arXiv:2301.03343v1 [physics.atom-ph] 9 Jan 2023

三维光晶格钟中能带绝缘体的高保真成像

William R. Milner,[1], * Lingfeng Yan,[1] Ross B. Hutson,[1] Christian Sanner,[1] 和叶军[1], †[1]

*JILA、NIST*和科罗拉多大学，美国科罗拉多州博尔德市*440 UCB*，邮编*80309*

我们报告了在三维光晶格钟中观测到高密度带绝缘态的结果。三维晶格中填充了核自旋极化简并费米气体 ^{87}Sr，每个格点上有一个处于基态运动态的原子，因此可以避免接触相互作用导致的频移。在这一高密度条件下，原子间的平均距离与探测光波长相当，标准成像技术会产生较大的系统误差。要对钟中的频移进行空间探测，并测量该系统的热力学性质，需要采用适用于高光学深度的精确成像技术。通过结合高度饱和荧光成像和吸收成像，我们确认了三维光晶格中的密度分布与单自旋能带绝缘态相符。将时钟平台与这一高填充率相结合，为研究由偶极相互作用产生的新型长寿命多体态打开了大门。

光晶格钟将量子多体物理与精密计量学相结合，实现了当前最先进的测量精度 [1–5]。为了提升时钟性能，人们希望在尽可能长的相干时间内探测尽可能多的原子。随着原子数增加，通过发展高保真度的原子云显微成像，实现对钟频移的空间分辨 [6, 7]，光晶格钟的精度和准确度均得到了提升。高密度与长相干时间的结合，将有助于刻画新的系统误差，例如相邻晶格位点上的原子之间偶极相互作用所引起的系统误差 [8–11]。晶格温度计量 [12] 以及对SU(N)磁性 [13, 14] 等新颖物理现象的研究，也将受益于高密度条件下的精确成像，因为这些现象正是在此条件下出现的。

为了在尽量减少相互作用相关退相干的同时优化原子数，人们开发了一种基于三维晶格几何结构和费米简并物质的时钟平台[7, 15]。在实现核自旋极化 [16, 17], 后，泡利不相容原理规定，基态运动态中的每个晶格位点至多只能有一个原子。为确保晶格装载过程中处于这一基态运动态，我们在 $k_BT < k_BT_F < \hbar\omega_{bg}$条件下运行，其中 T、 T_F、 $\hbar\omega_{bg}$ 分别指原子温度、费米温度和晶格带隙 [18]。在每个晶格位点仅容纳一个费米子的情况下，该系统可实现所能达到的最高密度，并形成隧穿受到抑制的绝缘物态 [15, 19]。将这一高密度系统与由钟跃迁寻址产生的自旋轨道耦合相结合，将能够探索簇态生成和可调自旋模型 [20, 21]。

通过结合原位成像与窄线宽时钟光谱 [6]，可以空间分辨光学晶格中的差分频移，从而揭示潜在的系统误差。为提取这些频移，需要连续获取两幅图像，分别呈现基态和激发态的密度分布。因此，对于我们的时钟平台而言，在高密度下进行精确的原位成像至关重要。在我们的晶格中，原子间平均距离（407 nm）与探测波长（461 nm）相近，使用弱共振探测光束成像会受到严重干扰。偶极相互作用介导的集体效应 [22] 以及探测光束透镜效应 [23, 24] 等系统误差，都会给重建高密度下的密度分布带来误差。

为减轻这些系统误差，可以采用不同技术来降低吸收截面，使云团变得“光学薄”。这些技术大致可分为两类：远离共振大失谐下的色散成像 [25–27] ，以及高强度下的饱和成像 [28–31]。对于色散成像，要提取原子密度信息，通常需要在成像系统的傅里叶平面上对散射光和未散射光进行空间滤波，这就要求精确制造并对准定制光学元件。此外，对色散成像的仔细研究表明，有限失谐下残留的系统误差不可忽略，可通过采用相反失谐的差分测量方案来处理 [32]。为解决本研究中的这些成像误差，我们同时采用了高度饱和的荧光成像和吸收成像。

在这封快报中，我们报告了在三维光学晶格钟中观测到的能带绝缘态。我们采用高度饱和成像来减轻成像误差，饱和参数远大于光学深度，由此准确确认了三维光学晶格中的密度分布，且结果与热力学计算高度吻合。我们将此前采用高强度荧光成像的研究 [28]，推进一步，在由 ^{87}Sr[16, 33] 构成的简并费米气体这一新的高密度区间中，证实了该成像技术的准确性。原子密度高达 6×10^{14} 原子/cm^3, 时，我们观察到其结果与通过飞行时间吸收成像获得的原子计数系统地一致，并确定了提取出的原子密度分布不会因成像脉冲而模糊的范围。

我们的高强度成像方案如图1所示。原子能级结构与 ^{87}Sr 相对较大的质量相结合，特别适用于我们的成像技术：它既能提供散射率较高的循环跃迁，又能避免成像脉冲引起显著的运动效应。从 $^1S_0$ 到 $^1P_1$ 的跃迁线宽为$\Gamma = 2\pi \times 30.5$ MHz，可提供较高的光子散射率，并在成像期间将跃迁至暗态的情况降至最低 [34]。在 1 μ s 的脉冲持续时间内，以完全饱和状态成像时，每个原子约散射100个光子，原子以$a = \frac{\hbar k\Gamma}{2m}$ 加速，其中 k 是成像光的波数， m是原子质量。净动量转移量为

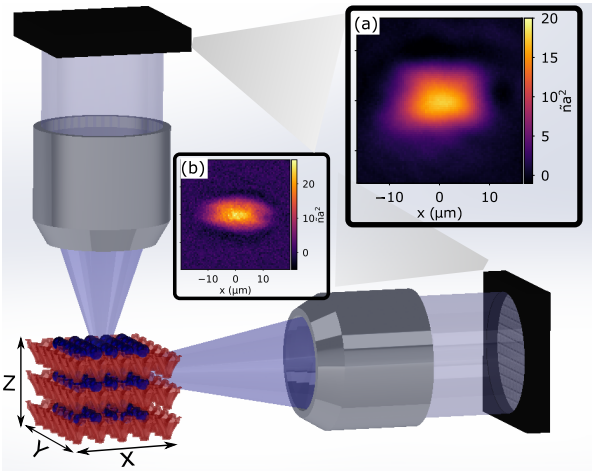


图1. 时钟平台示意图。数值孔径分别为 0.2 和 0.1 的垂直和水平成像系统可测量二维密度分布 $\tilde{n}$。考虑晶格间距 $a = 407$ nm 后，通过高度饱和的吸收成像确定 $\tilde{n}a^2$。为减小成像误差，原子被高度饱和，每个原子以最高 Γ/2 的速率散射光子。图 (a) 展示了高分辨率成像系统沿重力方向积分得到的测量结果，其中提取了密度分布以用于热力学建模。图 (b) 中水平成像系统拍摄的图像仅用于确定原子云纵横比，以进行逆阿贝尔变换。

