STARS-ISAC：我们需要多少个传感器?

Zheng Zhang，IEEE学生会员，YuanweiLiu，IEEE高级会员，
Zhaolin Wang，IEEE研究生会员，Jian Chen，IEEE会员，

arXiv:2301.03436v1 [cs.IT] 9 Jan 2023

摘要

本文提出了一种由同时透射和反射表面（STARS）赋能的通感一体化（ISAC）框架，并设计了一种新颖的双向感知STARS架构，以实现全空间通信与感知。在所提出的框架基础上，本文构建了一个联合优化问题，旨在最小化对感知目标二维到达方向进行估计时的克拉美-罗下界（CRB）。为提升感知性能，本文考虑了两种情形。1）对于双用户情形，提出了一种交替优化算法。具体而言，可部署传感器的最大数量可通过闭式表达式求得。2）对于多用户情形，提出了一种扩展克拉美-罗界（ECRB）指标，用于刻画传感器数量对感知性能的影响。基于所提出的指标，本文提出了一种新颖的基于惩罚项的双循环（PDL）算法，以求解扩展克拉美-罗界最小化问题。为解决ECRB中的耦合问题，本文提出了一种通用解耦方法，将其转换为易于处理的加权线性求和形式。仿真结果表明：1）在考虑传感器部署的情况下，所提出的PDL算法能够实现近乎最优的性能；2）在满足服务质量要求且不损害通信性能的前提下，减少基站（BS）的接收天线数量不会降低感知性能；3）从实现最优感知性能的角度来看，部署更多无源单元而非传感器更为可取。

索引词

波束成形设计、一体化感知与通信（通感一体化）、同时透射和反射表面（STARS）、传感器部署。

Zheng Zhang 和 Jian Chen 就职于中国西安710071的西安电子科技大学通信工程学院（电子邮箱：zzhang688@stu.xidian.edu.cn；jianchen@mail.xidian.edu.cn）。Yuanwei Liu 和 Zhaolin Wang 就职于英国伦敦 E1 4NS 的伦敦玛丽女王大学电子工程与计算机科学学院（电子邮箱：yuanwei.liu@qmul.ac.uk；zhaolin.wang@qmul.ac.uk；）。

I. 引言

随着第五代（5G）无线网络的商业化，面向2030年的第六代（6G）无线通信系统在学术界[1] 和工业界 [2], [3]均受到越来越多的关注。6G旨在推动无线网络架构发生根本性范式转变，打破感知与通信之间的物理边界，以支持更多新兴应用，例如扩展现实（XR）、自动驾驶和元宇宙。为实现这一愿景，一项关键使能技术——通感一体化（ISAC）应运而生，通过相同的硬件平台和信号处理模块 [4], [5]统一这两种功能。具体而言，借助专门设计的协同框架，通感一体化（ISAC）能够显著提升网络资源的利用效率，从而降低实施开销。此外，通过深度融合，通感一体化（ISAC）还有望实现两种功能之间的相互协助与共赢 [6]。

为实现低能耗的泛在无线连接，可重构智能表面（RIS）已成为未来无线网络中另一种极具前景且经济高效的技术 [7], [8]。从技术上讲，RIS 可视为基于超表面的平面阵列，由大量无源可调元件组成。通过外部智能控制器，可主动调节每个元件的电磁响应，以重新配置入射信号的幅度和相移，从而构建智能无线电环境。然而，传统RIS只能反射入射信号，且仅能覆盖半空间，因此其设计灵活性受到地理位置和面板朝向的严格限制。为解决这一问题，一种新的RIS范式——同时透射和反射表面（STARS）——应运而生 [9], [10]。与传统的仅反射RIS相比，STARS能够实现全空间电磁环境重构 [11]。

A. 先前研究

针对通感一体化网络 [12]–[16]，已有大量研究工作投入其中。具体而言， [12] 的作者为多天线通感一体化系统设计了两种天线配置，并提出了一种高精度波束图策略，在保证通信需求的同时提升感知性能。作为进一步的推进， [13] 的作者提出了最优感知波形策略，研究了通信与感知之间的性能权衡。为目标感知引入更多自由度（DoFs）， [14], 提出了一种复杂的通感一体化框架，其中独立的雷达波形

和通信符号被用于形成多波束，以实现高质量感知。然而，上述工作仅关注发射端的波形设计，而忽略了接收端接收回波所带来的感知性能影响。为全面评估感知性能， [15] 的作者将克拉美-罗下界（′CRB）引入为接收端无偏估计的感知性能指标。此外， [16] 的作者构建了面向公平性的统一资源分配框架，其中利用基站提供无设备感知服务，同时满足通信服务质量需求。

近来，有研究指出，在通感一体化系统中合理利用可重构智能表面，能够进一步提升感知性能 [17]–[21]。在 [17], 中，作者提出了一种可重构智能表面辅助的通感一体化框架，通过部署可重构智能表面建立可靠的视距链路，以进行距离和速度估计。为支持多个点状目标的场景， [18]的作者通过协同设计发射波束图和可重构智能表面系数，开发了一种用于目标跟踪的主化最小化算法。在 [19], 中，作者从感知互信息的角度，提出了一种针对感知波形和可重构智能表面系数的联合优化方案。考虑到离散相移这一实际限制， [20], 设计了一种恒模感知波形，并在感知克拉美-罗下界约束下将多用户干扰最小化。在 [21], 中，作者考虑利用可重构智能表面为盲区目标提供感知服务，并分别研究了点目标和扩展目标情况下的克拉美-罗下界最小化问题。

然而，在上述研究中直接结合RIS和通感一体化，不可避免地增加了回波信号经历的反射次数，从而限制了感知性能。为了解决这一问题， [22] 的作者率先提出了可重构智能表面自感知架构，在RIS上部署专用传感器以实现感知功能。不久之后， [23] 的作者提出了一种两阶段半无源可重构智能表面辅助的通感一体化方案：第一阶段由RIS支持上行通信，第二阶段则执行多用户位置感知。基于相同的半无源RIS感知架构， [24] 的作者研究了感知功能对通信的影响，其中RIS用于感知用户位置，以辅助通信波束成形设计。最近， [25], 对STARS赋能的通感一体化网络进行了初步探索，并提出了一种STARS感知结构，以实现二维到达方向估计。

B. 研究动机与贡献

基于上述RIS赋能的通感一体化研究 [17]–[25], , 我们可以得出以下两点观察。

- 尽管已有少量研究聚焦于RIS/STARS赋能的通感一体化系统，但这些研究仅考虑位于RIS/STARS单侧的通信用户和/或目标[1]。然而，在实际网络中，用户和目标很可能在不同时刻位于不同的地理位置，甚至分布在RIS/STARS两侧。显然，现有方案无法应对这一问题，因此需要为RIS/STARS赋能的通感一体化系统制定一种更通用的策略。

- 对于RIS/STARS传感器架构 [22]–[25], , 一个关键的内生问题尚未得到解答：我们是否应该在RIS/STARS上部署更多传感器或无源元件（PE）？ 在RIS/STARS总元件数量固定的情况下，部署更多传感器可以提高回波采样分辨率，而部署更多PE则可以引入更多空间自由度，从而提升通信和感知性能。因此，传感器数量与PE数量之间可能存在权衡，这需要进一步研究。

受上述观察启发，我们提出了一种STARS赋能的通感一体化框架，其中通信用户和目标位于STARS两侧，并特别关注传感器数量与PE数量之间的权衡。我们的主要贡献总结如下。

- 我们提出了一种新颖的双向感知STARS架构，将带有封装天线的微型传感器集成到STARS的透明基底中，以提供全空间通信与感知服务。为解决上行STARS传输中的能量/信号泄漏问题，我们提出了一种基于时间切换（TS）协议的两阶段方案，其中STARS在反射模式与透射模式之间周期性切换，以支持不同的用户/目标。基于这一传输框架，我们推导出克拉美–罗界闭式表达式，将其作为估计二维到达方向的感知性能指标。

[1]在该工作中，采用 [25], STARS将整个空间划分为通信区域和感知区域，其中，通信用户和目标仅位于相应的半空间区域。

- 我们首先考虑一个双用户网络。在遍历可达速率的通信服务质量（QoS）约束下，构建了一个克拉美-罗下界最小化问题。为便于优化，以闭式表达式推导出近似遍历速率。随后，我们提出了一种交替优化（AO）算法，通过采用标准的半定规划（SDP）方法，交替求得最优感知波形、发射功率以及反射/透射系数。为了提供进一步的深入见解，以闭式表达式推导出可部署的最大传感器数量，结果表明，传感器的最大数量仅与通信的QoS需求有关。

- 我们进一步考虑一个多用户网络，提出一种扩展克拉美-罗界（ECRB）新度量，将传感器数量对感知精度的影响转换为显式形式。我们的目标是在满足通信QoS需求的条件下，最小化所提出的ECRB。为高效求解所构建的混合整数非线性规划（MINLP），设计了一种通用分解方法，将ECRB的非凸目标函数转换为常数ECRB矩阵的加权线性求和形式。在此基础上，提出一种基于惩罚的双循环（PDL）算法，以求解所得的非凸优化问题。

- 数值结果表明，所提算法的有效性和收敛性得到了验证。同时还验证了，所提出的PDL能够实现传感器数量的近最优分配。此外，我们得到两点启示：1）采用所提出的双向感知-STARS架构时，在满足QoS需求的前提下，减少基站中的接收天线数量不会降低感知性能；2）在STARS单元总数固定的情况下，就提升感知性能而言，在STARS中部署更多PE比部署更多传感器更具吸引力。

本文的组织结构如下：第二节介绍系统模型和性能指标；第三节提出 AO 算法，在给定传感器数量的条件下最小化克拉美-罗下界；第四节提出 PDL 算法，用于联合优化波束成形和传感器数量；第五节展示数值结果；最后，第六节给出结论。

记号：我们分别使用粗体大写字母 $\mathbf{X}$ 和小写字母 $\mathbf{x}$ 表示矩阵和向量。对于任意 $N \times M$ 维矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N\times M}$，$\mathbf{X}^T$和 $\mathbf{X}^H$分别表示转置和厄米共轭运算。同样，rank(X)、Tr(X)、 $\|\mathbf{X}\|$、 $\|\mathbf{X}\|_{\mathrm{F}}$ 分别表示

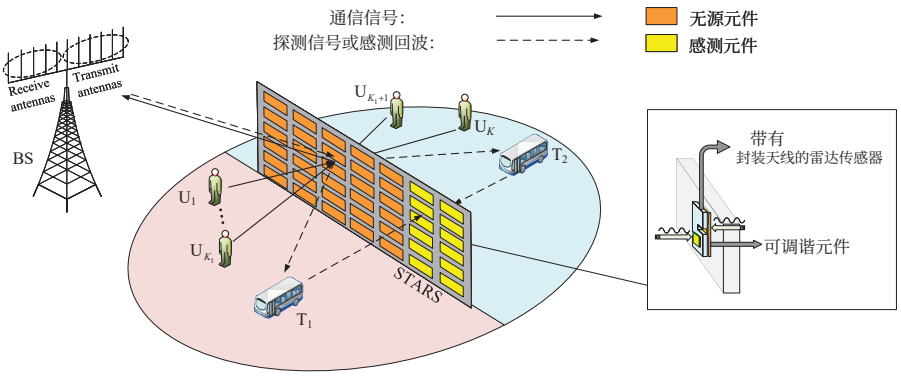

图1。双向感知 STARS 辅助上行 ISAC 网络。

秩、迹、谱范数运算和弗罗贝尼乌斯范数运算。$\mathbf{X} \succeq \mathbf{0}$表示 X 是一个半正定矩阵，而 $\mathbf{x} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{X})$ 表示 x 是一个零均值、协方差矩阵为 X 的圆对称复高斯（CSCG）向量。对于矩阵 X，$\mathrm{vec}(\mathbf{X})$ 和 $\mathbf{X}^{-1}$ 分别表示向量化和逆矩阵运算。对于任意向量 x，$\mathrm{diag}(\mathbf{x})$ 表示一个对角矩阵，其主对角线元素等于 x 的各元素。$|x|$ 和 $\|\mathbf{x}\|$ 分别表示 x 的模和向量 x 的欧几里得范数。$\mathbb{E}(\cdot)$ 表示统计期望运算。$\mathbf{I}_N$ 是 N 维单位矩阵，$\mathbf{0}_N$ 是 N 维零矩阵。$\Re(\cdot)$ 和 $\Im(\cdot)$ 分别表示复数的实部和虚部。对于任意复标量 z，$\tilde{z}$ 表示 z的共轭。对于任意实标量 x，$\lfloor x \rfloor$ 和 $\lceil x \rceil$ 分别表示向下取整和向上取整运算。$\odot$ 表示哈达玛积。

