arXiv:2301.05649v1 [econ.TH] 13 Jan 2023

筛选至更小规模：考虑集理论*

Tonna Emenuga†

2023年1月16日

摘要

标准理性选择模型将个体描述为从菜单中选出最佳备选项来做出选择。然而，大量证据表明，个体往往会先将菜单筛选成更小的集合——考虑集——再从中做出选择。我为这一现象提供了理论基础，构建了一套形式化的公理语言，用以刻画考虑集如何由菜单形成。我提出，考虑筛选器——即将菜单映射为其某个子集的映射——能够描述这一过程，并介绍了考虑筛选器可能具有的若干性质。接着，我扩展这一核心模型，使其与序贯选择和理性注意力文献相衔接。最后，我探讨在这一考虑模型下能否实现效用表示，并推测了使考虑集介导的选择能够被理性化的必要且充分条件。

*我感谢 Tomasz Strzalecki 的指导与培养。感谢 Jerry Green、Shengwu Li、David Laibson、Yannai Gonczarowski、Nathaniel Hendren、Jeff Miron、Matthew Rabin、Angie Acquatella、Sejal Aggarwal、Shani Cohen、Roberto Colarieti、Benny Goldman、Zo¨e Hitzig、Martin Koenen、Pierfrancesco Mei、Akash Nandi、Cassidy Shubatt、Chris Walker，以及哈佛大学经济系众多研讨会和工作坊的参与者所提供的宝贵讨论。本研究获得了哈佛学院研究计划的资助。所有错误均由我个人负责。

†哈佛大学。电子邮箱：tonnaemenuga@college.harvard.edu

1 引言

经济学家从观测到的选择中推断个人偏好的能力，是微观经济理论许多内容的重要依据。尤其是，显示偏好这一基础概念认为，个体从一组选项（即菜单）中选择某个项目（即备选项），反映了其内在偏好，因此经济学家只需汇总个体从不同菜单中做出的选择，便能确定其偏好。例如，如果面对两辆成本相同的汽车[1] ——一辆红色，一辆灰色——消费者购买了红色汽车，那么根据显示偏好，我们可以得知他一定更喜欢红色汽车而非灰色汽车。

在这一标准模型中，个体会观察菜单，分析所有可用选项，并做出最符合自身偏好的选择。这一模型构成了理性选择理论以及各类子领域应用分析的基础，其依赖一项称为“完全考虑”的假设。这意味着，在分析菜单时，决策个体会在做出选择之前考虑每一项可用选项。在汽车选择的例子中，这意味着假设个体考虑过灰色汽车，或者至少知道它的存在。

与这一假设相反，大量经验证据表明，个体通常只会在做出选择之前考虑菜单中的子集。在许多情况下，个体不会全面审视整个菜单：只有少数浮现在脑海中的备选项才会被个体充分考虑。这被称为有限考虑。个体并非直接从菜单中做出选择，而是可能先将菜单筛选为考虑集，即由较少备选项组成的集合，最终再从中做出选择。

这种经过筛选的决策过程给经典的显示偏好方法带来了一些挑战。例如，如果向个体提供由备选项 $\{x, y, z\}$ 组成的菜单，而其选择了 y，我们能否像往常一样断言，该个体必然偏好 y 而非 x 和 z？在有限考虑成立的筛选过程中，不能做出这一断言。备选项 x 和 z 可能不在个体的考虑集内—— x 和 z 并未被考察——因此，个体对 y 相对于 x 和 z 的偏好关系仍不得而知。

有限考虑也会损害为个人偏好建立效用表示的能力。众所周知，[2] 构造与观测到的选择相对应的效用函数的能力，取决于偏好是否同时满足完备性[3] 和

[1]下文中，我将假设菜单中的所有备选项均可负担；这是文献中的标准假设。[2]这就是效用表示定理。[3]如果菜单中的任意两个备选项之间都存在明确定义的关系，则称偏好是完备的。给定两个选项，具有完备偏好的个体会弱偏好其中一个，否则就对二者无差异。

传递性。[4] 在有限考虑的情况下，完备性显然最成问题，而传递性也可能失效。[5] 为了更好地理解这些问题，我在本文中提出一个一般模型，可为旨在调和标准模型与有限考虑所带来挑战的研究奠定理论基础。

在此过程中，我构建了一套形式化的公理语言，用以刻画个体可能并非从菜单中，而是从考虑集中做出选择。我设想，个体观察菜单，将其筛选为更小的菜单，然后从这些更小的菜单（即考虑集）中做出理性选择。我提出，个体从菜单转向考虑集的过程由考虑筛选器所中介，[6] 这些筛选器是将给定菜单映射为其某个子集的映射。

文献中已有此类模型。认为个体只考虑可选项的一个子集，这一思想最早可追溯至Simon(1955)提出的满意化与最优停止模型：个体只浏览选项，直到找到一个可接受的选项；此时，搜索便会停止。Masatlioglu 等人(2012)以及Masatlioglu 和 Nakajima(2015)构建了刻画有限考虑过程的模型，重点关注如何根据有限考虑下观测到的选择推断考虑集。

在规范层面，Cherepanov等人（2013）提出了一个模型，其中个体只考虑能够得到合理解释的备选项。Ridout （2021）将个体“基于正确理由进行选择”的决策过程公理化，构建了一个只做出能够向他人证明合理的选择的决策者模型。

这类公理化表述为理解大量关于考虑的应用研究奠定了坚实的理论基础。尤其是，Erdem和Keane（1996）、Hauser和Wernerfelt（1990）以及Roberts和Lattin（1991）检验了用于描述消费者如何形成商品考虑集的结构模型。近年来，Abaluck和Gruber（2016）将有限考虑应用于医疗保险计划的选择，而Abaluck和 Adams-Prassl（2021）则开发了一种基于有限考虑的结构性需求模型。

我通过将上述诸多研究整合为一个理解有限考虑的一般框架，为相关文献作出了贡献。首先，我将正式阐述该模型的主要特征：个体的选择过程呈现出两种映射，一种是从菜单到考虑集，另一种是从考虑集到最终选择。有限考虑的过程是：个体观察到一个菜单，考虑其中某个可选项子集（即考虑集），然后从该考虑集中作出选择。

[4]若 $x \succsim y$ 且 $y \succsim z$ 则意味着 $x \succsim z$，那么偏好具有传递性。[5] Masatlioglu等人（2012）提供了几个例子。[6]在文献中也称为考虑集映射。

我将考虑集建模为由考虑筛选器生成的结果。考虑筛选器是一种函数，它将菜单集合映射到各个菜单的子集，从而刻画依据某种启发式规则“筛除”某些备选项的过程。考虑启发式就是一条规则，用来决定给定菜单中的哪些备选项属于考虑集。例如，打算在杂货店挑选一根香蕉的个体，不太可能查看农产品区里的每一根香蕉；相反，他们或许只会考虑摆在前排的那些香蕉。在这个例子中，菜单是所有香蕉组成的集合，考虑集是前排的香蕉，而重要的是，考虑筛选器是起指导作用的启发式规则：“只看前排的香蕉。”考虑启发式可以是有意为之的，例如个体打算购买一根香蕉时；也可以是无意识的，例如个体打算挑选任意一种水果，却没注意到下一个过道里有苹果，而他们很可能更喜欢苹果。

潜在考虑启发式规则的清单显然极其庞大，至少与我们可以设想个体具有的决策规则和行为偏差的数量一样多。我概述了这类启发式规则（或称考虑筛选器性质）可能具备的若干一般特征，以及这些性质之间的关系。

我称其中一种性质为他人独立性（IO），本文后续各节中的许多练习以及整篇论文都聚焦于此。且唯有当菜单中的备选项在可用时总是会被考虑，或者根本不会被考虑时，考虑筛选器才具有 IO。备选项之所以在这种意义上彼此“独立”，显而易见：菜单中是否存在其他备选项，并不影响某个特定备选项是否会进入最终考虑集。就 IO 筛选器所生成的选择结构不会形成循环而言，IO 与理性模型十分接近[7]，因此可以用我在第6节推导的效用函数来表示。我还介绍了与其他考虑启发式规则相对应的其他潜在筛选器性质。

接下来，我将扩展考虑的基本模型，以纳入以序贯方式使用筛选器的情形。关于序贯考虑的文献始于Tversky (1972)提出的按方面淘汰模型：该模型依据特定属性——即方面——依次从考虑集中移除备选项，无论这些备选项是否具有这些属性。Manzini 和 Mariotti (2007)对一种决策过程进行建模：代理人依次淘汰较差的备选项，将完整且具有传递性的偏好关系应用于选择集，直至只剩下一个备选项——即最终选择。 Apesteguia 和 Ballester (2013)采用博弈论方法，利用博弈树刻画上述类型的序贯选择过程中，哪些过程是可理性化的。我提出了一个更一般的模型，将上述模型纳入其中

[7]如果选择了 y 而非 x，并且选择了 y 而非 x，但又选择了 x 而非 z，选择就会形成循环，从而违反传递性。

从而构建一个理解多步考量的一般框架。

接下来，我构建第二种模型扩展，建立一个与考虑模型相对应的“理性注意”风格模型。这使我能够刻画决策者对考虑筛选器本身的偏好，而不仅仅是对商品的偏好。原则上，个体可能会采用多种不同的考虑启发式规则，而最终选择在很大程度上取决于将哪种规则应用于所呈现的菜单。我将个体建模为在给定菜单中选择要应用的筛选器，并权衡两种相互竞争的力量：更大的考虑集所带来的收益（更大的选择集可能会提高菜单中包含特别优质备选项的概率），以及检查许多项目的成本（筛选众多选项需要时间和精力）。我推导出两个边界条件，以此展示后续研究如何将考虑过程与有限注意力这一行为现实结合起来。

