利用地震超材料进行带隙工程与低频噪声抑制：面向地面引力波观测台

John J. Oh[1], *[1]国家数学科学研究所公共议题基础研究部引力研究与应用团队（*GReAT*），韩国大田 *34047*（日期：2023年1月12日）

自首次探测到引力波以来，它已成为研究宇宙的重要观测方法之一。然而，地面观测台的探测频段受到固有的限制，这是因为周围扰动会产生地震噪声和引力梯度噪声。近期，一种用于介质的人工结构——超材料——取得了引人注目的进展，为波动力学及其在各领域的应用开辟了新的方向。尤其是，通过控制波传播介质的结构来抑制噪声，为噪声控制提供了一种新颖的方法。本文提出一种新框架，利用超材料介质中的波动力学来处理地面引力波探测器中的噪声。具体而言，我们提出将带隙工程技术应用于 KAGRA 引力波观测台，以抑制由地震振动产生的声学噪声对地下环境造成的影响。

arXiv:2301.04325v1 [astro-ph.IM] 11 Jan 2023

激光干涉引力波观测台（LIGO）于 Septem- ber 14，2015 [1] 首次探测到由双黑洞并合产生的引力波（GW）。这表明，我们如今有了一种通过探测引力变化来研究宇宙的新工具。在此之前，人们对宇宙的观测一直依赖光学和电磁（EM）方法；这一发现促成了一门名为引力波天文学的新科学的诞生。因此，国际上研究引力波的各项工作正在加速推进，以提出未来引力波望远镜的新方案，其中包括地面引力波观测台，例如 Cosmic Explorer [2] 和 Einstein Telescope [3]，以及空间引力波天线，例如 LISA [4]。

空间引力波天线旨在探测亚毫赫兹频段的信号，例如超大质量黑洞并合产生的信号；地面引力波望远镜则主要用于探测频率范围为 $30 - 2000$ Hz 的双星碰撞所产生的引力波。地面引力波望远镜与空间引力波天线的区别在于，前者受到地球活动所产生的地震噪声屏障的影响。地球地面活动产生的 30 Hz 以下地震噪声似乎构成了地面引力波望远镜面临的一项固有限制。

由于地面引力波望远镜安装在地面上，地震、闪电、风和温度等各种环境条件都会影响其探测能力 [5, 6]。此外，还必须考虑重力梯度产生的噪声影响，例如微地震变化，以及由地球活动和气压、温度等因素持续变化所引发的声学扰动 [7–10]。因此，要克服地面引力波望远镜的局限性，就需要采用新的范式来认识并降低影响它们的周边噪声因素。将引力波望远镜安装在地下，以限制地表振动的传递，例如爱因斯坦望远镜和 KAGRA [11]，，就是避开部分地震噪声屏障区域的一种尝试。由于地下的地震活动显著较少，也不存在由大气和海洋对流产生的重力扰动，另一种应对这一局限性的新思路是在月球表面设置引力波天线[12]。

除了上述努力之外，地面引力波望远镜还必须降低地震振动等环境噪声，以提高数据质量和引力波探测效率。影响引力波望远镜的各种噪声源会以波的形式传播；例如，引力波观测站附近出现强烈的瞬态地震波，会使激光干涉仪脱离锁定状态，导致观测模式中断。在引力波的网络观测中，观测模式的这种中断会降低联合信噪比（SNR），也会损害引力波事件的天区定位效率。从这一角度来看，了解各种噪声源并加以抑制，对于提升引力波探测性能至关重要。本研究从超材料（MM）科学的角度出发，探讨通过调控波传播来尽可能减小这种环境噪声的可行性。

超材料被定义为一种人工 介质结构，可产生非常规的波传播特性。历史上，Veselago [13]最先提出，在特定介质条件下，电磁场可以非常规地传播，并具有负折射率等特殊性质$n = \sqrt{\mu\epsilon}$；这可以通过控制介电常数 ϵ 和磁导率 μ来实现。由于存在色散关系$k = \sqrt{\mu\epsilon}\omega$,因此发现波会传播

* johnoh@nims.re.kr

由 REVTEX 排版

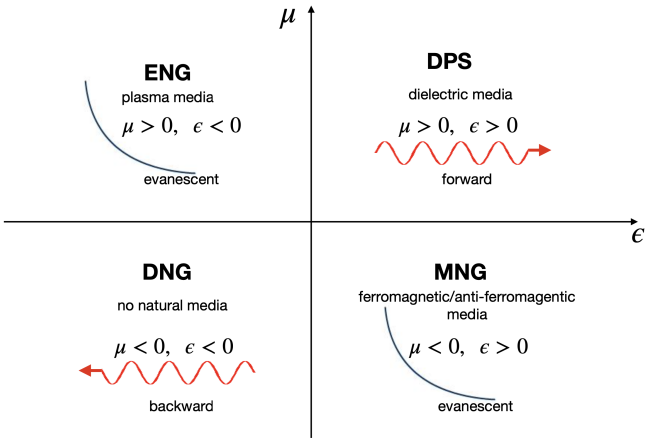

图 1：电磁波在 ϵ 和 μ空间中介质特性的示意图。我们熟悉双正介质（DPS），它具有电磁波传播的通常特性。 ϵ 负介质（ENG）和 μ负介质（MNG）可以在自然界的特定介质中实现并被发现。然而，双负介质（DNG）状态在自然界中并不存在。具有这种状态的人工介质结构称为超材料。

