arXiv:2301.07667v1 [physics.app-ph] 18 Jan 2023

使用缓冲气体池的基于排列的光泵磁力计

L. M. Rushton ，* L. [illegible]son ，A. M[illegible]raki ，以及[illegible]. Jensen †诺丁汉[illegible]学物理与天文学学院，英国诺丁汉大学公园校区，邮编 *NG7 2RD*

基于排列的光泵磁力计（光泵磁力仪）能够以 fT/√Hz 量级的高灵敏度测量振荡磁场。迄今为止，基于排列的磁力计仅使用石蜡涂层蒸气池来延长碱金属蒸气的自旋弛豫寿命。这类蒸气池的缺点是需要手工吹制，因此生产耗时且不太可靠。相比之下，缓冲气体池可以采用微加工技术大规模制造。我们首次展示了使用缓冲气体蒸气池的基于排列的磁力计，该池内含铯（Cs）碱金属蒸气和氮气（N_2）缓冲气体。该光泵磁力仪在 55°C 下运行，对 10 kHz 振荡磁场的灵敏度达到 325 fT/√Hz，带宽为 800 Hz。该基于排列的磁力计使用单束激光进行光抽运与探测。由于单光束几何结构坚固耐用，且缓冲气体池有望实现大规模微加工制造，这种设计有望加快射频光泵磁力计的商业化进程。

I. 引言

基于自旋极化原子（例如铯（Cs）或铷等碱金属原子）的光泵磁力仪（OPM） [1–3] 能够以 fT/√Hz 量级的高灵敏度测量磁场 [4–7]。目前的商用光泵磁力仪[8–10] 工作于近零磁场的自旋交换弛豫自由（SERF）模式，可测量磁场的一个、两个或三个分量；也可在地磁场中作为标量磁力计，测量磁场总幅度。这些光泵磁力仪采用一束或两束圆偏振光，光由光泵磁力仪内部的单个激光二极管产生，使传感器结构紧凑且坚固耐用。圆偏振光能有效地产生沿光传播方向的自旋取向（即原子自旋指向某个特定方向），该取向会对磁场作出响应，并可通过探测透射光进行测量。在探测千赫兹至兆赫兹频段的振荡磁场时，必须使用射频光泵磁力仪（RF OPM） [2, 11–15] 。一种仅使用单束激光的射频光泵磁力仪是基于排列的磁力计 [16–18], ，它使用线偏振光，能够有效地使原子沿垂直于光传播方向排列。因此，射频场会影响这种排列的形成，其存在可通过测量同一光束的特性直接探测到。

高灵敏度光学磁力测量需要较长的原子自旋相干时间。可以使用内壁涂有抗弛豫涂层（例如石蜡）的蒸气池来实现这一点，使运动中的碱金属原子能够多次撞击蒸气池的内侧玻璃壁而不损失自旋相干性 [19, 20]。另一种实现较长相干时间的方法，是在蒸气池中充入缓冲气体（例如 N_2）。缓冲气体原子与碱金属原子之间的快速碰撞会使碱金属原子缓慢扩散，从而减轻破坏自旋的壁面碰撞所造成的影响。用于磁力测量的碱金属蒸气池通常采用手工吹制，而用于磁力测量的缓冲气体池则可利用微加工技术进行大规模生产 [21, 22]。然而，迄今为止，这类微加工技术尚无法与抗弛豫涂层兼容。

迄今为止，基于取向的光学磁力测量已采用手工吹制的抗弛豫涂层池实现[16, 17]。缓冲气体的存在会导致碱金属蒸气吸收光谱发生压强展宽，降低光-原子耦合，并影响制备取向态的光抽运过程。缓冲气体 N_2 也是一种猝灭气体[23]，会使碱金属原子无法通过自发辐射退激。缓冲气体池中还会发生激发态[23] 的快速碰撞混合，而石蜡涂层池中则不会。本文表明，尽管存在这些复杂因素，仍可利用缓冲气体池实现基于排列的磁力计。我们通过实验展示了一种基于排列的磁力计，采用铯碱金属蒸气和充有 65 Torr N_2缓冲气体的池，对 10 kHz 振荡磁场的灵敏度为 325 fT/√Hz。我们还在相同的实验装置中放置了一个石蜡涂层池，展示了基于排列的磁力计，以验证相关方法并进行比较。我们的结果为射频光泵磁力计的小型化 [15, 24] 和商业化开辟了可能性，并有望在医学物理 [25–27], 、遥感 [24, 28] 和无损检测 [29, 30] 等领域产生影响。