多普勒频移为 $ka\tau$ = 2.8 MHz，远小于跃迁线宽 $\Gamma/2\pi$。最后，在完全饱和状态下，持续 1 μs 的脉冲造成的线性位移仅为 $\frac{a\tau^2}{2}$ = 0.6 μm。通过对入射光束进行反射回射，荧光成像可大幅抵消这一线性位移及相应的多普勒频移。自发辐射导致的随机动量转移会使横向位置产生 $\frac{\hbar k}{6m}t^{3/2}\sqrt{\Gamma/2} \leq$ 0.1 μm 的展宽（脉冲持续时间为 1 μs），与我们的 1.3 μm 成像分辨率 [35]相比很小。通过使用高度饱和的吸收成像，我们测得了图 $\tilde{n}$ 1(a) 中光学晶格内的柱密度分布1(a)。考虑到 $a = 407$ nm 的晶格间距对应于 ^{87}Sr 在813 nm 处的魔术波长，图中绘出了缩放后的柱密度 $\tilde{n}a^2$。

与标准成像技术相比，饱和吸收和荧光成像在许多方面更具优势。在这种高度饱和的区域内，散射率基本不受光束强度、频率和指向波动的影响。对于成像跃迁的饱和强度 I_{sat} = 40 mW/cm^2，光功率为 20 mW、束腰为 100 μm 的高斯探测光束对应的峰值强度为 $I \sim 3000\, I_{sat}$，符合标准成像激光系统的典型限制。由于探测光束经过原子云时会发生衰减，要使成像跃迁完全饱和，饱和参数I/I_{sat}必须远大于光学深度。我们注意到，高饱和度下的荧光成像与吸收成像有相似之处。在这两种情况下，提取出的原子数都由一个单一变量决定。对于荧光成像，该变量对应于每个原子收集到的光子数；对于饱和吸收成像，则对应于探测光束中每个原子缺失的光子数。因此，荧光成像和饱和吸收成像都可以通过一次绝对原子数测量进行标定。对于三维晶格中的图像，我们通过量子投影噪声（QPN）引起的时钟跃迁激发分数波动来确定原子数 [36, 37]。

进行荧光成像时，只需采集任意方向上的一张荧光图像，即可大幅减少条纹并简化图像处理。荧光成像还可避免高强度吸收成像所面临的动态范围有限问题。为解决这一问题，可以采用在不同强度下进行多次测量等策略，以确定云团不同区域的原子密度 [30, 31]。与吸收成像相比，荧光成像的主要缺点是信噪比通常较差 [37]。为优化荧光成像的信噪比 (SNR)，必须最大限度地提高光子收集效率，也就是成像系统的数值孔径 (NA)。在我们的实验中，垂直和水平成像系统的数值孔径分别为 0.2 和 0.1，对应的收集效率约为 1% 和 0.2%。或者，如果不需要空间分辨率，则可以延长脉冲持续时间，以增加探测到的光子数。

为推动高强度成像技术的发展，与标准原位高密度成像技术相关的系统误差如图2所示。吸收成像（I ∼ I $_{sat}$）与高强度荧光成像并列展示，以便比较。为研究高密度下的这些系统误差，我们通过制备包含10个核自旋分量的简并费米气体 > 200，制备了光学深度为 $\approx 2 \times 10^5$ 个原子，且在交叉偶极阱中T/T$_F$约为0.1的样品。低强度吸收成像所产生的误差体现在两个方面。首先，左上图中由吸收检测重建的光学深度远低于预期值，比预期的 $\sim$ 200低两个数量级。这种错误偏低的光学深度可归因于前向发射增强以及探测光的透镜效应等因素 [23]。其次，右上图中重建的光学深度在经过 500 μ秒的飞行时间膨胀后反而增加，明确证明了这些观测到的系统误差具有密度依赖性。

相比之下，饱和荧光成像得到的重建光学深度要大得多，并且会按照预期在膨胀后扩散。我们将重建的二维密度分布与费米气体对应的预期分布进行比较。使用独立测得的实验数值，我们无需自由参数即可计算该分布[38]。原子总数和约化温度 T/T$_F$由低密度下、光学密度为 ~ 1 的飞行时间吸收成像确定。俘获频率通过参数化限域调制提取。使用

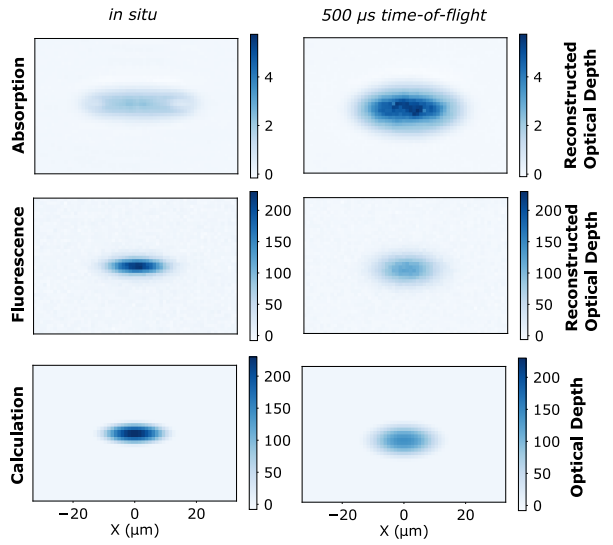


图 2. 展示了在我们的高度简并费米气体中，光学深度超过 200 时高强度荧光与标准吸收成像（$I \sim I_{sat}$）的比较。原位低强度吸收成像在高密度下会产生显著错误的测量结果。此处还给出了根据我们的实验参数计算得到的二维费米气体分布，作为比较，其定性结果与实验相符。

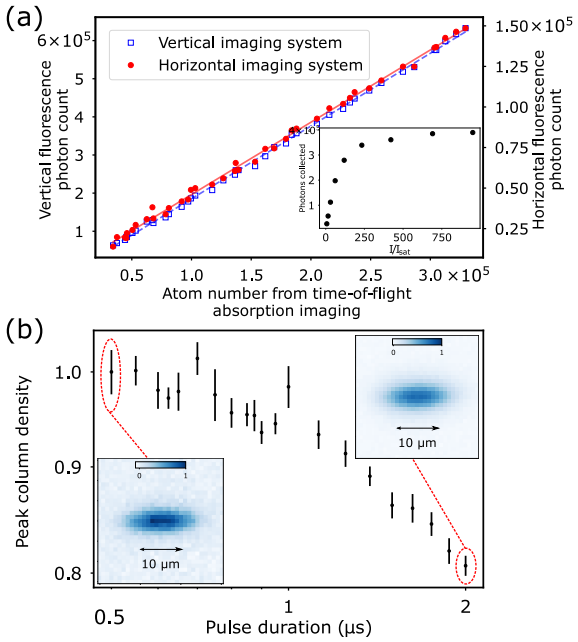


图 3。（a）利用飞行时间吸收成像测得的原子计数，对原位 荧光探测进行校准。图中绘出了垂直和水平成像系统采集的光子计数，实线和虚线分别表示对水平和垂直测量结果的拟合。插图：垂直成像系统采集的光子计数随 I/I