II. 系统模型

A. 网络描述

如图1所示，我们考虑一个 STARS 辅助上行 ISAC 网络，其中部署了一个 STARS，用于为 K 盲区用户 $\{\mathrm{U}_1、\cdots \mathrm{U}_K\}$ 建立可靠的视距链路，使其能够与基站通信，同时中继发送给目标 $\{\mathrm{T}_1,\mathrm{T}_2\}$的探测信号。整个空间被 STARS 划分为两个相互独立的区域，每个区域都包含一个需要进行估计的目标。假设由于障碍物的阻挡，基站与用户、用户与目标以及基站与目标之间的直达链路均被阻断。为抑制基站处的全双工自干扰，假设基站配备了一个具有 M_{t} 根天线的发射均匀线性阵列（ULA）和一个具有 M_{r} 根天线的接收均匀线性阵列 [15]，，且所有用户均为单天线节点。STARS

由一个均匀平面阵列（UPA）组成，该阵列包含 $N = N_{\mathrm{v}}N_{\mathrm{h}}$ 个亚波长单元，其中N_{v} 和 N_{h} 分别表示位于 x-o-z 平面内、沿垂直方向和水平方向排列的单元数量。

为支持全空间通信与感知，我们提出一种双向感知 STARS 架构，将 N STARS单元分为两部分。前一部分 N_1 PE用于支持上行通信，后一部分 $N_2 = N - N_1$ 单元（称为感知单元）则配备传感器，用于估计目标。具体而言，PE以反射或透射模式运行，以传输信息[10]。对于每个感知单元，均在 STARS 的透明基底内部集成一个带有封装天线的微型低成本传感器；其相邻的可调谐元件以全透射模式运行，对双侧入射信号采用单位幅度系数和零相移调控 [26]。因此，传感器能够接收全空间回波，而不受 STARS 单元造成的穿透衰减影响。假设所有天线/单元间距均小于波长，因此 STARS 单元反射/透射的相邻信道可视为独立信道 [27]。

所考虑的网络假设为窄带系统，其中基站和用户在包含 T 个连续采样帧 [15] 的一个相干块内发送探测信号和通信信号。假设所有信道在一个相干块内保持静态，但在不同相干块之间变化 [23]。从 PE 到基站和 U_k 的信道系数分别表示为 $\mathrm{G}_{\mathrm{r}} \in \mathbb{C}^{N_1 \times M_{\mathrm{r}}}$、$\mathrm{G}_{\mathrm{t}} \in \mathbb{C}^{N_1 \times M_{\mathrm{t}}}$ 和 $\mathrm{h}_{k,\,\mathrm{s}} \in \mathbb{C}^{N_1 \times 1}$。由于 STARS 可以灵活部署以增强视距链路，因此假设所有信道均遵循莱斯衰落模型。因此，通信信道 $\mathrm{H}_{\mathrm{c}} \in \{\mathrm{G}_{\mathrm{r}}、\mathrm{G}_{\mathrm{t}}、\mathrm{h}_{k,\,\mathrm{s}}\}$ 建模为

$$\mathbf{H}_{\mathrm{c}} = L_{\mathrm{c}} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{1+\kappa}} \hat{\mathbf{H}}_{\mathrm{c}} + \sqrt{\frac{1}{1+\kappa}} \tilde{\mathbf{H}}_{\mathrm{c}} \right), \tag{1}$$

ˆ ˜其中，κ 表示莱斯因子，H_{c} 表示视距分量，H_{c} 表示非视距分量。$L_{\mathrm{c}} = \sqrt{L_0 d^{-\alpha_{\mathrm{c}}}}_{\mathrm{c}} \in \{L_{\mathrm{r}}, L_{\mathrm{t}}, L_{k,\mathrm{S}}\}$表示相应的路径损耗，其中 d_{c}为通信距离，α_{c} 表示路径损耗指数，L_0 表示参考距离为 1 米（m）时的路径损耗。对于感知过程，探测信号和回波经过 PE→目标→传感器信道，其模型为

$$\mathbf{H}_{[\imath],\mathrm{s}} = \alpha_{[\imath]} \mathbf{b}(\varphi_{[\imath]}, \phi_{[\imath]}) \mathbf{a}^T(\varphi_{[\imath]}, \phi_{[\imath]}), \quad 1 \le \imath \le 2, \tag{2}$$

其中，$\alpha_{[i]} \in \mathbb{C}$ 为反射系数，包含目标 T_i 的雷达散射截面（RCS）和往返路径损耗；$\varphi_{[i]}$ 表示从 STARS 到目标 T_i的到达/离开方位角，$\phi_{[i]}$ 表示从 STARS 到目标 T_i的到达/离开俯仰角。注意，$\mathbf{a}(\varphi_{[i]}, \phi_{[i]})$ 和 $\mathbf{b}(\varphi_{[i]}, \phi_{[i]})$ 分别表示 PE 和传感器的导向矢量，其中 $\mathbf{a}(\varphi_{[i]}, \phi_{[i]})$ 和 $\mathbf{b}(\varphi_{[i]}, \phi_{[i]})$ 的第 n 个元素为 [23]

$$\mathbf{a}(\varphi_{[i]}, \phi_{[i]})[n] = e^{\jmath\left[\bar{n}\pi \cos\phi_{[i]} \sin\varphi_{[i]} + (n-1-N_{\mathrm{h}}\bar{n})\pi \sin\phi_{[i]}\right]}, \quad 1 \le n \le N_1, \tag{3}$$

$$\mathbf{b}(\varphi_{[i]}, \phi_{[i]})[n] = e^{\jmath\left[\bar{n}\pi \cos\phi_{[i]} \sin\varphi_{[i]} + (n-1-N_{\mathrm{h}}\bar{n})\pi \sin\phi_{[i]}\right]}, \quad N_1 + 1 \le n \le N, \tag{4}$$

其中 $\bar{n} = \lfloor \frac{n-1}{N_{\mathrm{h}}} \rfloor$。为探究所考虑网络的基本性能极限，假设所有信道均具有完美信道状态信息（CSI）。

B. 信号模型

不失一般性，我们聚焦于第 t 个时间帧中的传输，并提出一种基于时分的框架，将每个时间帧等分为以下两个阶段。

1）阶段 I：PE 工作于反射模式，用户 $\mathcal{K}_1$，$\{\mathrm{U}_1, \cdots, \mathrm{U}_{K_1}\}$ 向 PE 发送通信信号 $c_{[1]}(t) = \sum_{k\in\mathcal{K}_1} \sqrt{P_k} c_k(t)$，其 $\mathbb{E}\{|c_k(t)|^2\} = 1$。与此同时，基站利用多波束发送专用探测信号 $\mathbf{s}_{[1]}(t) = \sum_{j=1}^{I_{[1]}} \check{\mathbf{s}}_j(t) \in \mathbb{C}^{M\times 1}$，其具有一般秩的协方差矩阵 $\mathbf{R}_{[1],\mathrm{s}} = \mathbb{E}\{\mathbf{s}_{[1]}(t)\mathbf{s}_{[1]}^H(t)\}$。接收到全向信号后，PE 将通信信号反射至基站，同时将 $c_{[1]}(t)$ 与 $\mathbf{s}_{[1]}(t)$ 组合成新的探测信号以进行估计。

2）第二阶段：PE 工作于透射模式。用户 $\mathcal{K}_2$，$\{\mathrm{U}_{K_1+1}, \cdots, \mathrm{U}_K\}$向 PE 发送通信信号 $c_{[2]}(t) = \sum_{k\in\mathcal{K}_2} \sqrt{P_k} c_k(t)$。与此同时，基站向 PE 发送探测信号 $\mathbf{s}_{[2]}(t) = \sum_{j=1}^{I_{[2]}} \check{\mathbf{s}}_j(t) \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ $(\mathbf{R}_{[2],\mathrm{s}} = \mathbb{E}\{\mathbf{s}_{[2]}(t)\mathbf{s}_{[2]}^H(t)\})$。在 STARS 处，利用 PE 向基站发送 $c_{[2]}(t)$，同时重新配置探测信号以检测 T_2。

因此，基站在第 i 阶段接收到的信号为

$$\mathbf{y}_{[i]}(t) = \mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{G}_{\mathrm{r}} \sum_{k\in\mathcal{K}_i} \sqrt{P_k} c_k(t) + \mathbf{n}_{[i]}(t), \tag{5}$$

其中，$\mathbf{n}_{[i]}(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{M_{\mathrm{r}}})$ 表示基站处的第 i 个相位加性白高斯噪声（AWGN），而 $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}} = \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r}}$ 表示 $i = 1$ 情况下的 $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{t}}$，同时 $i = 2$ 情况下表示 $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{t}}$。其中，反射/透射系数矩阵定义为 $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}} = \mathrm{diag}(\mathbf{u}^{\mathrm{r/t}})$，其中 $\mathbf{u}^{\mathrm{r/t}} =$

$[\sqrt{\beta_{\mathrm{r/t},1}}e^{\jmath\theta_{\mathrm{r/t},1}},\ldots,\sqrt{\beta_{\mathrm{r/t},N}}e^{\jmath\theta_{\mathrm{r/t},N}}]^T$。为恢复 $c_k(t)$，我们假设基站采用单位范数线性组合向量 $\mathbf{v}_{[\imath],k}\in\mathbb{C}^{M_\mathrm{r}\times 1}$。对于 U_k，提取信号为

$$\mathbf{y}_{[\imath]}(t)\mathbf{v}_{[\imath],k}=\underbrace{\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{G}_\mathrm{r}\mathbf{v}_{[\imath],k}\sqrt{P_k}c_k(t)}_{\text{desired signal}}+\underbrace{\mathbf{h}_{j,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{G}_\mathrm{r}\mathbf{v}_{[\imath],k}\sum_{j\neq k,j\in\mathcal{K}_\imath}\sqrt{P_j}c_j(t)}_{\text{interference}}+\mathbf{n}_{[\imath]}(t)\mathbf{v}_{[\imath],k}. \quad (6)$$

对于感知，第 $\imath$阶段第 t个时间帧中来自 PE 的等效探测信号为

$$\mathbf{x}_{[\imath]}(t)=\begin{cases}\mathbf{H}_{\mathrm{U,S}}\sqrt{\bar{\mathbf{P}}}\mathbf{c}(t)+\mathbf{G}_\mathrm{t}\mathbf{s}_{[1]}(t), & \text{if } \imath=1,\\ \mathbf{G}_\mathrm{t}\mathbf{s}_{[2]}(t), & \text{if } \imath=2,\end{cases} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{H}_{\mathrm{U,S}}=[\mathbf{h}_{1,\mathrm{S}},\cdots,\mathbf{h}_{K_1,\mathrm{S}}]$，$\bar{\mathbf{P}}=\mathrm{diag}[P_1,\cdots,P_{K_1}]$，且 $\mathbf{c}(t)=[c_1,\cdots,c_{K_1}]^T$。相应地，$\mathbf{x}_{[\imath]}(t)$ 的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{[\imath],\mathbf{x}}=\mathbb{E}[\mathbf{x}_{[\imath]}(t)\mathbf{x}_{[\imath]}(t)^H]=\begin{cases}\mathbf{H}_{\mathrm{U,S}}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{H}_{\mathrm{U,S}}^H+\mathbf{G}_\mathrm{t}\mathbf{R}_{[1],\mathrm{s}}\mathbf{G}_\mathrm{t}^H, & \text{if } \imath=1,\\ \mathbf{G}_\mathrm{t}\mathbf{R}_{[2],\mathrm{s}}\mathbf{G}_\mathrm{t}^H, & \text{if } \imath=2,\end{cases} \quad (8)$$

因此，第 $\imath$阶段连续 T 个时间帧内传感器处接收到的回波为

$$\mathbf{Y}_{[\imath],\mathrm{s}}=\mathbf{H}_{[\imath],\mathrm{s}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{X}_{[\imath]}+\mathbf{N}_{[\imath]}, \quad (9)$$

其中 $\mathbf{X}_{[\imath]}=[\mathbf{x}_{[\imath]}(1)\ \cdots、\ \mathbf{x}_{[\imath]}(T)]$ 以及 $\mathbf{N}_{[\imath]}=[\mathbf{n}_{[\imath]}(1)\ \cdots、\ \mathbf{n}_{[\imath]}(T)]$。

C. 性能指标

如上所述，基站在第 $\imath$阶段解码 $c_k(t)$ 的可达速率表示为

$$R_{[\imath],k}=\frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{P_k|\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{G}_\mathrm{r}\mathbf{v}_{[\imath],k}|^2}{\sum_{j\neq k,j\in\mathcal{K}_\imath}P_j|\mathbf{h}_{j,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{G}_\mathrm{r}\mathbf{v}_{[\imath],k}|^2+\sigma^2}\right),\quad 1\leq\imath\leq 2, \quad (10)$$

对于感知，我们关注未知参数 $\boldsymbol{\varsigma}_{[\imath]}=[\varphi_{[\imath]},\phi_{[\imath]},\Re(\alpha_{[\imath]})\ \Im(\alpha_{[\imath]})]\in\mathbb{R}^{4\times 1}$条件下的克拉美-罗下界性能。为便于推导克拉美-罗下界表达式，我们将方程 (9) 向量化，可将其改写为

$$\mathbf{y}_{[\imath],\mathrm{s}}=\mathrm{vec}(\mathbf{Y}_{[\imath],\mathrm{s}})=\mathrm{vec}\left(\mathbf{H}_{[\imath],\mathrm{s}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{X}_{[\imath]}\right)+\mathbf{n}_{[\imath]}, \quad (11)$$

