arXiv:2301.06808v1 [physics.flu-dyn] 17 Jan 2023

湍流中涡线的几何表征

Saumav Kapoor[1],Rama Govindarajan[1] 和 Siddhartha Mukherjee[1*]

[1]国际理论科学中心，塔塔基础研究所（ICTS-TIFR），Survey No. 151，Shivakote，班加罗尔，560089，卡纳塔克邦，印度。

*通讯作者。电子邮箱：siddhartha.m@icts.res.in；贡献作者：saumav.kapoor@icts.res.in；rama@icts.res.in；

摘要

湍流中的涡量往往组织成复杂的几何形态，并影响其动力学。我们采用一种较新的方法来描述这些几何形态：提取嵌入流场中的涡线片段。这使我们能够量化这些对象的几何特征。涡线的行为差异很大，但我们发现了一些共同特征。研究表明，涡量从高值衰减的过程发生在涡线长度的一小段范围内。局部曲率与涡量大小呈反比。涡线中强度较高的部分会聚集在一起。希望这项初步研究能引发人们对这类量化方法以及湍流中涡旋动力学物理机制的兴趣。

关键词： 涡线、相干结构、涡旋几何、湍流

1 引言

涡旋相干结构已成为纳维–斯托克斯湍流的“筋络” [1] [2–6]。粗略地说，它们可以描述为强烈旋转的流体区域，周围环绕着涡量幅值较大的核心。这些结构的典型长度与泰勒微尺度同量级，而其横截面则可能只有柯尔莫哥洛夫长度尺度那么大，或者

更小 [4]。有趣的是，它们的寿命可能远长于柯尔莫哥洛夫时间尺度。尽管这些结构与小尺度间歇性密切相关 [7, 8]，它们也令人颇感意外地会响应大尺度运动 [9]。它们的存在使湍流理论的建模或近似闭合面临巨大挑战 [7, 10–12]。在拉格朗日 [13–15] 和欧拉 [16, 17]测量中，由于它们所承载的空间梯度极大，往往代表着小尺度极端事件。它们也被认为是奇异耗散的媒介 [18, 19]。

强相干涡旋的存在，可能源于在大多数单流体湍流中，涡旋拉伸比涡旋压缩更为常见，这意味着总的涡量平方产生率为正 [20] （而在多相流中，弹性界面与湍流相互作用，情况可能有所不同 [21]）。大多数高振幅相干涡旋倾向于围绕喷流状涡线 [3, 22, 23] 组织起来，而速度结构则是背景场与自诱导场的叠加 [23]。此外，涡线的结构可以是弯曲、扭转、受扭、缠结和链接的 [24–26]。这些拓扑结构并不奇特，事实上，它们是湍流场中的常态。这些弯曲拓扑的一个重要特征是，其邻域往往是螺度密度较高的区域；对于理想流体而言，总螺旋度与能量一样守恒 [27, 28]。螺旋度是 $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{\omega}$ 的体积分（速度 $\boldsymbol{u}$ 与涡量 $\boldsymbol{\omega}$ 的对齐也称为流动贝尔特拉米化），它与纳维–斯托克斯方程中非线性的抑制直接相关（$\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega}$） [28, 29]，这种抑制阻碍了尺度间能量传递，并充当一种自衰减机制 [30]。在无黏演化过程中（由欧拉方程描述），涡线的纽结结构（拓扑）得以保持，这是亥姆霍兹涡运动定律的直接结果；这些定律既禁止涡线彼此穿越，又保持涡量通量，从而也意味着螺旋度守恒 [24]。然而，在有限雷诺数下，会发生黏性介导的涡旋重联 [31, 32]，为能量耗散和螺旋度耗减提供一条途径 [33–36]。

我们认为，所有这些都表明，有必要将涡旋结构识别为空间上有限、具有延展几何与拓扑特征的对象，这些特征对于阐明湍流动力学的某些方面至关重要。这需要借助能够使这些几何特征变得易于处理且完全可量化的工具。例如，在此背景下，基于速度梯度张量及其不变量的点判据等常用工具 [6, 37–39], 似乎存在局限。近年来，研究者开始利用涡面场 [26], 来描述缠绕的涡管，并研究沿空间填充涡线测得的涡量极值分布 [40]。我们采取了类似的思路来识别涡量线（或“涡线”），下文简称涡线（VLs）。在任意给定时刻，这些涡线由以下动力系统的轨迹定义

$$\frac{d\boldsymbol{x}(s)}{ds}=\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}(s),t), \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x},\ t)$ 是空间位置 $\boldsymbol{x}$ 和时间t处的涡量场。根据定义，涡线是一条沿着 s延伸、处处与涡量矢量相切的曲线。尤其是在自身闭合时，它也可称为“涡管”。必须将这一对象与“线涡”区分开来：线涡具有明确定义的横截面和环量 Γ。在无黏流中，线涡的特性可随时间保持不变，环量也保持恒定，因此这两个概念可能相同。但在黏性流中，尤其是在湍流中，涡旋横截面并没有明确的定义，特别是当涡旋斑块的横截面变大时。由于黏性扩散，无法保证 Γ 随时间保持恒定。此外，当涡旋斑块的横截面变大时，无法区分不同“线涡”的涡量贡献，因而其身份会变得模糊。另一方面，涡线是一个定义明确的对象。在本研究中（详见方法部分），我们将涡线识别为曲线段，其两端分别处于预先指定的高、低涡量大小处。后者作为截断阈值，因为在涡量大小降至接近零的区域，涡线难以区分。相比之下，Wang [40]改为利用沿涡线测得的极值来追踪涡线段，并仅研究相邻极值之间的路径长度和涡量差。更进一步，我们的方法保留了沿涡线的涡量信息，从而可以更灵活地分析涡线沿线不同几何特征与局部涡量之间的关系。