$_{sat}$ 1（脉冲 μ 持续时间为 s）变化的关系。（b）峰值柱密度随荧光脉冲持续时间的变化。测量值以脉冲持续时间最短（500 ns）时的柱密度 1.9×10^{11}原子/cm^2，归一化。插图中绘出了 500 ns 和 2 μs 时的图像，以供比较。误差棒表示均值标准误。

这些参数，我们计算了一个原位费米气体轮廓以及 500 μs 飞行时间费米气体轮廓，并将其与测量结果进行比较。在如此高的光学深度下，我们观察到测量结果与计算结果定性一致。

受图 2所示测量结果启发，我们对饱和成像技术的保真度开展了定量研究。我们提出了一种荧光检测校准方法，将收集到的荧光光子总数与准确的原子数参考值进行比较。飞行时间膨胀后在低密度下进行吸收成像，可作为合适的校准方式。膨胀 7 ms 后，光学深度为 ~ 1，此时可放心忽略系统性成像误差。为独立校准我们的 10 自旋费米气体中的原子数，我们制备了一个热样品，并利用测得的密度涨落确定有效吸收截面 [39–41]。在图3(a)中，我们确保该校准与约 1×10^5 至 4×10^5之间的原子数系统性地吻合；通过提高最终蒸发阱深度来改变原子数。对于所用的 3 μs 脉冲持续时间，拟合得到的校准结果与依据测得的量子效率和成像系统数值孔径进行的计算相当吻合 [37]。为确保成像跃迁完全饱和，我们逐渐提高激光强度；在 1 μs 脉冲持续时间下，直到收集到的光子数达到平台期，如图中插图所示。

为了进行精确的空间分辨测量，我们还必须确定成像脉冲造成的模糊程度。正如集体效应会给重建的密度分布带来误差一样，成像脉冲引入的任何系统变化 $\tilde{n}$也必须加以确定。为了在图中校准这种模糊效应3(b)，我们延长荧光脉冲的持续时间，并观察原子扩散时的峰值柱密度。插图展示了脉冲持续时间为 500 ns 和2 μs 时的平均图像。我们注意到，在整个 2 μs 范围内，没有观察到原子损失或分子形成；检测到的光子数随脉冲持续时间线性增加，证实了这一点。为尽量减少模糊效应，我们通过优化探测光纤中的反向耦合光，仔细地将探测光束反射回去。当脉冲持续时间不超过 1 μs 时，我们确认峰值柱密度下降了 < 5 %。 [37]。

受图3中所报告的标定结果启发，我们通过饱和原位吸收成像，直接测定深光学晶格中的三维密度分布。我们构造了一个立方晶格，三个相互正交方向上的阱深约为60、70和 50 E_r，其中 E_r 为晶格光子反冲能量 $\approx h \times 3.5$ 千赫兹。经过强制蒸发后，我们使用10 种核自旋态，并利用一个相对于 $^3P_1$ 互组合线失谐的聚焦光束进行自旋极化，以形成态依赖势，几乎只留下 m_F = -9/2 原子 [16, 17]。钟谱学证实，自旋纯度为 ≈ 90 %。随后，我们通过以下步骤进一步进行自旋纯化：

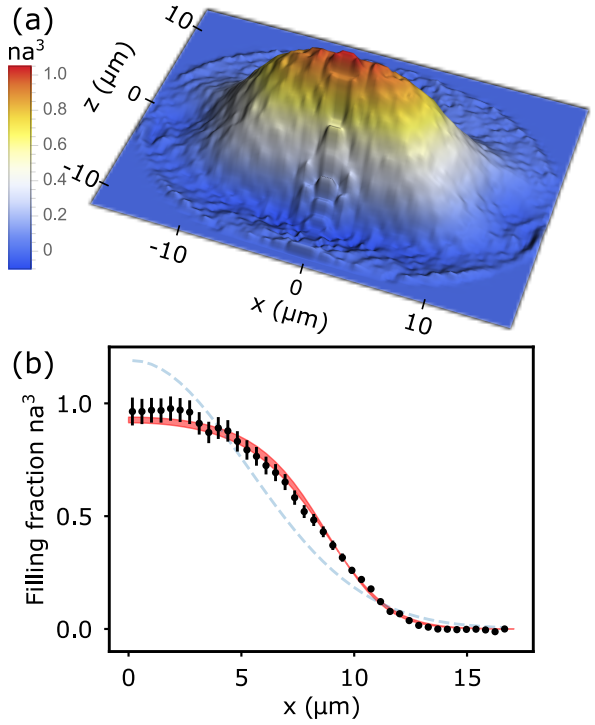


图4。（a）三维密度分布及相应的晶格填充率由原位吸收成像图1(a)中的图像并通过逆阿贝尔变换确定。（b）沿 $z = 0$ 的线切给出了圆圈所示的数据点。误差棒同时包含阿贝尔变换的统计不确定度和原子数不确定度，两者以平方和开根号的方式合并。我们首先基于高温级数展开计算进行预测，其中温度、原子数和谐振束缚均采用独立测量值。对数据进行最佳拟合后，测得的长宽比降低了10% ω_y/ω_x，测得的降低了5% T/T_F。红线表示该拟合结果，阴影带表示温度的不确定度。蓝色虚线是高斯函数拟合，与 na^3定性上不符。

相干地将 m_F = -9/2 原子激发至激发钟态，并用共振成像脉冲去除任何残余自旋。吸收成像直接给出沿重力方向垂直轴积分的柱密度分布 $\tilde{n}$，如图1(a)所示。根据图3(b)中的分析，我们选择 1 μ秒的脉冲持续时间以尽量减小模糊，并将饱和强度设为54(4)，远大于 $\sim$ 15的峰值光学密度。为对带绝缘体平台进行空间探测，我们采用 38.8 的成像放大率，使有效像素尺寸达到412 纳米，与晶格常数 $a = 407$ 纳米大致相等。值得注意的是，我们的有效像素尺寸小于 1.3 μ米的光学分辨率，因此成像系统在光学上是过采样的。为提取三维密度分布，我们使用逆阿贝尔变换 [42]。由于垂直成像方向并非圆柱对称轴， n 必须根据空间密度分布的纵横比 [37]进行适当缩放。纵横比通过图1(b)中的吸收成像测量独立标定。

在如此高的放大倍率下，对 1 μs 进行荧光成像时，信噪比受读出噪声和光子散粒噪声共同限制。我们发现，即使经过大量平均，使用逆阿贝尔变换提取的三维密度分布仍会受到 $\tilde{n}$微小波动的影响。因此，信噪比更高的饱和吸收成像为表征三维密度分布提供了一种更稳健的方法。提取的三维密度分布绘于图4(a)。

