arXiv:2301.04144v1 [cond-mat.quant-gas] 10 Jan 2023

一种用于控制光学势中原子间距的手风琴超晶格

Simon Wili、Tilman Esslinger 和 Konrad Viebahn*

Institute for Quantum Electronics & Quantum Center, ETH Zurich, 8093 Zurich, Switzerland

我们提出了一种在光学晶格中以较大距离分离受困原子的方法。其核心思想是在两种间距可变的晶格（称为手风琴晶格）之间循环转移原子，每种晶格的间距变化范围至少达到两倍。通过在两个叠加势之间相干地装载原子，原则上可以实现任意大的原子间距，同时只需相对较小的数值孔径。对这种"手风琴超晶格"的数值模拟表明，即使晶格深度适中，在整个分离过程中，原子仍局域于单个晶格位点。在一项原理验证实验中，我们利用声光偏转器展示了构建手风琴超晶格所需的光场。该方法可用于借助光镊进行中性原子量子计算，也可用于低熵多体态的量子模拟。例如，可以将单填充原子莫特绝缘体相干地扩展十倍，从而装载具有极高填充率的光镊阵列。反过来，也可以压缩排序后的光镊阵列，在光学晶格中形成超冷原子的高密度态。该方法还可应用于需要动态分离粒子的生物系统。

I. 引言

光学晶格 [1, 2] 和光镊阵列 [3–10]近来已成为利用中性原子进行量子模拟和计算的主要平台。一方面，光学晶格由两束或多束光束的干涉产生，从而形成由单个 k 矢量定义的势能。因此，所产生的周期性图案具有极高的纯度，通常几乎不存在无序，使得超冷原子 [11–14]能够实现强关联物质相。另一方面，光镊通常通过声光偏转器的多个射频（RF）音调投射，或者由空间光调制器产生。光镊可以寻址单个原子，包括通过外部反馈与控制 [3–8]将原子分选成无缺陷阵列。结合里德堡激发后，光镊已被用于创建合成多体态 [15–17]。

近年来，光镊和晶格这两个领域都取得了巨大进展，朝着实现可编程且通用的量子逻辑 [18–21]迈进。下一个前沿方向是将这两种技术及其各自的优势结合起来——光镊的可寻址性，以及晶格无无序且间距狭窄的势能。这种结合可能会彻底改变中性原子量子技术，并且已有多项研究在推动这一目标 [22, 23]。然而，两个平台之间原子间距的根本不匹配仍有待克服。光镊之间的最小间距通常为几微米量级，而光学晶格中的间距通常为数百纳米。

在此，我们提出一种将光学晶格中的原子分开任意距离（原则上）的方案，并展示了实现这一方案所需的光场。由此，可以弥合光学晶格与光镊阵列在原子间距上的差距。

* viebahnk@phys.ethz.ch

II. 理论背景

光学晶格是由多束相互相干的光束产生的周期性或准周期性干涉图样。由于光对可极化粒子（如原子、分子，甚至宏观物体）产生偶极力，干涉图样会形成一个势能分布 U ，其与光强成正比。理解晶格最简单的方法是考虑两束平面波的干涉，$\vec{E}(\vec{r},\ t)_j = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}_j\cdot\vec{r}+\varphi_j)}$ ，它们具有相同的偏振和频率 ω。其他参数包括振幅 E_0、波矢 k_j和相位 φ_j。进一步假设波矢 k_j 位于 xz-平面内，并与 z轴围成角度 $\theta/2$ ，如图1所示。由此得到的囚禁势为

$$U \propto I = |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2 \propto \cos^2\left[\pi x \left(\frac{\lambda}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-1} + \Delta\varphi\right],$$

其中， λ是光的波长， $\Delta\varphi \equiv \varphi_1 - \varphi_2$。由此产生具有周期的 一维驻波图样

$$a = \frac{\lambda}{2}\times\frac{1}{\sin(\theta/2)} \equiv \frac{\lambda}{2}\times\frac{1}{\mathrm{NA}}\ . \tag{1}$$

虽然可以通过改变波长 λ 或夹角 θ来调节周期，但改变 $\Delta\varphi$ 会使晶格发生平移。通常，将间距可变的晶格称为（光学）手风琴晶格 [24–28]。假设使用实际的高斯光束而非平面波时，干涉图样的数学描述会变得更加复杂。

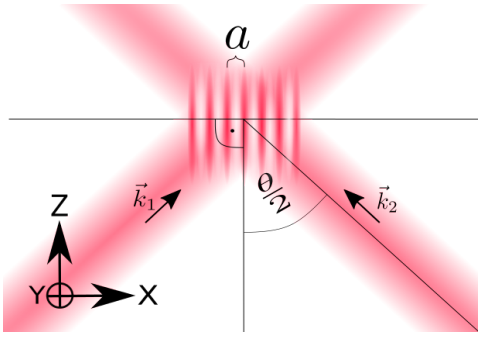

图 1. 两束具有稳定相位关系的相干光束相互干涉形成的光学晶格。晶格常数 a仅取决于光学波长以及相交光束之间的夹角。波长通常固定不变，但可以改变夹角来形成光学手风琴。

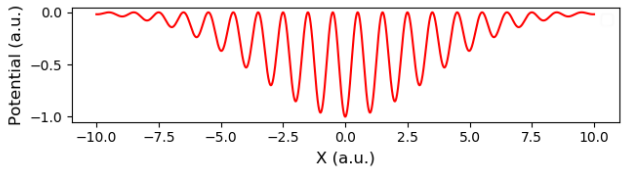

图 2. 两束以一定角度相交的高斯光束所形成势能的中心横截面。我们假设光束相对于相关光学跃迁为红失谐，因此形成吸引势。

（附录A）。这里给出了 $z = 0$ 平面内近似的势能分布，

$$U \sim \exp\left[-2\left(\frac{\rho z_r}{w_0 z_0}\right)^2\right]\cos^2\left[\pi x\left(\frac{\lambda}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{-1} + \Delta\varphi\right],$$

