 和 W. E. Dixon，《单智能体间接驱赶多个目标：一种切换自适应控制方法》，*IEEE Control Systems Letters* 2, 1, 127 132, 2017，第卷，期，页码–。

18. R. A. Licitra 、 Z. D. Hutcheson 、 E. A. Doucette 和 W. E. Dixon，《单智能体驱赶 n 个智能体：一种切换系统方法》， *IFAC-PapersOnLine*，第 50 卷，第 1 期，第 14 374–14 379 页，2017 年。

19. E. Sebasti ´ *2021* an 和 *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* 2021, E. Montijano，《多机器人隐式控制群体》，载于 。IEEE，第 1601–1607 页。 20. M. Bacon 和 N. Olgac，《使用区域保持滑模控制器进行群体驱赶》， *Journal of Vibration and Control*，第 18 卷，第 7 期，第 1056–1066 页，2012 年。 21. C. W. Reynolds，《鸟群、群体与鱼群：一种分布式行为模型》，丛书：SIGGRAPH '87。美国纽约州纽约市：计算机协会，1987 年，第 25–34 页。