为了评估我们测得的三维密度分布的成像保真度，我们将 $z = 0$ 处的线剖面与图 4(b)中的计算结果进行比较。为了估算密度分布，我们在原子极限下采用高温级数展开（HTSE）计算 [12, 14, 37, 43]。该计算所需的参数包括原子温度、谐振束缚和原子总数。由于密度分布仅取决于各谐振束缚的比值，因此我们采用图 1 中测得的纵横比进行 HTSE 计算。原子总数 N 由量子投影噪声测量确定 [37]。为了估算计入晶格装载期间加热效应的温度，我们在晶格往返偶极阱后，通过飞行时间测量约化温度 T/T_F，并确定每粒子熵增量为 0。25(6)k_B。根据单次晶格装载过程中熵增量为 0。13(3) k_B，我们估算 T/T_F 为 0。165(7)。尽管我们没有进行跨维热化测量来直接验证热平衡，但 HTSE 计算中温度的不确定性已包含在图 4(b) [44, 45]的阴影带中。我们注意到，延展的平台区域大于我们的 1.3 μm 成像分辨率。为了进一步量化成像保真度，我们将其与高斯函数拟合进行比较，结果与数据明显不符。

总之，我们报告了在三维光学晶格钟中观测到自旋极化的带绝缘态。通过对饱和原位成像技术进行表征，我们得以准确确定密度分布。本研究中的饱和成像技术，广泛而言，可用于研究莫特绝缘区 [46, 47]中的 SU(N) 磁性和热力学。凭借本研究所展示的高填充率，可以在相邻晶格位点 [8, 9]上的原子之间生成由偶极相互作用产生的多体态。

致谢。感谢 D. Kedar 维护本研究所用的超稳钟激光器，并感谢 A. Aeppli、K. Kim、J. M. Robinson、M. Miklos 和 Y. M. Tso 提供宝贵的讨论。感谢 K. Kim、N. D. Oppong 和 L. Sonderhouse 仔细审阅稿件并提出富有见地的意见。本研究获得 NSF QLCI OMA-2016244、美国能源部量子系统加速器中心、美国国防高级研究计划局、美国空军科学研究办公室、V. Bush Fellowship、NIST 和 NSF Phys-1734006 的资助。

* william.milner@colorado.edu

† ye@jila.colorado.edu

[1] T. Bothwell, C. J. Kennedy, A. Aeppli, D. Kedar, J. M. Robin- son, E. Oelker, A. Staron, and J. Ye, 《自然》 602, 420 (2022). [2] W. F. McGrew, X. Zhang, R. J. Fasano, S. A. Sch¨affer, K. Beloy, D. Nicolodi, R. C. Brown, N. Hinkley, G. Milani, M. Schioppo, et al., 《自然》 564, 87 (2018). [3] A. Aeppli, A. Chu, T. Bothwell, C. J. Kennedy, D. Kedar, P. He, A. M. Rey, and J. Ye, 《科学进展》 8, 42 (2022). [4] B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, and J. Ye, 《自然》 506, 71 (2014). [5] T. L. Nicholson, S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, B. J. Bloom, R. L. McNally, W. Zhang, M. D. Barrett, M. S. Safronova, G. F. Strouse, et al., 《自然·通讯》 6, 1 (2015). [6] G. E. Marti, R. B. Hutson, A. Goban, S. L. Campbell, N. Poli, and J. Ye, 《物理评论快报》 120, 103201 (2018). [7] S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, A. Goban, N. D. Oppong, R. L. McNally, L. Sonderhouse, J. M. Robinson, W. Zhang, B. J. Bloom, et al., 《科学》 358, 90 (2017). [8] D. E. Chang, J. Ye, and M. D. Lukin, Physical Review A 69, 023810 (2004). [9] A. Cidrim, A. PineiroOrioli, C. Sanner, R. B. Hutson, J. Ye, R. Bachelard, and A. M. Rey, 《物理评论快报》 127, 013401 2021( ). [10] S. Kr¨amer, L. Ostermann, and H. Ritsch, 《欧洲物理快报》 114, 14003 (2016). [11] R. B. Hutson, et al. 集体偶极相互作用在近乎满填充的三维光晶格钟中的研究，正在准备发表 (2023). [12] C. Hofrichter, L. Riegger, F. Scazza, M. H¨ofer, D. R. Fernandes, I. Bloch, and S. F¨olling, 《物理评论X》 6, 021030 (2016). [13] A. V. Gorshkov, M. Hermele, V. Gurarie, C. Xu, P. S. Julienne, J. Ye, P. Zoller, E. Demler, M. D. Lukin, and A. Rey, 《自然·物理》 6, 289 (2010). [14] S. Taie, R. Yamazaki, S. Sugawa, and Y. Takahashi, 《自然·物理》 8, 825 (2012). [15] R. B. Hutson, A. Goban, G. E. Marti, L. Sonderhouse, C. San- ner, and J. Ye, 《物理评论快报》 123, 123401 (2019). [16] L. Sonderhouse, C. Sanner, R. B. Hutson, A. Goban, T. Bilitewski, L. Yan, W. R. Milner, A. M. Rey, and J. Ye, 《自然·物理》 16, 1216 (2020). [17] S. Stellmer, R. Grimm, and F. Schreck, Physical Review A 84, 043611 2011( ). [18] S. Will, 博士论文 (施普林格科学与商业媒体, 2012). [19] U. Schneider, L. Hackermuller, S. Will, T. Best, I. Bloch, T. A. Costi, R. Helmes, D. Rasch, and A. Rosch, 《科学》 322, 1520 (2008). [20] M. Mamaev, R. Blatt, J. Ye, and A. M. Rey, 《物理评论快报》 122, 160402 (2019). [21] M. Mamaev, I. Kimchi, R. M. Nandkishore, and A. M. Rey, 《物理评论研究》 3, 013178 (2021). [22] F. Andreoli, M. J. Gullans, A. A. High, A. Browaeys, and D. E. Chang, Physical Review X 11, 011026 (2021). [23] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. Stamper-Kurn, arXiv (1999). [24] S. P. Rath, T. Yefsah, K. J. G¨unter, M. Cheneau, R. Desbuquois, M. Holzmann, W. Krauth, and J. Dalibard, Physical Review A 82, 013609 2010( ). [25] S. Kadlecek, J. Sebby, R. Newell, and T. Walker, 《光学快报》26, 137 2001( ). [26] C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, 《物理评论快报》78, 985 (1997). [27] M. R. Andrews, M. O. Mewes, N. J. Van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, 《科学》273, 84 (1996). [28] M. T. DePue, S. L. Winoto, D. Han, and D. S. Weiss, 《光学通信》180, 73 (2000). [29] G. Reinaudi, T. Lahaye, Z. Wang, and D. Gu´ery-Odelin, 《光学快报》32, 3143 (2007). [30] T. Yefsah, R. Desbuquois, L. Chomaz, K. J. G¨unter, and J. Dal- ibard, 《物理评论快报》107, 130401 (2011). [31] L. Chomaz, L. Corman, T. Yefsah, R. Desbuquois, and J. Dal- ibard, 《新物理学杂志》14, 055001 (2012). [32] Y.-R. Lee, M.-S. Heo, J.-H. Choi, T. T. Wang, C. A. Chris- tensen, T. M. Rvachov, and W. Ketterle, Physical Review A 85, 063615 2012( ). [33] C. Sanner, L. Sonderhouse, R. B. Hutson, L. Yan, W. R. Milner, and J. Ye, 《科学》374, 979 (2021). [34] D. S. Barker, B. J. Reschovsky, N. C. Pisenti, and G. K. Camp- bell, Physical Review A 92, 043418 (2015). [35] M. A. Joffe, W. Ketterle, A. Martin, and D. E. Pritchard, 《美国光学学会杂志B》10, 2257 (1993). [36] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland, Physical Review A 47, 3554 (1993).[37] 关于成像信噪比较、量子投影噪声原子数校准、密度扩散和高温级数展开计算的补充材料。 [38] W. Ketterle and M. Zwierlein, arXiv (1999). [39] C. Sanner, E. J. Su, A. Keshet, R. Gommers, Y.-i. Shin, W. Huang, and W. Ketterle, 《物理评论快报》105, 040402 (2010). [40] W. G. Tobias, K. Matsuda, G. Valtolina, L. De Marco, J.-R. Li, and J. Ye, 《物理评论快报》124, 033401 (2020). [41] T. M¨uller, B. Zimmermann, J. Meineke, J.-P. Brantut, T. Esslinger, and H. Moritz, 《物理评论快报》105, 040401 (2010). [42] V. Dribinski, A. Ossadtchi, V. A. Mandelshtam, and H. Reisler, 《科学仪器评论》73, 2634 (2002). [43] K. R. A. Hazzard, V. Gurarie, M. Hermele, and A. M. Rey, Physical Review A 85, 041604(R) (2012). [44] C. R. Monroe, E. A. Cornell, C. A. Sackett, C. J. Myatt, and C. E. Wieman, 《物理评论快报》70, 414 (1993). [45] G. Valtolina, K. Matsuda, W. G. Tobias, J.-R. Li, L. De Marco, and J. Ye, 《自然》588, 239 (2020). [46] A. Goban, R. B. Hutson, G. Marti, S. Campbell, M. Perlin, P. Julienne, J. D'incao, A. Rey, and J. Ye, 《自然》563, 369 (2018). [47] X. Zhang, M. Bishof, S. L. Bromley, C. V. Kraus, M. S. Safronova, P. Zoller, A. M. Rey, and J. Ye, 《科学》345, 1467 (2014).