其中，$\rho \equiv \sqrt{x^2+y^2}$、 z_r 分别为瑞利长度，w_0 为束腰，z_0 为束腰到晶格的距离；假设最后这三个量对于两束光都相同。与平面波描述相比，此时光学晶格受到高斯包络的空间限制，但晶格间距保持不变。本文讨论的一维情况可以通过增加具有正交偏振的光束对，轻松扩展到二维或三维晶格。

光学手风琴晶格中的一个重要品质因数是晶格间距和粒子间距离的调谐范围。在实验中，调谐范围通常受到光学通达性的限制，从而限制了可实现的干涉角范围。如果使用单个物镜投射两束晶格光束，则需要较大的数值孔径（NA，见公式1）。这会因光学像差 [29]以及有限的晶格直径而带来其自身的挑战。

通常，可以通过机械移动部件来改变夹角，例如使用平移台 [25, 27], 旋转光纤尖端 [28]，或振镜 [11]。或者，也可以采用声光偏转 [24, 26]。机械方法允许的角度范围较大，而声光偏转精度较高，但可实现的角度范围（因此晶格常数的范围）非常有限。

下面，我们提出一种新颖的方法，可以规避声光偏转调谐范围有限这一挑战。此外，第四节B中还将提出一种避免光学像差并生成大尺度晶格的方案。

III. 实现任意大粒子间距的方法

设有一个间距为 a_0 且均匀填充原子的光学晶格。我们的目标是在空间中拉伸该晶格，例如使用光镊操控单个晶格位点，或克服量子气体显微镜的衍射极限位点分辨率。现在，我们引入两个叠加手风琴晶格，受双频率弗洛凯工程 [30]的启发，每个晶格的晶格间距均可覆盖两倍的变化范围。通过在两个晶格之间周期性地转移原子，并一次扩展一个晶格，我们原则上可以将粒子分离到任意大的距离。该方案包含四个步骤，如图3所示，从最左侧面板开始。

1. 拉伸初始的（蓝色）晶格，直至达到 $2a_0$ 的晶格常数。2. 对准一个晶格常数为 a_0 的非常浅的第二晶格，使第一个晶格的所有势能极小值都与

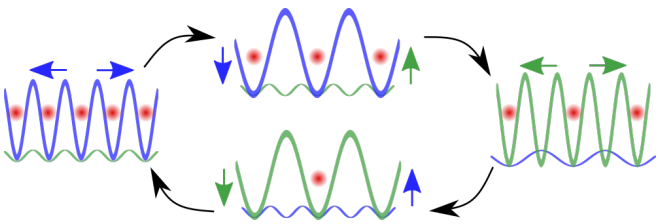

图 3. 手风琴超晶格方法。它由两个手风琴晶格组成，工作时的晶格常数介于 a_0 和 $2a_0$之间。原子、分子或其他可极化粒子（下文统称为“原子”）最初位于晶格1中（左图，蓝色晶格）。该晶格的间距扩大至原来的两倍（上图）。随后，原子被转移到第二个晶格（绿色）中，其初始晶格常数与前者相同，为 a_0（右图）。此时，原子占据每隔一个晶格位点。将原子重新装入晶格1（下图）之前，可以先扩大第二个晶格。循环重复这些步骤，即可利用两个可扩展至原来两倍的手风琴晶格，将原子间距扩大任意倍数（> 1）。两种颜色代表频率相差数兆赫兹的晶格，这一频差由声光偏转器的衍射造成；除此之外，它们均来自同一个激光源。

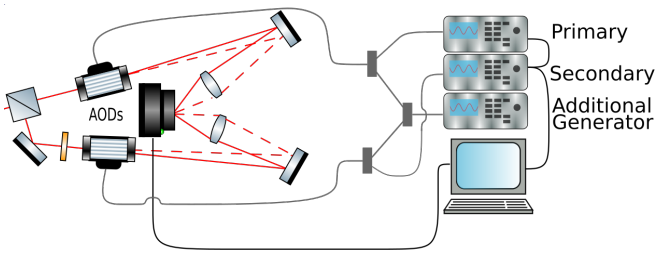

FIG.实4验装置示意图。两个频率发生器以主从配置连接，并为其声光调制器（AOD）提供第一驱动频率。另一个发生器为两个声光偏转器提供第二驱动频率。每个声光偏转器中的两个射频音调产生两束彼此分离的光束，分别以实线和虚线表示。两束光由于两个独立的显微物镜（以透镜表示）而相交，并在同一平面内形成光学晶格。位于晶格平面的相机记录图像，并将图像传输至计算机进行实时分析。计算机向从属发生器提供主动反馈。

第二个晶格（绿色）的极小值重合。然后逐渐增大第二个晶格的势能，并关闭第一个晶格。

3. 将第二个晶格拉伸至原来的两倍。

4. 先对准两个晶格，再在增强第一个晶格的同时减弱第二个晶格，将原子转移回第一个晶格。

这四个步骤可以重复执行，每个周期都会使粒子间距增大四倍。扩展过程可以在任一步骤中断，例如在步骤 1 或步骤 3 中断，以便在最后一个周期中获得介于 a_0 的整数倍之间的晶格常数。因此，粒子间距可以按任意大于一的倍数增大。或者，也可以反向执行该流程，从而缩小粒子间距。与旨在实现大于两倍间距的传统手风琴方案相比，这种方法所需的数值孔径大幅降低。其代价是必须将两个手风琴晶格精确对准，这可以利用声光偏转所提供的精度实现。此外，间距恰好相差两倍的两个晶格通常具有数兆赫兹的频率差，从而确保两种晶格之间的干涉在原子时间尺度上平均消失。下文将介绍用于实现手风琴超晶格方案所需光场的实验装置（第 IV 节），并在第四节 B 展示实验测量结果。

