arXiv:2301.04668v1 [quant-ph] 11 Jan 2023

利用光学镊子和马格努斯效应实现囚禁离子量子计算

M. Mazzanti, [1] R. Gerritsma, [1,2] R. J. C. Spreeuw, [1,2] 和 A. Safavi-Naini[2,3]

[1]范德瓦耳斯-塞曼研究所，物理研究所，阿姆斯特丹大学，荷兰阿姆斯特丹 *1098 XH*[2]*QuSoft*，科学园区 *123*，荷兰阿姆斯特丹 *1098 XG*[3]理论物理研究所，物理研究所，阿姆斯特丹大学，科学园区 *904*，荷兰阿姆斯特丹 *1098 XH*(日期：2023年1月13日)

我们研究了如何利用紧聚焦光学镊子在囚禁离子中实现量子逻辑门。光镊焦点附近强烈的偏振梯度会对离子产生量子比特态依赖力。我们证明，这些力可用于在离子晶体中的成对离子量子比特上实现量子逻辑门。该效应产生的量子比特态依赖力位于垂直于激光束传播方向的平面内，为耦合离子晶体的运动模开辟了新途径。所提出的量子逻辑门无需对离子进行基态冷却，也不依赖兰姆-狄克近似；不过，要获得所需的场曲率，紧聚焦光束的束腰必须与其波长相当。此外，该门既可作用于基态量子比特，也可作用于磁场不敏感钟态量子比特，而且无需反向传播激光场。这简化了实验装置，并消除了门激光束之间相位不稳定性造成的误差。最后，我们表明，门操作中的不完美因素，尤其是光镊中 < 30 nm 的指向误差，会使门保真度从 $\mathcal{F} \gtrsim 0.99998$ 降至 $\gtrsim 0.999$。

囚禁离子是实现量子计算最成熟的平台之一，在这些系统中，量子逻辑门已实现了极高的保真度 [1, 2]。通常，囚禁离子中的量子逻辑门依赖于激光场或磁场施加在离子上的态依赖力。离子之间运动量子的交换继而产生有效的量子比特间相互作用。近期有多项研究探索了如何利用先进光镊技术改善囚禁离子量子计算机。光学镊子可以通过在原子中诱导偶极子来对其进行强力囚禁，并应用于中性原子量子模拟器；在这类模拟器中，光镊用于悬浮单个原子 [3–7]。

在囚禁离子系统中，光镊可用于调节离子晶体中的声波谱，从而编程控制量子比特 [8–10] 之间的相互作用。此外，在最近的一项研究中 [11]，我们提出将依赖于态的光镊与振荡电场相结合，构建一台量子比特间具有极长程相互作用的通用囚禁离子量子计算机。

在这项工作中，我们考虑另一种情形，即利用光镊中出现的强偏振梯度。我们注意到，先前已有研究探讨了光学势中的强梯度，以实现无需基态冷却的双量子比特门 [12–14]。然而，我们的方法利用偏振梯度 [15–17] 导致的光镊势依赖于态的位移。我们提出利用这种马格努斯效应的光学类比，在囚禁离子中实现量子逻辑门。

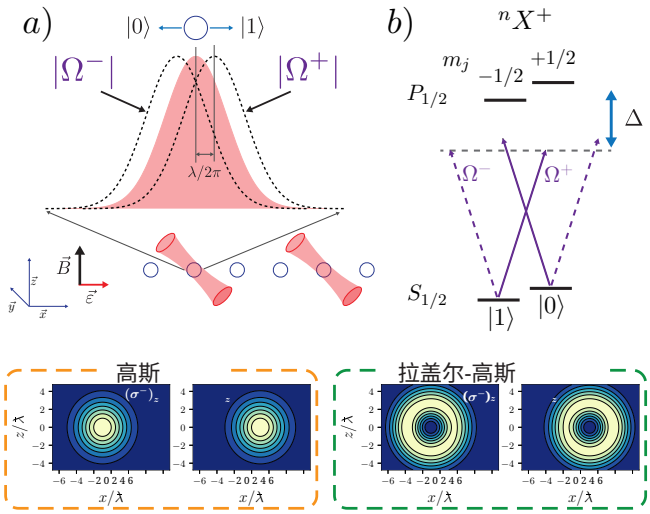

图1. 双量子比特门示意图。a）我们将沿 $-y$ 方向传播的光镊施加于构成该量子门的两个离子上。光镊强度可分解为三个偏振分量。b）不含核自旋的类碱土离子的简化能级示意图，展示了如何利用其塞曼基态编码量子比特。光镊的两个偏振分量分别耦合到 $P_{1/2}$ 流形中的不同态，失谐为Δ。因此，光镊势的极小值会发生偏移，偏移量为 $\pm\lambda$，具体取决于量子比特的状态。下：高斯光镊和拉盖尔-高斯（$l = 1$，$n = 0$）紧聚焦光镊的主要偏振分量。