arXiv:2301.03343v1 [physics.atom-ph] 9 Jan 2023

补充材料，附于
三维光晶格钟中能带绝缘体的高保真成像

密度扩散

此处我们对图 3(b)所示数据进行补充分析。在图 S1的 A 面板中，我们绘出了每幅图像沿 x 轴的积分计数。随着脉冲持续时间延长，我们观察到沿探测光束方向出现了不对称性。这种不对称性表明，观察到的密度扩散可能源于入射光束与反射光束之间的不均匀性。功率确实存在失配，但鉴于探测光束的发散，这也可能是空间对准不完善或模式失配所致。

我们还在图 B 中绘制了每幅图像的总计数随脉冲持续时间的变化。计数在整个脉冲持续时间范围内呈线性变化，这表明没有明显的原子损失或泵浦至暗态的现象。各脉冲持续时间下的计数均以 500 ns 时的计数为基准进行归一化。插图显示了云团的高斯均方根宽度随脉冲持续时间的变化。

信噪比比较

在论文正文中，我们提到了饱和吸收成像和荧光成像。这里我们对这两种技术的信噪比进行定量比较。对于一个探测像素，我们用归一化方差 $\mathbb{V}(N)/N$ 表示信噪比，其中 N 表示相应探测区域内的原子数。对于荧光成像，信噪比仅由探测到的光子数所对应的散粒噪声决定。为计算原子总数，我们首先将相机探测到的荧光计数转换为收集到的光子数。随后，利用成像系统的收集效率以及原子跃迁的散射率，确定每个原子对应的探测光子数。在 CCD 相机上，我们测得给定像素中的计数为 n_a。利用成像系统的量子效率 q 以及以每个光电子对应的计数数表示的相机转换增益 g，我们推得光子数为 $\frac{n_a}{qg}$。在完全饱和时，原子散射率为 $\frac{\Gamma}{2}$，每个原子散射的光子数为 $P_{sc} = \frac{\Gamma}{2} \times \tau$，其中 τ 为脉冲持续时间。最后，我们将收集效率记为 Y，其由成像系统的数值孔径和辐射方向图的各向异性决定。合并各项后，原子总数为 $N = \frac{n_a}{qgYP_{sc}}$。利用误差传播，我们求得方差 $\mathbb{V}_{Fl}(N)$。

$$\mathbb{V}_{Fl}(N) = \left(\frac{\partial N}{\partial n_a}\right)^2 \mathbb{V}(n_a) = \left(\frac{1}{gqYP_{sc}}\right)^2 g n_a \qquad (1)$$

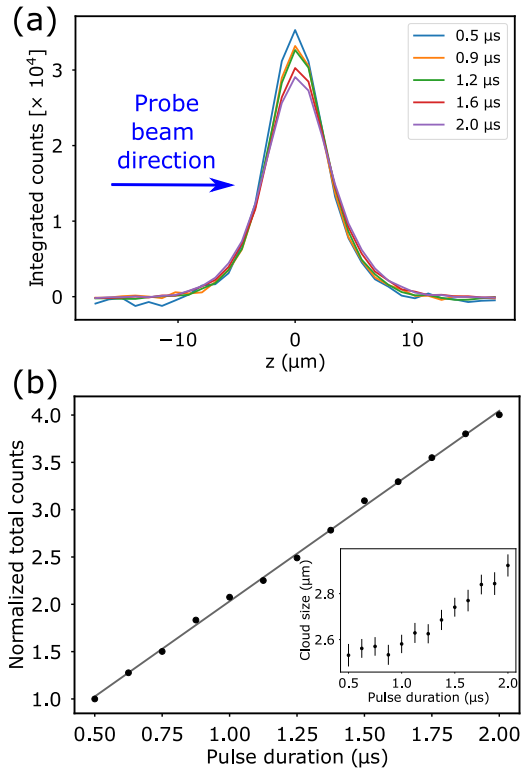


图 S1. 面板 (a) 显示了沿 x 轴对正文图 3(b) 中图像的计数进行积分后，所得结果随脉冲持续时间的变化。面板 (b) 绘出了各脉冲持续时间下的总计数，并以 500 ns 时的计数为归一化基准。由于检测到的光子计数随脉冲持续时间线性增加，我们观察到在整个 2 μs 范围内几乎没有原子损失或分子形成。插图显示了云团的高斯均方根宽度随脉冲持续时间的变化。