最后，我探讨如何对有限考虑下作出的选择进行理性化。理性和效用表示面临的主要威胁是偏好的完备性；显然，当人们只考虑可用备选项的一个子集时，偏好并不完备。Caplin和Dean (2011) 在搜索模型设定中讨论了这一挑战。我提出了一个强条件——他者独立性（IO），在该条件下，考虑集介导的选择可以用效用函数表示。与此相关，我还参照Lleras 等人(2017年)的思路，对显示偏好弱公理（WARP）作出修改，使之适用于考虑框架。总的来说，本文为理解有限考虑现象勾勒出一个通用框架，以新颖的方式扩展基本模型，并探讨有限考虑对效用表示和更广义的理性选择理论的影响。

本文结构如下。第2节概述考虑筛选器及其产生的考虑集这一基本模型，并确立一套语言，以便讨论本文的观点。第3 节介绍考虑筛选器可能具备的若干性质，尤其是他者独立性。第4 节和5 节对基本模型进行了扩展：第4 节允许使用多个筛选器，第5节则将个体建模为对筛选器具有偏好。第6 节讨论考虑集介导的选择能否进行效用表示。第7 节讨论结果的局限性，以及相关文献未来可以探索的方向。第8节作结。另附[8],附录，其中包含结果的证明。

2 考虑的一般理论

本节概述有限考虑的整体理论。我将介绍关键要素——考虑集和考虑筛选器，同时给出相关定义和公理，以完善该模型。

2.1 有限考虑概述

有限考虑的基本理论是：个体在做出选择之前，不会注意到呈现给自己的每个选项。将菜单直接映射为选择的简单做法，无法捕捉人类决策中的一个关键细微之处，即注意力往往是“有成本的”，因此个体在选择过程中只会考虑数量有限的一小部分备选项。在菜单与选择之间，存在一个称为考虑的中间步骤，它界定了个体将要考察并最终从中做出选择的较小备选项集合。

个体并非从菜单中做出选择，而是从考虑集中做出选择；考虑集嵌套于原始菜单之中。图 2.1 清楚地展示了菜单、考虑集与选择之间的关系。

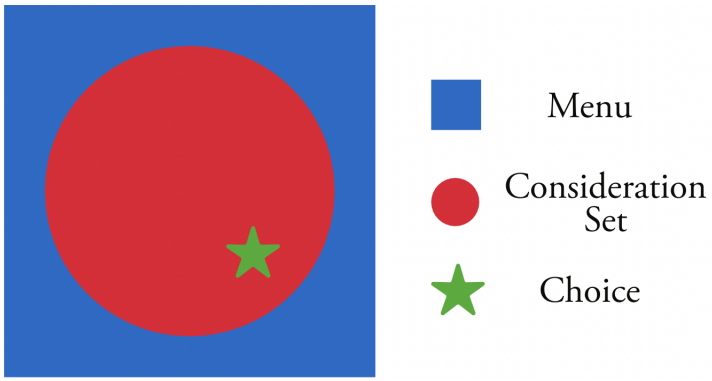


图 2.1：菜单、考虑集与选择

现在，我将给出正式的定义和公理，以建立环境。

2.2 定义与公理

在对考虑集这一概念形成直观认识后，我现在用更具体的方式定义数学环境。本节将使用决策理论家和离散数学家都相当熟悉的概念。

2.2.1 集合记法

我使用基本的集合论概念来定义考虑中介选择过程所用的术语。

定义 1. 备选项集合为 *X*。

备选项集合表示可能呈现给某个个体的所有备选项构成的全集。对于在汽车经销商处浏览汽车的个体，X 就是停车场中所有汽车构成的全集。汽车集合由一辆辆汽车组成，它们是该集合的构成备选项：

定义 2. X 中的构成备选项称为 x_i，其中 $x_i \in X$对于所有 i均成立。

个体的最终选择将是全集 X中的某个备选项 x_i 。此后我将滥用符号表示，省略下标 i，用 x指代备选项。正如前文所述，个体必须先观察一个菜单——即可用备选项的某个子集。

定义 3. 菜单集合为 *M(X)*。

菜单集合包含个体可能面对的备选项 $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ 的所有组合。

公理1. 存在 $2^{|X|}$ 个菜单。

根据幂集的定义，菜单集合 $M(X)$必然包含 $2^{|X|}$ 个菜单，其中 $|X|$ 是 X的基数，即其中所含备选项的数量。这既包括包含所有备选项的全集，也包括空集 $\emptyset$。

定义4. 一般菜单记作 A 和 B； $A \subseteq B \in M(X)$。

我定义两个一般菜单 A 和 B，并将在后续章节讨论模型性质时使用。 A 是 B 的子集—— A 中的每个备选项也都包含在 B中。在后续章节中，我有时会使用其他一般菜单，例如 Q；每次出现时，都将 Q 视为具有与 A相同性质的某个一般菜单。

2.2.2 映射与考虑集

现在我来定义考虑筛选器和考虑集。考虑模型假设，个体观察菜单，将其筛选为考虑集，然后做出选择。这个过程的第一步是从菜单到考虑集的映射。形式上，考虑筛选器是一个映射 Γ：$M(X) \mapsto M(X)$，它将

菜单集合映射为相应的子集。也就是说，考虑筛选器接收一个菜单，并返回它的某个子集。对于菜单 A，筛选器返回 $\Gamma(A)$，其中$\Gamma(A) \subseteq A$ 适用于所有菜单 $A \in M(X)$。回想一下一般菜单 A 和 B，同时注意到 A 是 B的子集。最一般意义上的考虑筛选器接收 B，并返回某个 A:

定义5。 $\Gamma: B \mapsto A$ 是一个考虑筛选器。

任何将一个集合映射为其某个子集的函数，都符合考虑筛选器的定义，体现了有限考虑这一现象，而这正是相关文献的研究动机。自然，这类筛选器可以有多种形式。例如，Masatlioglu 等人(2012) 将分析范围限定为被归类为“注意力过滤器”的筛选器，而 Lleras 等人 (2017年) 则研究“选择过载”这一情形。

定义6。 $\Gamma(B)$ 是菜单 B的考虑集。

将考虑筛选器应用于一个菜单后得到的结果，就是考虑集，图2.1中的红色区域即表示该集合。最终，选择来自考虑集，而非菜单。

公理2。 $c(B) \in \Gamma(B)$

上述公理仅仅说明，从一个菜单中作出的选择也必须属于该菜单的考虑集。从本质上说，选择来自考虑集，而非菜单。这为任何试图根据观察到的选择数据识别考虑集的研究提供了出发点。如果某个备选项被选中，我们便可以确定，该备选项一定曾被考虑过，因此属于考虑集。[8]要确定除已选备选项之外的考虑集结构，必须对考虑过程作出假设，因此需要一些语言来描述关于考虑筛选器的公理。下一节将提供这样一个框架。

考虑筛选器的 3 个性质

本节介绍考虑筛选器可能具有的各种性质，并提供一套语言，用以描述考虑筛选器和考虑集。第3.1 节重述数学预备知识，为描述所关注的环境确立一套严谨的术语。第 3.2 节列出考虑筛选器可能具有的性质，并在必要时提供示例、说明以及关于这些性质相互关系的形式化结果。

[8]请注意，如果一个备选项未被选中，在不对考虑过程作出额外假设的情况下，无法推断它是否曾被考虑。

3.1 环境

我运用集合及集合关系的基本概念，重新表述数学环境。我从一个个体入手，该个体通过两步过程作出选择：首先，个体面对一个由若干项目构成的菜单，将其筛选为规模不大于原菜单的考虑集；随后作出最终选择。本节聚焦于这一过程的第一部分，即将菜单转化为考虑集。

备选项集合 X 汇集了个体可能观察到的全部商品。空间 X 并非空集，而是包含元素 $x \in X$，其中每个元素都是一个特定的备选项，可能被选中。然而，个体通常不会观察到整个备选项集合 X：虽然这并非不可能，但个体更常接触到菜单，即从更大的菜单中选出的较小备选项集合。

形式上， $M(X)$ 表示可从 X 得出的菜单集合，其中每个菜单都是 X 的子集：对于菜单 A， $A \in M(X) \subseteq X$。共有 2^X 种可能的菜单，包括全集 X 和空集 $\emptyset$。

我将 A 称为 $M(X)$ 中的通用菜单，并且也使用一个通用菜单B，表示构成菜单 A 超集的菜单： $A \subseteq B$。

个体观察一个菜单，并考虑其中备选项的一个子集。为描述这一点，我引入一种映射，即考虑筛选器，它将观察到的菜单 $A \in M(X)$ 转换为另一个菜单 $\Gamma(A)$。由于个体只能考虑原始菜单中的备选项，因此考虑集是原始菜单的子集：$\Gamma(A) \subseteq A$。因此，考虑筛选器为：

$$\Gamma : M(X) \mapsto M(X)$$

下一节将列出考虑筛选器的性质，从而更深入地刻画考虑筛选器的本质。

3.2 性质列表

以下性质列表描述了考虑筛选器可能具有的各种特征。给定的考虑筛选器可能满足其中若干项、全部或一项也不满足。请注意，尽管这些性质各不相同，但它们不一定互斥，通常也不一定同时出现。

前两个性质是对理性选择理论中著名公理的改编，在此将其转化为公理化考虑筛选器，而非选择函数。在标准选择文献中，公理通常以如下形式呈现：

例 1. A Generic Choice Axiom 如果从菜单 A 中选择了 x，那么它也必须从菜单 B 中选择。

例如，弱公理采取这种基本形式。这种方法背后的理念是，通过对决策过程的细节作出假设，我们只需留意某个菜单的结构，就能判断另一个菜单中的哪些备选项会被选中。

在本节中，我将这种熟悉的公理化风格调整为适用于考虑，而非最终选择。也就是说，我提出一组公理，在满足某些条件时，这些公理能够明确给定菜单中的哪些备选项属于考虑集。通过此举，我将公理化选择理论的严谨性拓展到考虑领域，为文献提供一组示例性公理，作为进一步探索和应用研究的基础。

我提出的每条公理都代表考虑筛选器可能具备的一种性质，并指出在何种条件下，菜单的考虑集至少可以部分确定。我为每条公理都配上了相应的示例。在这些示例中，我作出以下假设:

- 备选项集合为 X： $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$。
- 菜单集合 $M(X)$ 包含 $2^9 = 512$ 个菜单。
- A 是一个一般菜单； A： $\{1,2,3\}$
- B 是一个一般菜单； B： $\{1,2,3,4,5\}$

这些假设保留了一般性，目的是使每条公理具体化。我还引入了除 A 之外的一般菜单，而 B 是特例。我从森的 α开始:

定义 7。 Sen's α。 Γ 满足森的 α，当且仅当 $x \in \Gamma(B)$ 且 $x \in A \subseteq B$ 蕴含 $x \in \Gamma(A)$。

这是著名的 Sen α[9] 公理，经过调整后适用于考虑框架。简而言之，Sen α 断言，只要 x 从集合 B中被考虑， x 也会从 B中包含它的所有子集中被考虑。因此，我将此称为一种"由大到小"条件，它保证从较大的集合中被考虑的任何备选项，也会在其子集中被考虑。

例 2. Sen's α example

假设 Γ 满足 Sen 的 α。进一步假设存在一个菜单 $B = \{1,2,3,4,5\}$，其考虑集为 $\Gamma(B) = \{2,3\}$。如果 A： $\{1,2,3\}$，那么 2， $3 \in \Gamma(A)$。

[9]也称为 Chernoff 条件。

这个例子展示了，当假定 Sen 的 α相对于给定的考虑筛选器 Γ成立时，观察者如何确定另一个菜单中的哪些备选项属于考虑集。值得注意的一点是，在本例中， A 的考虑集并不局限于2 和 3。1 也可能属于 A的考虑集。不过，根据 Sen 的 α，我们只能确定 A的考虑集中包含 2 和 3。这些公理为菜单考虑集中的备选项提供了一个下界。

森的 β 是另一项熟悉的结果，在此经过重新表述，以适用于考虑筛选器环境。

定义 8. Sen's β. Γ 满足森的 β，如果 x_1、$x_2 \in A \subseteq B$ 和 $x_2 \in \Gamma(B)$ 蕴含$x_1 \in \Gamma(B)$。

森的 β 是决策理论中的另一条经典公理，我将其类比到考虑情境中。该公理断言了一种可以称为"结伴同行"性质的特征：如果两个备选项在某个菜单中都被考虑，且在更大的菜单中仍然可选，那么就不能只考虑其中一个而不考虑另一个[10]。

例 3. Sen's β example

假设 Γ 满足森的 β。进一步假设存在一个菜单 $A = \{1, 2, 3\}$，其考虑集为 $\Gamma(A) = \{2, 3\}$。如果 $2 \in \Gamma(B)$，其中 $B \supseteq A$，那么 $3 \in \Gamma(B)$。

下一个性质是一条新的公理，我将其作为森的 α的对应公理提出。

定义 9. Condition τ. Γ 满足条件 τ，当且仅当 *x* $\in \Gamma(A)$ </style}且 A B 意味着 x(*B)</style}*。

条件 τ "反转"了 Sen 的 α，考虑的是"由小到大"的情形，而非由大到小。条件 τ 指出，如果备选项 x属于菜单 A的考虑集，那么它也属于每个包含 A 且含有该备选项的超集的考虑集。这刻画了"扩展"过程中考虑集的保持。当条件 τ 成立时，在这一扩展过程中，不会有任何备选项被排除在考虑之外。

请注意，满足此条件的筛选器 τ 排除了选择过载的可能性，即由Lleras 等人（2017年）所描述的"多即是少"现象。选择过载的概念认为，向菜单中添加项目可能会导致先前考虑过的备选项不再属于新的考虑集，这与关于消费者被"压垮"的知名文献所描述的现象如出一辙：消费者面对更大的菜单时会忽略备选项，因而不再考虑某些商品。条件 τ 是对此的直接补救措施，尽管在实际中并不适用于所有值得关注的情境。

[10]当然，这里忽略了外部施加的考虑集大小限制。我将在第 5节讨论这一点。

示例4. Condition τ example

假设 Γ 满足条件 τ。进一步假设存在一个菜单 $A = \{1, 2, 3\}$，其考虑集为 $\Gamma(A) = \{2, 3\}$。对于菜单 $B \supseteq A$，其中 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，$2, 3 \in \Gamma(B)$。

定义10. Independence of Others Γ 若满足以下条件，则符合他人独立性（*IO*）：

1. $x \in \Gamma(A) \ \forall A \in M(X)$ 使得 $x \in A$
或*2.* $x \notin \Gamma(A) \ \forall A \in M(X)$

他人独立性若成立，则表示每个备选项 $x \in X$ 要么在可选时（即在菜单中）始终被考虑，要么从不被考虑。这也说明了这一名称的由来：一个备选项是否纳入考虑集，完全独立于其他所有备选项是否存在。在决策过程的这一阶段，不存在比较过程。自然，IO 对应于这样一些情况：商品具有某些不会改变的性质，而个体根据这些不变的特质形成考虑集。例如，某个个体在汽车经销商处决定购买哪辆汽车，但只考虑每加仑至少行驶30英里的汽车，这种考虑汽车的方式符合 IO。可选集中任何每加仑至少行驶30英里的汽车都会进入考虑集，而不受集合中是否有其他汽车的影响。大多数考虑启发式都不符合 IO，尤其是那些根据比较或某种顺序中的位置来决定是否考虑的启发式规则。例如，“购买水果时，只考虑前排的香蕉”这一启发式规则就不符合 IO，因为移动香蕉的位置会影响它是否被考虑。与其他规则相比，IO 考虑启发式更容易在菜单中没有任何备选项符合相关标准时产生空考虑集。

他者独立性与标准理性选择模型相符，因为对于任何曾被选择过的备选项，始终都可以进行显示偏好分析。请回想一下，显示偏好面临的主要威胁是因缺乏考虑而导致偏好不完整。他者独立性在很大程度上弥补了这一缺陷，因为它保证：任何从任一菜单中被选择的备选项，在其可供选择的所有菜单中都会被考虑。这样一来，就能更充分地根据观测到的选择推断偏好。

当然，他者独立性并非在所有情境下都符合现实，这暴露了标准理性选择模型的一个弱点。任何直接根据观测到的选择得出的偏好排序，都隐含地假设了完全考虑，而他者独立性只是对完全考虑的近似。因此，对于那些既认为标准显示偏好框架有用、又自然而然地质疑他者独立性准确描述现实世界决策过程的经济学家而言，这构成了一项挑战。

例5。 IO EXAMPLE

假设 Γ 满足他者独立性。进一步假设存在一个菜单 $A = \{1, 2, 3\}$ ，其考虑集合为 $\Gamma(A) = \{2, 3\}$。如果我们有菜单 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$、 $Q = \{1, 4, 7\}$和$S\{1, 6, 8\}$、 $1 \in \Gamma(B)$，那么 $1 \in \Gamma(Q)$，且 $1 \in \Gamma(S)$。

现在我将介绍一个关于他者独立性（IO）与前述两项性质之间关系的结果。

定理1. (SEN'S α AND CONDITION $\tau \Leftrightarrow$ IO) Γ 满足森的 α 和条件 τ，当且仅当它满足他者独立性（*IO*）。

证明。 见附录。

直观而言，森的 α 和条件 τ 共同为筛选器 Γ提供了一个"由大到小"和一个"由小到大"的条件。证明策略依赖于这样一点：单元素集合 $\{x\}$ 是任何包含 x的菜单 A 的子集。如果 x 属于 A的考虑集 Γ（A），那么通过"先向下再向上"的方法，就能保证在任何包含 x 的菜单中都考虑到它；我将在证明中展示这一技巧。

下一个性质——他人动态独立性（DIO）[11]将他者独立性（IO）和考虑过程扩展到了动态情境。DIO指出，当菜单中的备选项按某种顺序经过筛选时，这一顺序不会影响最终的考虑集。

为正式刻画 DIO，固定菜单 $A \in$ M(X) 的元素，以考察其元素的所有可能排列。例如， $A = \{1, 2\}$ 也可以等价地表示为 $A = \{2, 1\}$。对于包含 $|A|$ 个元素的菜单 A ，共有 $|A|!$ 种可能的排列。将第一种排列称为 A_1 ，第二种称为 A_2，由此得到一般符号表示： A_n 表示菜单 A 的第 nth 种排列。对于菜单 A，设想一个个体拥有 $|A|$ 个时间单位，每个时间单位内只考虑一个元素。也就是说，在第 1 期，个体考虑第一个元素；接着在第 2 期考虑第二个元素.....直到最后一个元素在第 $|A|$期被考虑。

他人动态独立性断言，对于每一种这样的排列，最终的考虑集都相同。

定义 11。 DYNAMIC INDEPENDENCE OF OTHERS Γ 满足他人动态独立性（*DIO*），当且仅当 $\Gamma(A_1) = \Gamma(A_2) = \cdots = \Gamma(A_n)$ ，其中 $n = |A|!$。

DIO 排除了这样一种行为偏差的可能性：选择取决于备选项的呈现方式，而不仅仅取决于构成观察到的菜单的备选项组合。因此，DIO 对动态环境中的筛选施加了非常严格的条件。

[11]Sejal Aggarwal 为这项性质命名，帮助我替换了之前一个不够清晰的术语。

满足 DIO 的考虑启发式规则与 Simon (1955 所描述的满意化行为不相容。在 Simon 的模型中，消费者会$x \in X$ 按顺序查看集合中的备选项，一旦观察到某个达到质量阈值的备选项，就会作出选择。显然，顺序在此很重要。例如，在一个有 10 个备选项的情境中，5 个备选项“令人满意”，但只考虑其中 3 个，那么 5 个令人满意的备选项中最先出现的 3 个会被考虑，而另外 2 个则“落选”。DIO 排除了这种情况。因此，它不适用于满意化情境，也可能不适用于许多假设存在类似“先行者”效应的模型。然而，DIO 为标准考虑筛选器模型提供了一个基准，可据此检验这类动态行为框架。