其中 $\mathbf{n}_{[i]}=\mathrm{vec}(\mathbf{N}_{[i]})\sim\mathcal{CN}(0,\sigma^2\mathbf{I}_{MT})$。令 $\mathbf{q}_{[i]}=\mathrm{vec}\left(\mathbf{H}_{[i],\mathrm{s}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{X}_{[i]}\right)$，用于估计 $\boldsymbol{\varsigma}_{[i]}$ 的费 Fisher 信息矩阵 (FIM) $\mathbf{F}_{[i]}\in\mathbb{R}^{4\times4}$ 可表示为雅可比矩阵，其第 h 行、第 v 列的元素为 [28]

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{[i]}[h,v]&=2\Re\left(\frac{\partial\mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial\boldsymbol{\varsigma}_{[i],h}}\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{[i]}}^{-1}\frac{\partial\mathbf{q}_{[i]}}{\partial\boldsymbol{\varsigma}_{[i],v}}\right)+\mathrm{Tr}\left(\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{[i]}}^{-1}\frac{\partial\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{[i]}}}{\partial\boldsymbol{\varsigma}_{[i],h}}\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{[i]}}^{-1}\frac{\partial\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{[i]}}}{\partial\boldsymbol{\varsigma}_{[i],v}}\right)\\&=\frac{2}{\sigma^2}\Re\left(\frac{\partial\mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial\boldsymbol{\varsigma}_{[i],h}}\frac{\partial\mathbf{q}_{[i]}}{\partial\boldsymbol{\varsigma}_{[i],v}}\right),\quad 1\le h,v\le4,\end{aligned}\tag{12}$$

其中 $\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{[i]}}=\sigma^2\mathbf{I}_{MT}$。相应地，我们可以将 $\mathbf{F}_{[i]}$ 重新划分为

$$\mathbf{F}_{[i]}=\begin{bmatrix}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\Psi}_{[i]}} & \mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}\\ \mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}^T & \mathbf{J}_{\boldsymbol{\alpha}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}\end{bmatrix},\tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{\Psi}_{[i]}=[\varphi_{[i]},\phi_{[i]}]$、$\boldsymbol{\alpha}_{[i]}=[\Re(\alpha_i)\ \Im(\alpha_i)],$，而 $\mathbf{J}^{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\Psi}_{[i]}}$、$\mathbf{J}^{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}$和 $\mathbf{J}^{\boldsymbol{\alpha}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}$ 的具体表达式见附录 A。然后，利用二阶矩阵的逆公式，我们可以推导出关于 $\boldsymbol{\Psi}_{[i]}$ [29] 的第 i 个相位的克拉美-罗下界表达式，如下所示

$$\mathrm{CRB}(\boldsymbol{\Psi}_{[i]})=\left[\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\Psi}_{[i]}}-\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\alpha}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}^{-1}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}^T\right]^{-1}.\tag{14}$$

III. 固定传感器数量下的波束成形优化

本节重点研究固定传感器数量下的联合感知波形和通信波束成形优化。为了为实际系统设计提供有益的见解，我们考虑一个包含两个用户的特殊网络设置，并采用遍历速率作为平均通信性能指标。我们推导出了遍历可达速率的闭式近似表达式。相应地，提出了一种 AO算法，以高效求解该非凸问题。

A. 问题构建

由于双用户情形下不存在用户间干扰，基站在第 i 个相位解码 $c_k\ (t)$ 时的可达速率可改写为

$$R_{[i],k}=\frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{P_k|\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{G}_{\mathrm{r}}\mathbf{v}_{[i],k}|^2}{\sigma^2}\right).\tag{15}$$

为获得有关克拉美-罗下界优化的一般性见解，我们采用遍历可达速率作为通信的平均性能指标。因此，我们的目标是在每个相位下最小化到达方向 $\boldsymbol{\Psi}_{[i]}$ 的克拉美-罗下界性能。满足

用户的平均 QoS需求，本文考虑联合优化用户的发射功率、PE 的反射/透射系数、基站的接收波束成形以及感知波形。第 $\imath$ 个相位下的优化问题表述如下。

$$\min_{\mathbf{P}_{[\imath]},\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}},\mathbf{R}_{[\imath],\mathrm{s}},\mathbf{v}_{[\imath],k}} \quad \mathrm{Tr}(\mathrm{CRB}(\boldsymbol{\Psi}_{[\imath]})) \tag{16a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{R}_{[\imath],\mathrm{s}}) \le P_{\mathrm{BS,max}}, \tag{16b}$$

$$P_k \le P_{\mathrm{U,max}}, \quad 1 \le k \le K, \tag{16c}$$

$$\mathbb{E}\{R_k\} \ge R_{\mathrm{er,t}}, \tag{16d}$$

$$\|\mathbf{v}_{[\imath],k}\|^2 = 1, \quad 1 \le k \le K, \tag{16e}$$

$$\theta_{\mathrm{r},n}, \theta_{\mathrm{t},n} \in [0, 2\pi], \ 1 \le n \le N, \tag{16f}$$

$$\beta_{\mathrm{r},n}, \beta_{\mathrm{t},n} \in [0, 1], \ 1 \le n \le N, \tag{16g}$$

其中，$\mathbf{P}_{[1]} = [P_1, \cdots, P_{K_1}]$、$\mathbf{P}_{[2]} = [P_{K_1+1}, \cdots, P_K]$ $R_{\mathrm{er、t}}$表示用户的遍历服务质量速率，$P_{\mathrm{U、max}}$ 表示用户处的最大发射功率，$P_{\mathrm{BS、max}}$ 表示基站处的发射功率预算。(16b)和(16c)分别表示基站侧和用户侧的发射功率约束；(16d)表示用户的遍历服务质量约束；(16e)表示接收波束成形的归一化约束；(16f)和(16g)分别为PE的相移约束和幅度约束。值得注意的是，克拉美-罗下界的难处理表达式以及非凸约束(16d)和(16e)使得问题(16)呈现非凸性且难以求解。接下来，我们将以交替方式对感知波形和通信波束成形进行优化。

B. 问题重构

在处理这一具有挑战性的问题之前，我们可以观察到，$\mathbf{v}_{[\imath],k}$ 仅存在于约束(16d)中，并不会直接影响CRB性能，这表明只需考虑可行的$\mathbf{v}_{[\imath],k}$ 。为最大程度地满足QoS约束，最优接收波束成形为$\mathbf{v}_{[\imath],k} = (\mathbf{h}_{k,\mathrm{s}}^H \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{G}_{\mathrm{r}}^H) / \|\mathbf{h}_{k,\mathrm{s}}^H \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{G}_{\mathrm{r}}^H\|$, $\mathbf{G}$) $\mathbf{h}$, $\mathbf{G}$, 从而获得最佳通信性能。因此，(15)可转换为$R_{[\imath],k} = \frac{1}{2}\log_2\left(1 + \frac{P_k \|\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{s}}^H \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}} \hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|^2}{\sigma^2}\right)$ $\mathbf{G}$ 。据此，我们进一步将 $\|\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{s}}^H \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}} \hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|^2$ 改写为$\mathrm{Tr}(\hat{\mathbf{H}}_{k,\mathrm{s}} \hat{\mathbf{H}}_{k,\mathrm{s}}^H \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}})$，其中$\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}} = \mathbf{u}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{u}_{\mathrm{r/t}}^H$，$\hat{\mathbf{H}}_{k,\mathrm{s}} = \mathrm{diag}(\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{s}}^H) \hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}$。然后，我们利用引理1得到$\mathbb{E}\{R_k\}$的近似表达式。

引理1：(16d)中的遍历可达速率可近似表示为

$$\mathbb{E}\{R_{[l],k}\} \approx \frac{1}{2}\log_2\Bigg(1+\frac{P_k L_{k,\mathrm{S}}^2 L_{\mathrm{r}}^2}{\sigma^2(1+\kappa)^2}\Bigg[\kappa^2 \mathrm{Tr}(\hat{\mathbf{H}}_{k,\mathrm{S}}\hat{\mathbf{H}}_{k,\mathrm{S}}^H \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}) + \kappa \mathrm{Tr}(\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}^H \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}) + \kappa M_{\mathrm{r}} \mathrm{Tr}\left(\mathrm{diag}(\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H)\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}\mathrm{diag}(\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}})\right) + M_{\mathrm{r}}\mathrm{Tr}(\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}})\Bigg]\Bigg). \tag{17}$$

证明：见附录B。 ■

近似精度可在图3中验证。接下来，我们进一步引入引理2，将非凸目标函数(16a)凸化。

引理2：根据 [30], , 对于任意的$\mathbf{X} \succeq \mathbf{0}$和$\mathbf{Y} \succeq \mathbf{0}$，若能保证$\mathbf{X} \succeq \mathbf{Y}$，则不等式$\mathrm{Tr}(\mathbf{X}^{-1}) \leq \mathrm{Tr}(\mathbf{Y}^{-1})$成立。

因此，鉴于FIM矩阵 $\left[\mathbf{J}^{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\Psi}_{[l]}} - \mathbf{J}^{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\alpha}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}}^{-1}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}}^{T}\right]$ 为正半定矩阵，我们可以引入辅助变量$\mathbf{E}_{[l]} \succeq \mathbf{0}$，将(16a)等价地转换为$\mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[l]}^{-1})$，并满足以下线性矩阵不等式（LMI）约束。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\Psi}_{[l]}} - \mathbf{E}_{[l]} & \mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}} \\ \mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}}^T & \mathbf{J}_{\boldsymbol{\alpha}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}} \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}. \tag{18}$$

经过上述变换，问题 (16) 可重新表述如下。

$$\min_{\mathbf{E}_{[l]},\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}},\mathbf{R}_{[l],\ \mathrm{s}},\mathbf{P}_{[l]}} \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[l]}^{-1}) \tag{19a}$$

$$\text{s.t.} \quad \text{(16b), (16c), (18)}\ , \tag{19b}$$

$$\frac{P_k L_{k,\mathrm{S}}^2 L_{\mathrm{r}}^2}{(1+\kappa)^2}\Bigg[\kappa^2 \mathrm{Tr}(\hat{\mathbf{H}}_{k,\mathrm{S}}\hat{\mathbf{H}}_{k,\mathrm{S}}^H \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}) + \kappa M_{\mathrm{r}} \mathrm{Tr}\left(\mathrm{diag}(\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H)\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}\mathrm{diag}(\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}})\right) + \kappa \mathrm{Tr}(\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}^H \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}) + M_{\mathrm{r}}\mathrm{Tr}(\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}})\Bigg] \geq \sigma^2(2^{2R_{\mathrm{er,t}}}-1), \tag{19c}$$

$$\mathbf{E}_{[l]} \succeq \mathbf{0}, \quad \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}} \succeq \mathbf{0}, \tag{19d}$$

$$\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}[n,n] \leq 1, \quad 1 \leq n \leq N, \tag{19e}$$

$$\text{秩}(\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}) = 1. \tag{19f}$$

C. 联合波束成形优化

1) 发射功率与感知波形优化：固定 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}$ 后，问题 (19) 化简为以下子问题。

$$\min_{\mathbf{R}_{[l],\mathrm{s}},\mathbf{E}_{[l]},\mathbf{P}_{[l]}} \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[l]}^{-1}) \tag{20a}$$

$$\text{s.t.} \quad (16b), (16c), (18), (19c), \tag{20b}$$

$$\mathbf{E}_{[i]} \succeq \mathbf{0}, \tag{20c}$$

这是一个半正定规划，可通过凸优化工具箱（例如 CVX）求得最优解。

2）反射/透射系数优化：固定 $\{\mathbf{R}_{[i]}, \mathbf{s}, \mathbf{P}_{[i]}\}$ 后，问题 (19) 可改写为

$$\min_{\mathbf{E}_{[i]}, \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}} \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[i]}^{-1}) \tag{21a}$$

$$\text{s.t.} \quad (18), (19c) - (19f). \tag{21b}$$

为处理非凸线性矩阵不等式约束 (18)，我们采用奇异值分解（SVD），将二次项 $\{\mathbf{J}^{\mathbf{\Psi}_{[i]}\mathbf{\Psi}_{[i]}}, \mathbf{J}^{\mathbf{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}, \mathbf{J}_{\boldsymbol{\alpha}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}\}$ 等价地转换为易于处理的形式。具体而言，将 $\mathbf{R}^{\mathbf{x}_{[i]}}$ 分解为 $\sum_q \mathbf{s}_q \mathbf{d}_q$ 后，可得

$$\begin{aligned}\mathbf{\Theta}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[i]}} \mathbf{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H &= \sum_q \mathrm{diag}(\mathbf{s}_q) \mathbf{u}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{u}_{\mathrm{r/t}}^H \mathrm{diag}(\mathbf{d}_q) \\ &= \sum_q \mathbf{S}_q \mathbf{u}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{u}_{\mathrm{r/t}}^H \mathbf{D}_q = \sum_q \mathbf{S}_q \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}} \mathbf{D}_q. \end{aligned} \tag{22}$$