时 $\mu\epsilon > 0$ 而在$\mu\epsilon < 0$时则会呈指数衰减。这里，波传播有四种可能情形：DPS、ENG、DNG 和 MNG，如下所示：i）DPS材料（$\mu > 0$和 $\epsilon > 0$）：大多数介电介质中的正向波传播；ii）ENG材料（$\mu > 0$ 和$\epsilon < 0$）：等离子体介质中的倏逝波；iii）MNG材料（$\mu < 0$ 和 $\epsilon > 0$）：旋磁介质中的倏逝波；iv）DNG材料（ $\mu < 0$ 和$\epsilon < 0$）：后向波传播，但自然界中不存在此类介质。介质的分类可如图1所示，以图形方式呈现。为利用人工电路结构实现电磁波的 DNG 特性，人们开展了大量深入研究[14–16], ，推动了纳米光子学中超材料器件的兴起与发展。ENG 和 MNG 状态会产生倏逝波，除了用于实现 DNG 外，也可用于在各种领域降低波的振幅。关于超材料的基础理论及其应用，请参见 [17]及其中的参考文献。

另一方面，研究发现，在控制声波的有效密度（ ρ）和有效压缩率（ χ） [18–20], ，以及地震波的质量密度（ ρ）和体积模量（ B） [21–24]时，与电磁超材料类似的波动特性同样成立。通过研究光子晶体 [25] 中的带隙结构和光子局域化 [26]，人们认识了超材料的特性。对于声波和弹性波，声子晶体 [27, 28]中的类似带隙结构也得到了研究。电磁波、弹性波和声波的带隙结构理论表述已在参考文献 [29–32]中得到广泛研究。超材料在声学和地震工程领域有许多实际应用，例如隔声 [28], 、用于海浪的防波装置 [33], 以及地震工程 [21, 34–36]。

从这一角度出发，我们研究将超材料应用于地面引力波天文台的可行性，以降低受地震波和/或声波影响而产生的低频噪声，尤其是日本的引力波探测器 KAGRA。KAGRA 探测器是一台位于地下、臂长 3 km 的激光干涉仪，采用低温测试质量配置。文献 [37], 指出，在低频段，风引起的地下效应可能受到 KAGRA 引力波探测器隧道内气压扰动的影响。更具体地说，据报道，池野山白天的风速与同期引力波和麦克风通道之间发现的非线性相关性密切相关。一种假设性的解释是，地震波传播在隧道内转化为声振动。正如文献 [37], 所述，由于 KAGRA 探测器在山体内的布局，隧道内沿 y 臂和 x 臂方向的声压差异很大； y 臂与山谷坡面平行，而 x 臂则从山坡延伸至山体深处。山谷中的强风冲击 y 臂一侧的山坡，随后地震波从山坡传播至 KAGRA 探测器隧道。其振动可在隧道内转化为声波，进而产生声学噪声。文献 [37], 展示了一项简化的有限元分析，为大风期间出现的这种同步现象提供了合理解释。由于低频声学噪声可能是由地震波转化而来，因此预计降低地震振动必然会减少声学噪声。在此背景下，我们希望通过超材料结构和带隙工程，抑制风引起的地震波传播，避免其在低频段转化为声振动。

先从一个简单的情况开始：如图所示的具有周期结构的二维平面。2A。每个圆的直径为一米，并按正方形排列在 11×11 平方米的区域内，间隔均为一米。假设每个圆均由结构钢制成，其典型材料属性为 $\rho = 7.85 \times 10^3$ [kg/m^3], $B = 2.0 \times 10^{11}$ [Pa], , 泊松比为 $\nu = 0.30$。假设剩余区域为土壤，其材料属性为 ρ =1.35×10^3 [kg/m^3], $B = 1.0 \times 10^6$ [Pa], , 以及 $\nu = 0.45$。图2A 中包含结构钢的晶胞描述了一个具有布洛赫-弗洛凯边界条件的不可约布里渊区（IBZ）。边界约束周期结构边界处的位移。