II. 基于布居取向的光学磁力测量

现在将修订并讨论取向磁力计 [2, 12, 17, 18] 的理论基础。考虑具有 $F = 1 \rightarrow F' = 0$ 光学跃迁的原子，其基态子能级为 $|F,m\rangle = \{|1,1\rangle, |1,0\rangle, |1,-1\rangle\}$，激发态为 $|F', m'\rangle = |0',0'\rangle$ ，如图 1(a) 所示。使用单束激光束对原子进行光抽运与探测。假设光沿静磁场 $B_0\hat{\mathbf{z}}$的方向线偏振（π）。在这种情况下，原子将以相同的概率被光抽运至 $m = \pm 1$ 子能级，从而形成所谓的“自旋取向态”。这是一个暗态，因此在光抽运完美的情况下，光将完全透过原子蒸气。现在进一步假设存在一个横向振荡的（射频）磁场

* 电子邮箱：lucasrushton@outlook.com
† 电子邮箱：kasper.jensen@nottingham.ac.uk

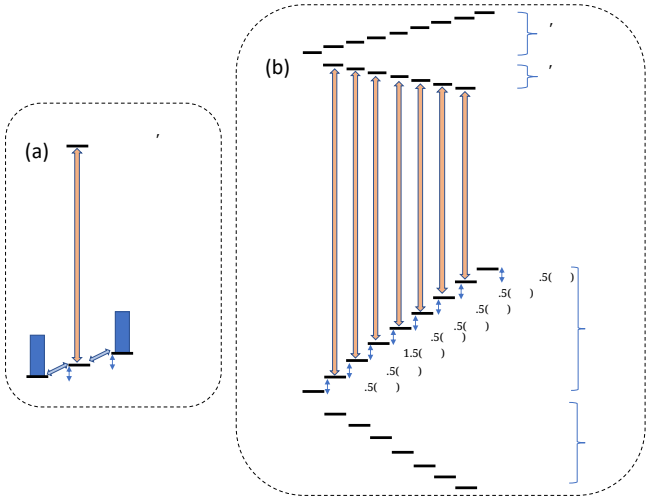


图1：（a）具有$F=1$基态和$F'=0$激发态的能级图。相邻的基态子能级均以拉莫尔频率Ω_L分裂。线偏振（π）光驱动$m=0$与$m'=0$之间的跃迁。（b）铯的D1线，具有$F=3,4$个基态和$F'=3,4$个激发态。线偏振（π）光驱动$F=4$与$F'=3$之间的跃迁。图中显示了针对非线性塞曼分裂的小修正（δ）。

我们希望探测这个磁场。该射频场会影响光抽运，进而影响透射光；通过测量其强度或偏振即可对其进行探测。

描述该系统的总哈密顿量$\hat{}H$为

$$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_l+\hat{H}_B, \tag{1}$$

其中，$\hat{}H_0$、$\hat{}H_l$和$\hat{}H_B$分别为未受扰、光-原子相互作用和磁场-原子相互作用哈密顿量。用总基底$\{|1,1\rangle\equiv|1\rangle, |1,0\rangle\equiv|0\rangle, |1,-1\rangle\equiv|-1\rangle, |0',0'\rangle\equiv|0'\rangle\}$表示的未受扰哈密顿量$\hat{}H_0$为

$$\hat{H}_0=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&\hbar\omega_0\end{pmatrix} \tag{2}$$

其中，$\bar{}h$为约化普朗克常数，$\omega_0=2\pi c/\lambda$为光学跃迁频率，λ为其波长，c为光速。光-原子相互作用由下式决定：

$$\hat{H}_l=-\mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{d}}, \tag{3}$$

其中，$\hat{}\mathbf{d}$为偶极算符，$\mathbf{E}=E_0\cos(\omega t)\hat{}\mathbf{z}$为光的电场。光-原子相互作用哈密顿量$\hat{}H_l$为

$$\hat{H}_l=\hbar\Omega_R\cos\omega t\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}, \tag{4}$$