IV. 装置与测量 S

图 4 展示了用于手风琴超晶格方案的实验测试装置。所有晶格均由同一激光源产生，该光源分为两路，随后每束光分别通过各自的声光调制器（AOD）。其中一个 AOD 相对于另一个翻转安装，使得一级衍射光束向相反方向偏转。每个 AOD 均由两个射频音调驱动，从而产生两束一级偏转光束，分别以红色实线和虚线表示。两组手风琴光束分别经由反射镜和物镜投射到同一平面上，形成光学晶格。相机置于晶格平面内，用于记录光学势。计算机对相机采集的图像进行分析，并用于控制三个频率发生器和提供反馈。两个频率发生器采用主从配置，各自为一个 AOD 提供一个驱动信号。第三个“附加”发生器输出一个信号，该信号分为两路，同时用于驱动两个 AOD。附加发生器产生第一对偏转光束，构成第一个晶格。调节驱动频率会改变偏转角，从而改变晶格常数。主信号发生器和从信号发生器配合使用，作用相同：向各自的 AOD 输出频率相同、相对相位可控的信号。这种信号发生器配置可独立调节一个手风琴晶格相对于另一个的位置。

下面我们讨论该装置的两个特点，它们不同于典型的手风琴晶格实现方式。首先，由于声光偏转，到达物镜的光线并非彼此平行，而是与光轴成斜角。其次，构成晶格的一对光束并非穿过同一个物镜。

A. 在焦平面之外构造晶格

典型的手风琴晶格由一对平行光束 [24–27], 构成，它们平行于透镜的光轴入射。随后，透镜将两束光聚焦到焦平面，使其发生干涉并形成晶格。改变平行光线之间的距离即可调节晶格常数。原则上，我们的方案可由两组平行光束实现。这种配置如图5（上图）所示。虽然这种方法在概念上简单且相对容易对准，但晶格在焦平面生成这一点往往并不实用。首先，假设声光偏转器处的光束经过准直，由于高斯光束轮廓，晶格直径较小（中图）。其次，聚焦后的光会受到聚焦透镜上的灰尘或划痕所引起的像差影响 [29]。因此，我们改用成对的大直径准直光束，使其相对于光轴以一定角度入射透镜，并在透镜焦平面之后的一个平面上形成晶格。在该处，光束轮廓较大，晶格可包含大量晶格位点。此外，还可避免聚焦造成的像差。

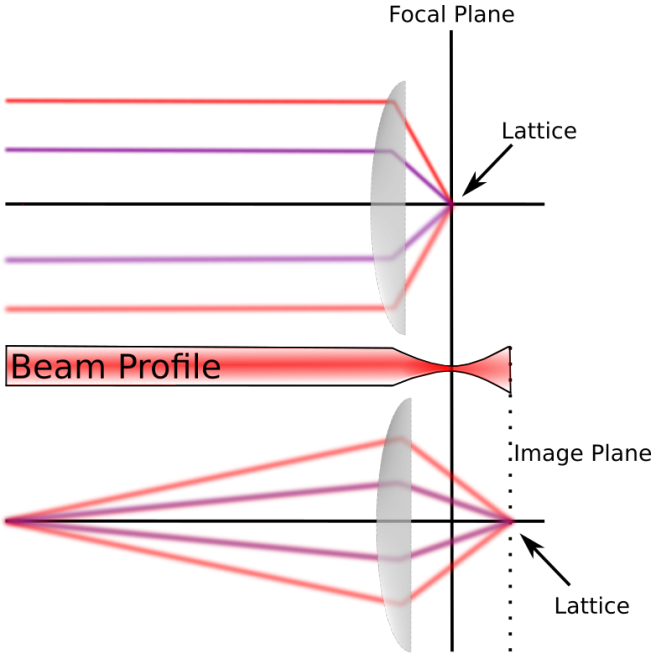

图 5. 将像平面（IP）与焦平面（FP）解耦。上：依赖聚焦透镜的传统方案利用平行入射光线在焦平面形成晶格。由于准直入射光束的束腰位于 FP（中），这些晶格的直径通常较小。下：我们的装置利用发散光束在 FP 后方的像平面形成晶格。如果入射光束经过准直，IP 中的光束直径因而晶格直径都可以很大。

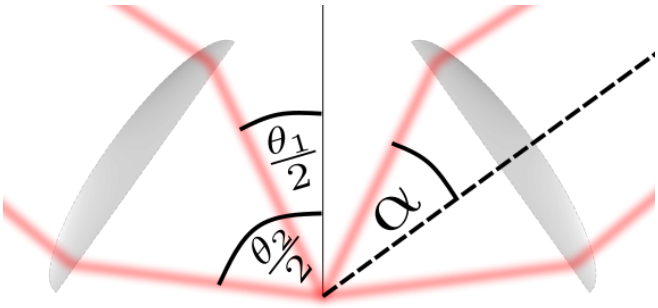

图 6. 双透镜装置示意图。下方的两束光将产生可能的最小晶格常数；上方的两束光将产生可能的最大晶格常数。数值孔径（NA，$sin(\alpha)$）与选定的角度（θ_1，θ_2）共同决定晶格常数的可调范围。对于给定的最小晶格常数，将双透镜与手风琴超晶格方法结合使用，可大幅降低实现任意原子间距所需的数值孔径。竖直轴附近的区域保持空置。

如上所述，光学手风琴晶格面临的一个典型挑战是，较小的最小晶格常数需要聚焦透镜具有较大的数值孔径（NA）（公式1）。在我们的倾斜入射光线配置中，像平面距透镜的距离大于其焦距。因此，与常规配置相比，要实现给定的最小晶格常数，对透镜数值孔径的要求更高。不过，如下文所述，可将聚焦任务分摊给两个透镜或物镜，从而降低对数值孔径的要求。