方案 – 我们考虑沿 $-y$ 方向传播、线性 x偏振且紧密聚焦于两个量子比特处的高斯光镊，并希望在这两个量子比特之间实现一个量子逻辑门。这里考虑的量子计算平台是由质量为 m 的 N 碱金属类囚禁离子构成的线性晶体。在焦平面内，离子沿 x 方向受到强偏振梯度作用，使得偏振在中心处为线偏振（x），而在高斯光束的边缘处为圆偏振（$\sigma^{\pm}$）$_z$。

直接计算 [18] 将焦平面内的场分解为圆偏振分量（$\sigma^{\pm}$）$_z$（以及 π_z），表明在相当好的近似下，这些圆偏振分量接近高斯分布，并沿 x 轴向相反方向位移。图 1 展示了这一设置。请注意，圆偏振分量在 xy 平面内旋转，即包含光的 k 矢量的平面。如图 1 所示，$(\sigma^{\pm})_z$ 分量的位移量为 $\pm\lambda \equiv \pm\lambda/2\pi$，其中 λ 为

光镊波长。由于总场是两个位移高斯函数的叠加，其强度沿 x 略微拉长。可以使用空心光镊（高斯-拉盖尔）代替高斯光镊。这样既能提供所需的场曲率，又能使光束中心的强度接近于零，从而大幅降低非共振散射的概率，避免其限制门保真度。

为简化起见，我们首先考虑不含核自旋的离子，例如 $^{40}Ca^+$、$^{88}Sr^+$、$^{138}Ba^+$ 和 $^{174}Yb^+$。量子比特编码在电子基态 $^2S_{1/2}$ $|0\rangle = |j = 1/2\ m_j = 1/2\rangle$ $|1\rangle = |j = 1/2\ m_j = -1/2\rangle$ 和，以及，中，其中j 表示总电子角动量，m_j 表示其在量子化轴上的投影。磁场沿 z方向，光镊沿 x方向偏振，因此离子受到线偏振激光的作用。沿 x轴的方向是离子阱的长轴方向，阱频率为 ω_x。离子沿 x方向的运动可用频率为 ω_m、模式矢量为$b_{i,\ m}$的集体简谐运动模式描述，其中 m 表示模式，i 表示离子 [19]。

我们选择光镊与 D1跃迁之间的失谐，使其足够大以避免光子散射，但远小于 ^2P态的自旋轨道耦合分裂。这样，我们便可以忽略与 $P_{3/2}$ 态的耦合。接下来我们将说明，这一要求在实验上可以满足。靠近光镊中心处会出现强烈的偏振梯度，因此，两个量子比特态感受到的光镊势略有不同。具体而言，正如图 1(a) 所示，光学马格努斯效应使每个量子比特态感受到的光镊势相对于光镊的表观中心偏移了 $\sim \lambda$ [16]。因此，我们可以将光镊势近似为：

$$\hat{U}(x) = -U_0 \exp\left(-2(\hat{x} + \hat{\sigma}_z\lambda)^2/w_0^2\right) \tag{1}$$

$$\approx -\tilde{U}_0 + \frac{1}{2}m\omega_{\text{tw}}^2\hat{x}^2 + gx\hat{\sigma}_z \tag{2}$$

其中 $\omega_{\text{tw}} = \sqrt{4\tilde{U}_0(w_0^2 - 4\lambda^2)/(mw_0^4)}$、$g = 4\tilde{U}_0\lambda/w_0^2$，且$\tilde{U}_0 = U_0\exp(-2\lambda^2/w_0^2) \approx U_0$。这里，$U_0$ 是光镊中心处的势，光束腰斑为 w_0。我们的近似将光镊势替换为谐势，并在 $w_0 \gg l_m$、$l_m = \sqrt{\hbar/2m\omega_m}$ 的条件下成立。$U(x)$ 中的最后一项源于自旋相关力 g 将量子比特的内部态 $\hat{\sigma}_z$ 与其运动 $\hat{x}$ 耦合。因此，光学马格努斯效应使我们能够直接实现量子门。

光镊哈密顿量 – 在相对于 $H_0 = \hbar\omega_m\hat{a}_m^\dagger\hat{a}_m$ 的相互作用绘景中，离子 i和 j 上的光镊哈密顿量为：

$$\hat{H}_1 = A(t)\left(\frac{1}{2}m\omega_{\text{tw}}^2\left(\hat{x}_i^2 + \hat{x}_j^2\right) + g\left(\hat{\sigma}_z^{(i)}\hat{x}_i + \hat{\sigma}_z^{(j)}\hat{x}_j\right)\right). \tag{3}$$

这里，$\hat{x}_i = \sum_m l_m b_{im}\left(\hat{a}_m e^{-i\omega_m t} + \hat{a}_m^\dagger e^{i\omega_m t}\right)$ 是相互作用绘景中离子 i 的位置算符，其中$\hat{a}_m^\dagger$ 是模 m的产生算符，而 $0 \le A(t) \le 1$ 规定了光镊强度的时间依赖性。H_1 中的与量子比特状态无关的项不会改变量子门的动力学。我们忽略这些项，得到：

$$\hat{H}_2 = A(t)g\left(\hat{x}_i\hat{\sigma}_z^{(i)} + \hat{x}_j\hat{\sigma}_z^{(j)}\right), \tag{4}$$