本研究旨在建立一个框架，用于研究涡旋相干结构丰富的几何特征。根据我们对涡线的构建方式，涡线从相对较高的涡量水平出发，在空间中蜿蜒延伸，直至衰减至较低的涡量水平；因此，强涡量区域必然会沿部分涡线形成短小的线段。追踪这些空间曲线，有助于我们了解其几何性质，例如总长度、沿线曲率的变化、挠率，以及沿每条涡线的速度、涡量和螺度等物理量。我们还分析涡线段的持久性，并展示涡旋结构的组织方式。尽管我们使用的是均匀各向同性湍流高分辨率直接数值模拟的数据，但这些技术也可直接推广至实验数据以及其他类型的流动，包括剪切流和壁面约束流。

2 数据与方法

我们从约翰斯·霍普金斯湍流数据集中选取了均匀各向同性湍流的一个标准湍流场快照，时间任意 [41, 42]。该模拟在一个 $(2\pi)^3$ 域内进行，域离散为 1024^3 网格，黏度为 $\nu = 0.000185$，总动能为 $E_{\mathrm{tot}} = \langle \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{u} \rangle / 2 = 0.705$，能量耗散率为 $\epsilon = 0.103$。由此得到泰勒微尺度 $\lambda = \sqrt{15 \nu u'^2 / \epsilon} = 0.118$、泰勒尺度雷诺数

4 涡线几何

$\mathrm{Re}_\lambda = 418$ 和科尔莫哥洛夫长度尺度 $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4} = 0.0028$ （所有参数均为无量纲）。我们使用二阶中心差分，根据速度数据求得涡量场。图1.中展示了该数据中具有代表性的动能场和涡量场快照，并附上速度和涡量分布以供参考。

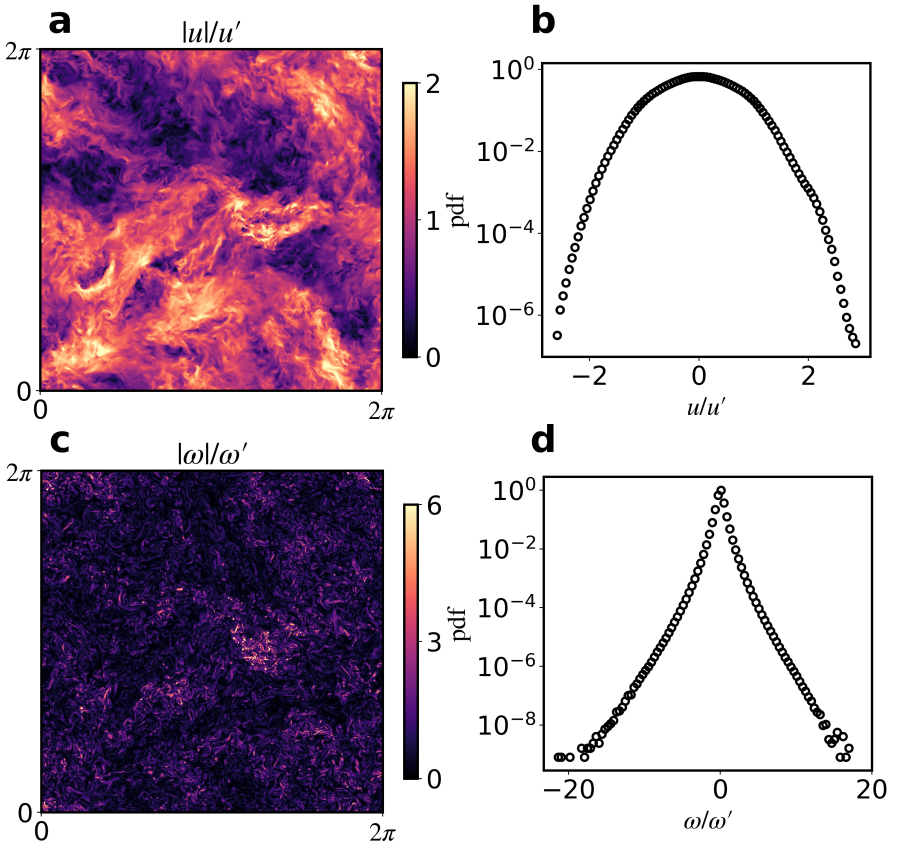


图 1 本研究所用约翰斯·霍普金斯湍流数据集中的代表性快照和分布。面板 (a) 和 (c) 分别显示速度和涡量大小场的一个横截面，并分别以 $u' = \langle \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{u}\rangle^{1/2}$ 和 $\omega' = \langle \boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega}\rangle^{1/2}$ 进行归一化。为便于观察，对色标的范围进行了截断。面板 (b) 和 (d) 显示沿三个方向统计得到的速度和涡量分布。

涡线识别

为识别涡线，我们只需从选定的高涡量大小 ω_I 开始，沿涡线追踪路径，并在每一点沿局部涡量矢量的方向前进，直到达到最终大小 ω_F。随后，我们从同一出发点开始，沿相反方向前进，即逆着

涡量矢量的方向，直至达到 $\omega \equiv \sqrt{\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega}} = \omega_{\mathrm{F}}$。这种方法使我们能够找到连接不同空间区域的所有涡线，这些区域包含预先设定的涡量大小水平。