随后，我们将 (22) 代入 FIM矩阵，约束 (18) 关于 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}$ 变为凸约束。对于非凸约束 (19f)，我们采用基于惩罚的秩一松弛方法 [31]，，该方法利用逐次凸近似（SCA）技术，将等价的秩一约束 $\mathrm{Tr}(\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}) - \|\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}\|_2 = 0$ 松弛为目标函数 (21a) 中的凸惩罚项。因此，问题 (21) 可重新表述为

$$\min_{\mathbf{E}_{[i]}, \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}} \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[i]}^{-1}) - \frac{1}{2\rho_1} \left[\mathrm{Tr}(\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}) - \|\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[n-1]}\|_2 - \mathrm{Tr}(\bar{\mathbf{u}}_{\mathrm{r/t}}^{[n-1]} (\bar{\mathbf{u}}_{\mathrm{r/t}}^{[n-1]})^H (\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}} - \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[n-1]})) \right], \tag{23a}$$

$$\text{满足 (18)、(19c) – (19e),} \tag{23b}$$

其中，$\mathbf{U}^{[n-1]}{}_{\mathrm{r/t}}$ 表示第 $(n-1)$ 次迭代中优化得到的结果，$\bar{\mathbf{u}}^{[n-1]}{}_{\mathrm{r/t}}$ 表示 $\mathbf{U}^{[n-1]}{}_{\mathrm{r/t}}$ 的主特征向量，而 ρ_1 表示惩罚因子。所得问题 (23) 是一个凸规划，当 p 充分小时，可以通过优化获得秩一解[31, 命题 2]。用于优化 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}$ 的具体 SCA 算法总结于算法1中。

备注 1：（最大似然估计验证）本文考虑采用最大似然估计（MLE）方法，在 [21, 附录E] 中获得$\mathbf{\Psi}_{[i]}^{\mathrm{es}}$ 下的到达方向估计

算法1 秩一解的SCA算法。

1：使用 $n=1$初始化初始$\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[n-1]}$ 和 p_1。设置收敛精度 ϵ_1，并计算主特征向量 $\bar{\mathbf{u}}_{\mathrm{r/t}}^{[n-1]}$。

2: 重复

3: 通过求解问题（23）更新 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[n]}$。

4: 更新主特征向量 $\bar{\mathbf{u}}_{\mathrm{r/t}}^{[n]}$。5: 设置 $n=n+1$ 和 $\rho_1=\frac{\rho_1}{c_1}(c_1>1)$。

6: 直到目标函数（23a）中的惩罚项低于 ϵ_1。

算法2 AO算法。

1: 初始化初始 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[l-1]}$ 和 $\mathrm{Tr}(\mathrm{CRB}(\mathbf{\Psi}_{[l]}))^{[l-1]}$，取值为 $l=1$。设置收敛精度 ϵ_2。

2: 重复

3：更新最优接收波束成形 $\mathbf{v}_{[l]}^{\mathrm{opt}}$，$k=\frac{(\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H\mathbf{\Theta}_{\mathrm{r/t,r}}\mathbf{G})\mathbf{h}_{\mathrm{r,G}}^H}{\|\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H\mathbf{\Theta}_{\mathrm{r/t,r}}\|}$。4：通过求解问题（20），更新最优 $\{\mathbf{R}_{[l]}^{[l]},\mathbf{P}_{[l]}^{[l]}\}$。5：通过执行算法1，更新最优 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[l]}$。6：设置 $l=l+1$ 并计算 $\mathrm{Tr}(\mathrm{CRB}(\mathbf{\Psi}_{[l]}))^{[l]}$。7：直到 $|\mathrm{Tr}(\mathrm{CRB}(\mathbf{\Psi}_{[l]}))^{[l]}-\mathrm{Tr}(\mathrm{CRB}(\mathbf{\Psi}_{[l]}))^{[l-1]}|\le\epsilon_2$。

优化波形，其中在图5中展示了所提出的克拉美-罗界优化框架的正确性。

推论1：（传感器部署最大数量）对于单接收天线这一特殊情形，即 $M_{\mathrm{r}}=1$，最优反射/透射系数以及可部署传感器的最大数量可由以下闭式表达式推导得出。

$$\begin{cases}\theta_{\mathrm{r},n}^{\mathrm{opt}}=\angle\hat{\mathbf{h}}_{1,\mathrm{S}}[n]-\angle\hat{\mathbf{g}}_{\mathrm{r}}[n],\quad \beta_{\mathrm{r},n}^{\mathrm{opt}}=1\\ \theta_{\mathrm{t},n}^{\mathrm{opt}}=\angle\hat{\mathbf{h}}_{2,\mathrm{S}}[n]-\angle\hat{\mathbf{g}}_{\mathrm{r}}[n],\quad \beta_{\mathrm{t},n}^{\mathrm{opt}}=1,\end{cases}\tag{24}$$

$$N_2^{\max}=N-\left\lceil\frac{1}{2\kappa^2}\left[\sqrt{(2\kappa+1)^2+4\kappa^2\frac{\sigma^2(2^{2R_{\mathrm{er,t}}}-1)(1+\kappa)^2}{P_{\mathrm{U,max}}L_{k,\mathrm{S}}^2L_{\mathrm{r}}^2}}-(2\kappa+1)\right]\right\rceil,\tag{25}$$

其中，$\hat{\mathbf{g}}_{\mathrm{r}}$ 是 $\mathbf{G}_{\mathrm{r}}$ 的退化信道。

证明：见附录 C。 ■

D. 总体算法

总体算法总结于算法2中，该算法交替优化感知波形和反射/透射系数。将第 l 次迭代时的 CRB 值表示为 $\mathrm{R}_{[l],\ \mathrm{s}}$ 和 $\mathrm{U}_{\mathrm{r/t}}$ 的函数，即 $g(\mathrm{R}_{[l],\ \mathrm{s}},\mathrm{P}_{[l]},\mathrm{U}_{\mathrm{r/t}})$，则以下不等式始终成立

$$g(\mathbf{R}_{[l],\mathrm{s}}^{[l-1]},\mathbf{P}_{[l]}^{[l-1]},\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[l-1]}) \overset{(a)}{\geq} g(\mathbf{R}_{[l],\mathrm{s}}^{[l]},\mathbf{P}_{[l]}^{[l]},\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[l-1]}) \overset{(b)}{\geq} g(\mathbf{R}_{[l],\mathrm{s}}^{[l]},\mathbf{P}_{[l]}^{[l]},\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[l]}), \tag{26}$$

不等式（a）和（b）成立，是因为在同一次 AO 迭代的步骤 4 和步骤 5 中，最优感知波形以及最优反射/透射系数均有保证。同时，由于 $g(\mathrm{R}_{[l],\mathrm{s}},\mathrm{P}_{[l]},\mathrm{U}_{\mathrm{r/t}})$ 在该问题的紧致可行集上连续，因此存在一个有限正数作为目标值的下界。这证明了所提出的 AO 算法在迭代过程中保持非递增。另一方面，AO 算法的计算复杂度主要取决于求解半定规划问题（20）和（23）。基于内点法的总体复杂度为$\mathcal{O}\left(\log(\frac{1}{\epsilon_2})\left((M_{\mathrm{t}}^2+5)^{3.5}+\log(\frac{1}{\epsilon_1})(N_1^2+4)^{3.5}\right)\right)$ [32]。

IV. 我们需要多少个传感器?

本节考虑一个多用户通用系统，对波束成形设计和传感器数量进行联合优化。通过修改传统的 CRB 表达式，我们提出了一种新的 ECRB 指标，该指标在评估感知性能的同时，也考虑了传感器的部署。基于所提出的 ECRB，我们设计了一种 PDL 算法，用于联合优化 ISAC 波形、反射/透射系数以及 PE/传感器的数量。

A. 扩展克拉美-罗下界推导

为便于优化传感器数量，我们定义两个 N 维矩阵 $\mathrm{A}=\mathrm{diag}[\mathrm{I}_{N_1},\mathbf{0}_{N_2}]$ 和 $\mathrm{B}=\mathrm{diag}[\mathbf{0}_{N_1},\mathrm{I}_{N_2}]$，其中 A 和 B 分别是 PE 和传感器的元素选择矩阵。根据上述定义，我们可以将导向矢量 $\mathbf{a}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})$ 和 $\mathbf{b}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})$ 改写为扩展形式。

$$\mathbf{a}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})=\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]}) \quad \mathbf{b}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})=\mathbf{B}\boldsymbol{\varepsilon}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]}). \tag{27}$$

这里，$\boldsymbol{\varepsilon}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})\in\mathbb{C}^{N\times 1}$ 表示 STARS 的导向矢量，其第 n 个元素由式 (3) 中的 $1\leq n\leq N$ 定义。为方便表示，下文将 $\boldsymbol{\varepsilon}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})$ 简写为 $\boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}$。接着，我们引入命题1来推导扩展FIM矩阵的表达式。

命题1 ：扩展FIM矩阵的第 h 行、第 v 列元素为

$$\mathbf{F}_{[\imath]}[h,v]=\frac{2TC_{[\imath]}^{(h,v)}}{\sigma^2}\mathrm{Tr}\left(\mathbf{B}\bar{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\varsigma}_{[\imath]}[v]}\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}_{[\imath]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^{H}\mathbf{A}\bar{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\varsigma}_{[\imath]}[h]}^{H}\mathbf{B}\right),\ 1\le h,v\le 4, \tag{28}$$

其中

$$C_{[\imath]}^{(i,j)}=\begin{cases}|\alpha_{[\imath]}|^2, & \text{if } 1\le i,j\le 2,\\ \tilde{\alpha}_{[\imath]}, & \text{if } \bar{\imath}=3,\underline{\imath}\le 2,\\ \jmath\tilde{\alpha}_{[\imath]}, & \text{if } \bar{\imath}=4,\underline{\imath}\le 2,\\ 1, & \text{if } 3\le i,j\le 4,\end{cases}\quad \bar{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\varsigma}_{[\imath]}[i]}=\begin{cases}\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{[\imath]}}{\partial\boldsymbol{\Psi}_{[\imath][i]}}\boldsymbol{\varepsilon}_{[\imath]}^{T}+\boldsymbol{\varepsilon}_{[\imath]}\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{[\imath]}^{T}}{\partial\boldsymbol{\Psi}_{[\imath][i]}} & \text{if } 1\le i\le 2,\\ \boldsymbol{\varepsilon}_{[\imath]}\boldsymbol{\varepsilon}_{[\imath]}^{T}, & \text{if } 3\le i\le 4,\end{cases} \tag{29}$$

其中 $\bar{\imath}=\max\{i,j\}$ and $\underline{\imath}=\min\{i,j\}$，且 $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\in\mathbb{C}^{N\times N}$ 是 STARS 的反射/透射系数矩阵。

证明：见附录 D。 ■

因此，将扩展FIM矩阵表达式代入 (14)，即可得到 ECRB表达式。同理，扩展可达速率表达式可表示为 $R_{[\imath],k}=\frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{P_k|\mathbf{h}_{k,\mathrm{s}}^{H}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{r}_{[\imath],k}|^2,\ \mathbf{AGv},\mathbf{h},\ \mathbf{AGv},\ k|^2+\sigma^2}{\sum_{j\ne k,\ j\in\mathcal{K}_\imath}P_j|\mathbf{h}_{k,\mathrm{s}}^{H}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{r}_{[\imath]}}\right)$ 其中 $\mathbf{h}_{k,\mathrm{s}}\in\mathbb{C}^{N\times 1}$ 且 $\mathbf{G}_{\mathrm{r}}\in\mathbb{C}^{N\times M_{\mathrm{r}}}$。

B. 问题构建

根据上述推导，我们旨在满足QoS约束的条件下，通过联合优化用户的发射功率、PE 的反射/透射系数、STARS 中 PE/传感器的数量、基站的接收波束成形和感知波形，最小化对每个相位的 $\boldsymbol{\Psi}_{[\imath]}$ 进行估计时的 ECRB 值。根据 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}=\mathbf{u}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{u}_{\mathrm{r/t}}^{H}$ 和 $\mathbf{H}_{k,\mathrm{s}}=\mathrm{diag}(\mathbf{h}_{k,\mathrm{s}}^{H})\mathbf{G}_{\mathrm{r}}$ 的定义，第 $\imath$ 阶段的问题构建如下

$$\min_{\substack{\mathbf{E}_{[\imath]},\mathbf{P}_{[\imath]},\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}},\\ \mathbf{V}_{[\imath],k},\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{R}_{[\imath],\mathrm{s}}}}\ \mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[\imath]}^{-1}) \tag{30a}$$

$$\text{s.t.}\quad (16\mathrm{b}),(16\mathrm{c}),(18),(19\mathrm{d})-(19\mathrm{f}), \tag{30b}$$

$$P_k\mathrm{Tr}(\mathbf{AH}_{k,\mathrm{s}}\mathbf{V}_{[\imath],k}\mathbf{H}_{k,\mathrm{s}}^{H}\mathbf{AU}_{\mathrm{r/t}})\ge\gamma_{\mathrm{t}}\Big(\sum_{j\ne k,\ j\in\mathcal{K}_\imath}P_j\mathrm{Tr}(\mathbf{AH}_{j,\mathrm{s}}\mathbf{V}_{[\imath],k}\mathbf{H}_{j,\mathrm{s}}^{H}\mathbf{AU}_{\mathrm{r/t}})+\sigma^2\Big), \tag{30c}$$

$$\mathbf{A}[n,n]\in\{0,1\},\mathbf{B}[n,n]\in\{0,1\},\quad 1\le n\le N, \tag{30d}$$