其形式为自旋-声子耦合哈密顿量，让人联想到囚禁离子[20]中用于声子介导量子门的 Mølmer-Sørenson方案。不过，在此阶段，我们仍可对 $A(t)$ 做出多种选择，具体取决于我们想要实现哪种量子门。例如，可以使用脉冲式 $A(t)$ 来实现快速量子门。这里，我们选择 $A(t)$ 以获得几何相位门。为此，我们设定 $2A(t) = 1 - \cos(\nu t + \phi)$，其中 $\phi = 0$确保光镊强度平滑渐变，$\nu = \omega_c + \delta$ 的下标 c 表示质心（c.o.m.）模，对该模而言，$\omega_c = \omega_x$ 和$b_{i,\ c} = 1/\sqrt{N}$。我们用$\hat{a}_c$ 和$\hat{a}_c^\dagger$ 表示算符$\hat{x}_i$ 和$\hat{x}_j$，并进行旋波近似，得到：

$$\hat{H}_3 = \frac{gl_c}{4\sqrt{N}}\left(\hat{a}_c e^{i\delta t} + \hat{a}_c^\dagger e^{-i\delta t}\right)\left(\hat{\sigma}_z^{(i)} + \hat{\sigma}_z^{(j)}\right). \tag{5}$$

为推导构成几何相位门的量子比特-量子比特相互作用，我们先进行幺正变换 $U_1 = e^{-i\delta\hat{a}_c^\dagger\hat{a}_c t}$ 以消除时间依赖性，随后进行 Lang-Firsov 变换，$\hat{U}_2 = \exp\left(\hat{\alpha}\left(\hat{a}_c^\dagger - \hat{a}_c\right)\right)$，其中 $\hat{\alpha} = -\frac{\tilde{g}}{\delta}\left(\hat{\sigma}_z^{(i)} + \hat{\sigma}_z^{(j)}\right)$。忽略与量子比特无关的项后，我们得到

$$H_{\text{eff}} = \frac{2\tilde{g}^2}{\hbar\delta}\hat{\sigma}_z^{(i)}\hat{\sigma}_z^{(j)}, \tag{6}$$

其中 $\tilde{g} = gl_c/(4\sqrt{N}) = \tilde{\eta}\tilde{U}_0$，比例因子为$\tilde{\eta} = \lambda l_c/(\sqrt{N}w_0^2)$。该哈密顿量产生的量子比特-量子比特相互作用可用于实现几何相位门，方法是设定门时间 $\tau = 2\pi/\delta$ 和 $\frac{\tilde{g}^2\tau}{\hbar^2\delta} = \pi/4$。

门的表征 – 我们通过对哈密顿量 $H_{\text{sim}} = H_0 + U(x_i) + U(x_j)$ 产生的完整动力学进行数值模拟，分析该门的动力学过程。对于二维离子晶体，我们将离子 i 和 j 上的光镊势 $U(x_{i;j})$ 展开至四阶，其中包括自旋无关项。我们采用切合实际的实验参数：光镊激光功率为 $\sim 156\ \mu$W，聚焦束腰为 $w_0 \sim 0.5\ \mu$m，频率调至低于 $^{174}Yb^+$（$\lambda = 369.5$ nm）$^2S_{1/2} \to {}^2P_{1/2}$ 跃迁 15 THz 处。由此得到 $U_0/h \sim 1.6$ MHz、$\tilde{g}/h = 2.1\ \text{kHz}/\sqrt{N}$；当设定为 $\delta = 2\pi \times 12.2\ \text{kHz}/\sqrt{N}$ 时，几何相位门的门时间为 $\tau = 170\sqrt{N}\mu$s。计算得到与量子比特态无关的光镊势为 $\omega_{\text{tw}} \sim 2\pi \times 37$ kHz，质心模频率（$\omega_c/2\pi \sim 1$ MHz）因此偏移 $\sim 2\omega_{\text{tw}}^2/\omega_c N \sim 2\pi \times 710/N$ Hz。通过相应地修正 δ，即可轻松补偿这一频移。在这些估算中，我们忽略了其他电偶极允许跃迁的贡献；这些跃迁的失谐为~ 66 THz（较弱的 $^2S_{1/2} \to {}^3[3/2]_{3/2}$ 跃迁）和 115 THz（较强的 D2 线）或更大。

我们考虑采用自旋回波序列的门幺正算符，表示为 $U(0, \tau) = X^{\otimes 2}U(\tau/2, \tau)X^{\otimes 2}U(0, \tau/2)$，其中