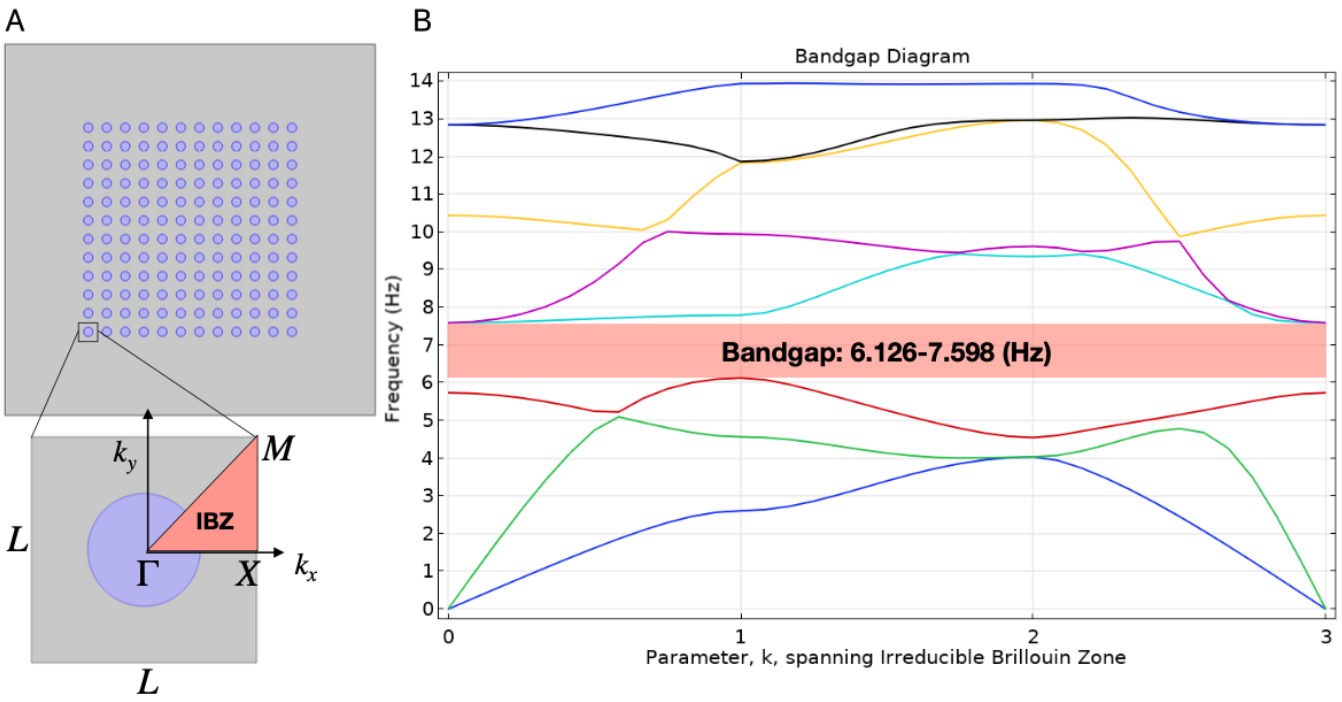

图 2：土壤平台（灰色区域）上的周期性结构钢二维示例（蓝色圆形）；（A）每个晶胞描述一个具有布洛赫-弗洛凯边界条件的不可约布里渊区（IBZ）。（B）求解特征值方程后，可得到 $6.126-7.598$ Hz 至 $f-k$ 空间范围内的带隙结构。

其为 $u_2 = e^{-i\vec{k}_{BF}\cdot(\vec{x}_2-\vec{x}_1)}u_1$，其中 $\vec{k}_{BF}$ 是布洛赫-弗洛凯波矢。我们在晶胞边缘施加周期性边界条件，进而得到该 IBZ 晶胞上的特征值问题，

$$\nabla^2 u_z + \frac{\rho}{\mathfrak{m}}\omega^2 u_z = 0, \tag{1}$$

完全确定色散关系和带隙结构，其中 $\mathfrak{m}$ 是拉′梅常数。因此，6.126 Hz 至7.598Hz 之间的带隙结构如图 2B 所示。

另一方面，对于给定材料，我们考虑外力作用下固体平台的变形，其由连续介质运动方程描述：

$$\rho\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mathbf{F}_v - \nabla_X \cdot \mathbf{P}^T, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{P}$ 为第一类皮奥拉-基尔霍夫应力张量，$\mathbf{F}$ 为变形梯度。此处，散度可相对于材料坐标系中的坐标系计算，且$\mathbf{F}_v$ 为体积力向量。注意，方程（2）也可用柯西应力张量 σ表示，其中$\mathbf{P} = J\sigma\mathbf{F}^{-T}$ 是相对于空间坐标而言的，其中 J 是$\mathbf{F}$的雅可比行列式，$J = \det\mathbf{F}$。该配置下与材料属性相关的拉′梅常数为 $\lambda = 1.15\times10^{11}$ [Pa] 和 $\mathfrak{m} = 7.69\times10^{10}$ [Pa]。此处，我们施加低反射边界条件 [38] 以允许波从土壤区域传播出去，其定义为 $\sigma\cdot\mathbf{n} = -i\omega\mathbf{d}_{im}\mathbf{u}$，施加于图3A、B 和 C 中除入射扰动边界外的各边。这里，$\mathbf{n}$ 为单位法向量，σ 为应力张量，$\mathbf{d}_{im}$ 为机械阻抗，其中$\mathbf{d}_{im} = \mathbf{d}_{im}(\rho、\ c_s、\ c_p)$，其中 c_s 和 c_p 分别为材料中的剪切波和压力波速度。