这里，我们利用了生成的光电子 n_e 服从二项分布这一事实。因此，$\mathbb{V}(n_a) = \mathbb{V}(g \times n_e) = g^2\mathbb{V}(n_e) = g^2 n_e = g n_a$。合并各项:

$$\mathbb{V}_{Fl}(N)/N = \frac{1}{qYP_{sc}} \qquad (2)$$

鉴于式3中的原子数公式同时包含对数项和线性项，且涉及有原子和无原子时的两幅图像 n_a和 n_b，吸收成像的信噪比计算更为复杂。这里，A 和 σ_0 分别指计入成像系统放大率后的有效像素尺寸，以及有效原子吸收截面。与荧光成像类似，对 n_a 和 n_b 项进行适当的误差传播，即可得到式4和式5。我们在此汇总这些公式，并请读者参阅文献 [1]，了解完整推导。

$$N = \frac{A}{\sigma_0}\log(\frac{n_b}{n_a}) + \frac{2}{\Gamma\tau g q}(n_b - n_a) \tag{3}$$

$$\mathbb{V}_{Abs}(N) = g\tilde{A}^2(\frac{1}{n_a} + \frac{1}{n_b}) + g\tilde{B}^2(n_a + n_b) + 4g\tilde{A}\tilde{B} \tag{4}$$

$$\tilde{A} = \frac{A}{\sigma_0}, \tilde{B} = \frac{2}{qg\tau\Gamma} \tag{5}$$

我们使用成像系统的实验相关参数，在图S2 中比较了不同技术。两种情况下，均使用 1 μs共振脉冲，数值孔径为0。2，量子效率为85%。对于蓝色曲线所示的荧光信噪比，假设跃迁完全饱和，且以 $\Gamma/2$的速率散射光子。对于 I/I_{sat}= $\sim$ 55，这是我们进行逆阿贝测量时所用的条件；当柱密度高于2 原子/a^2时，吸收成像的信噪比优于荧光成像。特别是，鉴于图1(a)中的峰值密度为 $\tilde{n}a^2 = \sim 20$，在高密度区域使用吸收成像可获得更高的信噪比，而我们正是在这些区域提取峰值填充率。当光学密度达到临界值0。17时，在我们的实验参数下，荧光探测在所有成像强度下都能提供更高的信噪比。需要指出的是，这些计算忽略了技术噪声，尤其是相机读出噪声；对此，可相应地对 $\mathbb{V}(n_a)$ 进行偏移修正。这一因素会使荧光成像的信噪比受到更大影响，因为荧光计数远低于吸收计数。

为了探测原子云中的精细空间细节，成像分辨率必须小于这些空间特征的长度尺度。要满足这一条件，必须使用数值孔径足够大的成像系统，并尽可能减小像差。在这种情况下，成像分辨率从根本上受衍射限制。我们通过测试装置（包括所有成像光路光学元件和真空观察窗）传播 461 nm 的点光源并测量点扩散函数，验证了我们的 NA = 0.2 物镜的衍射极限性能。

尽管吸收成像和荧光成像依赖于相同的光散射过程（它们仅收集散射电磁场 [2] 的不同部分），但这两种方法的信号幅度随 NA 的变化方式不同。收集荧光时，成像系统的立体角覆盖范围会按比例影响信号，直至最低空间频率。吸收成像则并非如此：低于由 NA 决定的带宽的空间频率分量，其幅度保持恒定，即使 NA 进一步增大（假设透镜完全覆盖探测光束）。在

换言之，对于荧光成像而言，大部分信号光都收集在透镜孔径的外环区域，因此特别容易受到透镜缺陷的影响。

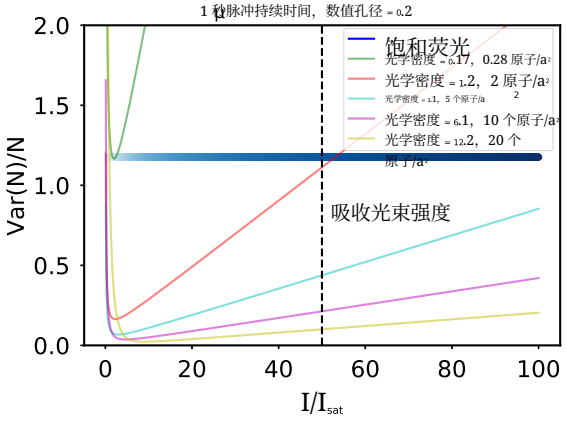


图 S2. 吸收成像与荧光成像的信噪比比较。此计算采用论文主文图中的相关成像参数。对于吸收成像，在非饱和极限下，原子数方差与光强成反比 $I \ll I_{sat}$；而在高饱和极限下，原子数方差与光强成正比。对于这两种成像方法，方差均与 $1/\tau$ 成正比。在完全饱和区间内（并假设没有技术噪声），荧光成像的归一化方差与原子柱密度无关。为避免时钟运行中使用的高密度导致成像缺陷，所有成像测量均采用了 $I/I_{sat} > 50$。黑色虚线表示我们进行逆阿贝测量时使用的光强。

高温级数展开计算

为了准确模拟三维晶格中的密度分布，我们在原子极限下采用高温级数展开（HTSE）进行计算。原子极限下三维晶格中 SU(N) 对称费米子的通用哈密顿量形式如下：

$$H_{AL} = \frac{U}{2}\sum_{i,\sigma\neq\sigma'}\hat{n}_{i,\sigma}\hat{n}_{i,\sigma'} + \sum_{i,\sigma}V_i\hat{n}_{i,\sigma} \tag{6}$$

在一个晶格位点 i上，只有两种相互竞争的能量尺度：粒子之间的相互作用能 U，以及由谐振束缚决定的位置相关能量偏移 V_i。利用局域密度近似 μ =V(x, y, z)−μ_0，其中 $V(x,\ y,\ z) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2x^2+\omega_y^2y^2+\omega_z^2z^2)$，而 μ_0 对应于晶格中的峰值化学势。对于本研究中的自旋极化系统，U = 0，因此计算大大简化。

最终，我们希望将密度分布$n(\mu,\ T,\ r)$表示为化学势、原子温度和晶格中的位置的函数。对于晶格位点 i，我们将巨配分函数 $\mathcal{Z}$ 和巨势 Ω 表示为：

$$\mathcal{Z}(\mu,T,r) = \sum_{\sigma=0}^{N=1}\binom{N}{\sigma}e^{-\beta\mu\sigma} \tag{7}$$

$$\Omega = -k_B T \ln(\mathcal{Z})$$

由此，我们确定每个晶格位点的熵和占据数 i:

$$s(\mu, T, r) = -\frac{\partial \Omega}{\partial T} = k_B \ln(\mathcal{Z}) + \Delta s$$

$$\Delta s = \frac{k_B}{\mathcal{Z}} \beta \mu e^{-\beta \mu} \tag{8}$$

$$n(\mu, T, r) = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} = \frac{1}{Z(\mu, T)} e^{-\beta \mu} \tag{9}$$

我们通过原位吸收成像准确测定原子总数 N_{lat}，并通过对飞行时间数据进行拟合、采用非相互作用的费米-狄拉克分布，测定总熵 S_{lat}。类似地，我们利用以 T和 μ表示的公式 8 和公式 9，表示给定晶格位点上的熵 s 和占据率 n。随后，我们确定全局拟合参数 T 和 μ_0，以确保所有晶格位点的积分熵和占据数之和等于实验测得的值。确定 μ_0 和 T 以满足公式 9 中的等式后，我们计算 $n(\mu,\ T,\ r)$。图4(b)绘出了 $n(\mu,\ T,\ r)$ 在 $z = 0$ 处的线切。