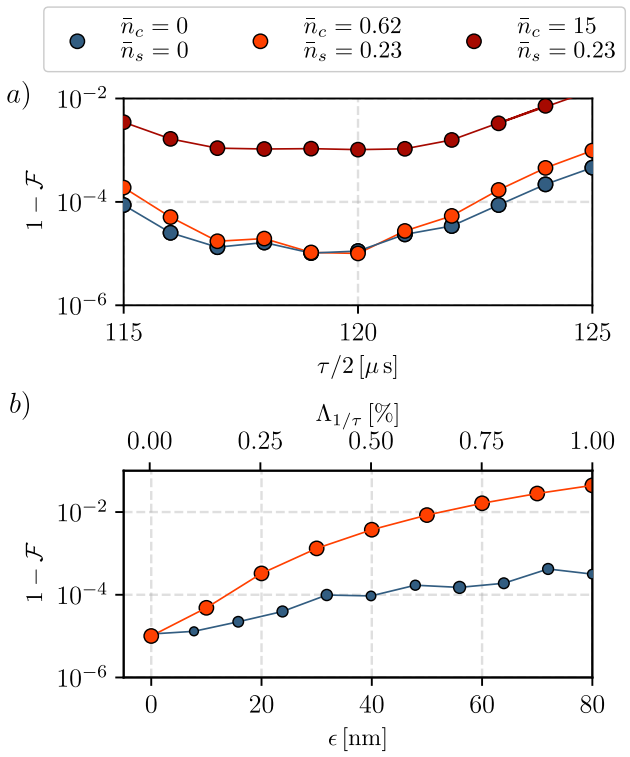

图 2. 我们计算了基态冷却离子 $\bar{n}_c = 0$ $\bar{n}_s = 0$ $\bar{n}_c = 0.62$ $\bar{n}_s = 0.23$ $\bar{n}_c = 15$ $\bar{n}_s = 0.23$ 在（蓝色）、亚多普勒冷却热态，（橙色）和，（红色）的门保真度；本例中使用的福克截断为 $n_c \leq 120, n_s \leq 10$。（a）不同门时间下双量子比特马格努斯门的过程保真度。（b）失准 ϵ（橙色）和强度噪声 $\Lambda_{1/\tau}$（蓝色）对门保真度的影响。每个强度噪声数据点的大小表示 20 次数值模拟的标准差；在模拟中，我们在两个脉冲上分别生成了标准差为 $\sigma = \Lambda_{1/\tau}$ 的随机高斯噪声。这意味着激光强度在频率 $1/\tau$ 处存在无法通过自旋回波序列消除的噪声。

$X^{\otimes 2}$ 表示对两个量子比特同时进行量子比特翻转。该自旋回波序列用于消除量子比特态上的局域旋转以及可能的定时误差。我们计算了一个包含两个离子及其质心运动模和伸缩 模的系统的幺正时间演化算符 $U(0,\ \tau)$，并将它们各自的希尔伯特空间截断至 $n_c \leq 18$ 和 $n_s \leq 10$。图 2 展示了假设离子处于运动基态 ($\bar{n} = 0$) 时，门过程保真度随门时间的变化。

门保真度达到 $\mathcal{F} = 0.999988$，$n_c = n_s = 0$ 可与当前标准方案相媲美。此外，我们的门性能对运动模的热占据数具有鲁棒性。我们使用平均门保真度 [18, 22]来表征存在热声子时的门性能，发现其对两个离子的运动态依赖很弱。事实上，使用 $\bar{n}_c = 0.62, \bar{n}_s = 0.23$时，保真度几乎没有变化，达到 $\mathcal{F}_{\mathrm{th}} = 0.999989$。

主要的实验挑战之一是实现光镊的完美对准。我们研究了量子门对光镊在 x 方向上失准的耐受性，并将其˜记为 ϵ。存在失准时，$U_0 \rightarrow$

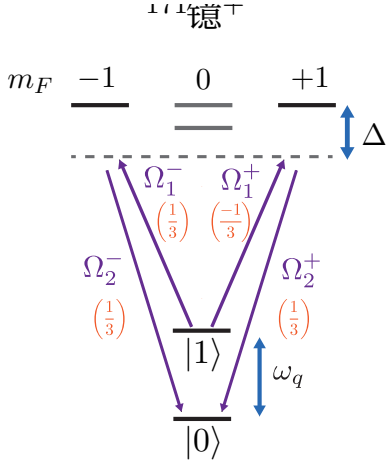

图 3. 实现门操作所涉及的 $^{171}\mathrm{Yb}^+$ 相关能级，该门作用于超精细量子比特，其能级间隔为 ω_q。通过一对相对于上能态 $^2P_{1/2}$ 失谐 Δ 的拉曼光束，可以实现耦合。括号内为各偶极跃迁矩阵元的角向贡献。

表 I. 门误差的主要来源。我们估算 γ_{ph} 为在门时间（$\tau = 240\,\mu$s）内，$^{174}\mathrm{Yb}^+$ 发生非共振散射的概率，分别针对高斯光束和拉盖尔-高斯光束进行估算。其他典型误差来源包括失准（ϵ）、光镊强度噪声（$\Lambda_{1/\tau}$）和定时误差（$\Delta\tau$）。此处报告的数值对应于数值模拟中使用的激光参数。