采用有限元法进行仿真[1]，在 $\{3.0, 6.5, 9.0\}$Hz 频域内施加入射位移 $u_x^0 = 0.3$ [m]，结果表明，位移扰动产生的入射波仅在周期结构带隙频率中的 6.5Hz 处发生偏转，而其他结果则表明情况相反。为研究位移幅值的衰减，我们将探针的剖切线设在 $(x,\ 0)$处。由于周期结构位于 x [m] $= (-11,\ 11)$处，因此可沿探针剖切线绘制总位移的均方根（RMS）$D_{\mathrm{RMS}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$，如图 3D 所示。结果表明，入射扰动因此可在类超材料周期结构区域内得到有效削弱（图 3B 以及图 3D 中的绿色曲线）。

接下来，我们考虑一种

[1] 此仿真使用 COMSOL-MULTIPHYSICS5.6™ 执行。

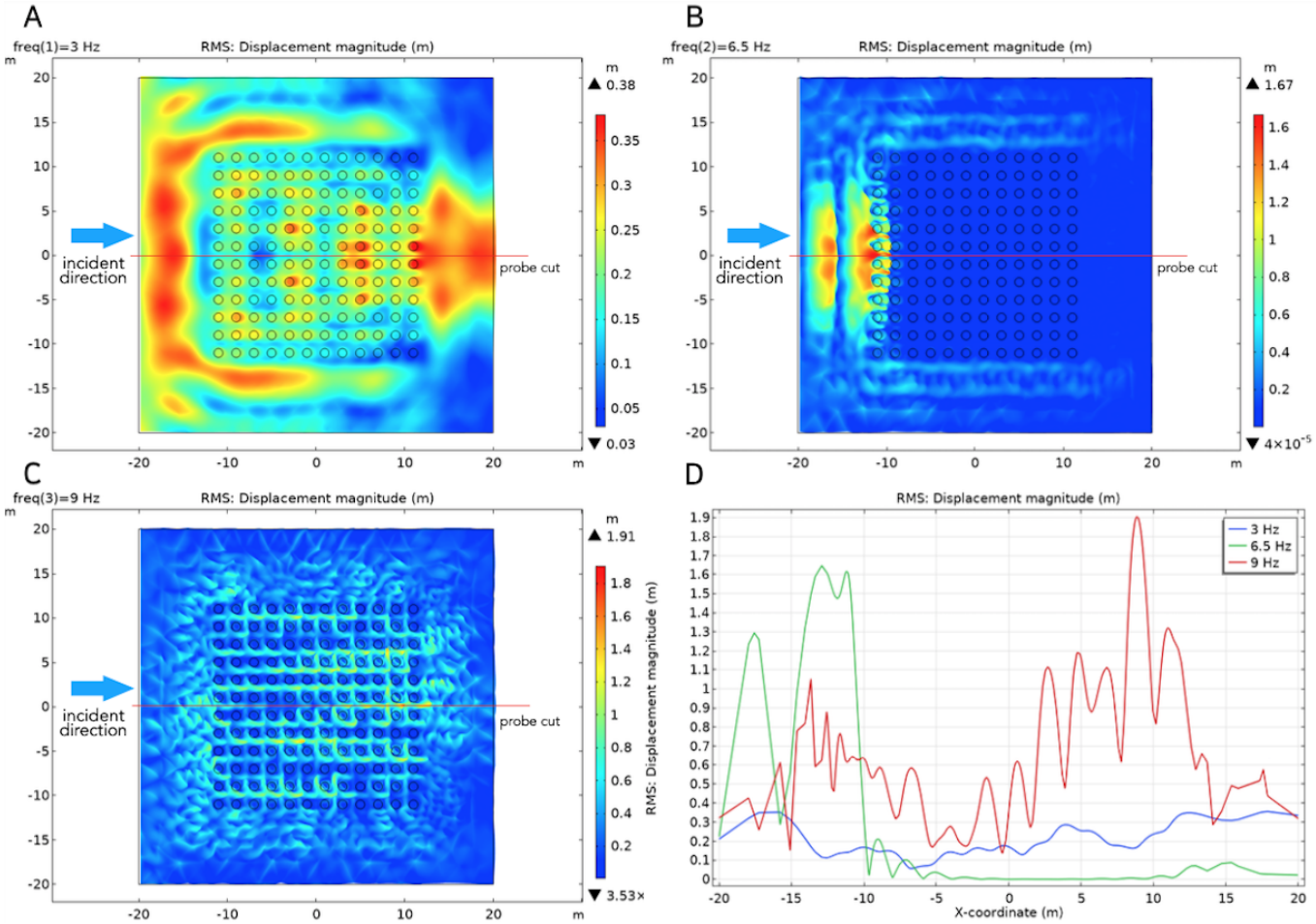

图 3：通过固体力学模拟得到的平台上的均方根位移幅值，该平台由土壤和结构钢梁的周期性阵列（A、B、C）构成。对于 $\{3, 6.5, 9\}$ Hz 的频率，入射位移施加于左侧边界。图中绘出了所研究频率下探测截线 $(x,\ 0)$ 上的均方根位移幅值（D），表明在带隙频率下，类超材料结构能够降低位移幅值（绿色曲线，位于 $(-11,\ 11)$ [m] 处）。