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{I}_N, \tag{30e}$$

$$\mathrm{Tr}(\mathbf{V}_{[\imath],k})=1,\ \mathbf{V}_{[\imath],k}\succeq\mathbf{0}, \tag{30f}$$

其中，$\gamma_{\mathrm{t}} = (2^{2R_{\mathrm{t}}} - 1)$ 表示用户的 QoS需求，R_{t} 为相关参数，且 $\mathbf{V}_{[i],\,k} = \mathbf{v}_{[i],\,k}(\mathbf{v}_{[i],\,k})^H$。(30d) 和 (30e) 表示选择矩阵的整数变量约束。注意，问题 (30) 是一个混合整数非线性规划，除穷举搜索外，无法通过传统凸优化方法获得最优解。为兼顾最优性与复杂度，我们提出一种 PDL算法，以求解问题 (30) 的近似最优解：在内层循环中优化构建的增广拉格朗日（AL）问题，同时在外层循环中更新惩罚因子。

C. 增广拉格朗日问题构造

为将问题 (30) 转化为易于求解的形式，我们引入辅助变量 $[p_1, \cdots, p_{N-1}]$，其满足 $p_n \in \{0, 1\}$ 和 $\sum_{n=1}^{N-1} p_n = 1$。然后，可将 (28) 等价地重写为

$$\mathbf{F}_{[i]}[h, v] = \frac{2TC_{[i]}^{(h,v)}}{\sigma^2} \sum_{n=1}^{N-1} p_n \mathrm{Tr}\left(\bar{\mathbf{F}}_{n,v} \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{r/t}} \mathbf{R}_{\mathbf{X}_{[i]}} \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H \bar{\mathbf{F}}_{n,h}^H\right), \tag{31}$$

其中，常数矩阵 $\mathbf{F}_{n,v} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}_{[i]}[v]}\mathbf{A}_n - \mathbf{A}_n\mathbf{C}_{\mathbf{s}_{[i]}[v]}\mathbf{A}_n$，且 $\mathbf{A}_n = [\mathbf{I}_n, \mathbf{0}_{N-n}]$。此外，QoS约束 (30c) 可转化为

$$P_k H_{[i],n}^{k,k} \geq \gamma_{\mathrm{t}} \left(\sum_{j \neq k, j \in \mathcal{K}_i} P_j H_{[i],n}^{k,j} + \sigma^2\right), \tag{32}$$

其中 $H^{k}_{,[i]}{}^{j}{}_{,n} = \sum_{n=1}^{N-1} p_n \mathrm{Tr}(\mathbf{A}_n \mathbf{H}_{j,\mathbf{s}} \mathbf{V}_{[i],k} \mathbf{H}_{j,\mathbf{s}}^H \mathbf{A}_n \mathbf{U}^{\mathrm{r/t}})$。注意，当 $p_n = 1$ 和 $p_m = 0$（$m \neq n$）成立时，可精确确定选择矩阵 $\mathbf{A}$，即 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_n$。因此，问题 (30) 可转化为以下不含选择矩阵的增广拉格朗日形式。

$$\min_{\mathbf{E}_{[i]}, \mathbf{P}_{[i]}, \mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}, \mathbf{V}_{[i],k}, \mathbf{R}_{[i],\mathrm{s}}, p_n, \rho_2} \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[i]}^{-1}) + \frac{1}{2\rho_2} \sum_{n=1}^{N-1} (p_n - p_n^2) \tag{33a}$$

$$\text{s.t.} \quad (16\text{b}), (16\text{c}), (18), (19\text{d}) - (19\text{f}), (30\text{f}), (32), \tag{33b}$$

$$\sum_{n=1}^{N-1} p_n = 1. \tag{33c}$$

其中，当 $\rho_2 \to \infty$ 时，惩罚项 $p_n - p_n^2$ 趋近于 0，这等价于整数约束 $p_n \in \{0, 1\}$。在内循环中，我们采用交替优化框架来优化发射功率 $\mathbf{P}_{[i]}$、ISAC波形 $\mathbf{R}_{[i],\,\mathrm{s}}$、反射/透射系数 $\mathbf{U}^{\mathrm{r/t}}$ 以及权重系数 p_n。

D. 联合波束成形与单元优化

1) 接收波束成形优化：固定 $\{\mathbf{P}_{[l]}、\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}、\mathbf{R}_{[l],\ \mathrm{s}}, p_n\}$ 后，问题（33）等价于关于 $\{\mathbf{V}_{[l],\ k}\}$ 的以下可行检测问题。

$$\begin{aligned} \text{find} \quad & \mathbf{V}_{[l],k} && \text{(34a)} \\ \text{s.t.} \quad & \text{rank}(\mathbf{V}_{[l],k}) = 1, && \text{(34b)} \\ & \text{(30f), (32),} && \text{(34c)} \end{aligned}$$

该问题可通过基于惩罚的秩一松弛方法 [31]高效求解。转换后的问题如下：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{V}_{[l],k}} \quad & \frac{1}{2\rho_1}\left[\text{Tr}(\mathbf{V}_{[l],k}) - \|\mathbf{V}_{[l],k}^{[n-1]}\|_2 - \text{Tr}(\bar{\mathbf{v}}_{[l],k}^{[n-1]}(\bar{\mathbf{v}}_{[l],k}^{[n-1]})^H(\mathbf{V}_{[l],k}\mathbf{V}_{[l],k}^{[n-1]}))\right] && \text{(35a)} \\ \text{s.t.} \quad & \text{(30f), (32)}\ , && \text{(35b)} \end{aligned}$$

其中，$\mathbf{V}_{[l]\ k}^{[n-1]}$，是由第 $(n-1)$ 次迭代确定的给定点，$\bar{}\mathbf{v}_{[l]\ k}^{[n-1]}$，是 $\mathbf{V}_{[l]\ k}^{[n-1]}$，的主特征向量。注意，通过以精度 ϵ_v 执行逐次凸近似迭代，可以得到最优的 $\mathbf{v}_{[l],\ k}$。

2) 发射功率与感知波形优化：固定 $\{\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}、\mathbf{v}_{[l],\ k}, p_n\}$ 后，问题（33）可化简为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{R}_{[l],\mathrm{s}},\mathbf{E}_{[l]},\mathbf{P}_{[l]}} \quad & \text{Tr}(\mathbf{E}_{[l]}^{-1}) && \text{(36a)} \\ \text{s.t.} \quad & \text{(16b), (18), (20c), (32),} && \text{(36b)} \end{aligned}$$

通过求解半定规划问题（36），即可轻松获得最优解 $\{\mathbf{R}_{[l],\ \mathrm{s}}、\mathbf{P}_{[l]}\}$。

3）反射/透射系数优化：固定 $\{\mathbf{R}_{[l],\ \mathrm{s}}、\mathbf{P}_{[l]}、\mathbf{v}_{[l],\ k}, p_n\}$，并利用式（22）的变换，问题（33）可重新表述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{E}_{[l]},\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}} \quad & \text{Tr}(\mathbf{E}_{[l]}^{-1}) && \text{(37a)} \\ \text{s.t.} \quad & \text{(18), (19d)} - \text{(19f), (32),} && \text{(37b)} \end{aligned}$$

可通过算法1求得最优解。

权重系数优化的SCA算法。

1：使用 $m=1$初始化 $p_n^{[m-1]}$和 Tr(克拉美-罗下界($\mathbf{\Psi}_{[i]}$))$^{[m-1]}$ 。设置收敛精度 ϵ_3。

2: 重复

3：通过求解问题（38）更新 $p_n^{[m]}$。4：计算 Tr(CRB($\mathbf{\Psi}_{[i]}$))$^{[m]}$，并设置 $m=m+1$。5：直到 $|$ Tr(CRB($\mathbf{\Psi}_{[i]}$))$^{[m]}$ −Tr(CRB($\mathbf{\Psi}_{[i]}$))$^{[m-1]}|\leq\epsilon_3$。

4）权重系数优化：固定 $\{\mathbf{R}_{[i],\ s}$、$\mathbf{P}_{[i]}$、$\mathbf{v}_{[i],\ k}$、$\mathbf{U}_{r/t}\}$后，可得到以下增广拉格朗日问题。

$$\min_{\mathbf{E}_{[i]},p_n}\quad \mathrm{Tr}(\mathbf{E}_{[i]}^{-1})+\frac{1}{2\rho_2}\sum_{n=1}^{N-1}(p_n-p_n^2) \tag{38a}$$

$$\text{s.t.}\quad (18),(20c),(32),(33c). \tag{38b}$$

为处理非凸惩罚项 $p_n-p_n^2$，我们采用一阶泰勒展开，在第 m 次迭代处构造线性上界近似表达式，即

$$p_n-p_n^2\leq p_n-(p_n^{[m-1]})^2-2p_n^{[m-1]}(p_n-p_n^{[m-1]}), \tag{39}$$

其中，$p_n^{[m-1]}$表示在第（$m-1$）次迭代时 p_n 的优化值。将式（39）的右侧代入目标函数（38a）的惩罚项后，问题（38）关于 p_n 变为凸问题，可通过逐次凸近似迭代求解。用于优化权重系数的SCA算法详见算法 3。

在外层循环中，我们考虑将 ρ_2 初始化为一个较大的值，使整数约束在初始阶段变得容易满足，从而为原始问题找到一个良好的起点。然后，在外层循环的迭代过程中逐渐减小 ρ_2，以获得可行解。

E. 总体算法

总体算法总结于算法 4 中。同样，由于每一步都能保证获得最优发射功率、感知波形、反射/透射系数和权重系数，因此，所提出的 PDL算法在迭代过程中单调不增，并在理论上收敛至驻点解。对于计算复杂度，算法 4 的整体计算复杂度取决于求解半定规划问题 (35)、(36)、(37) 和 (38) 的复杂度。采用内点法后，PDL算法在第 i 个相位的计算复杂度可表示为 $\mathcal{O}\Big(l_{\text{out}}\log(\frac{1}{\epsilon_2})\big(\log(\frac{1}{\epsilon_v})(M_{\text{r}}^2)^{3.5}+(M_{\text{t}}^2+4+$

算法 4 基于惩罚的双循环算法。

1：初始化 $\{\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[m-1]}, p_n^{[m-1]}, \mathrm{Tr}(\text{克拉美-罗下界}(\mathbf{\Psi}_{[i]}))^{[m-1]}\}$，其中 $m=1$，且 $\rho_2^{[l-1]}$，其中 $l=1$。设置收敛精度 $\{\epsilon_2, \rho_{\mathrm{th}}\}$。

2：重复 3：重复 4：通过求解问题（35）更新 $\mathbf{v}_{[i]}^{[m]}, k$。5：通过求解问题（36）更新 $\{\mathbf{R}_{[i]}^{[m]}, {}_{\mathrm{s}}\mathbf{P}_{[i]}^{[m]}\}$。6：通过执行算法1求解问题（37），更新 $\mathbf{U}_{\mathrm{r/t}}^{[m]}$。7：通过执行算法 3 求解问题（38），更新 $p_n^{[m]}$。8：计算克拉美-罗下界$(\mathbf{\Psi}_{[i]})$的迹$^{[m]}$，并设定 $m=m+1$。9：直到 $|$克拉美-罗下界$(\mathbf{\Psi}_{[i]})$的迹$^{[m]}$ $-$克拉美-罗下界$(\mathbf{\Psi}_{[i]})$的迹$^{[m-1]}| \leq \rho_{\mathrm{th}}$。10：$\rho_2^{[l]} = \frac{\rho_2^{[l]}}{c_2}(c_2>1)$，并设定 $l=l+1$。11：直到惩罚项 $\sum_{n=1}^{N-1}(p_n - p_n^2)$降至 ϵ_2以下。

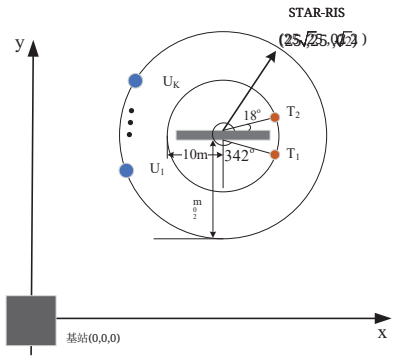

图2. 仿真设置的俯视图。

$K_i)^{3.5} + \log(\frac{1}{\epsilon_1})(N^2+4)^{3.5} + \log(\frac{1}{\epsilon_3})(N+3)^{3.5})\Big)$ [32]，其中 $K_i = K_1$表示在 $i=1$的情况下，$K_i = K - K_1$ 表示在 $i=2$的情况下，而 l_{out} 表示外层循环所需的迭代次数。