误差来源	γ_{ph} 高斯	γ_{ph} 拉盖尔-高斯	ϵ 30纳米	$\Lambda_{1/\tau}$ 0.5%	$\Delta\tau$ ±5 μ秒
$1-\mathcal{F}$	2×10^{-3}	10^{-6}	1.3×10^{-3}	9.3×10^{-5}	2.7×10^{-4}

$U_0 \exp^{-2(\epsilon+\hat{\sigma}_z\lambda)^2/\omega_0^2}$。因此，失准会产生两种影响：(i) 它会改变光镊中心处的光镊势，从而影响相位门中的相位积累；(ii) 它会以依赖量子比特态的方式使势能发生偏移。第二种影响可通过自旋回波序列在最低阶上加以修正。图2(b)显示了不保真度随 ϵ变化的情况。这里我们假设两个离子上的光镊以相同方式失准，这似乎是实验中最有可能出现的情况。幺正算符 $U(0,\ \tau)$ 会产生与质心运动[18]相关的相空间轨迹，分别对应于 $\langle x(t)\rangle$ 和 $\langle p_x(t)\rangle$。如预期所示，我们发现偶宇称态 $|00\rangle$、$|11\rangle$对应近似圆形的相空间轨道，而奇宇称态则几乎不发生运动。我们看到，每种态组合都会导致离子运动，但运动差异仍使保真度达到 $\gtrsim 0.999$，如图2(b)所示。

钟态情形 – 虽然该计算针对的是 $^{174}\mathrm{Yb}^+$ 中的电子自旋量子比特态，但也有可能使用 $|F = m_F = 0\rangle$和 $|F = 1,\ m_F = 0\rangle$ 在 $^{171}\mathrm{Yb}^+$ 中的超精细钟态。这种量子比特不受磁场噪声影响，测得的相干时间最长可达一小时 [23]。在这种情况下，光镊由一个双频共传播激光场形成，该激光场相对于 369.5 nm 处的 D1跃迁失谐 Δ，总失谐为 $\Delta \ll \omega_{\mathrm{FS}}$，即精细结构分裂。我们将

双色光镊的频差设为 12.6 吉赫兹，对应于量子比特态 [24]之间的跃迁。随后，光镊激光通过两条不同路径，在量子比特态之间产生拉曼耦合。第一条路径中，由于光镊中的 σ^- 偏振分量，量子比特经由态$|P_{1/2},\ F=1,\ m_F=-1\rangle$ 耦合。另一条路径中，由于光镊中的 σ^+ 分量，量子比特经由态 $|P_{1/2},\ F=1,\ m_F=+1\rangle$ 耦合。我们将每条路径的拉比频率记为 $\Omega_{1,\ 2}^{\pm}(x)$。由于 $\Omega_1^+(x)$ 与 $\Omega_2^+(x)$ 的克莱布施-戈尔丹系数之间存在相对负号 $\propto (\Omega_1^-(0)\Omega_2^-(0)+\Omega_1^+(0)\Omega_2^+(0))/\Delta=0$，两条路径对应的拉曼耦合在光镊中心发生相消干涉。然而，马格努斯效应使两条路径的相对强度呈现显著的位置依赖性，其幅度为

$$\Omega_{\text{eff}}(x)=\frac{\Omega_1^-(x)\Omega_2^-(x)}{\Delta}+\frac{\Omega_1^+(x)\Omega_2^+(x)}{\Delta}\approx\frac{\Omega^2}{\Delta}\frac{4\lambda x}{w_0^2},\quad(7)$$

其中我们假设 $x\ll\lambda\ll w_0$ 和 $|\Omega_i^{\pm}(0)|=\Omega/\sqrt{2}$，且$i=1,2$，因此两个激光频率具有相同的功率。因此，量子比特态依赖力如式（4）所示出现，只是现在必须将 $\hat{\sigma}_z^{(i,j)}\to\hat{\sigma}_x^{(i,j)}$替换为，而门操作的形式为通常的莫尔默-索伦森相互作用$\propto\hat{\sigma}_x^{(i)}\hat{\sigma}_x^{(j)}$ [20]。通过 $A(t)$ 进行振幅调制，可再次实现门操作的共振增强。

除拉曼耦合外，我们还为每个量子比特态获得一个光镊势（交流斯塔克频移），其大小为

$$\delta_{\text{AC}}^{|k\rangle}(x)=\sum_{i=1,2}\sum_{j=+,-}\frac{|\Omega_i^j(x)|^2}{\Delta_{i,|k\rangle}}\quad(8)$$

其中 $\Delta_{1,|0\rangle}=\Delta-\omega_q$, $\Delta_{2,|0\rangle}=\Delta$, $\Delta_{1,|1\rangle}=\Delta$ 和 $\Delta_{2,|1\rangle}=\Delta+\omega_q$。这会产生一个额外的囚禁势 $\Phi(x\approx\frac{1}{2}m\omega_{\text{tw}}^2x^2)$，与之前一样，它与量子比特状态无关；此外还会产生一个依赖位置的差分斯塔克频移 $\delta_{\text{AC}}(x)=\delta^{|1\rangle}{}_{\text{AC}}(x)-\delta^{|0\rangle}{}_{\text{AC}}(x)$。在极限 $\omega_q\ll|\Delta|$ 下，

$$\delta_{\text{AC}}(x)\approx-\frac{\omega_q}{\Delta^2}\sum_{i=1,2}\sum_{j=+,-}|\Omega_i^j(x)|^2\quad(9)$$

$$=-\frac{\omega_q}{\Delta}\tilde{U}_0(x)\quad(10)$$

对于数值模拟中所用的参数，这个差分斯塔克频移估计较小，为 $\delta_{\text{AC}}/2\pi\approx$2.7kHz，可通过相应的拉曼失谐进行补偿。