KAGRA引力波探测器的三维设计。为简单起见，我们假设全长 3 km 臂长中有一段 20 m。我们建立了一个土壤区域，其中在 KAGRA引力波探测器地下隧道附近，以周期结构埋设圆柱梁。类似的圆柱梁周期设计已在参考文献 [24, 35]中进行过研究。我们所考虑的基本设计和设置如图 4A 所示。在土壤区域中，考虑一条直径为 4 m、带有混凝土墙的地下隧道，隧道附近设有周期排列的半径为 0.3m 的结构钢圆柱体。

特征值问题可以通过图 4A 左侧所示的简单单元块来处理，随后带隙结构出现在 5.39×10^{-13}Hz 至 7。93Hz之间，如图 4B 所示。注意，我们在所有垂直表面施加周期性边界条件，在圆柱体的顶面和底面施加低反射边界条件。

由于我们希望研究地震波传播的声学效应，因此需要对结构和声学进行多物理场分析与仿真。土壤区域、结构钢梁和混凝土隧道的固体力学行为由式（2）描述，并采用低反射边界条件和自由边界条件。

另一方面，无损介质（无热传导、无黏性）中的声波波动方程原则上由非齐次亥姆霍兹方程描述。

$$\frac{1}{\rho c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho}(\nabla p - \mathbf{s}_d)\right) = s_m, \tag{3}$$