我们首先找出空间中所有位置的集合 $\mathbf{X}_{\mathcal{I}}$，这些位置的涡量大小 ω 与选定的初始阈值 ω_{I}相差不超过一个较小的比例 f，使得对于所有 $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_{\mathcal{I}}$，都有 $\omega_{\mathrm{I}}(1-f) < \omega(\mathbf{x}) < \omega_{\mathrm{I}}(1+f)$。我们从集合 $\mathbf{X}_{\mathcal{I}}$ 中随机选取N 个点，得到 $\mathbf{X}_{\mathcal{O}} \subset \mathbf{X}_{\mathcal{I}}$，并将这一子集中的点 $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{X}_{\mathcal{O}}$ 作为追踪涡线的初始位置。从任意 $\mathbf{x_0}$ 出发的涡线正向轨迹，可通过迭代 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}_k)\Delta s$得到点序列 $\{\mathbf{x}_k\}$，其中 Δs为积分步长。反向轨迹也采用类似操作，每一步沿 $-\boldsymbol{\omega}$前进。当涡量大小 $\omega(\mathbf{x}_{k+1}) \leq \omega_{\mathrm{F}}$时，我们停止积分。为便于定义不同的涡量水平，我们用均方根涡量 $\omega' = \langle \boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega} \rangle^{1/2}$ 对涡量场进行归一化，其中 $\langle\rangle$ 表示空间平均。我们固定 $\Delta s = 0.05$，其值比单个网格的尺寸小 20 倍，从而确保即使对于涡量极大的空间点，涡量加权步长也不会超过一个网格的尺寸。非网格位置处的涡量矢量通过三线性插值计算。

我们设计此方法，用于追踪连接指定涡量阈值的涡线；特别是，它使我们能够研究涡量如何沿涡线衰减、这种变化如何反映在以曲率衡量的涡线几何形态中，并收集连接流场中相似区域的一系列涡线的统计数据。

3 结果

我们首先通过直观的视觉印象，展示整个湍流场中涡线复杂的组织结构。图 2 展示了随机选取的 10000 条涡线子集，它们始于 $\omega_{\mathrm{I}} = 10\omega' \pm 0.1\omega'$ 并终于 $\omega_{\mathrm{F}} = \omega'$，线条颜色表示沿线的涡量大小。强涡量的间歇性显而易见：涡线以高度各向异性的方式充满空间，大块静止区域之间散布着小而密集的涡旋区域（相比之下，对均匀分布的量进行随机抽样，结果应当是均匀的）。分别识别这些涡线，使我们能够刻画它们在空间中的变化，以及涡量大小或曲率等物理量沿这些线的变化。

我们首先考察涡线长度的分布，$\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$，我们将其定义为沿每条涡线从 ω_{I} 到 ω_{F}的总长度，分别沿正向或反向计算。将两个方向分开处理，可以检查涡线中是否存在固有的前后不对称性。图3 以半对数图展示了 $\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 在 $\omega_{\mathrm{I}} = 10\omega'$ 下的分布（同时固定初始容差比例 $f = 0.1$），以及 $\omega_{\mathrm{F}} \in \{2\omega', \omega', 0.5\omega'\}$的若干取值；这些结果基于 10000 条涡线计算得出。我们发现，$\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 在初始峰值之后呈指数衰减，且 ω_{F}取值越高，衰减斜率越平缓。斜率出现这种变化是意料之中的，因为所有延伸至较小 ω_{F} 的涡线都

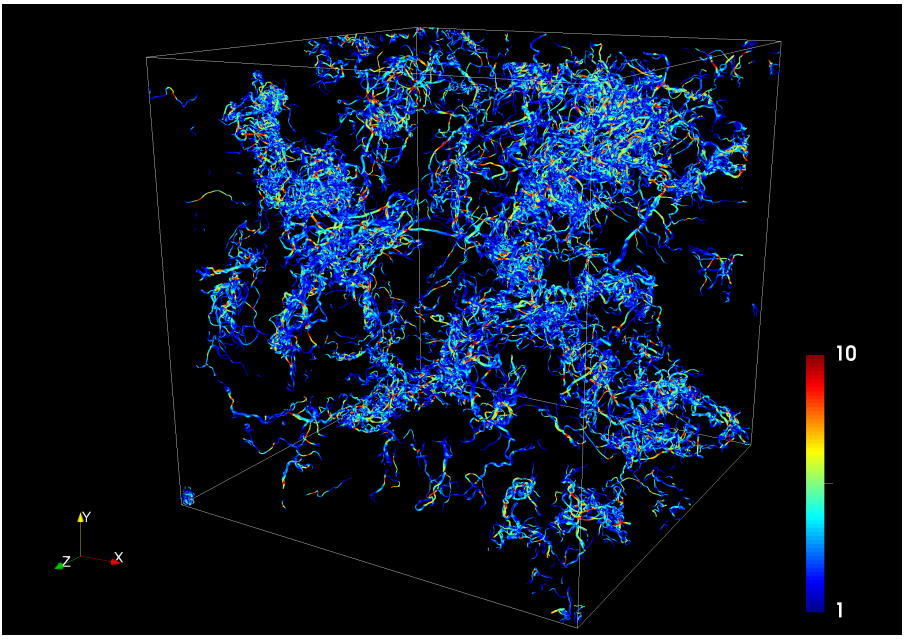


图 2 随机选取的一组从 $10\omega'$ 到 ω'的涡线，按涡量大小着色。可以看到典型的间歇性所呈现的高度各向异性空间分布。这些涡线似乎密集聚集，并具有非常复杂的几何特征。

都包含延伸至较大 ω_{F} 的涡线作为子集，而且显然会比这些子集更长。比较 $\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 相同的路径长度时，这一点就很明显： $\omega_{\mathrm{F}} = 0.5\omega'$ 相较于 $\omega_{\mathrm{F}} = 2.0\omega'$，前者的长度几乎是后者的两倍。这表明，起始涡量越高，涡量下降得越快。随后我们将进一步量化这一观察结果，尤其会讨论沿涡线涡量的非单调变化。我们还表明，正向和反向的路径长度之间不存在不对称性。

Wang 通过计算相邻涡量极值之间的路径长度，也观察到了涡线长度呈指数分布 [40]。我们通过证明只要 $\omega_{\mathrm{I}} \gg \omega_{\mathrm{F}}$，该分布就呈指数分布，扩展了他们的结果。 $\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 峰值右侧的分布在不同的 ω_{I} （未显示）和 ω_{F}取值下仍保持指数分布。不过，我们注意到，概率密度函数中直线的斜率对 ω_{F} 的变化远比对 ω_{I}的变化敏感，这支持了如下观察：涡量沿涡线的衰减速率在涡量较高处要快得多。