D1跃迁上的光子散射可估算为 $\gamma_{\text{ph}}\sim\tilde{U}_0\Gamma/(\hbar\Delta)\sim13\ \text{s}^{-1}$，其中 Yb 中 $\Gamma=1.23\times10^8\ \text{s}^{-1}$ [+]。采用空心光镊 [11, 25, 26] 可显著减轻这一不利影响，但会增加复杂性。对于束腰为 $w_0=0.5\,\mu$m 且 $\sim160\,\mu$W 的空心光束，散射率可降低$\sim10^{-6}\ \text{s}^{-1}$。只要 $\omega_{\text{tw}}\ll\Omega_{\text{rf}}$，即保罗阱的驱动频率，就不会发生参数激发，离子的微运动也不会造成问题。其他误差，例如激光强度噪声、由电场噪声导致的离子加热，以及由磁场噪声导致的退相干，与其他门操作方案中的影响相同。最后需要指出，由于光镊与最近的跃迁远失谐，光镊激光的具体总频率并不重要。

结论总之，我们介绍了一种新型量子相位门，它基于光学马格努斯效应，利用囚禁离子线性链中的光学镊子实现。其主要优势是无需反向传播的激光场，从而大大简化了实验装置，并消除了门激光束之间相位不稳定性引起的误差。此外，马格努斯效应产生的态依赖力使该门能够通过耦合到垂直于光镊传播方向的平面内的运动模来实现，从而为实验实现提供了新的方案。所提出的门无需基态冷却，并可通过空间寻址对任意一对离子量子比特执行量子逻辑门。即使离子未冷却至运动基态，预期的门保真度也可媲美当前最先进的水平。

致谢

本研究得到荷兰科学研究组织的资助（资助编号：680.91.120 和 680.92.18.05，R.G.）。A.S.N. 获荷兰研究委员会（NWO/OCW）资助，资助来自量子软件联盟计划（项目编号 024.003.037）。

[1] C. Ballance、T. Harty、N. Linke、M. Sepiol 和 D. Lucas，《物理评论快报》**117**，060504（2016）。[2] J. Gaebler、T. Tan、Y. Lin、Y. Wan、R. Bowler、A. Keith、S. Glancy、K. Coakley、E. Knill、D. Leibfried 和 D. Wineland，《物理评论快报》**117**，060505（2016）。[3] D. Barredo、S. d. Léséleuc、V. Lienhard、T. Lahaye 和 A. Browaeys，Science **354**，1021（2016）。[4] M. Endres、H. Bernien、A. Keesling、H. Levine、E. R. Anschuetz、A. Krajenbrink、C. Senko、V. Vuletic、M. Greiner 和 M. D. Lukin，Science **354**，1024（2016）。[5] M. Norcia、A. Young 和 A. Kaufman，Phys. Rev. X **8**，041054（2018）。

[6] H. Levine、A. Keesling、G. Semeghini、A. Omran、T. T. Wang、S. Ebadi、H. Bernien、M. Greiner、V. Vuleti´c、H. Pichler 和 M. D. Lukin，《物理评论快报》**123**，170503（2019）。[7] A. Browaeys 和 T. Lahaye，Nature Physics **16**，132–142（2020）。[8] T. Olsacher、L. Postler、P. Schindler、T. Monz、P. Zoller 和 L. M. Sieberer，PRX Quantum **1**，020316（2020）。[9] Y. H. Teoh、M. Sajjan、Z. Sun、F. Rajabi 和 R. Islam，Physical Review A **104**，022420（2021）。[10] J. D. Arias Espinoza、M. Mazzanti、K. Fouka、R. X. Schüssler、Z. Wu、P. Corboz、R. Gerritsma 和 A. Safavi-Naini，Physical Review A **104**，013302（2021）。[11] M. Mazzanti、R. X. Schüssler、J. D. Arias Espinoza、Z. Wu、R. Gerritsma 和 A. Safavi-Naini，《物理评论快报》**127**，260502