其中，p 为总压力，ρ 为总密度，c 为声速。请注意，$\mathbf{s}_d$ 和 s_m 分别表示偶极子域和单极子域的源，本研究中将它们设为零。

事实上，土壤地震域中的振动，

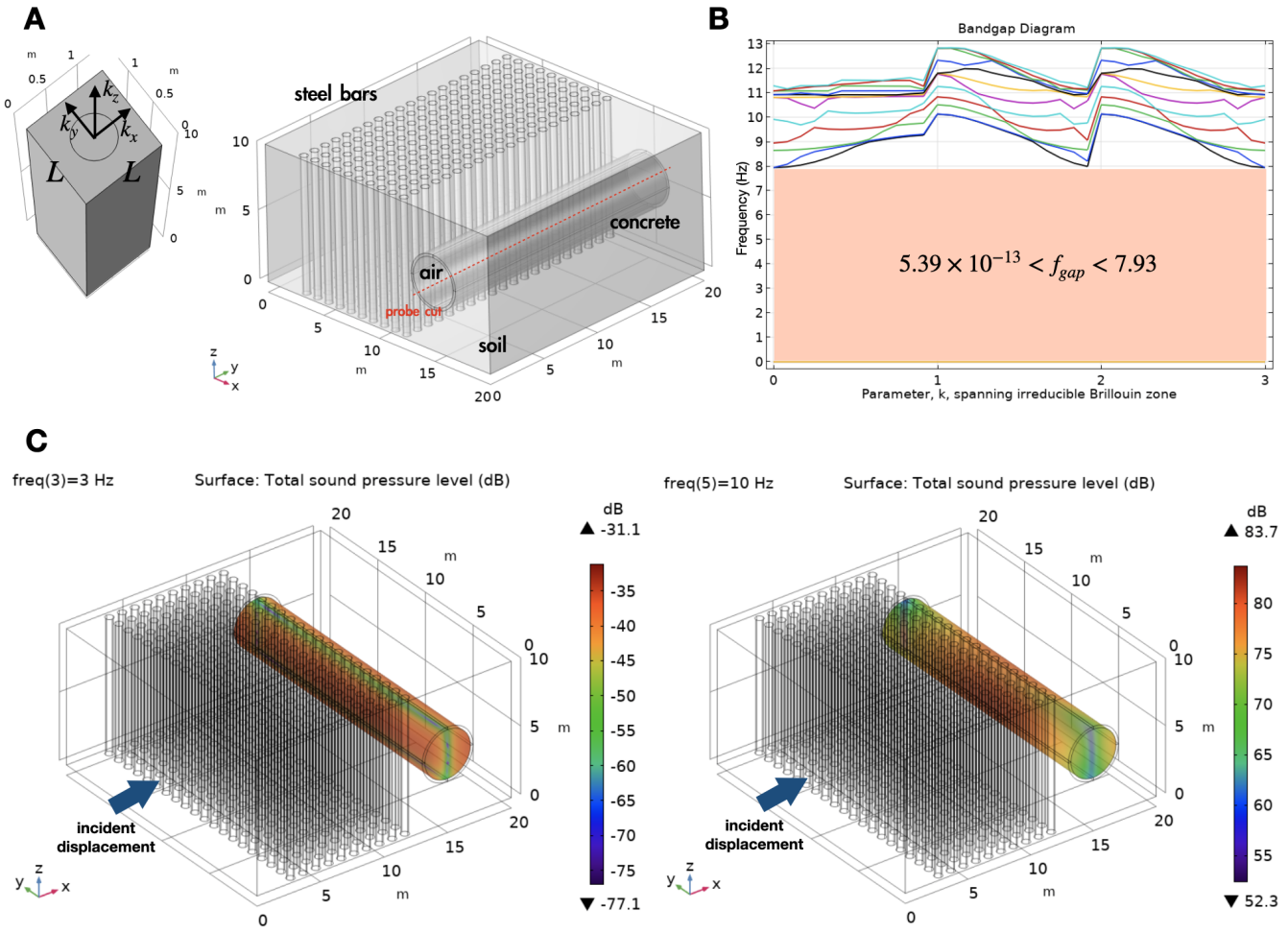

图 4：（A）土壤、结构钢筋和地下混凝土隧道的三维平台；（B） 5.39×10^{-13} Hz 至 $< f_{\mathrm{gap}} < 7.93$ Hz 的带隙结构；（C）超材料类梁结构附近的地震扰动所引起的隧道内部声压级的实体声学多物理场仿真

钢梁和带有超材料结构的混凝土隧道中的振动会影响隧道内的声学域。在混凝土隧道的声固边界处，满足以下条件，

$$\mathbf{n} \cdot \left(-\frac{1}{\rho}(\nabla p - \mathbf{s}_d) \right) = -\mathbf{n} \cdot \ddot{\mathbf{u}}, \tag{4}$$

$$\mathbf{F}_A = p\mathbf{n}, \tag{5}$$

其中$\mathbf{n}$是表面的单位法向量，$\mathbf{F}_A$ 是投影在面积 A上的力。随后，采用有限元方法，在上述边界条件下，于频域求解该地下周期结构中声波的亥姆霍兹方程与固体力学方程。以入射位移$u_z^0 = 1$ [m]进行的计算涵盖频率值$\{0.1, 1.0, 3.0, 5.5, 10.0\}$Hz，并得到了隧道内总声压级的两项仿真结果，分别对应 3Hz 和 10Hz 的结果如图 4C 和 4D 所示。带隙频率范围内3 Hz 时隧道内的总声压级为负值，而带隙频率范围外10 Hz 时，隧道内的总声压级相当高。

对于位于 $(15, y, 5)$ 处的探测截线（如图 4A 所示），我们绘制了隧道内部声压级的变化（图 5 上方两幅图）和总声压（均方根）（图 5 下方两幅图）。图 5 中的 A 和 B 分别表示有类超材料梁和无梁的情况。比较图 5A 和 5B 可见，类超材料结构能够降低声压级和总声压。此外，即使在带隙频率范围之外的 10Hz 情况下，这种降噪效果似乎仍然有效（图 5 中的洋红色曲线）。