B. 降低对数值孔径的要求

图 3 所示的手风琴超晶格方案可以实现任意大的粒子间距，同时在角度区间 $[\theta_1, \theta_2]$ 内只需相对较小的光学通达性。实际可实现的粒子间距会受到可用晶格位点数量的限制。比较传统的单手风琴方案与新颖的手风琴超晶格方法时，最大张角 θ_2 相同，且由最小晶格常数决定。然而，与采用手风琴超晶格的方法相比，单手风琴方法的˜最小角度 θ_1 小得多。这里，所需的最小角度 θ_1 对应于晶格常数 $a = 2a_0$，即使粒子间距任意大也是如此。零与 θ_1 之间的角度不予使用，因此可留作其他应用的光学通达空间。此外，手风琴超晶格方法还可以像图 6 所示那样，将投影透镜分成两个，这与参考文献 [31] 类似。这样做很有优势，因为每个透镜所需的数值孔径仅为单个透镜所需数值孔径的一部分（$< \frac{1}{2}$）。由于使用了两个透镜，所需数值孔径最初降低了一半；而手风琴超晶格方法不必覆盖角度范围 $[0, \theta_1]$，因此数值孔径还会进一步降低。（附录 B 中列出了几种示例配置所需的数值孔径。）

作为原理验证，我们使用上述装置在下文演示手风琴超晶格方案。

C. 光学势的实验演示

声光偏转器的射频音调控制协议如图7上图所示，实现了一个交接过程周期。测得的光学势显示在图7下图中。每一列像素对应一个快照，是相机图像沿线求和的结果。为考虑声光偏转器效率对驱动频率的依赖性，对每个时间点测得的强度进行了归一化。此次测量的长度和时间尺度是为便于说明而选定的，主要受像素尺寸（3.75 µm）以及相机有限帧率（10 fps）的影响。

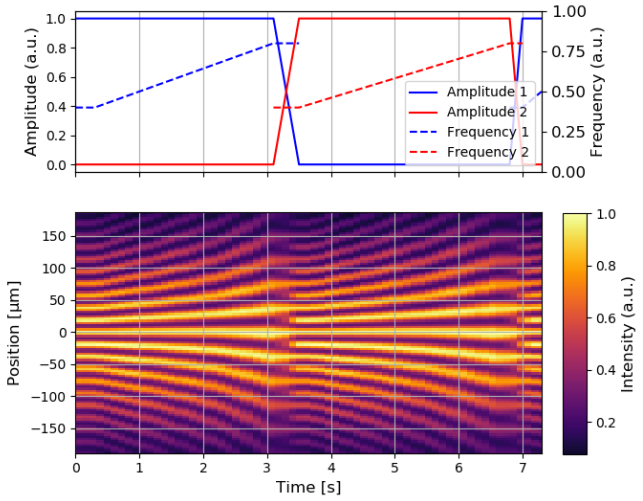

图 7。上图展示了手风琴超晶格方法所需的射频音调。逐渐提高驱动频率会使手风琴晶格扩展。增大射频音调的振幅会提高手风琴势阱的深度。初始频率和最终频率必须经过调节，使对应的晶格常数之比恰好为 1 : 2。下图：手风琴超晶格方法的实验演示。初始晶格常数为 20.6 µm，晶格在 3 s 内扩展至原来的两倍；随后，在第二个晶格逐渐增强的同时，扩展后的晶格逐渐减弱（3 s 至 3.5 s 之间）。接着，第二个晶格也随之扩展，并在 $\approx$ 7s 后发生另一次跃迁。时间上的离散化是由于相机的帧率有限所致，并不代表真实晶格势的扩展过程；真实过程完全平滑。

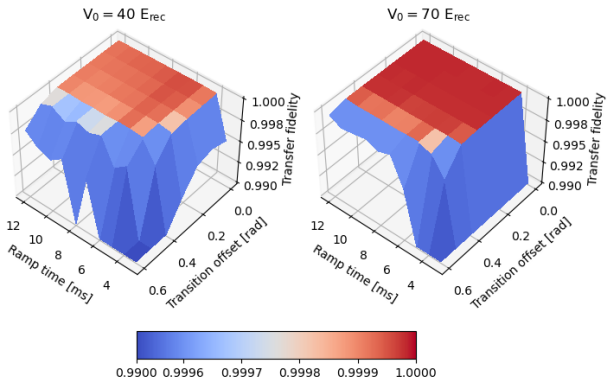

图 8. 手风琴超晶格方法的模拟转移保真度（扩展后在预定位置找到原子的概率）。图中显示的是粒子位于位置 $N = 25$ 时的概率。原子间距增大了八倍，即模拟了晶格之间的两次跃迁。跃迁偏移是跃迁过程中两个晶格之间的错位（假设两次跃迁的错位相同）。左侧为晶格中心处模拟的初始势阱深度，即 40 个反冲能量；右侧为 70 个反冲能量。

V. 原子分离的数值模拟

为展示手风琴超晶格方案的能力，我们对晶格扩大八倍时的原子输运进行了数值模拟，也就是一个半交接方案周期（图3）。这一过程的一种可能应用是以单位保真度将线性光镊阵列装载至光镊间距为4.2 µm的状态，例如从无缺陷原子莫特绝缘体出发。假设构成晶格的光束在晶格平面内呈高斯分布，光束直径为500 µm，初始晶格常数为532 nm。晶格外围的粒子加速程度远高于内部原子。此外，由于高斯分布，外围区域的晶格深度会降低。假设在51个晶格位点上形成单位填充的莫特绝缘体，最外侧原子（$N = \pm 25$）最难输运。陷阱中心旁的原子只需移动八个位点，而最外侧原子实际上必须移动 $8 \times 25 = 150$ 个位点，这对应于极端情形。因此，我们模拟了一个粒子（最外侧粒子）的轨迹，其初始状态为一个