（2021）。[12] J. I. Cirac 和 P. Zoller，《自然》**404**，579（2000）。[13] M. Šašura 和 A. M. Steane，Physical Review A **67**，062318（2003）。[14] T. Calarco、J. I. Cirac 和 P. Zoller，Physical Review A **63**，062304（2001）。[15] K.-P. Wang、J. Zhuang、X.-D. He、R.-J. Guo、C. Sheng、P. Xu、M. Liu、J. Wang 和 M.-S. Zhan，《中国物理快报》**37**，044209（2020）。[16] R. J. Spreeuw，《物理评论快报》**125**，233201（2020）。[17] R. J. C. Spreeuw，《纳米光子学》**11**，633（2022）。[18] 定义、技术细节和支持性计算见补充材料，链接由编辑插入。[19] D. F. V. James，《应用物理B》**66**，181（1998）。[20] K. Mølmer 和 A. Sørensen，《物理评论快报》**82**，1835（1999）。[21] I. G. Lang 和 Y. A. Firsov，《实验与理论物理学杂志》 3，**27**，443 （1968）。[22] M. A. Nielsen，《物理学快报A》**303**，249（2002）。[23] P. Wang、C.-Y. Luan、M. Qiao、M. Um、J. Zhang、Y. Wang、X. Yuan、M. Gu、J. Zhang 和 K. Kim，《自然·通讯》**12**，233（2021）。[24] S. Olmschenk、K. C. Younge、D. L. Moehring、D. N. Matsuke- vich、P. Maunz 和 C. Monroe，Physical Review A **76**，052314（2007）。[25] C. T. Schmiegelow、J. Schulz、H. Kaufmann、T. Ruster、U. G. Poschinger 和 F. Schmidt-Kaler，《自然·通讯》**7**，12998（2016）。[26] M. Drechsler、S. Wolf、C. T. Schmiegelow 和 F. Schmidt-Kaler，arXiv:2104.07095（2021）。

《使用光学镊子和马格努斯效应进行囚禁离子量子计算》的补充材料

M. Mazzanti, [1] R. Gerritsma, [1,2] R. J. C. Spreeuw, [1,2] 和 A. Safavi-Naini[2,3]范德瓦耳斯-塞曼研究所，阿姆斯特丹大学物理研究所，荷兰阿姆斯特丹 *1098 XH*[2]*QuSoft*，科学园区 *123*，荷兰阿姆斯特丹 *1098 XG*[3]阿姆斯特丹大学理论物理研究所、物理研究所，科学园区 *904*，荷兰阿姆斯特丹 *1098 XH*（日期：2023年1月13日）

附录 I：光学马格努斯效应

紧聚焦光束的一个关键特征是焦点附近强烈的场曲率。这不仅会影响局部强度，也会影响其偏振结构。为计算这一效应，我们将一系列平面波叠加起来，并用球坐标中的波矢标记这些平面波：$\mathbf{k} = (k,\ \theta,\ \phi)$。取 $k = \omega/c$为定值，我们写作

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \propto \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta\, \sin\theta\, \mathbf{u}_x(\theta,\phi)\, a(\theta,\phi)\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

其中，$\mathbf{u}_x(\theta,\phi)$ 是一个偏振矢量：当 k 从 z 旋转至 (θ,ϕ) 时，将 x 单位矢量随之共同旋转即可得到该矢量，因此 $\mathbf{u}_x(\theta,\phi) \cdot \mathbf{k} = 0$，另见参考文献 [S1]。在计算中，我们将光束中心置于 $\theta = 0$，焦平面由 $\mathbf{r} = (x, y, 0)$ 给出。光束的形状由振幅函数 $a(\theta,\phi)$ 决定。对于高斯光束，我们令 $a(\theta,\phi) = \exp(-\theta^2/w_\theta^2)$；对于最低阶 $(l = 1)$ 拉盖尔-高斯（LG）光束，我们令 $a(\theta,\phi) = \theta\exp(i\phi - \theta^2/w_\theta^2)$。完成上述积分后，我们将结果旋转至沿 $-y$ 方向传播的光镊。最后，正文图 1 所示的圆偏振场分量 $\sigma^{\pm}$ 通过投影到单位矢量 $(\mathbf{x} \pm i\,\mathbf{y})/\sqrt{2}$ 上得到。图 S-1 展示了拉盖尔-高斯光束的全部三个偏振分量。请注意，σ^- 和 σ^+ 分量的强度相近，而 π偏振分量的强度则被抑制了 ~ 100倍。

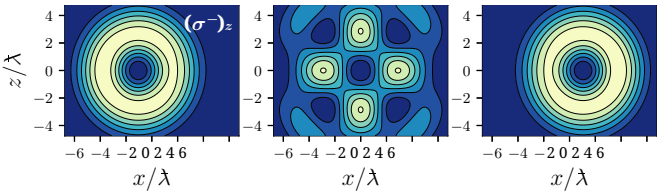

图 S-1. 在焦点处计算得到的 LG 光束偏振分量的强度。为使其可见，π-偏振分量的强度被放大了 100 倍。此处我们设定 $w_\theta = 0.6$

附录 III：相空间动力学

我们通过使用时间步长为 $10^{-4}\,\tau$ 的 Trotter 分解模拟含时哈密顿量，研究离子的相空间动力学。在每个时间步长，我们计算质心模中 $\langle\hat{x}\rangle$ 和 $\langle\hat{p}\rangle$ 的期望值。