正如我们在开篇所述，我们希望逐条识别涡线，以便在空间上（之后也在时间上）研究其相干性和持久性的某些方面。此外，我们也有兴趣寻找那些明显具有几何和结构复杂性的区域，例如存在扭转、挠率、缠绕，甚至可能形成链环的区域。涡量场中的这些区域容易发生涡旋重联，并被认为会经历一系列逐渐简化的

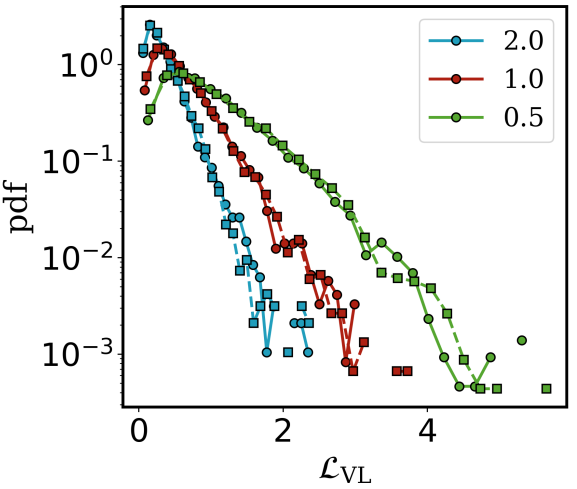


图3 涡线长度的概率分布， $\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$，针对 $\omega_{\mathrm{I}} = 10\omega'$ （容差比例为$f = 0.1$），对应不同的最终涡量 $\omega_{\mathrm{F}} = 2\omega'$， ω' 和 $0.5\omega'$。圆形（方形）表示从 ω_{I}出发沿涡线正向（反向）追踪的路径。此处，$\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 是相对于模拟域边缘为 2π的情况给出的。

拓扑变化 [43, 44]。此外，这一过程会产生多种运动尺度，并且进一步被认为与“湍流级联”有关 [34, 36]。

人们定性地认为，高涡量大小的区域会形成类似射流的结构，这些结构通常对应涡线上较为笔直的线段，但据我们所知，此前尚未对此进行量化。我们通过获得曲率κ 与涡量大小的联合分布来进行量化。我们沿涡线测量 κ ，如下所示

$$\kappa = \frac{\sqrt{(x_s y_{ss} - y_s x_{ss})^2 + (y_s z_{ss} - z_s y_{ss})^2 + (z_s x_{ss} - x_s z_{ss})^2}}{({x_s}^2 + {y_s}^2 + {z_s}^2)^{3/2}} \tag{2}$$

其中下标表示沿涡线坐标方向的微分 s。图4展示了 κ 与 ω之间的联合分布。我们发现，高涡量大小与高曲率之间存在很强的负相关。这表明，高 ω 涡线区域的曲率通常较低，而中等至较低的 ω 涡量大小可以从笔直到高度盘曲不等，即呈现出广泛的曲率取值范围。前者可能是涡拉伸机制的结果，该机制负责增加 ω。应变自放大和涡量平方生成源于应变特征方向与局部涡量矢量 [20]之间的对齐，由此产生拉伸。该过程会拉伸通量管，同时使其在正交平面内聚集，从而增加涡线束核心区域的涡量大小。通常，这会使涡线变直，并具有较低的曲率。事实上，涡量大小最高的部分会排列成曲率较低的涡线束，正如我们将在下文看到的那样。为了验证

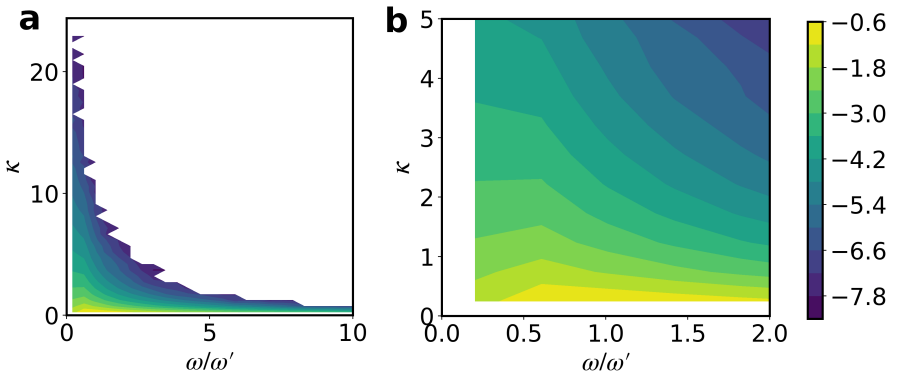


图 4 (a) 沿涡线的曲率 κ 与涡量大小 ω 的联合分布。高涡量区域始终具有较低的曲率，而中等至低涡量区域的曲率范围则很广，从 $0 < \kappa < 20$。(b) 进一步观察分布峰值，该峰值出现在较低的 ω 和 κ 值处。色标表示按对数间隔排列的概率水平。

这一假设，我们需要随时间追踪涡线的动力学，并同时研究应变场；这项研究我们计划在未来开展。

由于每条涡线都是一个连续统一的整体，因此很容易获得沿这些涡线具有高幅值的涡量持久性，并形成一种有趣的度量，可用于分类和检验普适性。换言之，我们可以探讨所有涡量大小较高的区域是否具有相似的结构。为此，我们再次随机抽样 10000 条连接 ω_{I} =10ω'±0.1ω' 到 $\omega_{\mathrm{F}} = \omega'$的涡线。随后，对于每条涡线，我们找出涡量大小最高的点，即 $\omega_{\max}$处，该值通常大于 $10\omega'$。从最大涡量点出发，我们沿涡线前进（保持在坐标 s上），分别沿正向和反向移动，并根据 ω 随距离 r 的衰减情况继续移动，直到其达到 $\omega_{\max}$的指定比例。如前面图 3所示，这些长度服从指数分布，因此我们将距离 r 用$\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 进行归一化（分别针对正向和反向测量），其定义为沿任一方向移动的距离，直到 $\omega/\omega_{\max} \leq \beta$ 其中 β 为指定比例。换言之，在 $r = 0$ 处，我们有 $\omega/\omega_{\max} = 1$，并且当$r/\mathcal{L}_{\mathrm{VL}} \to \pm 1$时，$\omega/\omega_{\max} \to \beta$。