通过在一维中数值求解薛定谔方程，得到一个 ^{87}Rb 原子的最大局域化 Wannier 态。我们假设中心位点的晶格深度为 40 或 70 个反冲能量。粒子的预期轨迹遵循高斯误差函数，在空间中的初始位置与最终位置之间进行插值。我们将总输运时间作为一个可变参数。通常应避免突然加速或减速，以降低粒子离开预期位点的风险。因此，晶格间的跃迁是在粒子不停下的情况下实现的。当第一个晶格的晶格常数达到 $1.8a_0$ 时，其晶格常数会进一步增大至 $2.2a_0$，同时其振幅逐渐减小。与此同时，第二个晶格的振幅逐渐增大，而它本身也在扩张。跃迁过程中两个晶格的对准至关重要。因此，我们模拟了跃迁过程中两个晶格的实际失准情况，并用“跃迁偏移”来描述。跃迁偏移为 π rad 时，对应于一个完整晶格位点的偏移。假设两次跃迁中的失准绝对值恒定且相同，但符号相反。我们将扩张后在预期位点内找到粒子的概率称为“转移保真度”。模拟结果总结于图 8。我们清楚地看到，可以高保真度地将原子从初始位置转移到预期的最终位置。然而，跃迁过程中两个晶格的对准必须十分精确，而在所研究的参数范围内，转移保真度对渐变时间的依赖性较弱。对于一维晶格，我们预计模拟结果是 51 原子阵列中单个原子转移保真度的下限。这使得

手风琴超晶格方案有望成为以高保真度装载多达 $51 \times 51 = 2601$ 个光镊阵列的理想方案。

VI. 结论与展望

我们提出了一种调节光学囚禁粒子间距的新方法。与已知方法相比，该方法在精度、动态范围和实验要求方面具有优势。具体而言，该方法能够实现任意大的粒子间距，仅受光功率限制，同时只需较小的数值孔径。此外，我们通过原理验证实验展示了该光学势的可行性，并通过数值模拟评估了转移保真度。因此，该方法能够弥合光镊与光学晶格之间的间距差距，从而实现原子从晶格转移到光镊，反之亦然。沿正交方向应用相同的概念，即可轻松将该装置扩展到更高维度。此外，还可以加入多个射频音调，以叠加两个以上的晶格。

可调谐的手风琴晶格装置具有多种技术应用。首先，间距为 a_0 和 $2a_0$的两个晶格的振幅和相位都可以完全调谐，从而实现动态光学超晶格。因此，它可用于制备电荷密度波 [32], 、实现单重态-三重态振荡 [33, 34], 以及研究拓扑泵浦 [35–37]。其次，可调谐的晶格间距可用于在很宽的 k矢量范围内进行布拉格光谱学 [38–41]和光辅助隧穿 [42, 43] 。在声光偏转器的典型中心频率约为 80 MHz 时，两个晶格光束之间千赫兹范围内的频率偏移几乎不会改变衍射角。因此，诱导跃迁的能量和动量基本上都可以自由调谐。第三，a_0 和 $2a_0$ 之间的所有晶格间距都很容易实现，其中也包括频率比不相称、从而形成准周期 [44]或准晶 [45]晶格结构的情况。通常，可使用多个射频音调在傅里叶空间中合成复杂的光学势。最后，在小间距光学晶格中分离原子，为实现衍射极限以外的单格点探测和可寻址性提供了一条途径；此外，还可在谐振囚禁势中进行物质波膨胀 [46]。量子计算和量子模拟以外的应用也同样值得设想。例如，手风琴超晶格方法可用于按不同尺度对生物样本进行分类或组装 [47]。

致谢

我们感谢瑞士国家科学基金会（资助编号 182650 和 NCCR-QSIT）以及欧洲研究委员会高级资助项目 TransQ（资助编号 742579）提供的资助。K.V. 感谢苏黎世联邦理工学院奖学金提供的经济支持。S.W.、T.E. 和 K.V. 是专利申请 EP22188223.6（改变粒子间距的方法和装置）的作者。

[1] C. Gross 和 I. Bloch, 《光学晶格中的超冷原子量子模拟》, 《科学》**357**, 995（2017年）。[2] C. Gross 和 W. S. Bakr, 《用于单原子和自旋探测的量子气体显微镜》, 《自然·物理》**17**, 1316（2021年）。[3] D. Barredo、S. de L´es´eleuc、V. Lienhard、T. Lahaye 和 A. Browaeys, 《用于组装无缺陷任意二维原子阵列的逐原子组装器》, 《科学》**354**, 1021（2016年）。[4] M. Endres、H. Bernien、A. Keesling、H. Levine、E. R. Anschuetz、A. Krajenbrink、C. Senko、V. Vuletic、M. Greiner 和 M. D. Lukin, 《无缺陷一维冷原子阵列的逐原子组装》, 《科学》**354**, 1024（2016年）。[5] D. Ohl de Mello、D. Sch¨affner、J. Werkmann、T. Preuschoff、L. Kohfahl、M. Schlosser 和 G. Birkl, 《超过100个单原子量子系统的二维簇无缺陷组装》, 《物理评论快报》**122**, 203601（2019年）。[6] K.-N. Schymik、V. Lienhard、D. Barredo、P. Scholl、H. Williams、A. Browaeys 和 T. Lahaye, 《任意光镊阵列的增强型逐原子组装》, 《物理评论A》**102**, 063107（2020年）。[7] C. Sheng、J. Hou、X. He、K. Wang、R. Guo、J. Zhuang、B. Mamat、P. Xu、M. Liu、J. Wang 和 M. Zhan, 无缺陷任意几何形状的混合原子阵列组装, 《物理评论快报》**128**, 083202（2022）。[8] K. Singh、S. Anand、A. Pocklington、J. T. Kemp 和 H. Bernien, 《连续模式运行的双元素二维原子阵列》, 《物理评论X》**12**, 011040（2022）。[9] A. Jenkins、J. W. Lis、A. Senoo、W. F. McGrew 和 A. M. Kaufman, 《光镊阵列中的镱核自旋量子比特》, 《物理评论X》**12**, 021027（2022）。[10] A. M. Kaufman 和 K.-K. Ni, 《利用超冷原子和分子光镊阵列开展量子科学》, 《自然·物理》**17**, 1324（2021）。[11] D. Greif、M. F. Parsons、A. Mazurenko、C. S. Chiu、S. Blatt、F. Huber、G. Ji 和 M. Greiner, 《费米莫特绝缘体的位点分辨成像》, 《科学》**351**, 953（2016）。[12] L. W. Cheuk、M. A. Nichols、K. R. Lawrence、M. Okan、H. Zhang、E. Khatami、N. Trivedi、T. Paiva、M. Rigol 和 M. W. Zwierlein, 《二维费米-哈伯德模型中空间电荷与自旋关联的观测》, 《科学》**353**, 1260（2016）。[13] A. Mazurenko、C. S. Chiu、G. Ji、M. F. Parsons、M. Kan´asz-Nagy、R. Schmidt、F. Grusdt、E. Demler、