正如预期，我们发现偶宇称态 $|00\rangle, |11\rangle$ 的相空间轨迹近似为圆形，而奇宇称态的运动则非常微弱。图 S-2 展示了在光镊完全对准和轻微失准两种情况下，四种自旋态在相空间中的演化。正如正文所述，我们对定义为 $\hat{H}_{\rm sim} = \hat{H}_0 + \hat{U}(x_i) + \hat{U}(x_j)$ 的完整哈密顿量进行数值模拟；在失准情况下 ϵ，$\hat{U}(x)$ 表示为：

$$\begin{aligned}
U(x) &\approx -U_0\, e^{-2((\hat{x}-\hat{\epsilon})+\hat{\sigma}_z\lambda)^2/w_0^2} \\
&\approx -\tilde{U}_0 + 4\tilde{U}_0\frac{\hat{\sigma}_z\lambda - \hat{\epsilon}}{w_0^2}\hat{x} \\
&+ \frac{1}{2}\tilde{U}_0\left(\frac{4\left(w_0^2 - 4\lambda^2\right)}{w_0^4}\right)\hat{x}^2 - \frac{1}{2}\tilde{U}_0\left(\frac{16\left(\hat{\epsilon}^2 - 2\hat{\sigma}_z\hat{\epsilon}\lambda\right)}{w_0^4}\right)\hat{x}^2 \\
&- \left(8\tilde{U}_0\hat{\sigma}_z\lambda\frac{3w_0^2 - 4\left(3\hat{\epsilon}^2 + \lambda^2\right)}{3w_0^6}\right)\hat{x}^3 \\
&+ \left(8\tilde{U}_0\hat{\epsilon}\frac{3w_0^2 - 4\left(\hat{\epsilon}^2 + 3\lambda^2\right)}{3w_0^6}\right)\hat{x}^3 \\
&- \left(2\tilde{U}_0\hat{\sigma}_z\lambda\hat{\epsilon}\frac{-48w_0^2 + 64\left(\hat{\epsilon}^2 + \lambda^2\right)}{3w_0^8}\right)\hat{x}^4 \\
&+ \left(2\tilde{U}_0\frac{3w_0^4 - 24w_0^2\left(\hat{\epsilon}^2 + \lambda^2\right) + 16\left(\hat{\epsilon}^4 + 6\hat{\epsilon}^2\lambda^2 + \lambda^4\right)}{3w_0^8}\right)\hat{x}^4.
\end{aligned}$$

with

$$\tilde{U}_0 = U_0 e^{-2(\hat{\epsilon}+\hat{\sigma}_z\lambda)^2/w_0^2}$$

微小的光镊失准 ϵ 会产生新的自旋依赖项，出现在哈密顿量中，并以依赖于状态的方式使俘获势发生偏移。图 S-2 展示了光镊失准 30纳米时动力学受到的影响。

附录 III：门保真度

我们通过计算平均过程保真度来表征该门，如下所示：[S2]:

$$\bar{F}(\hat{U}_{\rm id}, \hat{U}_{\hat{H}_{\rm sim}}) = \frac{\sum_j \mathrm{tr}\left[\hat{U}_{\rm id}\hat{\sigma}_j^\dagger\hat{U}_{\rm id}^\dagger\hat{\boldsymbol{\sigma}}_j(\hat{U}_{\hat{H}_{\rm sim}})\right] + d^2}{d^2\,(d+1)},$$

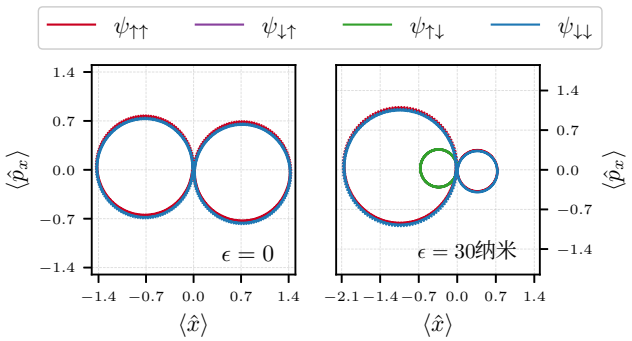

图 S-2。完美对准的光镊（左）和错位 30纳米的光镊（右）的质心模相空间动力学。数值模拟采用了与正文图 1(a) 中 $\tau/2 = 120\,\mu$s 点相同的参数。

$\hat{}$其中 U_{id} 是理想几何相位门的幺正算符，而$\hat{}\boldsymbol{\sigma}_j(\hat{}U_{\hat{}H_{\text{sim}}}) \equiv \text{tr}_{\text{FS}}(\hat{}U_{\hat{}H_{\text{sim}}}[|n\rangle\langle n| \otimes \hat{}\sigma_j]\hat{}U^{\dagger}{}_{\hat{}H_{\text{sim}}})$ 将用于数值模拟的哈密顿量在福克态 $|n\rangle$ 上以及在 d维泡利矩阵表示下经时间演化生成的幺正矩阵投影。

[S1] R. J. Spreeuw，《物理评论快报》**125**，233201（2020）。

[S2] M. A. Nielsen，《物理学快报A》**303**，249（2002）。