图 5(a) 展示了对 1000 条涡线进行采样得到的涡量持续性剖面，其中 $\beta = 1/8$。沿正（负） r轴展示了正向（反向）的测量结果。不透明度反映了线条的集中度。显然，涡线集合关于 $\omega_{\max}$呈对称的持续性剖面，并且许多涡线在整体下降趋势中经历了一系列局部最大值。图 5(b) 展示了全部 10000 条涡线中 $\omega/\omega_{\max}$ 与 $r/\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$之间的联合分布。图中显示，虽然有一部分涡线以接近平均剖面的方式衰减（红色虚线所示），但也有许多涡线偏离平均剖面，且集合内的涡量呈非单调变化。平均剖面的衰减率预计主要取决于两个因素，即:

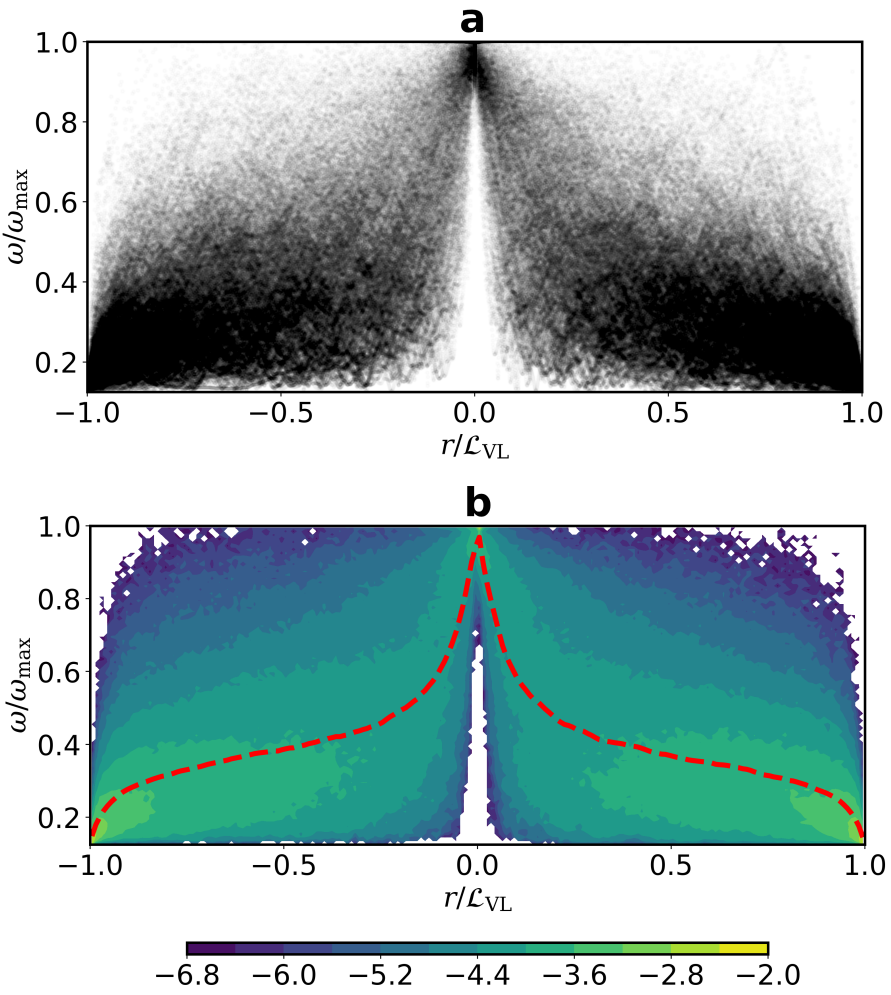


图 5 (a) 沿着涡量局部最大值附近涡线段的长度绘制涡量大小，$\omega_{\max}$ 以 $r = 0$ 为中心。距离 r 按 $\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 进行缩放（分别沿正向和反向测量），使得在 $r/\mathcal{L}_{\mathrm{VL}} = \pm 1$处，$\omega/\omega_{\max} = \beta = 1/8$ $\omega/\omega_{\max}$ $r/\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 。(b) 相应的 和 的联合分布，显示了涡线段行为的广泛变化。红色虚线表示每个 r处的平均 ω，色标表示按对数间隔排列的概率水平。

涡线上的涡量衰减率，以及涡线上涡量的非单调性和波动程度。较强的非单调性和波动预计会使平均剖面变平。观察图 5(b) 中的平均剖面可见，平均而言，处于 $\omega_{\max}$ 水平的涡量仅持续很短的距离，到 $r/\mathcal{L}_{\mathrm{VL}} \approx 0.1$时便迅速降至其一半，再次证实了先前关于高水平涡量衰减更快的结果。然而，从 $\beta = 1/2$ 到 $\beta = 1/4$的后续减半过程则要缓慢得多