D. Greif 和 M. Greiner，《冷原子费米-哈伯德反铁磁体》，《自然》**545**，462（2017）。[14] T. A. Hilker、G. Salomon、F. Grusdt、A. Omran、M. Boll、E. Demler、I. Bloch 和 C. Gross，《通过弦关联函数揭示掺杂哈伯德链中隐藏的反铁磁关联》，《科学》**357**，484（2017）。[15] S. Ebadi、T. T. Wang、H. Levine、A. Keesling、G. Se- meghini、A. Omran、D. Bluvstein、R. Samajdar、H. Pich- ler、W. W. Ho、S. Choi、S. Sachdev、M. Greiner、V. Vuleti´c 和 M. D. Lukin，《256原子可编程量子模拟器上的物质量子相》，《自然》**595**，227（2021）。[16] P. Scholl、M. Schuler、H. J. Williams、A. A. Eberharter、D. Barredo、K.-N. Schymik、V. Lienhard、L.-P. Henry、T. C. Lang、T. Lahaye、A. M. L¨auchli 和 A. Browaeys，《利用数百个里德堡原子模拟二维反铁磁体》，《自然》**595**，233（2021）。[17] A. Browaeys 和 T. Lahaye，《利用单独控制的里德堡原子研究多体物理》，《自然·物理》**16**，132（2020）。[18] D. Bluvstein、H. Levine、G. Semeghini、T. T. Wang、S. Ebadi、M. Kalinowski、A. Keesling、N. Maskara、H. Pichler、M. Greiner、V. Vuleti´c 和 M. D. Lukin，《基于纠缠原子阵列相干输运的量子处理器》，《自然》**604**，451（2022）。[19] T. M. Graham、Y. Song、J. Scott、C. Poole、L. Phutti- tarn、K. Jooya、P. Eichler、X. Jiang、A. Marra、B. Grinke- meyer、M. Kwon、M. Ebert、J. Cherek、M. T. Licht- man、M. Gillette、J. Gilbert、D. Bowman、T. Ballance、C. Campbell、E. D. Dahl、O. Crawford、N. S. Blunt、B. Rogers、T. Noel 和 M. Saffman，《中性原子量子计算机上的多量子比特纠缠与算法》，《自然》**604**，457（2022）。[20] T. Hartke、B. Oreg、N. Jia 和 M. Zwierlein，《费米子对量子寄存器》，《自然》**601**，537（2022）。[21] A. J. Daley、I. Bloch、C. Kokail、S. Flannigan、N. Pearson、M. Troyer 和 P. Zoller，《量子模拟中的实用量子优势》，《自然》**607**，667（2022）。[22] B. M. Spar、E. Guardado-Sanchez、S. Chi、Z. Z. Yan 和 W. S. Bakr，《费米-哈伯德光镊阵列的实现》，《物理评论快报》**128**，223202（2022）。[23] Z. Z. Yan、B. M. Spar、M. L. Prichard、S. Chi、H.-T. Wei、E. Ibarra-Garc´ıa-Padilla、K. R. Hazzard 和 W. S. Bakr，《二维可编程费米子光镊阵列》，《物理评论快报》**129**，123201（2022）。[24] R. A. Williams、J. D. Pillet、S. Al-Assam、B. Fletcher、M. Shotter 和 C. J. Foot，《动态光学晶格：超冷原子的二维旋转晶格与手风琴晶格》，《光学快报》**16**，16977（2008），出版方：Optica出版集团。[25] T. C. Li、H. Kelkar、D. Medellin 和 M. G. Raizen，《驻波周期的实时控制：一种光学手风琴》，《光学快报》**16**，5465（2008）。[26] S. Al-Assam、R. A. Williams 和 C. J. Foot，《动态可变周期光学晶格中的超冷原子》，《物理评论A》**82**，021604（2010）。[27] J. L. Ville、T. Bienaim´e、R. Saint-Jalm、L. Corman、M. Aidelsburger、L. Chomaz、K. Kleinlein、D. Perconte、S. Nascimb`ene、J. Dalibard 和 J. Beugnon，《在光学手风琴中装载并压缩单个二维玻色气体》，《物理评论A》**95**，013632（2017）。[28] J. Tao、Y. Wang、Y. He 和 S. Wu，《波长受限光学手风琴》，《光学快报》**26**，14346（2018）。