逆阿贝尔变换

下面我们结合原子云纵横比的测量和逆阿贝尔变换，概述重建过程：首先，我们使用沿与 z 对齐的垂直轴和与 x 对齐的水平轴拍摄的饱和吸收图像（分别对应图1(a)和图1(b)），以确定纵横比 ω_x/ω_y 和 ω_x/ω_z。接下来，我们对图1(a)图像进行逆阿贝尔变换，重建初始三维密度分布。鉴于我们的系统几何结构不存在圆柱对称轴，必须对逆阿贝尔变换重建出的密度进行适当的重新缩放。

将我们的系统视为半径为 r_x、r_y、r_z和 N 个原子的椭球体，其密度为 $n_{lat} = N/V_{lat}$ 其中 $V_{lat} = \frac{4}{3}\pi r_x r_y r_z$。我们沿 x 轴提取图1(a)图像的逆阿贝尔变换，因为最大的能带绝缘体平台会出现在谐波束缚最弱的轴向。通过此方法得到的密度分布假定体积为 $V_{Abel} = \frac{4}{3}\pi r_x r_x r_y$。因此，我们根据图1(b)测得的纵横比，将提取的密度乘以 $n_{Abel}/n_{lat} = \frac{r_z}{r_x} = \overline{\omega_z}/\omega_x$ 进行缩放。由于原点附近存在过量噪声，图4(a)中的 $x = 0$ 点以相邻点进行插值。我们通过模拟密度分布对这一重建过程进行了交叉检验，以确保其保真度。本研究采用了三点阿贝尔变换法；该方法也已由独立研究验证其保真度 [3]。

量子投影噪声计算

为校准原子数，我们利用 ^{87}Sr 中 $^1S_0$ 态与 $^3P_0$ 态之间的窄线宽钟跃迁，分析量子投影涨落。钟激光器锁定至线宽为 8 mHz 的硅参考腔后，测量中可忽略激光不稳定性引起的旋转噪声 [4]。此外，总计数的涨落为 < 2 %，并非确定原子数校准时的限制性系统误差。正如许多文献所述 [5], ，通过将原子制备成 $^1S_0$ 至 $^3P_0$ 的叠加态，测得的激发分数的方差$\mathbb{V}$ 与平均原子数 N 及平均激发 $\bar{p}_e$ 之间的关系为:

$$\mathbb{V}_{QPN} = \frac{\bar{p}_e(1-\bar{p}_e)}{\bar{N}} \tag{10}$$

为确定该方差，我们在相同的运行条件下对 p_e 进行多次连续测量。对于一次测量 i 以确定 p_e^i，我们从相机上涵盖原子的感兴趣区域读取两次荧光计数 $\tilde{C}_g^i$和 $\tilde{C}_e^i$。将这些计数分别减去两张平均暗场帧 $\bar{B}_g$ 和 $\bar{B}_e$，得到 $C_g^i = \tilde{C}_g^i - \bar{B}_g$、$C_e^i = \tilde{C}_e^i - \bar{B}_e$。我们希望确定满足 $N_e^i = aC_e^i/\tau$、$N_g^i = aC_g^i/\tau$的系数 a。我们可以立即看出，激发分数与该系数无关:

$$p_e^i = \frac{\cancel{a}C_e^i}{\cancel{a}C_e^i + \cancel{a}C_g^i} \tag{11}$$

然而，原子总数 $N^i = a\left(C_e^i + C_g^i\right)/\tau = aC_t^i/\tau$ 则与之有关。重写公式 10 可知，测量方差 $\mathbb{V}_{QPN}$、平均激发 $\bar{p}_e$以及平均总计数 C_t，即可确定 a。

$$\mathbb{V}_{QPN} = \frac{\bar{p}_e(1-\bar{p}_e)}{a\bar{C}_t/\tau} \tag{12}$$

系数 a 可解释为“每个脉冲持续时间内每次计数对应的原子数”。原则上，若已知量子效率、增益、散射率、数值孔径和辐射方向图，就可以计算出该值。实际计算时，基于量子化轴和探测光偏振对辐射方向图作出的假设会增加计算难度。相比之下，直接测量 a 要比逐一高精度测量上述各个量简单得多。

观测到的激发分数 $\mathbb{V}_{p_e}$ 的方差由量子投影噪声（QPN）、光子散粒噪声（PSN）和相机读出噪声（RN）贡献:

$$\mathbb{V}_{p_e} = \mathbb{V}_{QPN} + \mathbb{V}_{PSN} + \mathbb{V}_{RN} \tag{13}$$

这里，g 是以每个电子对应的计数数表示的探测器增益。

$$\mathbb{V}_{PSN} = \frac{\bar{p}_e(1-\bar{p}_e)}{\bar{C}_t} \times g \tag{14}$$

$$\mathbb{V}_{RN} = \frac{\mathcal{R}^2}{\bar{C}_t{}^2}(2\bar{p}_e^2 - 2\bar{p}_e + 1) \tag{15}$$

考虑比值$\mathbb{V}_{QPN}/\mathbb{V}_{PSN}$，可以直观地理解$\mathbb{V}_{PSN}$。每个原子对应的信号电子数（等价于收集到的光子数乘以相机量子效率）决定了 $\mathbb{V}_{QPN}$和 $\mathbb{V}_{PSN}$的相对比例。

$$\frac{\mathbb{V}_{QPN}}{\mathbb{V}_{PSN}} = \frac{1}{g \times a} \tag{16}$$

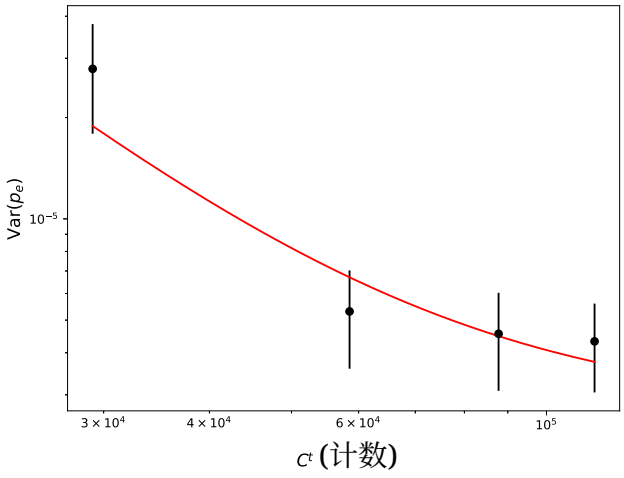


图 S3. 读出噪声校准。我们在光学钟跃迁上施加一个 π 脉冲，使得 $p_e \approx 1$和 $\mathbb{V}_{p_e} = \frac{\mathcal{R}^2}{C_t{}^2} + C$。我们使用 4 种脉冲持续时间，范围从 5 到 20 μs，以改变 C_t。我们拟合 $\mathcal{R} = 100.2 \pm 24.6$ 和 $C = 2.73 \times 10^{-6} \pm 1.02 \times 10^{-6}$。