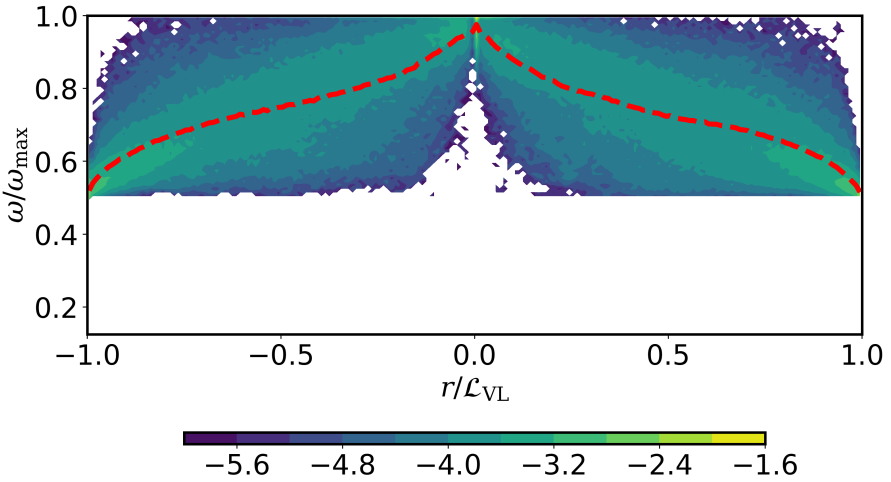


图 6 对于具有 $\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$ 的首次涡量减半， $\omega/\omega_{\max}$ 与 $r/\mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$的联合分布，其中 $\beta = 1/2$。红色虚线表示平均剖面，这证实了首次涡量减半具有高度单调性，并且由于涡线的构造，最终趋近于 $r/\mathcal{L}_{\mathrm{VL}} \to \pm 1$ 的过程再次变得迅速。

在这一数值范围内变化得更慢，这意味着由于 ω的波动性和非单调变化，平均涡量在更长的长度范围内持续存在。有趣的是，从 $1/4 \leq \omega/\omega_{\max} \leq 1/8$ 开始的衰减再次变得迅速。然而，这纯粹是由于 $r = \mathcal{L}_{\mathrm{VL}}$附近涡量的单调下降，而这由这些涡线段的构造所保证。图 6 中的平均涡量剖面进一步支持了这一观察，该图仅限于首次涡量减半。我们发现，剖面的平坦化程度很小，尤其是与图 5(b) 中的平均剖面相比更是如此。这表明，首次减半期间的涡量下降不仅迅速，而且具有高度单调性。虽然寻找一个能够拟合平均剖面的函数可能很有吸引力，但我们不这样做，因为系综内部的变化十分丰富，将涡线归类为具有普适剖面会产生误导。

最后，在图7中，我们展示了一些具有代表性的快照，清晰地显示了穿过涡量大小较高区域的涡线具有延展的相干性。在这些区域，涡线明显聚集成束，并且或多或少呈现射流状，这与先前的观察一致 [3, 22, 23]。图7(b) 和 7(c) 还展示了涡线沿线发生扭转和挠率的实例。

4 结论

我们提出一种方法，用于识别并刻画湍流中的涡线（VLs）的几何形态。涡线是处处与涡量矢量相切的曲线。通过为起点（ω_{I}）和终点（ω_{F}）定义涡量大小阈值，并追踪正向和反向路径，我们获得完整的

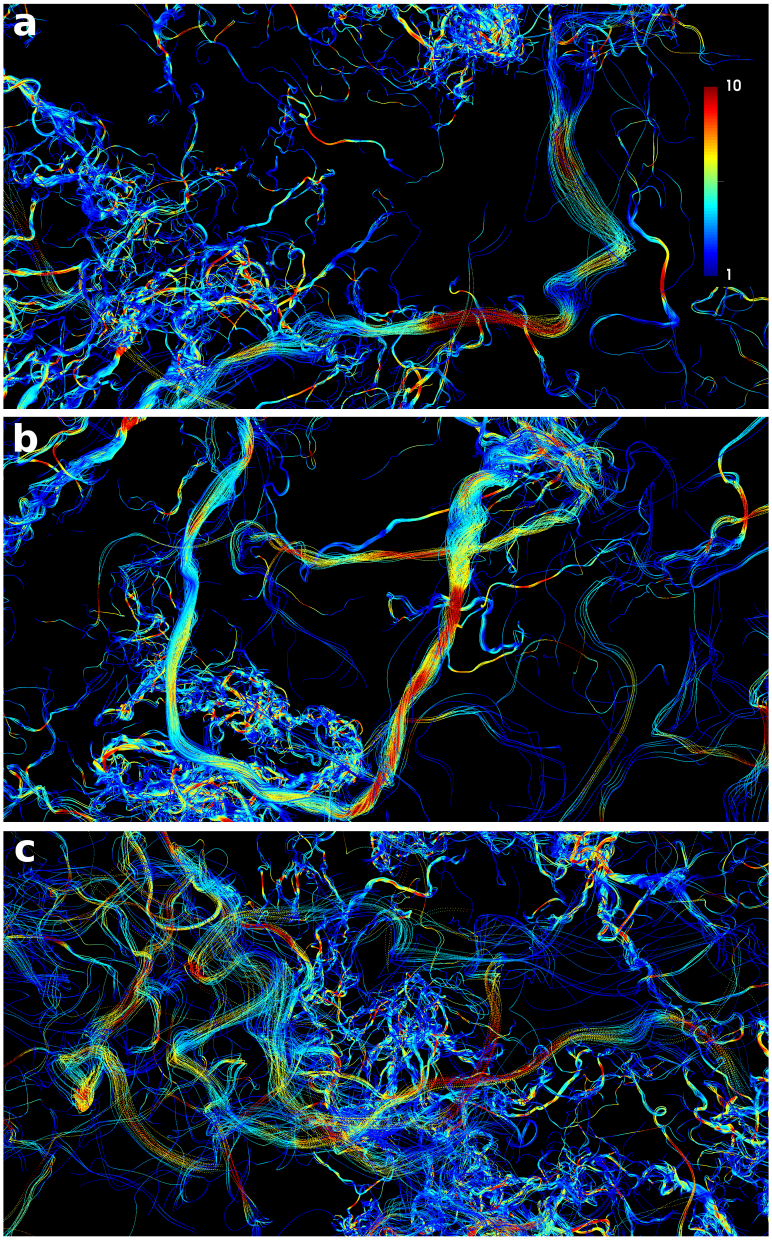


图 7 进一步观察部分涡线，可以清楚地看到螺旋、扭转和扭曲束占据主导地位；此外，束中较高的涡量幅值与较长的相干长度之间存在相关性。此外，强涡量区域表现为局部的 *vorticity-jets*，且曲率较低。