V. 数值结果

本节给出数值结果，以展示所提策略的有效性。图2展示了三维坐标网络仿真设置的俯视图，其中基站位于 (0,0,0) m，STARS 与基站相距 50 m，即位于 $(25\sqrt{2}, 25\sqrt{2}, 0)$ m。U_k 随机分布在以 STARS 为圆心、半径为 d_k m 的圆周上，而 T_1 和 T_1 位于距

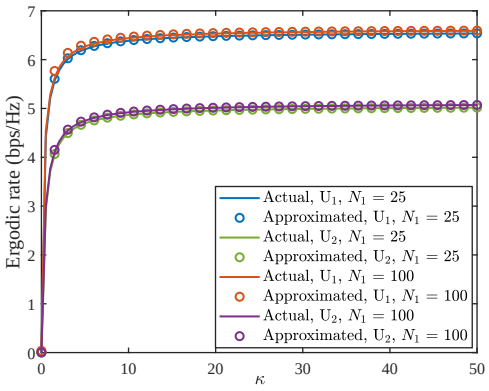

图3. 近似遍历速率随κ 变化的准确性，其中 $M_{\mathrm{r}}=8$、$M_{\mathrm{t}}=16$、 $d_1=20$ 米， $K=2$、 $d_2=10$米，以及 $P_{\mathrm{U,\ max}}=15$ dBm。

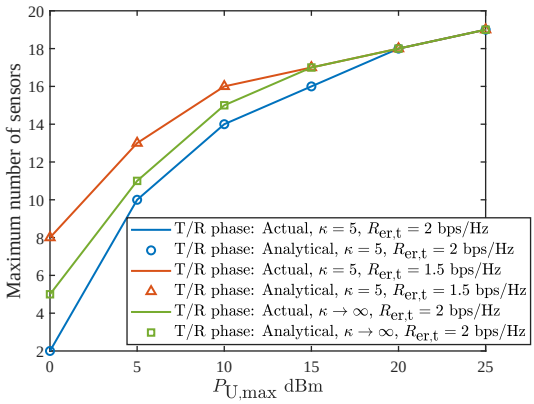

图4. 用户处的最大传感器部署数量随发射功率预算变化，其中 $N=20$、$M_{\mathrm{r}}=1$、 $M_{\mathrm{t}}=4$、 $K=2$、$d_k=20$ 米，以及$P_{\mathrm{BS,\ max}}=15$dBm。

STARS 10 m 处，方向分别为 $(342°, 30°)$ 和 $(18°, 30°)$。单位参考距离处的路径损耗设为 $L_0=-30$ dB，通信链路的路径损耗指数设为 2.2，感知链路的路径损耗指数设为 2.5，噪声功率设为 -115 dBm，$T=10$、 $N_{\mathrm{v}}=5$ 和 $N_{\mathrm{h}}=\frac{N}{N_{\mathrm{v}}}$。其他仿真参数列于各图的图注中。此外，每幅图均为 100 次独立蒙特卡洛实验的平均结果。

A. 引理1和推论1的验证

图3验证了引理1中推导的近似遍历速率表达式的准确性，其中采用单位反射/透射系数 $\mathbf{U}^{\mathrm{r/t}}=\mathbf{I}_{N_1}$，数值遍历速率基于10000个独立信道计算得出。结果表明，对于不同的 N_1，近似遍历速率都能准确反映实际遍历速率，且 U_2 可实现更高的遍历速率。这些现象符合预期，因为：1）根据大数定律，平均非视距分量服从单位方差的复高斯分布；2）与 U_2 相比，U_1 承受着更严重的大尺度路径损耗。还可以观察到，可实现的遍历速率最初随 κ 增大而上升，随后逐渐趋于稳定。这是因为：1）当 κ 相对较小时，增大 κ 可以使视距分量占主导地位，并提供更强的传输链路；2）当 κ 变大时，莱斯信道趋于恒定的纯视距信道。

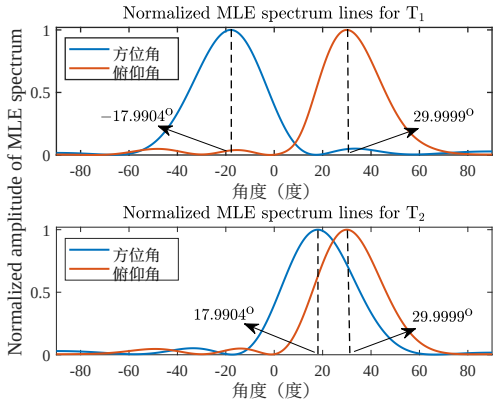

图5. 使用最大似然估计方法，在 $N = 20$, $N_1 = 5$, $M_{\mathrm{r}} = M_{\mathrm{t}} = 8$,$K = 2$, $d_k = 20$ m、$R_{\mathrm{er,\ t}} = 2.5$ bps/Hz和$P_{\mathrm{U,\ max}} = P_{\mathrm{BS,\ max}} = 35$ dBm条件下估计的方位角和俯仰角。

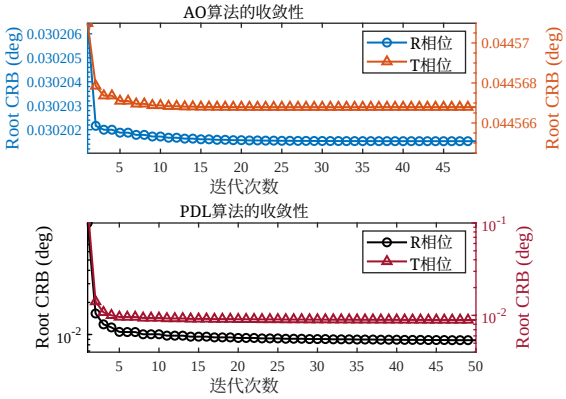

图6. 所提算法在公共参数 $N = 20$、 $M_{\mathrm{r}} = 8$ 和 $d_k = 20$ m 下的收敛性。

图4评估了推论1中针对传输（T）相位和反射（R）相位推导的最大传感器数量部署策略。实际最大传感器数量是通过针对不同传感器数量求解可行检测问题，并基于100个独立信道实现得出的。首先可以看到，解析得到的最大传感器数量与数值结果完全一致。此外，T相位和R相位的最大传感器数量相等。这是符合直觉的，因为最大传感器数量部署仅受相应QoS目标速率的限制，而在所考虑的网络中，不同相位对应的QoS目标速率相同。此外，当$P_{\mathrm{U时,\ max}}$ 增大且$R_{\mathrm{er时,\ t}}$ 减小，为满足QoS约束所需的PE会减少，因此可以观察到传感器数量显著上升。

B. 所提算法的有效性

为从感知精度的角度验证所提算法的正确性，图5展示了双用户且传感器数量固定时的MLE频谱线，其中，估计得到的DOA角度可通过穷举搜索MLE频谱中的最大值点来确定 [21, 附录E]。由此可见，MLE估计的角度分别为（$-17.9904°$， $29.9999°$）和（$17.9904°$， $29.9999°$），与预设的DOA角度（$342°$， $30°$）和（$18°$， $30°$）完全吻合，并验证了优化的感知波形和反射/透射系数的有效性。图6绘制了所提算法的收敛性能，其中 $M_{\mathrm{t}} = 8$, $N_1 = 15$, $K = 2$,

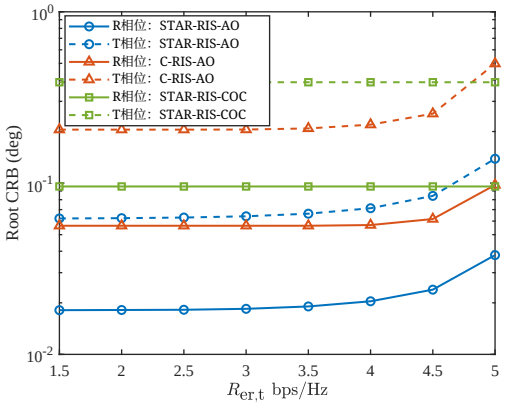

图7. 均方根CRB随QoS目标速率的变化，其中$N = 20$, $N_1 = 10$, $M_{\mathrm{r}} = M_{\mathrm{t}} = 8$, $K = 2$, $d_k = 20$ m,$P_{\mathrm{U,\ max}} = 15$ dBm，以及$P_{\mathrm{BS,max}} = 30$ dBm。

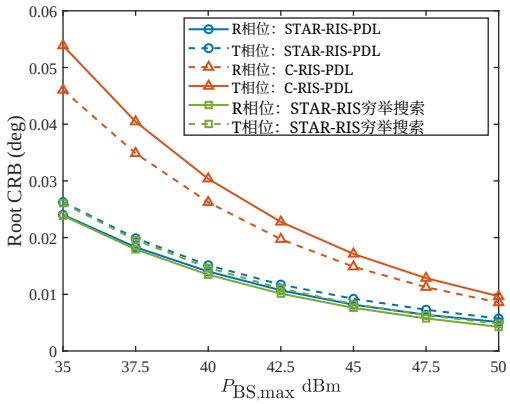

图8. 基站发射功率预算与均方根CRB的关系，其中距离为 $N = 20$、 $M_{\mathrm{r}} = 8$、 $M_{\mathrm{r}} = 12$、 $K = 4$、$d_k = 20$ m，$R_{\mathrm{er,\ t}} = 1$ bps/Hz，以及$P_{\mathrm{U,\ max}} = 45$ dBm。

$R_{\mathrm{er,\ t}} = 2.5$ bps/Hz、$P_{\mathrm{U,\ max}} = 25$ dBm、$P_{\mathrm{BS,\ max}} = 35$ dBm 用于 AO算法，而$M_{\mathrm{t}} = 12$、$K = 4$、 $R_{\mathrm{er,\ t}} = 0.5$ bps/Hz、$P_{\mathrm{U,\ max}} = P_{\mathrm{BS,\ max}} = 45$ dBm 则用于 PDL算法。需要注意的是，为了与实际DOA角度保持一致，我们将基于弧度的均方根CRB转换为图6中的角度单位。可以看出，两种算法均能在有限次迭代内收敛到驻点解。这是因为两种算法在求解子问题时，都能保证每一步得到最优解，从而确保目标值随迭代次数增加而不增。同时，可以观察到，R相位实现的CRB小于T相位。这是因为在R相位下，STARS将来自用户的通信信号与来自基站的感知信号重新配置为新的探测信号用于估计，从而增加了自由度并增强了接收回波能量，进而改善了感知性能。

C. 性能比较

为验证所提方案的性能，我们考虑以下基准方案进行比较：

- C-RIS-AO：在“传统RIS-AO”（C-RIS-AO）方案中，我们考虑用一个仅反射RIS和一个仅透射RIS替代STARS，并对所提出的AO算法进行修改，以便在双用户和固定传感器数量的设置下，联合优化传统RIS的PE系数、用户的发射功率以及基站的接收波束成形

。为公平比较，假设每个传统RIS均具有 $\frac{N_1}{2}$个PE和 $\frac{N_2}{2}$ 个传感器。

- STARS-COC：在“面向通信系数（COC）的STARS”方案中，通过最大化用户的最小遍历速率来确定PE的反射/透射系数，即 $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{COC_{r/t}}}=\max_{\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}} \min\limits_{k} \quad \mathbb{E}\{R_{[t],k}\}$。

- C-RIS-PDL：在“C-RIS-PDL”方案中，我们在STARS所在位置部署一个包含$\frac{N}{2}$ 个单元的仅反射RIS和一个包含 $\frac{N}{2}$ 个单元的仅透射RIS，并对所提出的PDL算法进行修改，以联合优化传感器数量、PE系数、用户发射功率以及基站处的接收波束成形。

- STARS穷举搜索：在“STARS穷举搜索”方案中，我们分别针对反射/透射系数、发射功率和基站处的波束成形优化 $N-1$ 个子问题，其中 $p_n=1$ ($\sum_n^{N-1} p_n=1$)针对第 n个子问题进行设置。然后，我们选择克拉美-罗下界最小的结果作为该方案的最终解。

如图7和图8所示，与传统RIS相比，所提方案始终能够实现更好的感知性能。这是可以预期的，因为STARS能够将元件数量增加一倍，从而引入更多空间自由度以支持通信和感知。图7还显示，随着QoS目标速率的提高，所考虑网络的感知性能会下降，而STARS-COC方案的性能最差。对此现象的一种直观解释是：1）感知和通信都依赖于PE系数设置，因此，当QoS速率提高时，STARS必须优先支持通信以满足QoS约束，这会导致感知性能下降；2）STARS-COC方案只着眼于提升通信性能，因此不可避免地会牺牲感知精度。此外，从图7可以看出，STARS-COC方案实现的CRB不会随QoS变化。这是因为QoS目标速率对感知性能的影响只能通过改变PE系数来实现，这表明在反射/透射系数设置固定时，感知性能与QoS约束无关。对于图8，可以看出，所提PDL算法能够实现与通过穷举搜索得到的最优解相当的性能，这有力验证了命题1中所推导ECRB表达式的等价性。