示例6. DIO example

假设 Γ满足 DIO，且考虑是按顺序进行的。进一步假设存在菜单 $A_1 = \{1, 2, 3\}$、$A_2 = \{1, 3, 2\}$ 和 $A_3 = \{3, 1, 2\}$。 $\Gamma(A_1)$ =$\Gamma(A_2)$ = $\Gamma(A_3)$。

下一个性质“固定数量”用到了基数的概念，即集合中元素的数量。如前所述，将 $|M(X)|$ 称为菜单 M(X) 中元素的数量（基数）；据此， $|\Gamma(A)|$ 表示从菜单 A 中考虑的元素数量。例如，如果 $A = \{1, 2\}$，那么 $|A| = 2$。

定义 12. Constant Number (CN) Γ 满足固定数量，当且仅当对于所有满足 $|A| \geq n$ 的 $A \in$ ，都有 $|\Gamma(A)| = n$。

固定数量考虑启发式规则总是从菜单中考虑相同数量的备选项，前提是菜单中有足够数量的备选项可供选择。这要求固定某个 $n \in \mathbb{W}$。[12]

示例7. Constant Number example

假设 Γ 满足 CN，且 $n = 2$。进一步假设存在一个菜单 $A = \{1, 2, 3\}$。$Gamma(A)$ 必须是 $\{1, 2\}$、 $\{1, 3\}$ 或 $\{2, 3\}$。

3.3 总结

本节重述了关于考虑集和考虑筛选器的形式语言，使我能够定义考虑筛选器可能满足的各种性质。一般而言，这些性质既不相互排斥，也未必同时成立。前两项性质，即 Sen 的 α 和 Sen 的 β，是对著名选择公理的改编，在此将其调整为符合本文所讨论的情形：从菜单到

[12] $\mathbb{W}$ 是自然数与 0 构成的集合。

考虑集的映射，而非从菜单到选择的标准映射。随后，我介绍了考虑筛选器可能具有的几项新性质：条件 τ 他人独立性（IO）、动态他人独立性（DIO）以及固定数量。

条件 τ 反转了 Sen 的 α ，从而排除了选择过载现象发生的可能性。他者独立性是一个非常强的条件，它规定一个备选项只要可用，就要么始终被考虑，要么从不被考虑。DIO 将他者独立性扩展到动态情境中。正如后文将要说明的，他者独立性与理性模型相符；虽然它可能不切实际，但在标准模型下，它是效用表示的必要条件。固定数量使所有考虑集的基数相同。

下一节中，我将扩展基本考虑模型，使其能够在给定菜单上使用多个考虑筛选器。

4 扩展 1：序贯考虑

设想一个个体走进一家商店，想买一双新鞋。在缩小选择范围时，他首先将注意力集中在第一条过道里的鞋子上。接着，他只考虑 10 码的鞋子，进一步缩小选择范围。如何对这一过程建模？目前的考虑模型只能涵盖一个考虑筛选器，但这个例子需要两个：先从所有鞋子中筛选出第一条过道里的鞋子，然后再从第一条过道里的鞋子中筛选出也 为 10 码的鞋子。要描述这一过程，就需要扩展基本框架。

在本节中，我提出并构建一个序贯考虑模型。尽管文献中已有对考虑集这一概念的探讨，但两步，甚至n 步 （经过两轮以上的逐步缩小）的情况尚未得到正式研究。多轮考虑或许更能贴合现实场景，因为它涵盖了个体依据多个标准缩小大型集合的情形。

回想一下，在原始情形中，我们有如下从菜单到考虑集再到最终选择的映射：

$$A \mapsto \Gamma(A) \mapsto c(\Gamma(A))$$

而且，可能存在不止一个考虑筛选器：

$$M(X) \mapsto \Gamma_1(A) \mapsto \Gamma_2(A) \mapsto c(\Gamma_{12}(A))$$

人们或许可以想象，图2.1在这种情况下，有一系列圆圈位于原始圆圈内，每个圆圈都代表对考虑集进行的一次进一步缩小。为此，我首先构建一个过滤器空间，其中包含个体可能使用的任何一个

众多考虑筛选器。不同的考虑筛选器可能满足不同的性质。例如，一个筛选器可能具有他者独立性，另一个则可能具有 CN。个体可以对给定菜单应用任意数量的筛选器，通过多个步骤将其缩小为最终的考虑集。

这一框架在相关文献中已有先例。Tversky （1972）提出了著名的按方面淘汰过程。在他的模型中，菜单包含备选项，每个备选项都具有或不具有某些方面——也就是商品的某些理想特征。个体通过多步过程进行选择，每一步都会淘汰所有不具备某个特定方面的备选项。这个过程持续进行，直到只剩下一个备选项，该备选项即为最终选择。Manzini 和 Mariotti （2007）设想个体针对给定菜单运用多个“理由”——完备且具有传递性的偏好关系——并按照固定顺序应用这些理由，从而做出选择。随后，作者们考察哪些类型的选择函数与这一过程所选出的唯一备选项相一致。
Apesteguia 和 Ballester（2013）为 Manzini 和 Mariotti （2007）所提出的这类模型进行了分类，并使用博弈树将序贯理性化的概念形式化。

我提出一个更一般的模型，将上述模型纳入一个通用框架，以理解多阶段考虑。例如，按方面淘汰可以建模为对给定菜单应用一组他者独立性筛选器，前提是每个“方面”都代表备选项的一种不变特征。我的模型与Manzini 和 Mariotti (2007)的模型不同，因为我只有在考虑集形成之后才会用到理性偏好。我采用了不同于Apesteguia 和 Ballester(2013) 的方法：我的分析以标准选择框架为基础，而不是采用博弈论决策树的形式。

此外，我引入了一个性质——可交换性；我借用了代数中的术语，用它来刻画两个或多个筛选器之间的关系。如果两个或多个筛选器依次作用于某个菜单，无论应用顺序如何，都会产生相同的考虑集，那么我就称它们具有可交换性。作为一个概念，可交换性适用于任何选择可能取决于信息呈现方式的决策情境。我证明任意数量的他者独立性筛选器总是具有可交换性，并由此证明了两个结果。

4.1 定义

我首先定义过滤器空间，其中包含可应用于菜单的所有考虑筛选器。

定义 13。 Space of Filters 存在一个筛选器空间 γ，由若干组成筛选器 $\Gamma_i \in \gamma$构成。 Γ_i 表示第 i 个筛选器。

这定义了决策者可用的筛选器空间，其中的每个筛选器都会根据其自身的性质以及与之隐含关联的启发式规则来缩小菜单范围。应用于菜单的任何筛选器都来自 γ。上面的例子涉及 Γ_1 和 Γ_2，它们是两个考虑筛选器，来自 γ，并应用于菜单 $A \in M$（X）。将两个筛选器应用于一个菜单有多种表示方式。

定义14。 Representation of 2-Step Consideration如果将 Γ_1，然后将 Γ_2 应用于菜单 A，则最终的考虑集为 $\Gamma_2(\Gamma_1(A)$ 或 Γ_{12}。

请注意，嵌套记法 $\Gamma_2(\Gamma_1(A)$ 的读取顺序是从右向左，而简化形式 Γ_{12} 的读取顺序是从左向右。

两步考虑的过程如下：个体观察一个菜单，将考虑筛选器应用于该菜单以得到一个考虑集，然后再将另一个 筛选器应用于该考虑集，最终得到一个考虑集。因此，考虑筛选器可以类比为动态规划中的压缩映射：每个筛选器依次应用，将当前菜单映射为一个更小的菜单，而该菜单仍属于菜单空间 $M(X)$。对于 n 步考虑，也有类似的符号表示和直觉；其中，将γ 中的任意有限个考虑筛选器依次应用于一个菜单：

定义15。 Representation of N-Step Consideration 如果将 Γ_1、 Γ_2、.....、 Γ_n 应用于菜单 A，则最终的考虑集为 $\Gamma_n(...(\Gamma_2(\Gamma_1(A))))$ 或 $\Gamma_{12...n}$。

在这里，可以对一个菜单应用多个筛选器。这一过程的时序原则上与两步考虑相同，不过每次应用一个筛选器 Γ_i 之后，都可能形成大量新的、更小的考虑集合 γ。

有了描述序贯考虑的符号表示后，我现在引入可交换性的概念，扩展这一框架，以详细说明应用一组筛选器的顺序为何重要。

4.2 交换筛选器

当对一个菜单依次应用不同的筛选器时，顺序重要吗？也就是说，可以按任意顺序应用它们，并期待得到相同的最终考虑集吗？举个具体的例子，设想一个个体请图书管理员帮忙挑选一本新书来读。面对数量多到难以估量的可选书籍，他们采用两条经验法则：想读虚构类作品，也想读图书管理员被问及时最先想到的几本书之一。这个个体会提出这两项要求，但可以先询问虚构类作品，然后 再询问最先想到的几本书，

也可以先询问最先想到的几本书，然后再问其中哪些是虚构类作品。本节探讨这两种情况下，他们最终从中挑选的考虑集是否相同。

为了回答这些问题，我引入一个新概念：可交换性。我在此借用代数中的基本公理，来描述这样一种情形：考虑筛选器可以按任意顺序作用于菜单，而考虑集不会改变。简言之，顺序无关紧要。正如预期的那样，这是一个相当强的条件。尤其是，它是否可行往往取决于相关筛选器是否满足他人独立性（IO）。在介绍结果之前，我分别定义两步情形和 n 步情形下的可交换性。不失一般性， Γ_1 和 Γ_2 指 γ中的两个不同的任意筛选器。

定义 16。 2 Commutative Filters Γ_1 和 Γ_2 可交换，当且仅当 $\Gamma_{12}(A) = \Gamma_{21}(A)$ 对所有 A 均成立。也就是说， $x \in \Gamma_{12}$ 当且仅当 $x \in \Gamma_{21}$。

如果两个筛选器作用于菜单 A 后产生相同的最终考虑集，那么它们就是可交换的，无论它们的作用顺序如何。这个概念可以用来描述由两个筛选器生成、且不受其作用顺序影响的考虑集。我将此定义扩展到 n 步情形，这是一项要求更高的条件。