[29] G. A. Phelps，*A dipolar quantum gas microscope*，博士论文，哈佛大学，马萨诸塞州剑桥（2019年）。[30]J. Minguzzi、Z. Zhu、K. Sandholzer、A.-S. Walter、K. Viebahn 和 T. Esslinger，《弗洛凯–布洛赫能带中的拓扑泵浦》，《物理评论快报》**129**，053201（2022年）。[31] J. H. Huckans，*Optical lattices and quantum degenerate 87Rb in reduced dimensions*，博士论文，马里兰大学，大学公园市（2006年）。[32] S. F¨olling、S. Trotzky、P. Cheinet、M. Feld、R. Saers、A. Widera、T. M¨uller 和 I. Bloch，《直接观测到二阶原子隧穿》，《自然》**448**，1029（2007年）。[33] S. Trotzky、Y.-A. Chen、U. Schnorrberger、P. Cheinet 和 I. Bloch，《在光学晶格中控制和探测超冷原子的自旋关联》，《物理评论快报》**105**，10.1103/PhysRevLett.105.265303（2010年）。[34] D. Greif、T. Uehlinger、G. Jotzu、L. Tarruell 和 T. Esslinger，《光学晶格中超冷费米子的短程量子磁性》，《科学》**340**，1307（2013年）。[35] M. Lohse、C. Schweizer、O. Zilberberg、M. Aidelsburger 和 I. Bloch，《光学超晶格中超冷玻色原子的Thouless量子泵》，《自然·物理》**12**，350（2016年）。[36] S. Nakajima、T. Tomita、S. Taie、T. Ichinose、H. Ozawa、L. Wang、M. Troyer 和 Y. Takahashi，《超冷费米子的拓扑Thouless泵浦》，《自然·物理》**12**，296（2016年）。[37] A.-S. Walter、Z. Zhu、M. G¨achter、J. Minguzzi、S. Roschinski、K. Sandholzer、K. Viebahn 和 T. Esslinger，《Hubbard–Thouless泵中的量子化及其失效》（2022 2204 06561），[arXiv：。凝聚态物理，物理学：物理学。[38] M. Kozuma、L. Deng、E. W. Hagley、J. Wen、R. Lutwak、K. Helmerson、S. L. Rolston 和 W. D. Phillips，《利用光学诱导的布拉格衍射相干分裂玻色–爱因斯坦凝聚原子》，Phys. Rev. Lett. **82**，871（1999年）。[39] J. Stenger、S. Inouye、A. P. Chikkatur、D. M. Stamper-Kurn、D. E. Pritchard 和 W. Ketterle，《玻色–爱因斯坦凝聚体的布拉格光谱学》，《物理评论快报》**82**，4569（1999年）。[40] R. Lopes、C. Eigen、A. Barker、K. G. Viebahn、M. Robert-de Saint-Vincent、N. Navon、Z. Hadzibabic 和 R. P. Smith，《强相互作用均匀玻色–爱因斯坦凝聚体中的准粒子能量》，《物理评论快报》**118**，210401（2017年）。[41] D. Petter、G. Natale、R. van Bijnen、A. Patscheider、M. Mark、L. Chomaz 和 F. Ferlaino，《探测稳定偶极玻色气体的旋子激发谱》，《物理评论快报》**122**，183401（2019年）。[42] M. Aidelsburger、M. Atala、M. Lohse、J. T. Barreiro、B. Paredes 和 I. Bloch，《利用光学晶格中的超冷原子实现Hofstadter哈密顿量》，《物理评论快报》**111**，185301（2013年）。[43] H. Miyake、G. A. Siviloglou、C. J. Kennedy、W. C. Burton 和 W. Ketterle，《利用光学晶格中的激光辅助隧穿实现Harper哈密顿量》，《物理评论快报》**111**，185302（2013年）。[44] G. Roati、C. D'Errico、L. Fallani、M. Fattori、C. Fort、M. Zaccanti、G. Modugno、M. Modugno 和 M. Inguscio，《非相互作用玻色–爱因斯坦凝聚体的安德森局域化

，《自然》**453**，895（2008）。

[45] K. Viebahn、M. Sbroscia、E. Carter、J.-C. Yu 和 U. Schneider，《准晶光学晶格中的物质波衍射》，《物理评论快报》**122**，110404 2019( )。[46] L. Asteria、H. P. Zahn、M. N. Kosch、K. Sengstock 和 C. Weitenberg，《用于亚晶格分辨成像的量子气体放大器》，Nature ( ) **3599**，571 2021 D 量子系统。[47] K. S. Lee、F. C. Pereira、M. Palatinszky、L. Behrendt、U. Alcolombri、D. Berry、M. Wagner 和 R. Stocker，《用于靶向基因组获取，或培养具有特定功能的微生物细胞的光流控拉曼激活细胞分选》，《自然·实验方法》**16**，634（2021）。

附录A：高斯光束干涉引起的晶格间距修正

这里，我们推导由两束相互干涉的高斯光束形成的光学晶格所对应的势能分布。每束高斯光束都可以方便地用柱坐标描述；我们用 ρ_j 表示光束 $j \in 1, 2$ 的径向坐标，用 z_j 表示轴向坐标。电场为

$$
\begin{aligned}
E_j(\rho_j, z_j, t) &= \hat{\varepsilon} A_0 \frac{w_0}{w(z_j)} e^{-(\rho_j/w(z_j))^2} e^{ik\rho_j^2/2R(z_j)} \times e^{i(k_j z_j - \eta(z_j) + \varphi_j)} \\
\text{with} \quad z_r &= \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \\
w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_r}\right)^2} \\
R(z) &= z(1 + (z_r/z)^2) \\
\eta(z) &= \tan^{-1}(z/z_r),
\end{aligned}
$$

其中，$\hat{\varepsilon}$ 称为偏振矢量，A_0 表示振幅，k_j 表示波矢，φ_j 表示相位偏移。这些量也用于描述平面波。此外，还有以下新术语：光束半径 w、单束腰斑 w_0、瑞利长度 z_r、曲率半径 R 和古伊相位 η。图 9 展示了这种光束的纵向截面。

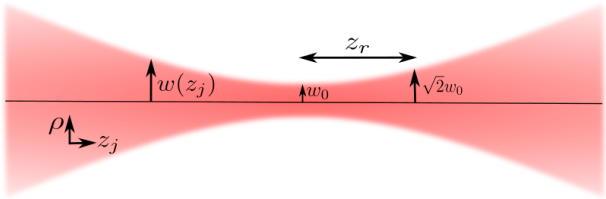

图 9. 沿轴 z_j传播的高斯光束横截面，以柱坐标描述。最小半径 w_0 称为（单束）束腰。半径 w 在一个瑞利长度 z_r内增大 $\sqrt{2}$ 倍。远离束腰时，w 随着与束腰距离的增加而近似线性增大