为了确定 a，我们需要准确校准 $\mathbb{V}_{RN}$ 和$\mathbb{V}_{PSN}$。我们在 $p_e = 1$处看到 $\mathbb{V}_{PSN}$、 $\mathbb{V}_{QPN}$ = 0。因此，在 $p_e = 1$ 处测量 $\mathbb{V}_{p_e}$ 将独立确定 $\mathbb{V}_{RN}$。

我们希望拟合 $\mathcal{R}$，并确保其与相机指定的读出噪声一致。为提取该值，我们使用 4 种脉冲持续时间，范围从 5 到 20 μs，以改变 C_t。图中对此进行了说明。S3。实际操作中，我们拟合

$$\mathbb{V}_{p_e} = \frac{\mathcal{R}^2}{\bar{C}_t{}^2} + C \tag{17}$$

我们拟合了 $\mathcal{R} = 100.2 \pm 24.6$ 和 $C = 2.73 \times 10^{-6} \pm 1.02 \times 10^{-6}$。对于我们的圆形感兴趣区域，掩膜半径内有 $X = 889$ 个像素。对于校准增益 $g = 1.59$ 计数/e-和读出噪声 $r = 2.4$ e-，分别为 $\mathcal{R}_{calc} = \sqrt{Xgr}$ =94.7，与 $\mathcal{R} = 100.2 \pm 24.6$一致。我们注意到，

相机的增益和读出噪声接近规格值。在我们的30毫秒曝光时间内，暗计数为 $< .1$ e-，可忽略不计。

接下来，我们希望确定 a_{QPN}。为此，我们在 $p_e = 0.5$ 进行第二次测量。该数据集的方差包含来自 $\mathbb{V}_{QPN}$、 $\mathbb{V}_{PSN}$和 $\mathbb{V}_{RN}$的贡献。利用测得的 $\mathcal{R}$ 值，我们扣除 $\mathbb{V}_{RN}$ 的贡献。接下来，我们对图S4中的数据进行如下拟合：

$$\mathbb{V}_{p_e} = \frac{0.5(1-0.5)}{a\bar{C}_t/\tau} + \frac{0.5(1-0.5)}{\bar{C}_t} \times g \tag{18}$$

我们拟合 $a_{QPN} = 1.72 \pm 0.16$。这与假设 $\Gamma/2$ 的散射进入 $4\,\pi$，同时考虑测得的量子效率后计算得出的 1.43 值相当吻合。

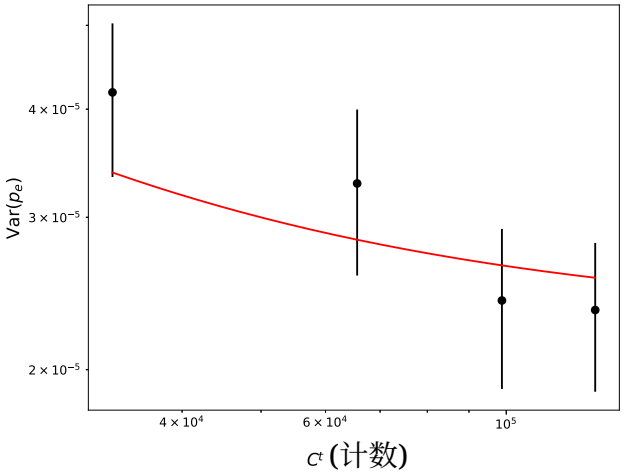


图 S4. a_{QPN} 校准。通过施加一个 $\pi/2$ 脉冲，使光学晶格中的原子处于基态与钟态的叠加态，因此 $p_e \approx 0$。这些测量中为 5，且 $\mathbb{V}_{p_e}$ 根据公式 18 进行拟合。我们确定 $a_{QPN} = 1.72 \pm 0.16$。

读出噪声

在此，我们推导用于方差测量的读出噪声项。由于我们使用平均暗场帧$\bar{B}_e$ 和 $\bar{B}_g$，所用表达式与其他文献中的略有不同。回顾一下，$p_e = \frac{C_e}{C_e+C_g}$。为了确定读出噪声对激发分数的贡献，我们进行标准误差传播：

$$\mathbb{V}_{RN} = \left(\frac{\partial p_e}{\partial C_e}\right)^2 \mathbb{V}(C_e) + \left(\frac{\partial p_e}{\partial C_g}\right)^2 \mathbb{V}(C_g) \tag{19}$$

在此，

$$\frac{\partial p_e}{\partial C_g} = \frac{C_e}{(C_e+C_g)^2} = \frac{p_e}{(C_e+C_g)} \tag{20}$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial C_e} = \frac{C_g}{(C_e + C_g)^2} = \frac{1 - p_e}{(C_e + C_g)} \tag{21}$$

为确定 $\mathbb{V}(C_e)$，考虑一个包含 X 像素的感兴趣区域，我们从中提取 C_g、 C_e ，并进行两次独立测量。每个像素的读出噪声为 r 电子。因此，单个像素的读出噪声以计数为单位为 $g \times r_i$。该感兴趣区域内的总噪声按像素逐个平方后求和$\mathbb{V}(C_g)$ $\mathbb{V}(C_e)$ $= \sum_X (r_i \times g)^2 = Xr^2g^2 = \mathcal{R}^2$。将各项代入公式19：

$$\mathbb{V}_{RN} = \frac{\mathcal{R}^2}{\bar{C_t}^2}(2\bar{p_e^2} - 2\bar{p_e} + 1) \tag{22}$$

图3(a)的成像系统参数

表1汇总了图3(a)所示测量的成像参数。图1和图4使用了持续时间为 1 μs的脉冲。在图3(b)中，我们将脉冲长度设定在500 ns至 2 μs之间。这些测量中，飞行时间吸收成像的原子数涨落标准差小于2%。

表1	
垂直成像系统	
数值孔径	0.23
脉冲持续时间	3 μs
满量程时每个原子散射的总光子数	287
饱和收集效率	1.3 %
相机量子效率	0.85
成像系统量子效率	0.65
每原子计算光子数	2.06
每原子测量光子数	1.91(1)
水平成像系统	
数值孔径	0.10
脉冲持续时间	3 μs
满功率下每个原子散射的总光子数	287
饱和收集效率	0.25 %
相机量子效率	0.78
成像系统量子效率	0.72
每原子计算光子数	0.402
每原子测量光子数	0.445(3)

[1] G. E. Marti，博士论文（加利福尼亚大学伯克利分校，2014年）。[2] W. Ketterle、D. S. Durfee 和 D. Stamper-Kurn，arXiv（1999年）。[3] D. D. Hickstein、S. T. Gibson、R. Yurchak、D. D. Das 和 M. Ryazanov，Review of Scientific Instruments**90**，065115（2019年）。[4] D. Matei、T. Legero、S. H¨afner、C. Grebing、R. Weyrich、W. Zhang、L. Sonderhouse、J. Robinson、J. Ye、F. Riehle，等，《物理评论快报》**118**，263202（2017年）。[5] W. M. Itano、J. C. Bergquist、J. J. Bollinger、J. M. Gilligan、D. J. Heinzen、F. L. Moore、M. G. Raizen 和 D. J. Wineland，Physical Review A**47**，3554（1993年）。