单条涡线的几何结构，以及沿其长度分布的速度、涡量和曲率等相关物理量。通过考虑

连接空间不同区域的涡线系综（起点和终点的涡量大小相同，按照固定 ω_{I} 和 ω_{F} 来定义），随后我们研究涡线的某些统计特征。

我们发现，连接涡量较高区域与涡量水平较温和区域的涡线，其长度呈指数分布。涡旋线路径沿正向和反向对称分布。在涡量水平较高的区域，涡量沿涡线快速衰减。研究表明，涡线的转弯半径（由局部曲率衡量）与涡量大小呈负相关，这说明涡量较高的区域局部呈低曲率的射流状——我们认为这是涡旋拉伸机制造成的。最后，我们通过考察沿每条涡线从涡量最大值开始的 ω 平均衰减，研究了涡量沿涡线的持久性。系综中的巨大差异反映出几何形态并不具有普适性，至少涡量沿长度方向的衰减如此。不过，我们确实观察到两种状态：一种是高度单调的（来自 $\omega_{\max} \to 0.5\omega_{\max}$），另一种是频繁非单调的（来自 $0.5\omega_{\max} \to 0.25\omega_{\max}$）涡量衰减。

我们的工作表明，以这种方式刻画涡线的复杂几何形态，能够为其组织与结构带来新的认识，并重新激发人们对涡旋动力学的关注。我们还希望利用这一方法刻画链环、扭曲度和扭转度等重要的拓扑结构；这些结构自然需要涡线具有曲率和挠率，并且与其邻域中的高螺度密度相关。此外，涡旋重联事件与高能量耗散有关（这在高 Re 流中尤为重要），并会导致涡线拓扑发生变化。例如，它们会形成具有高曲率的强烈涡旋结构，而这些结构可能是本文统计观测中的异常值；对其进行刻画将留待未来研究。这一方法还可直接推广到其他流动，例如剪切驱动流或壁面约束流，以及磁流体动力学湍流或超流体湍流。

5 致谢

我们感谢 H.K. Moffatt 教授和 Samriddhi Sankar Ray 教授在本研究早期阶段所开展的富有洞见的讨论，并感谢 Rajarshi Chattopadhyay 在获取约翰斯·霍普金斯湍流数据集方面提供的帮助。我们感谢 ICTS 项目——湍流：数学与物理学交界处的问题（ICTS/TPIMP2020/12）。我们衷心感谢印度政府原子能部通过项目编号 RTI4001 提供的支持。

6 声明

批准

不适用。

利益冲突

作者声明不存在任何利益冲突。

作者贡献

所有作者均参与了研究设计。S.K 和 S.M 完成了计算，S.M 制作了图表。所有作者均讨论了结果，并参与了手稿的撰写和编辑。

资金支持

我们感谢印度政府原子能部通过项目编号 RTI4001 提供的支持。

数据和材料的可用性

数据取自一个公开可用的存储库。如有需要，可分享分析代码。

参考文献

[1] Moffatt H，Kida S，Ohkitani K. 拉伸涡旋——湍流的筋腱；大雷诺数渐近分析。《流体力学杂志》。1994;259:241–264. https://doi.org/10.1017/S002211209400011X.[2] Saffman PG. 湍流线涡的结构。《流体物理》。1973年;16(8):1181–1188. https://doi.org/10.1063/1.1694496.[3] She ZS，Jackson E，Orszag SA. 均匀各向同性湍流中的间歇性涡结构。《自然》。1990;344(6263):226–228. https://doi.org/10.1038/344226a0.[4]Jimenez J，Wray AA. 各向同性湍流中涡丝的特征。《流体力学杂志》。1998;373:255–285.https://doi.org/10.1017/S0022112098002341.[5]Hussain AF. 相干结构与湍流。《流体力学杂志》。1986;173:303–356. https://doi.org/10.1017/S0022112086001192.[6] Hunt JC，Wray AA，Moin P. 湍流中的涡旋、流束和汇聚区。利用数值模拟数据库研究湍流，第2卷：1988年夏季项目论文集。1988;.[7]Frisch U. 湍流：AN Kol mogorov的遗产。剑桥大学出版社；1995.

[8] Laval J、Dubrulle B、Nazarenko S。三维湍流中的非局域性与间歇性。《流体物理学》。2001年；13(7)：1995–2012。https: // doi.org/10.1063/1.1373686。[9] Vela-Mart´ın A。各向同性湍流中强涡量的同步。《流体力学杂志》。2021年；913。https://doi.org/10.1017/ jfm.2021.153。[10]Paladin G、Vulpiani A。多重分形对象中的反常标度律。《物理学报告》。1987年；156(4)：147–225。https://doi.org/10.1016/ 0370-1573(87)90110-4。[11] Dubrulle B。超越柯尔莫哥洛夫级联。《流体力学杂志》。2019年；867。https://doi.org/10.1017/jfm.2019.98。[12] Dubrulle B。湍流中的多重分形性、普适性与奇异性。《分形与分数阶》。2022；6(10)：613。https://doi.org/10.3390/ fractalfract6100613。[13] Scatamacchia R、Biferale L、Toschi F。流体湍流作用下两个相邻粒子扩散中的极端事件。《物理评论快报》。2012；109(14)：144501。https://doi.org/10.1103/ PhysRevLett.109.144501。[14] Bitane R、Homann H、Bec J。湍流双粒子扩散中的几何与剧烈事件。《湍流杂志》。2013；14(2)：23–45。https://doi. org/10.1080/14685248.2013.766747。[15] Saw EW、Bewley GP、Bodenschatz E、Sankar Ray S、Bec J。湍流气流中液滴间相对速度的极端涨落。《流体物理学》。2014年；26(11)：111702。https://doi.org/10.1063/1. 4900848。[16] Schumacher J、Eckhardt B、Doering CR。纳维–斯托克斯湍流中的涡量极端增长。《物理快报A》。2010年；374(6)：861–865。https: // doi.org/10.1016/j.physleta.2009.11.078。[17] Buaria D、Pumir A。涡量-应变率动力学与湍流最小尺度。《物理评论快报》。2022；128(9)：094501。https://doi. org/10.1103/PhysRevLett.128.094501。[18] Debue P、Valori V、Cuvier C、Daviaud F、Foucaut JM、Laval JP 等。实验湍流中非黏性耗散前兆的三维分析。《流体力学杂志》。2021年；914。https: //doi.org/10.1017/jfm.2020.574。