定义 17. *N* 个筛选器 Commutative Filters $\Gamma_1, \Gamma_2, ..., \Gamma_n$ 若 $\Gamma_{12...n}(A)$ 在 $\{1, 2, ...n\}$的顺序排列变化时保持不变，则称它们具有可交换性。

n 个筛选器的可交换性与两个筛选器的情况相同。不过，此处的 DIO 需要检查每一种排列，而筛选器顺序的集合可能会非常庞大。例如，对于由 5 个筛选器组成的集合，共有 120 种不同的排列，每一种都必须经过验证，才能确定是否满足可交换性。这些定义使我们得以陈述本节的两个主要结果。

4.3 可交换性结果

可交换性必然会对所应用的考虑筛选器的性质提出某些要求。我将给出两个结果，表明 IO筛选器在两步和 n 步情况下都必然具有可交换性。回顾 IO 的定义：

重新定义 1. Independence of Others 考虑筛选器 Γ 满足他者独立性（*IO*），当且仅当以下两个条件之一成立：

1. $x \in \Gamma(A) \ \forall A \in M(X)$ *s.t.* $x \in A$
或*2.* $x \notin \Gamma(A) \ \forall A \in M(X)$

他者独立性认为，每个备选项只要可用，就总会被考虑；否则就永远不会被考虑。现在我将介绍第一个结果：对于任意菜单，两个筛选器的他者独立性要求它们可交换。

定理 2. IO and Commutativity with 2 Filters

当且仅当 Γ_1 和 Γ_2 具有他者独立性时，对于所有 $A \in M(X)$，Γ_1 和 Γ_2 都可交换。

证明。参见附录。

我希望强调这样一个事实：尽管对于任意菜单而言，两个筛选器可交换的必要条件是具有他者独立性，但两个筛选器可能对给定菜单可交换，却不一定对所有菜单都可交换。一个简单的例子是菜单为空集 $\emptyset$。任何两个筛选器对这个菜单都可交换，因为考虑集仍为空；然而，如果它们不具有他者独立性，颠倒顺序就可能改变从非空菜单生成的考虑集。

定理 3. IO and Commutativity with N Filters

当且仅当 Γ_1、Γ_2、.....、Γ_n 具有他者独立性时，对于所有 $A \in M(X)$，Γ_1、Γ_2、.....、Γ_n 都可交换。

证明。参见附录。

这将定理 2 扩展到了可能包含两个以上筛选器的情形，不过，$n = 2$ 这一退化情形表明，定理 3 显然包含定理 2。附录中的证明思路是将两步证明作为归纳法的基础情形。

4.4 总结

本节介绍序贯考虑的概念，即可以对给定菜单应用多个筛选器，且每个筛选器都会使考虑集进一步收缩。筛选器来自更大的筛选器空间 γ，并且可以满足任意数量的性质。随后，我将介绍可交换性的概念，它描述了这样一些情形：无论以何种顺序应用两个或任意可数个筛选器，所得的考虑集都相同。任意数量的 IO 筛选器之间始终具有可交换性，而非 IO 筛选器之间仅在较为有限的情形下可能具有可交换性。一般而言，在信息获取以及基于此类信息作出的决策至关重要的情境中，可交换性是思考考虑问题的一个有用基准。这使决策理论家能够明确，在何种情况下以及满足哪些条件时，信息的使用不受信息到达顺序的影响。在下一节中，我将利用决策过程中可能存在多个筛选器这一观点，在理性注意力框架中内生化筛选器的选择。

5 扩展 2：关于筛选器的偏好

迄今为止，考虑筛选器的概念已得到充分发展，尤其是对其潜在性质及相互关系的梳理。在本节中，我将个体建模为不仅对备选项有偏好，而且对会影响其所面对的备选项集合的筛选器 也有偏好。

这样的表述非常适合刻画个体决策中的细微差异。选择自然涉及经验法则——在我的模型中即筛选器——然而，个体可能会根据不同情境选择性地运用这些规则。选择汽车时最合适的考虑启发式，与购买香蕉时最优的启发式自然会有所不同。因此，我将筛选器的选择内生化，允许模型中的个体为给定菜单选择所要应用的考虑筛选器。为求简洁，本节假设个体只选择一个筛选器，并暂不考虑上一节中的序贯设定。实际上，这两个概念很容易结合；这里我希望聚焦于偏好部分，以便阐明这一概念。我将模型置于理性注意力文献的背景下，提出选择筛选器时存在两个相互竞争的因素：较大的考虑集带来的更高可选性，以及筛选众多选项所伴随的心理负担。我构建了一个简约模型来捕捉这一思想的核心，同时省略了一些可能使设定过于复杂的细节。

5.1 环境与细节

现在，我将正式刻画后续定义、公理和结果所适用的空间。在第 3.1 节中，我概述了该环境，尤其定义了备选项集合 X 及其构成菜单 $A \in M(X)$ 之间的关系。现在，我将像上一节一样，在一个过滤器空间中进行讨论：

重新定义 2。 Space of Filters 存在一个过滤器空间 γ，其由构成性筛选器 $\Gamma \in \gamma$组成。 Γ_i 表示第 i 个筛选器。

我允许个体根据本节开篇所讨论的相互竞争因素，选择对菜单应用哪个筛选器。偏好关系及相关概念将有助于构建该环境。

定义 18。 Filter Preference Relation 在筛选器集合 $\Gamma_i \in \gamma$上存在一个弱偏好关系$\succsim_\gamma$。

这一偏好关系 $\succsim_f$ 使我们能够正式定义个体对筛选器 $\Gamma_i \in \gamma$的偏好。与此前隐含假定的外生给定考虑筛选器不同，加入对筛选器的选择，因而必须纳入这一关系。

公理 3. Completeness of Filter Preferences关系 $\succsim_\gamma$ 是完备的。也就是说，对于两个筛选器 Γ_i 和 $\Gamma_j \in \gamma$， $\Gamma_i \succsim_\gamma \Gamma_j$ 或 $\Gamma_j \succsim_\gamma \Gamma_i$。

该公理指出，对于可能呈现给个体的每一对筛选器，个体都有明确的偏好。需要注意的是，这里我不对不确定性进行建模：为求简便，该模型假设个体对筛选器拥有完全信息。

公理 4. Transitivity of Filter Preferences 对于任意三个筛选器 Γ_i、Γ_j 和 $\Gamma_k \in \gamma$， $\Gamma_i \succsim_\gamma \Gamma_j$ 且 $\Gamma_j \succsim_\gamma \Gamma_j$ 蕴含 $\Gamma_i \succsim_\gamma \Gamma_k$。

$\succsim_\gamma$ 的传递性可避免循环，即偏好以循环方式变动。这是确保选择能够反映潜在偏好的必要一致性条件，也是效用表示的一项关键要求。

公理 5. Rationality of Filter Preferences 关系 $\succsim_\gamma$ 是理性的。

$\succsim_\gamma$ 的理性源于完备性和传递性。[13]

公理 6. Utility Representation 对于菜单 A，存在一个定义在筛选器 $\Gamma_i \in \gamma$ 上的效用表示u_f，使得：

$$\Gamma_i \succsim_\gamma \Gamma_i \Leftrightarrow u_\gamma(\Gamma_i) \geq u_\gamma(\Gamma_i)$$

根据理性，我们知道存在一个效用表示。[14] 这种效用函数本质上是序数的，因为它反映偏好，但不一定反映偏好的强度。该效用函数以及潜在偏好都将菜单视为固定不变。也就是说，给定一个一般菜单 $A \in M(X)$，就可以在过滤器空间 γ 上明确定义偏好。现在我们可以使用以下一般函数：

定义 19. Filter Utility 个体具有筛选器偏好：

$$u_\gamma = b_\gamma(\Gamma, A) - c_\gamma(\Gamma, A)$$

效用函数给出了个体将筛选器 Γ 应用于菜单 A所获得的效用。第一个参数 $b_\gamma(\Gamma, A)$ 表示筛选器带来的收益，我将其定义为来自最终被选中的备选项 $x \in A$。成本 $c_\gamma(\Gamma, A)$ 则是考虑的负效用。

这一基本模型与理性注意力文献十分契合，因为它权衡了选择的收益与注意力的成本。此外，这种模型扩展也可以被视为解释为何首先要使用考虑筛选器的一种动因：

[13] Mas-Colell 等人 (1995) **定义 1.B.1**。[14] Mas-Colell 等人(1995) **定义 1.B.2**

标准模型假定个体会隐式地考虑所有商品，因此会产生可能不值得付出的成本。

此处必须指出，截至目前，这个模型还没有经验内容。术语 $b_\gamma(\Gamma,\ A)$ 和 $c_\gamma(\Gamma,\ A)$ 过于宽泛，无法识别。为了给模型施加一些结构，我作出以下补充规定：

定义20。 Choice of Alternative from Menu c（Γ（A））根据有理偏好关系 $\succsim_x$，从菜单 A 中选出偏好程度最高的元素。

$c(A)$ 就是 A 中"最好"的备选项。这样一来，就可以根据某个筛选器最终生成的备选项，更具体地定义该筛选器的考虑收益。这是合理的，因为个体很可能会根据最终作出的选择所带来的效用来评估考虑标准。

定义21。 Benefit of Consideration 考虑 b_γ（Γ, A）的收益等价于 b_γ（c（Γ（A））。

考虑筛选器 Γ 的收益是生成的考虑集中最佳备选项的函数，因为被选中的正是这个备选项。

现在，我来定义表示考虑成本所必需的要素。

定义22。 Cardinality of Menu 菜单 A, $|A|$ 的基数，即备选项的数量 $x \in A$。

基数是定义考虑成本所必需的概念，因为考虑成本是考虑集基数的函数。

定义23。 Cost of Consideration 考虑成本 $c_\gamma(\Gamma, A)$ 等价地为 $c_\gamma(|\Gamma(A)|)$。

我将考虑的负效用定义为考虑集中备选项数量的直接函数。这与广为人知的注意力成本框架相呼应：注意力存在某种认知成本（时间、心理负担等），仅仅是考虑备选项的数量就会因此带来负效用。我对成本函数施加更多结构：