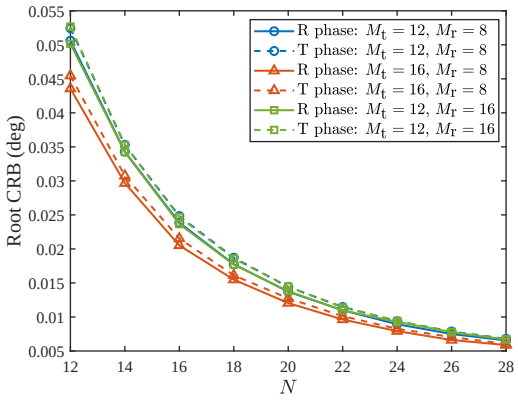

图9. 在 $K = 4$、 $d_k = 20$ m、$R_{er,\ t} = 0.5$ bps/Hz、$P_{U,\ max} = P_{BS,\ max} = 45$ dBm条件下，均方根CRB随STARS单元数量的变化。

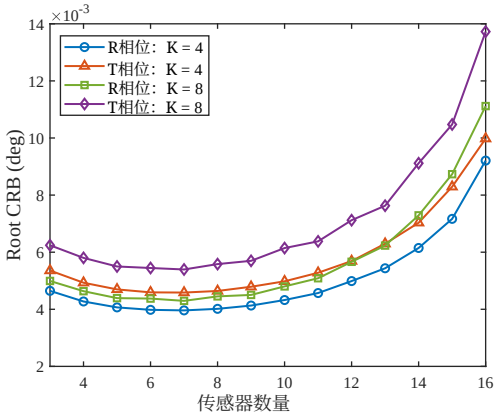

图10. 在双用户配置下，采用 $N = 20$,$M_r = 8$, $M_t = 12$, $d_k = 20$ m,$R_{er,\ t} = 0.5$ bps/Hz,$P_{U,\ max} = P_{BS,\ max} = 45$ dBm和 $N_v = 10$时的基准结果。

D. STARS单元的影响

图9研究了STARS元件数量对感知性能的影响。首先，可以观察到，随着 N 增加，均方根CRB单调下降。这是因为：1）更大的 N 能够提供更高的阵列增益；2）在传感器数量近最优分配的情况下，增加 N 也会增加传感器数量，从而提升感知阵列的感知接收能力。我们还可以观察到一个有趣的结果：增加基站的发射天线数量会显著降低均方根CRB，而增加基站的接收天线数量对CRB几乎没有影响。这是由双向感知-STARS架构导致的。具体而言，利用这一架构，基站接收天线仅负责接收通信信号，这意味着在所考虑的网络中，我们只需要满足QoS需求所需数量的接收天线。然而，增加发射天线可以扩展感知波形的自由度，从而为设计感知波形提供更大的灵活性，以支持感知。

在图10中，我们展示了在 STARS 单元总数固定的情况下，传感器数量的影响。可以看出，当传感器数量少于 7 时，部署比 PE 更多的传感器更为可取；当传感器数量大于 7 时，继续增加传感器数量已很难再为网络带来有益影响。这表明传感器数量与 PE 数量之间存在权衡。具体而言，传感器数量较少时，需要部署更多传感器，以获得足够的回波采样分辨率来提取目标信息。而在传感器数量较多时，信息损失

由回波采样分辨率不足导致的感知目标信息损失相对较小。因此，部署更多 PE 以提供更多通信和感知自由度，成为提升感知性能的主导因素。此外，我们观察到，用户数量增加会降低感知性能，这符合预期，因为为了满足用户的 QoS需求，PE 的反射/透射系数需要更多地侧重于增强通信。

VI. 结论

本文提出了一种STARS赋能的ISAC方案，并设计了双向感知STARS架构，以支持全空间通信与感知任务。本文开发了两种高效算法，用于求解CRB最小化问题的近似最优解。实验结果验证了所提方案的正确性和有效性。研究还揭示了以下结论：1）与传统RIS相比，STARS能够提供更优越的性能；2）在双向感知STARS架构的独特设计下，基站接收天线的数量对感知性能影响较小；3）增加PE的数量比增加传感器的数量更有利于提升感知性能。本文验证了STARS支持全空间双功能传输的潜力，并揭示了一种内生权衡，即如何确定待部署的传感器数量。这两点都为实际系统设计提供了有益指导。

附录 A：FIM矩阵的推导

根据式（11），FIM矩阵 $\mathbf{F}_{[i]}$ 中的元素矩阵可表示为

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\Psi}_{[i]}} = \frac{2}{\sigma^2}\begin{bmatrix} \Re\left(\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial \varphi_{[i]}}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \varphi_{[i]}}\right) & \Re\left(\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial \varphi_{[i]}}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \phi_{[i]}}\right) \\ \Re\left(\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial \phi_{[i]}}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \varphi_{[i]}}\right) & \Re\left(\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial \phi_{[i]}}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \phi_{[i]}}\right) \end{bmatrix}, \tag{A-1}$$

其中 $\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]} = \mathrm{vec}\left(\alpha_{[i]}\left[\frac{\partial \mathbf{b}(\varphi_{[i]},\phi_{[i]})}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]}\mathbf{a}^T(\varphi_{[i]},\phi_{[i]}) + \mathbf{b}(\varphi_{[i]},\phi_{[i]})\frac{\partial \mathbf{a}^T(\varphi_{[i]},\phi_{[i]})}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]}\right]\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^{(,)}\mathbf{X}_{[i]}\right)(1 \le h \le 2)$。根据导数链式法则，我们有

$$\frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}(\varphi_{[i]},\phi_{[i]})}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]} = \boldsymbol{\epsilon}(\varphi_{[i]},\phi_{[i]}) \odot \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]}, \quad \boldsymbol{\epsilon}(\varphi_{[i]},\phi_{[i]}) \in \{\mathbf{a}(\varphi_{[i]},\phi_{[i]}), \mathbf{b}(\varphi_{[i]},\phi_{[i]})\}, \tag{A-2}$$

其中 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}$ 的第 n 个元素为

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}[n]=\begin{cases}\jmath\bar{n}\pi\cos\phi_{[l]}\cos\varphi_{[l]}, & \text{if } h=1,\\ \jmath(-\bar{n}\pi\sin\phi_{[l]}\sin\varphi_{[l]}+(n-1-N_{\mathrm{h}}\bar{n})\pi\cos\phi_{[l]}), & \text{if } h=2,\end{cases} \tag{A-3}$$

令 $\dot{\mathbf{Q}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}=\frac{\partial \mathbf{b}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}\mathbf{a}^T(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})+\mathbf{b}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})\frac{\partial \mathbf{a}^T(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}$，我们可以将 $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\Psi}_{[l]}}$ 改写为

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\Psi}_{[l]}}=\frac{2T|\alpha_{[l]}|^2}{\sigma^2}\Re\left(\begin{bmatrix}\mathrm{Tr}(\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}^H) & \mathrm{Tr}(\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\phi_{[l]}}^H)\\ \mathrm{Tr}(\dot{\mathbf{Q}}_{\phi_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}^H) & \mathrm{Tr}(\dot{\mathbf{Q}}_{\phi_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\phi_{[l]}}^H)\end{bmatrix}\right), \tag{A-4}$$

其中 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_{[l]}}\approx\frac{1}{T}\mathbf{X}_{[l]}\mathbf{X}_{[l]}^H$。类似地，令 $\mathbf{Q}_{[l]}=\mathbf{b}(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})\mathbf{a}^T(\varphi_{[l]},\phi_{[l]})$，我们可以得到

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}}=\frac{2T}{\sigma^2}\Re\left(\begin{bmatrix}\tilde{\alpha}_{[l]}\mathrm{Tr}(\mathbf{Q}_{[l]}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}^H) & \jmath\tilde{\alpha}_{[l]}\mathrm{Tr}(\mathbf{Q}_{[l]}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}^H)\\ \tilde{\alpha}_{[l]}\mathrm{Tr}(\mathbf{Q}_{[l]}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}^H) & \jmath\tilde{\alpha}_{[l]}\mathrm{Tr}(\mathbf{Q}_{[l]}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\dot{\mathbf{Q}}_{\varphi_{[l]}}^H)\end{bmatrix}\right), \tag{A-5}$$

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\alpha}_{[l]}\boldsymbol{\alpha}_{[l]}}=\frac{2T}{\sigma^2}\mathrm{Tr}(\mathbf{Q}_{[l]}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\mathbf{Q}_{[l]}^H)\mathbf{I}_2. \tag{A-6}$$

至此，推导完成。

Appendix B: Derivation of Ergodic Rate

根据 [33, 引理 1], ，遍历速率可近似为

$$\mathbb{E}\{R_{[l],k}\}\approx\frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{P_k\mathbb{E}\{\|\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{G}_{\mathrm{r}}\|^2\}}{\sigma^2}\right). \tag{B-1}$$

将 (1) 代入 (B-1)，可得

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{\|\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{G}_{\mathrm{r}}\|^2\}=&\mathbb{E}\left\{\left\|\left(\sqrt{\frac{\kappa L_{k,\mathrm{S}}^2}{1+\kappa}}\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H+\sqrt{\frac{L_{k,\mathrm{S}}^2}{1+\kappa}}\tilde{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H\right)\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\left(\sqrt{\frac{\kappa L_{\mathrm{r}}^2}{1+\kappa}}\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}+\sqrt{\frac{L_{\mathrm{r}}^2}{1+\kappa}}\tilde{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\right)\right\|^2\right\},\\ \overset{(a)}{=}&\frac{L_{k,\mathrm{S}}^2L_{\mathrm{r}}^2}{(1+\kappa)^2}\Big(\kappa^2\mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|^2\}+\kappa\mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\tilde{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|^2\}+\\ &\qquad\kappa\mathbb{E}\{\|\tilde{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|^2\}+\mathbb{E}\{\|\tilde{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\tilde{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|^2\}\Big),\\ \overset{(b)}{=}&\frac{\left(\kappa^2\|\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|^2+\kappa M_{\mathrm{r}}\|\hat{\mathbf{h}}_{k,\mathrm{S}}^H\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\|^2+\kappa\|\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\hat{\mathbf{G}}_{\mathrm{r}}\|_{\mathrm{F}}^2+M_{\mathrm{r}}\|\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\|_{\mathrm{F}}^2\right)}{(1+\kappa)^2/L_{k,\mathrm{S}}^2L_{\mathrm{r}}^2},\end{aligned} \tag{B-2}$$

其中，等式 (a) 成立是因为 $\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}$ 和 $\mathbf{G}_{\mathrm{r}}$ 彼此独立；等式 (b) 成立是因为 $\mathbf{h}_{k,\mathrm{S}}$ 和 $\mathbf{G}_{\mathrm{r}}$ 中的所有元素均服从零均值、单位方差的复高斯分布。利用 (B-2) 的结果，我们可以轻松得到引理1中的近似遍历速率表达式。证毕。

附录 C：推论1的证明

对于所考虑的问题 (16)，显然，若要实现传感器部署数量最大化，就等价于寻找满足 QoS 约束的最小维度反射 / 透射系数和可行发射功率，即

$$\text{find} \quad \{\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}^{\min}, \mathbf{P}\} \tag{C-1a}$$

$$\text{s.t.} \quad (16\text{d}), (16\text{f}), (16\text{g}), \tag{C-2b}$$

其中， $\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}^{\min}$表示最小维度的系数矩阵。将 $M_{\text{r}} = 1$ 代入引理1中的遍历速率表达式，可以很容易地证明：当 PE 的反射/透射系数与级联信道 $\hat{\mathbf{h}}_{k,\text{S}}^{H}\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}\hat{\mathbf{g}}_{\text{r}}$对齐时，即采用式 (24) 中推导出的反射/透射系数，且$P_k = P_{\text{U,max}}$ 成立时，系统以最少的 N_1实现最佳通信性能。因此，约束 (19c) 可转化为

$$\frac{\kappa^2}{(1+\kappa)^2}N_1^2 + \frac{2\kappa+1}{(1+\kappa)^2}N_1 - \frac{(2^{2R_{\text{er,t}}}-1)\sigma^2}{P_{\text{U,max}}L_{k,\text{S}}^2 L_{\text{r}}^2} \geq 0. \tag{C-3}$$

利用标准二次方程求根公式以及 N_1的非负性，可以确定最小 $N_1^{\min}$。因此，根据 $N_1^{\min} + N_2^{\max} = N$，可推导出最大 $N_{\max 2}$，如式 (25) 所示。证毕。

附录 D：扩展FIM矩阵的推导

首先，我们可以将式 (11) 重写为

$$\mathbf{y}_{[l],\text{S}} = \underbrace{\text{vec}\left(\alpha_{[l]}\mathbf{B}\boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}\boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}^{T}\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}\mathbf{X}_{[l]}\right)}_{\mathbf{q}_{[l]}} + \mathbf{n}_{[l]}, \tag{D-1}$$