在本研究中，我们探讨了应用

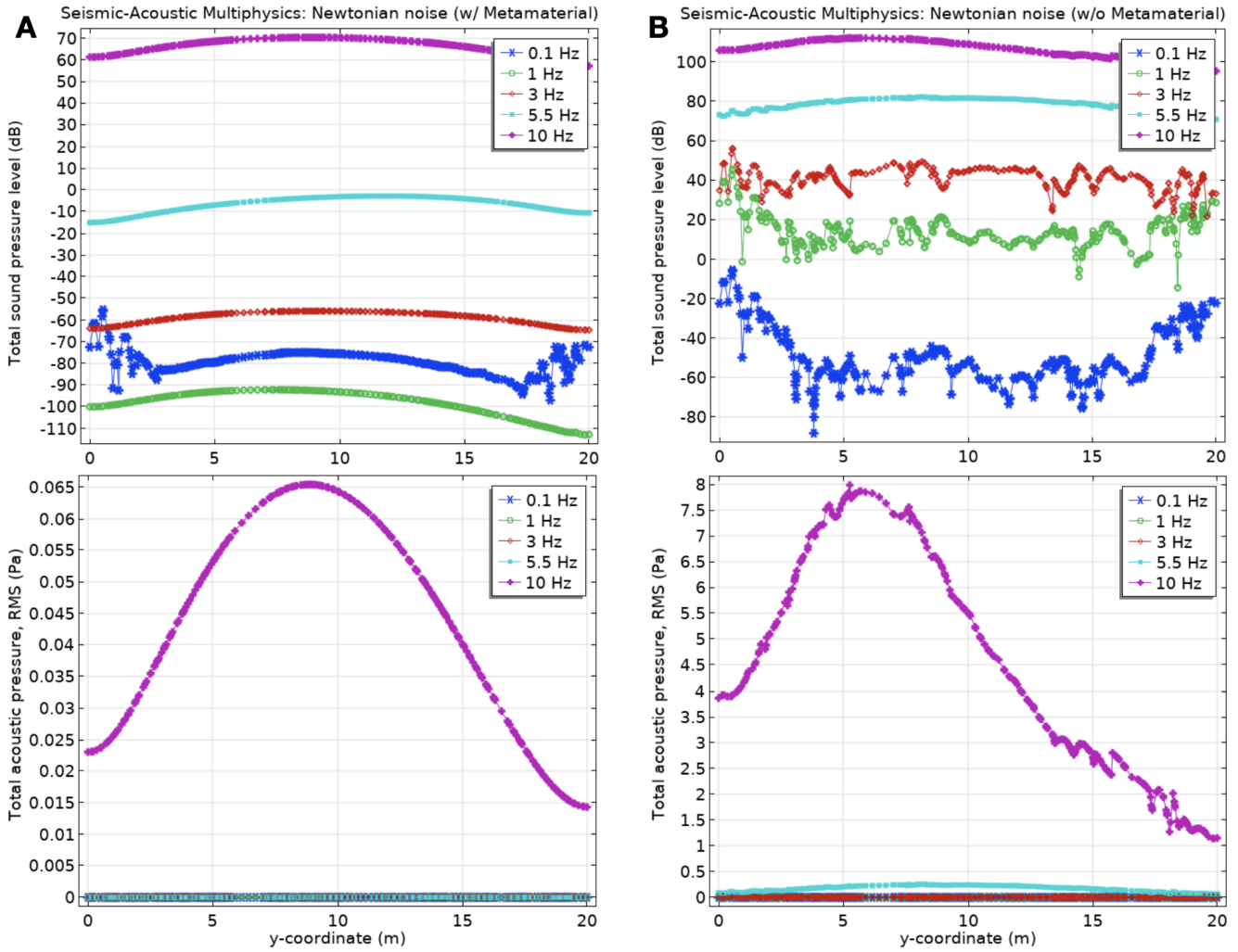

图 5：隧道内有类超材料梁结构（A）和无类超材料梁结构（B）时，沿探测截线的总声压级 [dB] 和总声压 [Pa] 曲线。对于 $\{0.1, 1.0, 3.0, 5.5\}$ Hz 的带隙频率，声压级和声压均显著降低。此外，对于超出带隙频率范围的 10Hz 情况，类超材料结构仍具有抑制效果（紫色曲线）。

周期性类超材料结构，通过抑制 10 Hz 以下的低频噪声，应用于地下引力波探测器的可能性。本研究提出的问题在 [37]的 III.C节中有所展示；白天（见 [37]中的图 7），KAGRA 探测器的物理环境监测（PEM）系统中，KAGRA 入口处的风速计与麦克风通道之间存在非线性相关性。

解释这种相关性的一种可能假设如下：i) 白天山脉之间的强风吹袭 KAGRA 所在山脉的山坡；ii) 风吹引起的地震振动传播至地下场址；iii) 地震振动在 KAGRA 隧道的混凝土边界处转化为声压扰动；iv) 增强的声压扰动会产生隧道内的声压噪声。

针对这一假设，对比 KAGRA 探测器的 x 臂和 y 臂，如[37]图 8 所示。由于 KAGRA 探测器的 y臂与山坡平行，而探测器的 x臂则从山坡向更深处延伸，因此推测地震振动会沿 x臂方向衰减。因此，风引起的地震振动所转化成的声学噪声在 y 臂隧道中更为严重，并可能通过频率上转换效应影响引力波探测频段，因此需要加以抑制。为此，我们研究了一种可能的方法：在 KAGRA 隧道附近插入结构化钢梁，采用类似超材料的方法来抑制来自山坡的地震振动。

因此，我们证明了带隙结构

结构钢梁能够降低适当的声压级，相较于没有类超材料结构的情况。此外，研究发现，即使频率超出带隙频率，仍会出现减振效果。由于本研究中的建模和结构相当简化，因此还需要采用更贴近实际的模型和参数进行进一步研究。

由于地面引力波天文台对地震等持续性和瞬态地震振动非常敏感，因此可在建设初期考虑采用此类低频噪声抑制方法。此外，也值得考虑将此方法作为一种可能的替代方案，用于抵消10赫兹以下的牛顿噪声（参见文献 [39] 及其中的参考文献）。因此，未来可能需要开展相关研究，以抑制牛顿噪声并提高低频频段的噪声灵敏度。此外，本研究有望用于克服地基激光干涉引力波望远镜中的低频噪声屏障，也可应用于 SOGRO 等采用十分之一赫兹频段的新型概念地基引力波探测器 [40, 41]。

致谢 作者感谢 Piljong Jung、Edwin J. Son、Young-Min Kim、Chan Park、Muhan Choi、Dongwoo Lee、Hyung Won Lee 和 Dong-Uk Hwang 提供的宝贵讨论和意见。本研究得到韩国国家研究基金会（NRF）通过教育部资助的基础科学研究计划（NRF-2020R1I1A2054376）以及国家数学科学研究所（NIMS）的支持。