公理7。 Convex Cost of Consideration 考虑成本 $c_\gamma(|\Gamma(A)|)$是全局凸函数。

考虑的备选项越多，带来的负效用就越大，而且这种负效用会逐渐增加：

$$\frac{\partial c(|\Gamma(A)|)}{\partial |\Gamma(A)|} > 0, \frac{\partial^2 c(|\Gamma(A)|)}{\partial |\Gamma(A)|^2} > 0$$

现在所有论证都已定义，我得到如下关于筛选器偏好的效用表示规范：

定义 24。 Specified Filter Utility Function 个体具有筛选器偏好：

$$u_\gamma = b_\gamma(c(\Gamma(A))) - c_\gamma(|\Gamma(A)|)$$

筛选器效用 u_γ 分为两部分。如上所述，$uc(\Gamma(A))$ 表示根据理性偏好最终选出的备选项所带来的效用。筛选器的好坏取决于它最终导向的选择。成本 $c_\gamma(|\Gamma(A)|)$ 是个体在作出决定前考虑的备选项数量的凸函数。

定义 25. Filter Choice Rule 个体选择筛选器 $\Gamma \in \gamma$，以最大化：

$$c(\gamma) = \arg\max_{\Gamma\in\gamma} u_\gamma = b_\gamma(c(\Gamma(A))) - c_\gamma(|\Gamma(A)|)$$

这对目标函数作出了形式化规定。

公理8. Filter Choice Mandate $c(\gamma) \neq \emptyset$

个体必须选择一个筛选器。这可以防止凸成本函数导致空选择集。有了这一模型设定，下面给出形式化结果。

5.2 结果

下文将说明过滤器选择过程的一项由成本引致的性质，并给出关于个体会考虑的备选项数量的两个边界结果。

定义 26. Preference for Flexibility 一个过滤器选择规则 $c(\gamma)$ 表示灵活性偏好，如果 $\Gamma_1(A) \supseteq \Gamma_2(A)$ 蕴含 $c_\gamma(\Gamma_1, \Gamma_2) = \Gamma_1$。

满足这种灵活性偏好的选择规则——这是决策理论文献中的一项经典性质——会促使个体选择能够生成尽可能大的考虑集的筛选器。当注意力没有成本时，这一点尤为相关；在自由处置的前提下，更多选项不会使个体处境变差。筛选器目标函数中的注意力成本会导致模型中的灵活性偏好失效：

R评注 1. 过滤器选择规则 c_γ 不表示灵活性偏好 $y.$

这一结果的逻辑直接源于成本函数$c(|\Gamma(A)|)$的存在。更多备选项或许能带来更好的选择，但收益的增幅可能会被注意力成本抵消。

现在进入两个关键定理，详细说明筛选选择的边界情形。

定理 4. Costless Consideration Implies Full Consideration如果对所有 $\Gamma_i \in \gamma$， $c_\gamma|\Gamma(A)| = 0$，则该个体会考虑所有备选项 $x \in A$。 $\Gamma(A) = A$。

证明。 参见附录。

这个结果很直观。如果注意力没有成本，那么就没有理由不考虑所有备选项，因为这样做的潜在收益没有上限，也没有成本上的 downside。

定理 5。 Worthless Consideration 如果 $b_\gamma(\Gamma(A))$ 在所有 $\Gamma_i \in \gamma$中都相等，那么个体会选择筛选器 $\Gamma_i \in \gamma$，以最小化 $c_\gamma|\Gamma(A)|$。

证明。 参见附录。

在定理 4 中，我通过将成本函数在全局范围内设为零，消除了成本异质性。定理 5 可以看作是反向操作——在这里，通过让所有考虑集中的选择收益相等，消除了“回报”的异质性。这个结果同样直观。如果更大的考虑集没有潜在收益，那么个体只考虑一个备选项也是合理的，因为可以确定，增加考虑范围并不能改善其状况。[15] 因此，这个结果可以看作一个“不可能变得更好”定理。

这两个定理通过界定可能选择的边界，完成了我对筛选器偏好的分析：在一端，个体考虑所有备选项，且无需付出成本；在另一端，个体只考虑数量最少的备选项，以满足至少必须选择一个备选项这一公理。

5.3 总结

本节中，我将基本考虑模型扩展到这样一种情境：个体可以选择对菜单应用哪些考虑筛选器。为此，我提出了一种有限考虑的理性注意力模型，将个体建模为权衡扩大考虑集所带来的收益与增加考虑所产生的凸成本。我给出了两个边界结果，分别说明个体考虑所有备选项或考虑尽可能少的备选项这两种情形。下一节将阐述在有限考虑情境下效用表示的可行性。

[15]作为对契约理论的致意，这一结果与一个著名结论如出一辙：在经典的委托代理情境中，为高产出和低产出设定相同的工资，会导致代理人偷懒。

6 效用表示

从观测到的选择中构建效用函数的能力——即效用表示——依赖于理性的潜在偏好。这意味着偏好必须是完备且传递的。在有限考虑下，由于个体决策者未必会考虑每一个可选备选项，完备性自然无法成立。此外，如果不完整偏好导致选择循环，传递性也可能失效。

因此，有限考虑对效用表示构成了根本性威胁。为了保留结构模型中通常假设的效用函数，需要对个体所采用的考虑过程作出假设；在应用文献中，这些个体构成了代表性代理人。

本节首先构建一个与考虑中介选择相联系的效用函数。接着，我将证明，满足他人独立性（IO）的考虑过滤器足以支持这种形式的效用表示。随后，我沿用Lleras 等人（2017年）的方法，提出对弱公理的修正，使其与这一与考虑集一致的效用函数相匹配。

无论是在效用表示还是在弱公理框架下，都可以清楚地看出，他人独立性（IO）对选择和偏好提出了极为强的条件。我承认这一点，并推测可以采用一些方法来弱化他人独立性（IO），同时保留其适用性。

6.1 考虑效用函数

我提出一个一般性的效用函数，并将在接下来的结果中使用它。

定义 27. Generic Multi-Argument Utility

$$u(x \in A) = f(u_1(x), u_2(x), ..., u_n(x))$$

该效用函数根据对 n 个不同参数的某种合并，将每个备选项 $x \in A$ 映射到实数。退化情形下，可能只有一个参数。为了描述考虑过程，我将第一个组成函数 u_1称为阈值函数，其命名缘由将会变得清楚：

定义 28. Threshold Function 在 $f(u_1(x)\ u_2(x)\ ...,\ u_n(x))$中，$u_1$ 称为阈值函数。

我要求，备选项 $x \in A$ 要进入考虑集$\Gamma(A)$，u_1 根据 x 生成的值必须达到某个阈值，k^*:

公理 9。 Threshold k^* $x \in \Gamma(A)$ 当且仅当 $u_1(x) \geq k^*$

其中， k 的取值为实数：

公理10。 K IS REAL $k^* \in \mathbb{R}$

因此，菜单 A 的考虑集由其中满足阈值条件的备选项构成：

定义29。 THRESHOLD k^* CONSIDERATION SET

$$\Gamma(A) = \{x \in A : u_1 \geq k^*\}$$

个体从满足阈值条件 $u_1(x) \geq k^*$的备选项 $x \in A$ 中构建其考虑集。这就提供了一种在实数空间而非纯粹通过集合论来展示考虑的方式。

完成这一设定后，整体选择函数现在变为：

定义30。 THRESHOLD CHOICE FUNCTION

$$c(A) = \arg \max_{x \in \Gamma(A)} f(u_1(x), u_2(x), ..., u_n(x))$$

$$\text{Where } \Gamma(A) = \{x \in A : u_1 \geq k^*\}$$

换言之，上述选择函数规定了以下过程：

1. 向个体呈现菜单 A2. 个体将菜单 A 缩小为考虑集 $\Gamma(A)$，仅考虑满足 $u_1(x) \geq k^*$ 的备选项 $x \in A$ 3. 根据某个有理偏好关系，从考虑集 $\Gamma(A)$ 中选择一个备选项 x 。

如上所述，这是利用实数集合来促进考虑建模的众多潜在例子之一。我所构建的框架使我能够给出一个效用表示结果。我证明，任何与上述表述一致的选择过程，都只能涉及满足他者独立性（IO）的考虑筛选器：

定理6。 IO UTILITY REPRESENTATION Γ 满足他者独立性（*IO*），当且仅当 $\exists k^*$ 且$u_1(x)$：$X \mapsto \mathbb{R}$ 使得 $\Gamma(A) = \{x \in A : \ u_1 \geq k^*\}$。

证明。 参见附录。

指定选择过程所使用的任何筛选器都必须满足他者独立性。回顾一下，他者独立性等价于 Sen 的 α 与条件 τ 同时成立，因此这两个条件也可以替代该结论。

附录中的证明思路是将阈值 k^* 设为 1，并将 IO 生成的考虑集合中的所有备选项对应的 k^* 定义为 1，而将集合外的备选项对应的 k^* 定义为 0。通过证明达到该阈值的备选项集合恰好就是考虑集，证明即告完成。

上面的练习展示了一个例子：一旦明确了考虑筛选器的性质，就可以将考虑嵌入效用函数中。现在，我将这个练习扩展到弱公理，并以 IO 为概念验证，说明如何修改弱公理，使其适用于有限考虑情境。

6.2 弱公理的修改

显示偏好弱公理（WARP）是一项一致性条件，使选择与理性的潜在偏好相一致。弱公理成立时，规定：如果某个备选项 x_1 优于 x_2被选中，那么当二者在另一个菜单中都可选时，就不能出现相反的选择。本质上，偏好不能在两个不同的菜单之间“反转”。弱公理构成了选择理论的基础，并进一步支撑效用表示。

尽管弱公理被广泛应用，但它并不能自然地解释有限考虑。如果在第二个菜单中，x_1 未被考虑，那么选择 x_2 就完全有可能，因为个体甚至可能没有意识到菜单中存在 x_1 。因此，需要修改弱公理，使其适用于有限考虑情境。