其中，$\mathbf{X}_{[l]} \in \mathbb{C}^{N\times T}$ 是将整个 STARS 视为 PE 时的等效信号矩阵。与附录 A 类似，我们有

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{[l]}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]} = \text{vec}\left(\alpha_{[l]}\mathbf{B}\left[\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}\boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}^{T} + \boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}^{T}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}\right]\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}\mathbf{X}_{[l]}\right), \quad 1 \leq h \leq 2, \tag{D-2}$$

其中， $\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{[l]}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}$ 由式（A-2）和（A-3）给出，且满足 $1 \leq n \leq N$。因此，$\mathbf{J}^{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}\boldsymbol{\Psi}_{[l]}}$ 的第 h行第 v列元素为

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{q}_{[l]}^{H}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}\frac{\partial \mathbf{q}_{[l]}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[l]}[v]} &= \text{vec}\left(\alpha_{[l]}\mathbf{B}\dot{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}\mathbf{X}_{[l]}\right)^{H}\text{vec}\left(\alpha_{[l]}\mathbf{B}\dot{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}[v]}\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}\mathbf{X}_{[l]}\right), \\ &= T|\alpha_{[l]}|^2\text{Tr}\left(\mathbf{B}\dot{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}[v]}\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}^{\text{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}_{[l]}}\boldsymbol{\Theta}_{\text{r/t}}^{H}\mathbf{A}\dot{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[l]}[h]}^{H}\mathbf{B}\right), \ 1 \leq h, v \leq 2,\end{aligned} \tag{D-3}$$

其中，$\dot{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]} = \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{[i]}}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]}\boldsymbol{\varepsilon}_{[i]}^T + \boldsymbol{\varepsilon}_{[i]}\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{[i]}^T}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]}$。同理，$\mathbf{J}^{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}$ 的第 h行第 v列元素以及$\mathbf{J}^{\boldsymbol{\alpha}_{[i]}\boldsymbol{\alpha}_{[i]}}$ 对角线上的第 h个元素可改写为

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial \boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \boldsymbol{\alpha}_{[i]}[v]} = T(\jmath)^{v-1}\tilde{\alpha}_{[i]}\mathrm{Tr}\left(\mathbf{B}\mathbf{C}_{[i]}\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}_{[i]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\mathbf{A}\dot{\mathbf{C}}_{\boldsymbol{\Psi}_{[i]}[h]}^H\mathbf{B}\right), 1 \le h, v \le 2, \tag{D-4}$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^H}{\partial \boldsymbol{\alpha}_{[i]}[h]}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \boldsymbol{\alpha}_{[i]}[h]} = T\mathrm{Tr}\left(\mathbf{B}\mathbf{C}_{[i]}\mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{r/t}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}_{[i]}}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}^H\mathbf{A}\mathbf{C}_{[i]}^H\mathbf{B}\right), 1 \le h \le 2, \tag{D-5}$$

其中 $\mathbf{C}_{[i]} = \boldsymbol{\varepsilon}_{[i]}\boldsymbol{\varepsilon}_{[i]}^T$。将（D-3）–（D-5）代入（A-4）–（A-6），即可得到命题1中的扩展FIM矩阵。随后，我们证明在任意给定的 A 和 B 下，扩展FIM矩阵 $\mathbf{F}_{[i]}$ 与原始FIM矩阵 $\mathbf{F}_{[i]}^{\mathrm{o}}$ 等价。具体而言，令 $\mathbf{b}^{\mathrm{p}} \in \mathbb{C}^{N_2\times 1}$和 $\mathbf{a}^{\mathrm{p}} \in \mathbb{C}^{N_1\times 1}$ 分别表示传感器和 PE 处的实际导向矢量，则接收回波信号可表示为 $\mathbf{E}_{[i]}^{\mathrm{p}} = \alpha_{[i]}\mathbf{b}^{\mathrm{p}}(\mathbf{a}^{\mathrm{p}})^T\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r/t}}\mathbf{X}_{[i]}$。由此可轻易得到以下恒等式。

$$\left\|\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\boldsymbol{\varsigma}_{[i]}[i]}\right\| = \left\|\frac{\partial \mathrm{vec}\left(\left[\mathbf{0}, \mathbf{0}; \mathbf{E}_{[i]}^{\mathrm{p}}, \mathbf{0}\right]\right)}{\boldsymbol{\varsigma}_{[i]}[i]}\right\| = \left\|\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^{\mathrm{p}}}{\boldsymbol{\varsigma}_{[i]}[i]}\right\|, \quad 1 \le i \le 4, \tag{D-6}$$

其中 $\mathbf{q}_{[i]}^{\mathrm{p}}$ =vec($\mathbf{E}_{[i]}^{\mathrm{p}}$)。因此，扩展FIM矩阵的第 h 行、第 v 列元素与原始FIM矩阵中对应的元素完全等价，即：

$$\mathbf{F}_{[i]}[h, v] = \frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^H}{\boldsymbol{\varsigma}_{[i]}[h]}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}}{\partial \boldsymbol{\varsigma}_{[i]}[v]} = \frac{\partial (\mathbf{q}_{[i]}^{\mathrm{p}})^H}{\boldsymbol{\varsigma}_{[i]}[h]}\frac{\partial \mathbf{q}_{[i]}^{\mathrm{p}}}{\partial \boldsymbol{\varsigma}_{[i]}[v]} = \mathbf{F}_{[i]}^{\mathrm{o}}[h, v], \quad 1 \le h, v \le 4. \tag{D-7}$$

至此，证明完成。

参考文献

[1] K. B. Letaief、W. Chen、Y. Shi、J. Zhang 和 Y. -J. A. Zhang，“迈向6G的路线图：人工智能赋能的无线网络”，IEEE Commun. Mag.，第57卷，第8期，第84—90页，2019年8月。[2]华为，《6G：下一个地平线白皮书》，华为，白皮书，2022年1月。 [在线]。获取地址：https://www.huawei.com/uk/huaweitech/future-technologies/6g-white-paper[3] 三星研究院，“6G：面向所有人的下一代超连接体验”，三星，白皮书，2020年。 [在线]。获取地址：https://research.samsung.com/next-generation-communications[4] F. Liu、Y. Cui 等，“一体化感知与通信：迈向面向6G及后续发展的双功能无线网络”，IEEE通信领域精选期刊，第40卷，第6期，第1728–1767页，2022年6月。[5] F. Liu、C. Masouros、A. P. Petropulu、H. Griffiths 和 L. Hanzo，“雷达与通信联合设计：应用、最新进展与未来方向”，IEEE Trans. Commun.，第68卷，第6期，第3834–3862页，2020年6月。[6] Z. Zhang、Y. Xiao、Z. Ma、M. Xiao、Z. Ding、X. Lei、G. K. Karagiannidis 和 P. Fan，“6G无线网络：愿景、需求、架构与关键技术”，IEEE Trans. Veh. Mag.，第14卷，第3期，第28—41页，2019年9月。[7] M. Di Renzo、A. Zappone 等，“可重构智能表面赋能的智能无线电环境：工作原理、研究现状与未来方向”，IEEE通信领域精选期刊，第38卷，第11期，第2450–2525页，2020年11月。

[8] Y. Liu、X. Liu、X. Mu、T. Hou、J. Xu、M. Di Renzo 和 N. Al-Dhahir，“可重构智能表面：原理与机遇”，IEEE Commun. Surv. Tut.，第23卷，第3期，第1546–1577页，2021年第三季度。[9] X. Mu、Y. Liu、L. Guo、J. Lin 和 R. Schober，“同时透射与反射（STAR）的可重构智能表面辅助无线通信”，IEEE Trans. Wireless Co mmun.，第21卷，第5期，第3083–3098页，2022年5月。[10] Y. Liu、X. Mu、J. Xu、R. Schober、Y. Hao、H. V. Poor 和 L. Hanzo，“STARS：智能表面实现覆盖的同时传输与反射”，IEEE Wireless Commun.，第28卷，第6期，第102–109页，2021年12月。[11] J. Xu、Y. Liu 等，“同时透射与反射（STAR）智能全向表面：建模与实现”，IEEE Veh. Technol. Mag.，第17卷，第2期，第46–54页，2022年6月。[12] F. Liu、C. Masouros、A. Li、H. Sun 和 L. Hanzo，“采用MIMO雷达的MU-MIMO通信：从共存到联合传输”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第17卷，第4期，第2755—2770页，2018年4月。[13] F. Liu、L. Zhou、C. Masouros、A. Li、W. Luo 和 A. Petropulu，“迈向双功能雷达通信系统：最优波形设计”，IEEE 信号处理汇刊，第66卷，第16期，第4264–4279页，2018年8月。[14] X. Liu、T. Huang、N. Shlezinger、Y. Liu、J. Zhou 和 Y. C. Eldar，“面向多用户MIMO通信和MIMO雷达的联合发射波束成形”，IEEE 信号处理汇刊，第68卷，第3929–3944页，2020年6月。[15] F. Liu、Y. -F. Liu、A. Li、C. Masouros 和 Y. C. Eldar，“联合雷达通信波束成形的Cram´er-Rao界优化”，IEEE 信号处理汇刊，第70卷，第240–253页，2022年。[16] F. Dong、F. Liu、Y. Cui、W. Wang、K. Han 和 Z. Wang，“6G感知网络中的感知即服务：用于通感一体化资源分配的统一框架”，IEEE Trans. Wireless Commun.，即将发表，doi：10.1109/TWC.2022.3219463。[17] Y. Wang、W. Zhang、C. Liu、J. Sun 和 C. -X. Wang，“用于非视距一体化感知与通信的可重构智能表面”，载于IEEE/CIC中国国际通信大会（ICCC）论文集，中国佛山，2022年8月，第708-712页。[18] H. Luo、R. Liu、M. Li、Y. Liu 和 Q. Liu，“RIS辅助通感一体化系统的联合波束成形设计”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第71卷，第12期，第13393–13397页，2022年12月。[19] H. Zhang，“基于互信息的RIS辅助通感一体化波形与相移联合设计”，IEEE Commun. Lett.，第26卷，第10期，第2317–2321页，2022年10月。[20] X. Wang、Z. Fei 等，“满足Cram´er-Rao界约束的RIS辅助通感一体化系统联合波形与离散相移设计”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第71卷，第1期，第1004–1009页，2022年1月。[21] X. Song、J. Xu、F. Liu、T. X. Han 和 Y. C. Eldar，“智能反射表面赋能的感知：Cram´er-Rao界优化”，[在线]。获取地址：https://arxiv.org/abs/2207.05611v1[22] X. Shao、C. You、W. Ma、X. Chen 和 R. Zhang，“智能反射表面目标感知：架构与性能”，IEEE通信领域精选期刊，第40卷，第7期，第2070—2084页，2022年3月。[23] Z. Yu、X. Hu、C. Liu、M. Peng 和 C. Zhong，“IRS启用的多用户通感一体化系统中的定位感知与波束成形设计”，IEEE 信号处理汇刊，第70卷，第5178–5193页，2022年。[24] X. Hu、C. Liu、M. Peng 和 C. Zhong，“面向毫米波SIMO系统的基于IRS的一体化定位感知与通信”，IEEE Trans. Wireless Commun.，即将发表，doi：10.1109/TWC.2022.3223428。[25]Z. Wang、X. Mu 和 Y. Liu，“STARS赋能的一体化感知与通信”，[在线]。获取地址：https://arxiv.org/abs/2207.10748[26] J. Xu、X. Mu、J. T. Zhou 和 Y. Liu，“同时透射与反射（STAR）可重构智能表面：是否适用于双侧入射？”，IEEE Wireless Commun. Lett.，即将发表，doi：10.1109/LWC.2022.3219017。[27] V. Arun 和 H. Balakrishnan，“RFocus：利用数千个无源天线进行波束成形”，载于USENIX网络系统设计与实现研讨会论文集，2020年2月，第1047–1061页。[28] S. M. Kay，《统计信号处理基础：估计理论》。新泽西州恩格尔伍德克利夫斯：Prentice–Hall，1993年。

[29] I. Bekkerman 和 J. Tabrikian，“使用 MIMO 雷达和声呐进行目标检测与定位”，IEEE 信号处理汇刊，第 54 卷，第 10 期，第 3873–3883 页，2006年10月。[30] S. Boyd、S. P. Boyd 和 L. Vandenberghe，《凸优化》。英国剑桥：剑桥大学出版社，2004年。[31] X. Yu、D. Xu、Y. Sun、D. W. K. Ng 和 R. Schober，“通过智能反射面实现稳健安全的无线通信”，IEEE通信领域精选期刊，第 38 卷，第 11 期，第 2637–2652 页，2020年11月。[32] Z. Luo、W. Ma、A. M. So、Y. Ye 和 S. Zhang，“二次优化问题的半正定松弛”，IEEE信号处理杂志，第 27 卷，第 3 期，第 20–34 页，2010年5月。[33] Q. Zhang、S. Jin、K.-K. Wong、H. Zhu 和 M. Matthaiou，“具有任意秩信道均值的上行链路大规模MIMO系统的功率缩放”，IEEE信号处理精选主题期刊，第 8 卷，第 5 期，第 966–981 页，2014年10月。