[1] B. P. Abbott 等（LIGO Scientific、Virgo），《物理评论快报》116，061102（2016）。[2] B. P. Abbott 等（LIGO Scientific），《经典与量子引力》34，044001（2017）。[3] M. Punturo 等，《经典与量子引力》27，194002（2010）。[4] S. Vitale，《广义相对论与引力》46，1730（2014）。[5] J. Aasi 等（LIGO Scientific、VIRGO），《经典与量子引力》32，115012（2015）。[6] B. P. Abbott 等（LIGO Scientific、Virgo），《经典与量子引力》33，134001（2016）。[7] P. R. Saulson，《物理评论D辑》30，732（1984）。[8] S. A. Hughes 和 K. S. Thorne，《物理评论D辑》58，122002（1998）。[9] M. Beccaria 等，《经典与量子引力》15，3339（1998）。[10] M. G. Beker、J. F. J. van den Brand、E. Hennes 和 D. S. Rabeling，《物理学会议系列杂志》363，012004（2012）。[11] T. Akutsu 等（KAGRA），《自然·天文学》3，35（2019）。[12] J. Harms 等（LGWA），《天体物理学杂志》910，1（2021）。[13] V. G. Veselago，《苏联物理学进展》10，509（1968）。[14] J. Pendry、A. Holden、D. Robbins 和 W. Stewart，《IEEE微波理论与技术汇刊》47，2075（1999）。[15] R. A. Shelby、D. R. Smith 和 S. Schultz，《科学》292，77（2001）。[16] J. B. Pendry、D. Schurig 和 D. R. Smith，《科学》312，1780（2006）。[17]L. Solymar 和 E. Shamonina，《超材料中的波》（牛津大学出版社，美国，2009）。[18] Z. Liu、X. Zhang、Y. Mao、Y. Y. Zhu、Z. Yang、C. T. Chan 和 P. Sheng，《科学》289，1734（2000）。[19] D. R. Smith、W. J. Padilla、D. C. Vier、S. C. Nemat-Nasser 和 S. Schultz，《物理评论快报》84，4184（2000）。[20]J. Xu、N. Nemati、N. Viard、N. Fang 和 D. Lafarge，“声学超材料”，载于《世界科学超材料与等离激元手册》第2章，第57–129页。[21] S. Brˆul´e、E. H. Javelaud、S. Enoch 和 S. Guenneau，《物理评论快报》112，133901（2014）。[22] A. Colombi、P. Roux、S. Guenneau、P. Gueguen 和 R. V. Craster，《科学报告》6，19238（2016）。[23] P. Roux、D. Bindi、T. Boxberger、A. Colombi、F. Cotton、I. Douste-Bacque、S. Garambois、P. Gueguen、G. Hillers、D. Hollis、T. Lecocq 和 I. Pondaven，《地震学研究快报》 29，582 （ 2018 ）。[24] S. Brˆul´e、S. Enoch、S. Guenneau 和 R. Craster，“地震超材料：借助电磁超材料的类比控制表面瑞利波”，载于《世界科学超材料与等离激元手册》第7章，第301–337页。[25] E. Yablonovitch，《物理评论快报》58，2059（1987）。[26] S. John，《物理评论快报》58，2486（1987）。[27] E. N. Economou 和 M. M.Sigalas，《物理评论B辑》48，13434（1993）。[28] M. S. Kushwaha、P. Halevi、L. Dobrzynski 和 B. Djafari-Rouhani，《物理评论快报》71，2022（1993）。[29] M. Sigalas 和 E. Economou，《声与振动杂志》158，377（1992）。[30] J. B. Pendry，《现代光学杂志》41，209（1994）。[31] N. A. Nicorovici、R. C. McPhedran 和 L. C. Botten，《物理评论E辑》52，1135（1995）。[32] C. G. Poulton、A. B. Movchan、R. C. McPhedran、N. A. Nicorovici 和 Y. A. Antipov，《伦敦皇家学会会刊》。A辑：数学、物理与工程科学456，2543（2000）。[33] X. Hu 和 C. T. Chan，《物理评论快报》95，154501（2005）。[34] S. Brˆul´e、S. Enoch 和 S. Guenneau，《物理快报A辑》384，126034（2020）。[35] M. Miniaci、A. Krushynska、F. Bosia 和 N. M. Pugno，《新物理学杂志》18，083041（2016）。[36]A. Colombi、D. Colquitt、P. Roux、S. Guenneau 和 R. Craster，《科学报告》6，27717（2016）。[37]P. Jung、S. H. Oh、Y.-M. Kim、E. J. Son、T. Yokozawa、T. Washimi 和 J. J. Oh，《物理评论D辑》106，042010（2022），arXiv:2204.00370 [天体物理学：仪器与方法]。[38] M. Cohen 和 P. C. Jennings，《瞬态分析的无反射边界》（《瞬态分析的计算方法》第7章）（爱思唯尔、北荷兰出版社，阿姆斯特丹，1983），第301–360页。[39] L. Trozzo 和 F. Badaracco，《星系》10，20（2022）。[40] H. J. Paik、C. E. Griggs、M. V. Moody、K. Venkateswara、H. M. Lee、A. B. Nielsen、E. Majorana 和 J. Harms，《经典与量子引力》33，075003（2016）。[41] H. J. Paik、M. Vol Moody 和 R. S. Norton，《国际现代物理学杂志D辑》29，1940001（2020）。