此前已有相关研究。 Lleras 等人 (2017年) 对弱公理进行了修订，以解释“选择过载”现象。选择过载指的是这样一种情形：个体在较小的菜单中会考虑某些备选项，但当这些备选项出现在一个大得多的菜单中时，却不知何故忽略了它们。其理由是，数量过多的备选项可能带来认知负担，并导致健忘或类似的精神疏忽。选择过载版的 WARP 修订需要一些简单的符号表示。将 S 和 T视为 $M(X)$ 中的两个菜单，并称 b 为 X中的一个备选项。选择过载版的 WARP 修订如下：

公理11。 WARP Choice Overload (WARP-CO) 对于任意非空的 S，存在 $b^* \in S$，使得对于任意包含 b^* 的 T，如果：

1. $c(T) \in S$ 且 *2.* $b^* = c(T')$
对于某个 $T' \supset T$

那么 $c(T) = b^*$

通过要求所选择的备选项 b 在更大的集合中受到考虑，WARP-CO“填补了”选择过载所造成的缺口，使选择再次与理性偏好保持一致。在许多有限考虑可能危及完备性的情境中，决策理论家应当考虑适合具体应用的 WARP 修改。作为示例，下面给出一个与他人独立性（IO）相匹配的 WARP 修改，其使用的符号表示与 WARP-CO 相同：

公理 12. WARP-IO 对于任意非空的 S，存在 $b^* \in S$，使得对于任何包含 b^*的 T，如果：

1. $C(S) = b^*$；*2.* $C(T) \in S$，且 *3.* $C(T) = b^*$ 当且仅当 $c(Q) = b^*$，其中 $Q = \{b^*, x\}$, $\forall x \in T$，使得 $\exists J \in X$，且 $x = C(J)$

那么 $c(T) = b^*$。此外：

1. 考虑 $B \subset X$，其中 $B = \{b, \emptyset\}$*2.* 若 $c(B) = \emptyset$，
则对于所有菜单 $J \in X$，$c(J) \neq b$

回顾他者独立性的定义：

重新定义 3. Independence of Others 考虑筛选器 Γ 满足他者独立性（*IO*），当且仅当以下两个条件之一成立：

1. $x \in \Gamma(A) \quad \forall A \in M(X)$，使得 $x \in A$ 或*2.* $x \notin \Gamma(A) \quad \forall A \in M(X)$

我在 WARP-IO 中提出的两个条件分别对应 IO 定义的两个部分。第一种情况下，WARP-IO 要求任何选择都必须成对胜过菜单中的每一个其他备选项。这与完全考虑相一致，因为不可能出现这样的情况：某个备选项在未被偏好于其他某个备选项的情况下仍被选中；而如果有限考虑限制了考虑集的范围，这种情况就可能发生。
WARP-IO 的第二个分支涉及这样的备选项：当它们是唯一可选的备选项时却未被选择。显然，这意味着这些备选项由于某种原因未被考虑，因为它们属于可选集[16]。在这种情况下，它们永远不会被选择，因为 IO 表明，在某些情形下未被考虑的备选项，在任何菜单中都不会被考虑。

[16]我再次提醒读者，在全文中，我假设可选集只包含属于个体预算集的备选项。

我提出了一项对显示偏好弱公理（WARP）的修正，使其与由 IO筛选器建模的考虑启发式相一致。在此过程中，我沿用了 Lleras 等人 (2017年的思路；他们同样提出了对 WARP 的修正，以解释考虑集介导的选择所具有的细微差异。原则上，针对考虑筛选器的任何性质，都可以进行类似的修正；未来的文献可以通过发展适当的修正，使之与现实经济环境中最常观察到的共同行为过程相匹配，从而取得长足进展。

6.3 总结

本节探讨了有限考虑对效用表示的影响。在有限考虑下做出的选择，可能看起来反映出既不完备也不具传递性的潜在偏好，这对使用效用函数表示考虑集介导的选择构成了挑战。为了保留效用表示，需要对考虑筛选器的性质作出假设。例如，我展示了一个效用函数，它能够刻画使用 IO 考虑集筛选器所做出的选择，并表明 IO 足以对我所设定的目标函数下的选择进行建模。

我还讨论了显示偏好弱公理（WARP），该公理蕴含完全考虑。我遵循 Lleras 等人(2017年) 的做法，修改弱公理，使其与考虑筛选器的一种性质相匹配，并针对 IO 给出一个例子。正如我将在下一节讨论的那样，未来应将我提出的刻画扩展到涵盖弱于 IO 的筛选器性质。

7 未来方向

在这项分析中，我提供了一套讨论有限考虑的语言，扩展了基本模型，并推测了效用表示的条件。下面我简要提及有限考虑未来研究的三个潜在方向。

弱化他者独立性。 他者独立性显然是对考虑集形成机制所能施加的最强条件——某个备选项一旦可选，就总会被考虑；否则便永远不会被考虑，甚至在单元素集合中也不会。本文部分结果以他者独立性为基础，但显然它不够灵活，无法匹配个体行为中的细微差异。然而，标准模型和经典显示偏好也作出了同样强的假设：可选集总是考虑集（$\Gamma(A) = A$）。因此，完全考虑作为他者独立性的一个特例，[17] 也不现实

[17]将 IO 筛选规则定义为：只要备选项 $x \in A$ 可用，就始终会被考虑。因此，可选集始终等同于考虑集。

，所以必须探讨如何弱化他者独立性。不过这需要谨慎，因为所需条件必须弱于他者独立性，同时又要有足够的“力度”来确保其可证伪性。

将考虑纳入结构模型。 运用有限考虑框架，可以更好地理解许多经验现象。例如，Larcom 等人(2017年) 研究了临时短缺前后伦敦地铁系统中的路线选择，发现交通恢复运行后，一些通勤者改走了不同的路线，这意味着他们在罢工前并未实现最优选择。作者构建了路线选择结构模型，发现日常通勤者往往不知道有些路线比他们此前使用的路线更快。他们提到了有限考虑，并提出疑问：为什么通勤者在罢工前没有充分尝试其他路线？一种可能的答案是有限考虑：个体并未考虑所有可选路线。这可能表现为满意化启发式，也可以采用我在第5 节提出的理性注意力模型来建模，前提是路线分析过程被视为有成本。

我们会舍弃多少？ 与前两项建议相关的是，所有子领域的文献都以某种方式假定完全考虑。鉴于这并非一个现实的公理，值得考察：一旦认识到有限考虑的重要性，哪些理论和经验结果将不再成立。例如，在个体经常使用考虑启发式的情境中，以观测到的选择为依据的福利分析很可能需要调整。

8 结论

显示偏好将观测到的选择视为个人偏好的指示。例如，给定集合 $\{A, B, ..., Z\}$，如果某个个体选择了 R，显示偏好便表明 R 优于所有其他字母。这种选择理论方法假设，个体在做出选择之前会考察所有可选项。相比之下，有限考虑理论认为，个体会先将菜单缩小为考虑集，再做出选择。这一框架更适合对个体决策建模，因为决策往往涉及各种能够筛选掉某些选项的经验法则。

有限考虑及相关过程的文献已得到充分发展，涵盖理论模型[18], 消费者选择分析[19], 规范性偏好的公理化刻画，[20] 以及各种实证情境下的结构性研究。[21]

本文提出了一个有限考虑的一般模型，以整合相关文献。

[18]Masatlioglu 等人（2012）； Masatlioglu 和 Nakajima（2015）； Lleras 等人（2017）[19] Hauser 和 Wernerfelt（1990）； Roberts 和 Lattin（1991）； Erdem 和 Keane（1996）[20] Cherepanov 等人（2013）和 Ridout（2021）[21]Abaluck 和 Gruber（2016）； Larcom 等人（2017）； Abaluck 和 Adams-Prassl（2021）

我首先概述考虑模型的主要特征：个体观察菜单，将其缩减为考虑集，并从这些考虑集中作出选择。菜单转化为考虑集的渠道由考虑筛选器刻画；考虑筛选器是一种函数，通过将菜单映射到其某个子集，把菜单缩减为考虑集。考虑筛选器对应于个体在缩小菜单范围时可能采用的各种经验法则。为涵盖个体在实践中可能使用的大量启发式规则，我提出了若干考虑筛选器可能具备的性质。这些性质描述菜单如何产生考虑集，彼此既不互斥，也不要求同时存在。一个考虑筛选器可以满足我提出的某一项、全部或一项也不满足。最强的条件——他人独立性（IO）——描述这样一类考虑筛选器：它们在任何菜单中都会选出某个特定的备选项集合，且绝不会选择该集合之外的任何备选项。IO 与标准理性模型非常接近，并构成本文若干后续结果的基础。

随后，我从两个方面扩展了考虑模型。首先，我建立了一个序贯考虑模型，允许对给定菜单应用多个筛选器。这与这样一种情形相符：人们被认为会应用不止一条经验法则，以缩小较大的选择集。我引入了可交换性的概念，借用代数中的概念来描述这样的筛选器：无论以何种顺序应用于菜单，最终生成的考虑集都相同。满足他者独立性的筛选器总是可交换的。模型的第二项扩展是一个理性注意力类比模型，其中我构建了一个模型，描述个体必须为给定菜单选择要应用的筛选器。个体在选择筛选器时会权衡相互竞争的因素：较大的考虑集所带来的更强可选性，以及筛选大量备选项所需的考察成本。我给出了两个边界结果，说明个体在何种情形下会考虑每个备选项，或只考虑最少数量的备选项。

我探讨了有限考虑对效用表示的影响。构造与观测到的选择相对应的效用函数，依赖于潜在偏好同时具备完备性和传递性。在考虑模型中，这两个条件往往都不成立。为此，我构造了一个效用函数，能够准确刻画使用他者独立性考虑筛选器所作出的选择。考虑型效用函数与可能生成这些函数的筛选器性质之间的这种联系，或许适用于广泛的考虑启发式。我还提出了一个与他者独立性相对应的弱公理修订版。在这两种情况下，我都以他者独立性作为基本的概念验证，展示如何使标准选择理论与有限考虑框架相协调。