如果高斯光束的束腰较大（$w_0 \gg \lambda$），那么其瑞利长度远大于波长（$z_r \gg \lambda$），也就是说，在束腰附近，光强对 z_j 的依赖很弱。此外，我们有 $\eta \approx 0$ 和$R \to \infty$。因此，径向方向上基本可以视为带有高斯包络的平面波。然而，当光束在远离束腰处发生干涉时，情况会变得更加复杂，因为此处的波前是弯曲的。第四节所述的设置便属于这种情况。为简便起见，我们将仅考虑实验中实际采用的情形。因此，假设两束光的束腰位于晶格前方相距 z_0 的位置。进一步假设，两束光的中心在笛卡尔坐标系 $x = y = z = 0$的原点处相交，并且在两束光各自的柱坐标系中 $z_1 = z_2 = z_0 > 0$ 。此外，我们假设 $z_r \ll z_0$和 x，y，$\rho \ll z_0$。这些条件可以表述为：束腰与晶格之间的距离远大于瑞利长度，且晶格直径远小于其与束腰之间的距离。晶格形成于 xy平面，其中满足以下关系：

$$
\begin{aligned}
z_{1,2}(x, y) &= z_{1,2}(x) = z_0 \pm \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) x \\
\rho_{1,2}(x, y) &= \sqrt{\left[x \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^2 + y^2} \\
w(z) &\approx w_0 \frac{z}{z_r} \\
R(z) &\approx z \\
\eta(z) &\approx \text{const.}
\end{aligned}
\tag{A1}
$$

在此条件下，我们得到

$$
\begin{aligned}
I(\rho, z_j = z_0) &= I(x,y) = |E_1(x,y) + E_2(x,y)|^2 \\
&\approx \underbrace{|A_0|^2 \left(\frac{z_r}{z_0}\right)^2}_{:=I_0/4} e^{-2\left(\frac{\rho z_r}{w_0 z_0}\right)^2} \cdot |e^{ik\left(\frac{\rho^2}{2z_1}+z_1\right)} + e^{ik\left(\frac{\rho^2}{2z_2}+z_2\right)}|^2 \\
&= I_0/4 \cdot e^{-2\left(\frac{\rho z_r}{w_0 z_0}\right)^2} \left(2 + 2\cos\left[k\{\frac{\rho^2}{2}(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2}) + z_1 - z_2\}\right]\right) \\
&= I_0 e^{-2\left(\frac{\rho z_r}{w_0 z_0}\right)^2} \cos^2\left[\frac{k}{2}\{\frac{\rho^2}{2}(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2}) + z_1 - z_2\}\right] \\
&= I_0 e^{-2\left(\frac{\rho z_r}{w_0 z_0}\right)^2} \cos^2\left[\frac{k}{2}\{\frac{-\rho^2 \sin(\theta/2)x}{z_0^2 - \sin^2(\theta/2)x^2} + 2\sin(\theta/2)x\}\right] \\
&= I_0 e^{-2\left(\frac{\rho z_r}{w_0 z_0}\right)^2} \cos^2\left[\underbrace{\frac{\pi}{\left(\frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)}\right)}}_{=a} \quad x\left(1 - \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\rho^2}{z_0^2 - \sin^2(\theta/2)x^2}}_{\text{correction term}}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{A2}
$$

请注意，我们在第二行所作的近似忽略了与对比度有关的微小影响，但晶格常数的值是精确的。在最后一行，我们得到熟悉的余弦^2 势能形式，外加一个修正项。该修正项会使晶格常数朝晶格边缘逐渐增大。正如下面将展示的，这种影响尚可接受。在跃迁过程中，位于 x, y 的位置时，由于修正项，两个晶格之间存在相位偏移，其大小为

$$
\begin{aligned}
|\delta\varphi| &= \left| \frac{\pi}{\left(\frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)}\right)} x \frac{1}{2}\rho^2 \left(\frac{1}{z_0^2 - \sin^2(\theta/2)x^2} - \frac{1}{2z_0^2 - \frac{1}{2}\sin^2(\theta/2)x^2}\right) \right| \\
&\approx \left| \frac{\pi}{4\left(\frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)}\right)} \frac{x\rho^2}{z_0^2} \right|
\end{aligned}
\tag{A3}
$$

其中， θ 表示两个夹角中较大的一个。对于感兴趣的最外侧原子在最后一次晶格跃迁期间， $x/a = 100$ 和 $\rho/z_0 = 0.035$ 取实际值时，我们得到 $|\delta\varphi| < 0.1$；根据我们的模拟，该值完全在容许范围内。为进一步减轻这一影响，可以引入一个关于 x 的线性补偿项（注意， $\rho^2 = x^2 + y^2$）：只需将第二个晶格的晶格常数设为略大于第一个晶格晶格常数的两倍即可。虽然这会增大靠近晶格中心的原子所经历的上述相位偏移，但受影响最大的原子所经历的最大相位偏移可降低两倍以上。

总之，带有高斯包络的平面波晶格是对由两束高斯光束在束腰处形成的晶格的良好模型。远离束腰时，只要晶格直径相对于其与束腰的距离足够小，这一模型仍近似成立。

附录 B：示例性数值孔径要求

a_0/λ	朴素数值孔径	手风琴超晶格数值孔径
0.5	1	0.5
0.75	0.67	0.19
1	0.5	0.135
1.5	0.33	0.086
2	0.25	0.064

表 I. 本表展示了将粒子间距从初始间距 a_0 起增大任意大的倍数所需的数值孔径。中间列列出依靠单个物镜投射单个晶格时所需的数值孔径。右列列出使用手风琴超晶格方法、依靠两个物镜时所需的数值孔径。