[19] Faller H、Geneste D、Chaabo T、Cheminet A、Valori V、Ostovan Y 等。关于湍流 von K´arm´an 流中间歇性的本质。《流体力学杂志》。2021年；914。https://doi.org/10.1017/jfm.2020.908。[20] Tsinober A。湍流的非正式概念导论。施普林格；2009年。[21] Mukherjee S、Safdari A、Shardt O、Kenjereˇs S、Van den Akker HE。液滴–湍流相互作用及湍流乳液中的准平衡动力学。《流体力学杂志》。2019；878：221–276。https://doi.org/10.1017/jfm.2019.654。[22]She ZS、Jackson E、Orszag SA。均匀湍流的结构与动力学：模型与模拟。《伦敦皇家学会会刊A辑：数学与物理科学》。1991年；434(1890)：101–124。https://doi.org/10.1098/rspa.1991.0083。[23]Mukherjee S、Mascini M、Portela LM。用于识别和解缠流动结构的相关性与分解概念：湍流组织的框架与洞见。《流体物理学》。2022年；34(1)：015119。https://doi.org/10.1063/5.0075914。[24] Moffatt HK。缠结涡旋线的打结度。《流体力学杂志》。1969年；35(1)：117–129。https://doi.org/10.1017/S0022112069000991。[25] Saffman PG。涡旋动力学。剑桥大学出版社；1995。[26] Xiong S、Yang Y。识别均匀各向同性湍流中涡管的缠结。《流体力学杂志》。2019年；874：952–978。https://doi.org/10.1017/jfm.2019.487。[27] Moffatt H、Tsinober A。层流与湍流中的螺度。《流体力学年度评论》。1992年；24(1)：281–312。https://doi.org/10.1146/annurev.fl.24.010192.001433。[28] Moffatt HK。流体动力学中的螺度与奇异结构。《美国国家科学院院刊》。2014年；111(10)：3663–3670。https://doi.org/10.1073/pnas.1400277111。[29] Kraichnan RH。螺旋湍流与绝对平衡。《流体力学杂志》。1973年；59(4)：745–752。https://doi.org/10.1017/S0022112073001837。[30] Buaria D、Pumir A、Bodenschatz E。纳维–斯托克斯湍流中极端事件的自衰减。《自然-通讯》。2020；11(1)：1–7。https://doi.org/10.1038/s41467-020-19530-1。

[31]Kida S, Takaoka M. 涡旋重联。《流体力学年度评论》。1994;26(1):169–177. https://doi.org/10.1146/annurev.fl.26.010194.001125.[32] Kerr RM, Hussain F. 涡旋重联模拟。《物理学D：非线性现象》。1989;37(1-3):474–484. https://doi.org/10.1016/0167-2789(89)90151-6.[33] Kimura Y, Moffatt H. 倾斜涡旋的重联。《流体力学杂志》。2014年;751:329–345. https://doi.org/10.1017/jfm.2014.233.[34]Yao J, Hussain F. 涡旋重联序列与雪崩引发湍流级联的物理模型。《流体力学杂志》。2020;883. https://doi.org/10.1017/jfm.2019.905.[35] Zhao X, Scalo C. 拓扑复杂的涡旋流中重联事件的螺度动力学。《流体力学杂志》。2021;920. https://doi.org/10.1017/jfm.2021.455.[36] Yao J, Hussain F. 涡旋重联与湍流级联。《流体力学年度评论》。2022年;54:317–347. https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-030121-125143.[37]Chong MS, Perry AE, Cantwell BJ. 三维流场的一般分类。《流体物理学A：流体动力学》。1990;2(5):765–777. https://doi.org/10.1063/1.857730.[38] Jeong J, Hussain F. 关于涡旋识别。《流体力学杂志》。1995;285:69–94. https://doi.org/10.1017/S0022112095000462.[39] Dubief Y, Delcayre F. 湍流中的相干涡旋识别。《湍流杂志》。2000;1(1):011. https://doi.org/10.1088/1468-5248/ 1/1/011.[40] Wang L. 湍流中涡量管段的结构。《流体物理学》。2012;24(4):045101. https://doi.org/10.1063/1.3701376.[41] Perlman E, Burns R, Li Y, Meneveau C. 利用数据库集群探索湍流模拟数据。载于：2007年ACM/IEEE超级计算会议论文集；2007年。第1–11页。[42] Li Y, Perlman E, Wan M, Yang Y, Meneveau C, Burns R, 等. 公共湍流数据库集群及其在研究湍流中速度增量拉格朗日演化方面的应用。《湍流杂志》。2008;(9):N31. https://doi.org/10.1080/14685240802376389.

[43] KlecknerD、Irvine W。打结涡旋的产生与动力学。《自然·物理》。2013；9(4)：253–258。 https://doi.org/10.1038/nphys2560。

[44] Kleckner D、Kauffman LH、Irvine W。超流体涡旋结如何解开。《自然·物理》。2016；12(7)：650–655。 https://doi.org/10.1038/nphys3679。