关于有限考虑的理论研究，未来有许多可能的方向。例如，可以弱化他者独立性，从而找到一种更贴近现实且易于处理的筛选器性质。此外，应用经济学家目前使用的结构选择模型

可以更好地与有限考虑相协调，尤其是在那些被认为选择是从考虑集中做出的实证情境中。

总而言之，我详细刻画了有限考虑，将此前的一些文献纳入形式语言，并进一步提出了新颖的模型扩展。希望在这项工作及其他学者研究的基础上，建立一套完整的考量理论，从而提升理性选择理论的稳健性和适用性。

参考文献

Abaluck, J. and A. Adams-Prassl (2021): “消费者在选择之前会考虑什么？从非对称需求反应中进行识别”，经济学季刊，136，1611–1663。

Abaluck, J. and J. Gruber(2016): 《处方药保险选择中的选择不一致性演变》，美国经济评论，106，2145–84。

Apesteguia, J. and M. A. Ballester (2013): 《通过序贯程序进行选择》，博弈与经济行为，77，90–99。

Caplin, A. and M. Dean (2011): 《搜索、选择与显示偏好》，理论经济学，6，19–48。

Cherepanov, V., T. Feddersen, and A. Sandroni(2013): 《理性化》，理论经济学，8，775–800。

Erdem, T. and M. P. Keane (1996): 《不确定性下的决策：捕捉动荡消费品市场中的动态品牌选择过程》，《营销科学》，15，1–20。

Hauser, J. R. and B. Wernerfelt (1990): 《考虑集合的评估成本模型》，《消费者研究杂志》，16，393–408。

Larcom, S., F. Rauch, and T. Willems (2017年): 《强制实验的收益：来自伦敦地铁网络的有力证据》，经济学季刊，132，2019–2055。

Lleras, J. S., Y. Masatlioglu, D. Nakajima, and E. Y. Ozbay(2017年): “多即是少：有限考虑”，《经济理论杂志》，170，70–85。Manzini, P. and M. Mariotti (2007): “序贯可理性化选择”，美国经济评论，97，1824–1839。Mas-Colell, A., M. D. Whinston, J. R. Green, et al.(1995): 微观经济理论，第1卷，牛津大学出版社，纽约。Masatlioglu, Y. and D. Nakajima (2015): “有限注意力下补全不完整的显示偏好”，《日本经济评论》，66，285–299。Masatlioglu, Y., D. Nakajima, and E. Y. Ozbay (2012): “显示注意力”，美国经济评论，102，2183–2205。

Ridout, S. (2021): “基于正确理由进行选择”，未发表手稿。Roberts, J. H. and J. M. Lattin (1991): “考虑集构成模型的开发与检验”，《营销研究杂志》，28，429–440。Simon, H. A. (1955): “理性选择的行为模型”，经济学季刊，99–118。Tversky, A. (1972): “按方面淘汰：一种选择理论。”《心理学评论》，79，281。

附录：正文中结果的证明

定理1：Sen 的 α 和条件 $\tau \Leftrightarrow$ 他者独立性

对于充分性方向，我证明任何满足 Sen 的 α 和条件 τ 的筛选器 Γ 也具有他者独立性。假设筛选器 Γ 满足 α 和 τ。进一步假设，某个备选项 x 属于该筛选器 Γ 在菜单 A上生成的考虑集。根据 Sen 的 α， x 属于单元素菜单 $\{x\} \in A$的考虑集。[22] 根据 τ， x 属于任何包含 x的菜单的考虑集，因为任何这样的菜单都是 $\{x\}$的超集。[23] 由于 x 只要可供选择就总会被考虑，因此 Γ 具有他者独立性。

对于必要性方向，我现在证明任何具有他者独立性的筛选器 Γ也满足 Sen 的 α 和条件 τ。假设某个筛选器 Γ 具有他者独立性。进一步假设，某个备选项 x 属于该筛选器 Γ 在菜单 A上生成的考虑集。根据他者独立性， x 只要可供选择就总会被考虑。根据定义， x 出现在 A的所有子集（Sen 的 α）和超集（条件 τ）中。因此， Γ 满足 Sen 的 α和条件 τ，证毕。

定理 2：他者独立性与两个筛选器的可交换性

我先证明「若」的方向：如果 Γ_1 和 Γ_2 是他者独立的，那么对于任意菜单 $A \in M(X)$，它们都可交换。只需证明 $x \in \Gamma_{12}(A)$ 当且仅当$x \in \Gamma_{21}(A)$。首先，假设 $x \in \Gamma_{12}(A)$。回想一下，如果一个他者独立的筛选器保留了某个备选项 x，那么在所有包含 x 的菜单 A 中，它都必须保留 x 。因此， $x \in \Gamma_{12}(A)$意味着：如果 $x \in A$，则 $x \in \Gamma_1(A)$；同样，如果 $x \in A$，则 $x \in \Gamma_2(A)$。现在回想一下， Γ_{21} 先应用筛选器 Γ_1 ，再应用 Γ_2。正如我所证明的，当 $x \in A$时，两个筛选器总会保留 x ，因此 $x \in \Gamma_{21}$。

现在证明「仅当」的方向，也就是说明：如果任意两个筛选器 Γ_1 和Γ_2 对于任意菜单 A都可交换，那么它们必定具有他者独立性。这个结论可以通过直接考察来证明，关键在于理解他者独立性的直觉。如果筛选器 Γ_1 不具有他者独立性，那么必然存在一个病态情形：由 Γ_1生成的考虑集涉及一个比较选择过程，即根据备选项相对于其他备选项的可取性来进行选择。在这种情况下，依次应用 Γ_1 和 Γ_2 所生成的考虑集显然取决于原始菜单的结构。

定理 3：使用N 个筛选器时的他者独立性与可交换性

我以定理 2 为基础情形来证明这一结果。根据定理 2，对于任意菜单 $A \in M$（X），任意两个筛选器 Γ_1和 Γ_2 可交换，当且仅当它们具有他者独立性。因为

[22]这是下降步骤。[23]这是上升步骤。

Γ_1 和 Γ_2 可交换，因此可以将它们合并为一个筛选器，因为它们的应用顺序无关紧要。将这个新筛选器称为 Γ_c。假设再加入第三个筛选器 Γ_3。根据定理 2，Γ_c 和 Γ_3 可交换，当且仅当它们具有他者独立性。回想一下，Γ_c是 Γ_1 和 Γ_2的合并，筛选器 Γ_1、Γ_2和 Γ_3 可交换，当且仅当它们具有他者独立性。

如果我加入第四个筛选器 Γ_4，只要将前三个筛选器合并为一个，同样的方法就行得通。这个证明策略可推广到任意 n 个筛选器。

定理 4：无成本考量意味着全面考虑

回顾选择函数

$$c(\gamma) = \arg\max_{\Gamma\in\gamma} u_\Gamma = b_\gamma(c(\Gamma(A))) - c_\gamma(|\Gamma(A)|)$$

如果考虑没有成本，$c_\gamma(|\Gamma(A)|) = 0$，因此我们有：

$$c(\gamma) = \arg\max_{\Gamma\in\gamma} u_\Gamma = b_\gamma(c(\Gamma(A)))$$

这在考虑所有备选项时达到最大值 $x \in A$。[24]

定理 5：无价值的考虑

回顾选择函数

$$c(\gamma) = \arg\max_{\Gamma\in\gamma} u_\Gamma = b_\gamma(c(\Gamma(A))) - c(|\Gamma(A)|)$$

如果考虑收益 $b_\gamma(c(\Gamma(A)))$在所有筛选器中均为常数，那么它不受筛选器任何变化的影响，因此不会影响最优选择。该问题可简化为成本最小化：

$$c(\gamma) = \arg\max_{\Gamma\in\gamma} u_\Gamma = -c(|\Gamma(A)|)$$

为了使目标函数最大化，同时满足**公理 6**这一过滤器选择要求，个体只需选择使考虑成本最小化的筛选器。

[24]这假设考虑收益 b_γ 是非递减的。

定理6：他者独立性效用表示

“若”方向，即 IO 筛选器可由阈值选择函数表示，是显而易见的。列出属于 IO 筛选器 Γ 的考虑集的所有备选项 $x \in A$。对于每个 $x \in \Gamma(A)$，令 $u_1(x) = 1$。对于每个 $x \notin \Gamma(A)$，令 $u_1(x) = 0$。然后令 $k^* = 1$。因此，所有备选项 Γ_1 都满足 u_1 阈值。

必要性方向采用相同的技巧，并结合将 Sen 的 α 和条件 τ 应用于相关菜单。证明这一方向。定义集合 $Y \subseteq X$ 如下

$$y \in Y \text{ iff } x \in \Gamma(A) \text{ for some } A.$$

定义

$$u_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in Y \\ 0 & \text{if } x \notin Y \end{cases}$$

剩下要验证的是 $\Gamma(A) = \{x \in A : \ u_1(x) \geq k^*\}$，如所需。我们来检查一下。根据构造，右侧等于 $\{x \in A : \ x \in Y\} = A \cap Y$。因此，只需检查 $\Gamma(A) = A \cap Y$ 是否成立。需要两个论证：

1. 若 $x \in \Gamma(A)$，则 $x \in A \cap Y$
2. 若 $x \in A \cap Y$，则 $x \in \Gamma(A)$。

为证明第一个论证，假设 $x \in \Gamma(A)$。那么自动有 $x \in A$，并且$x \in Y$根据 Y 的定义。

为证明第二个论证，假设 $x \in A \cap Y$。根据 Y 的定义，存在一个集合 B，使得 $x \in \Gamma(B)$。考虑集合 $C := A \cap B$。我们知道$x \in C$，因为 A 和 B 都包含它。首先，将 Sen 的 α 条件应用于 $x \in C \subseteq B$。这意味着 $x \in \Gamma(C)$。然后，将条件 τ 应用于 $x \in C \subseteq A$。这意味着 $x \in \Gamma(A)$，正如所需。