其中，$\Omega_R=\langle1||d||0'\rangle E_0/(\sqrt{3}\bar{}h)$为拉比频率，$\langle1||d||0'\rangle$为跃迁偶极矩阵元。设$B_x=B_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t$，$B_y=0$和$B_z=B_0,$，磁场-原子相互作用可表示为

$$\begin{aligned}\hat{H}_B&=-\hat{\boldsymbol{\mu}}\cdot\mathbf{B}=\frac{g_F\mu_B}{\hbar}(\hat{F}_xB_x+\hat{F}_zB_z)\\&=g_F\mu_B\begin{pmatrix}B_0&\frac{B_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&0&0\\\frac{B_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&0&\frac{B_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&0\\0&\frac{B_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&-B_0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}.\end{aligned} \tag{5}$$

这里，$\hat{}\boldsymbol{\mu}=g_F\mu_B(\hat{}F_x\hat{}\mathbf{x}+\hat{}F_y\hat{}\mathbf{y}+\hat{}F_z\hat{}\mathbf{z})/\bar{}h$是铯原子的磁偶极算符，$g_F$为超精细朗德 g 因子，$\mu_B$为玻尔磁子。定义拉莫尔频率为$\Omega_L=g_F\mu_BB_0/\bar{}h$，并令射频场强度表示为$\Omega_{\mathrm{RF}}=g_F\mu_BB_{\mathrm{RF}}/\bar{}h$，则总哈密顿量$\hat{}H=\hat{}H_0+\hat{}H_B+\hat{}H_l$为

$$\hat{H}=\hbar\begin{pmatrix}\Omega_L&\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&0&0\\\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&0&\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&-\frac{\Omega_R\cos\omega t}{\sqrt{3}}\\0&\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}\cos\omega_{\mathrm{RF}}t}{\sqrt{2}}&-\Omega_L&0\\0&-\frac{\Omega_R\cos\omega t}{\sqrt{3}}&0&\omega_0\end{pmatrix}. \tag{6}$$

先变换到光频ω对应的旋转坐标系，再变换到射频频率ω_{RF}对应的另一个旋转坐标系，然后利用旋波近似忽略快速振荡项，并令$\Delta=\omega-\omega_0,\Delta_{\mathrm{RF}}=\omega_{\mathrm{RF}}-\Omega_L$，$\hat{}$，旋转坐标系中的哈密顿量$H$为

$$\hat{\tilde{H}}=\hbar\begin{pmatrix}-\Delta_{\mathrm{RF}}&\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2\sqrt{2}}&0&0\\\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2\sqrt{2}}&0&\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2\sqrt{2}}&-\frac{\Omega_R}{2\sqrt{3}}\\0&\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2\sqrt{2}}&\Delta_{\mathrm{RF}}&0\\0&-\frac{\Omega_R}{2\sqrt{3}}&0&-\Delta\end{pmatrix}. \tag{7}$$

接下来必须考虑弛豫矩阵$\hat{}\Gamma$和布居数再分布矩阵$\hat{}\Lambda$，其表达式为

$$\hat{\Gamma}=\begin{pmatrix}\gamma&0&0&0\\0&\gamma&0&0\\0&0&\gamma&0\\0&0&0&\gamma+\Gamma\end{pmatrix}, \tag{8}$$

$$\hat{\Lambda}=\begin{pmatrix}\frac{\gamma+\Gamma\rho_{0',0'}}{3}&0&0&0\\0&\frac{\gamma+\Gamma\rho_{0',0'}}{3}&0&0\\0&0&\frac{\gamma+\Gamma\rho_{0',0'}}{3}&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}. \tag{9}$$

激发态原子以速率Γ衰变至基态子能级$\Gamma\rho_{0',\,0'}/3$并假设它们以相同比例重新布居三个基态子能级，其中$\rho_{0',\,0'}$为激发态的布居数。对于石蜡涂层池，激发态原子通过自发辐射衰变（速率为$2\pi(4.56\ \mathrm{MHz})$ [31]，适用于第一激发态中的铯原子）。

）。对于缓冲气体池，激发态原子主要通过猝灭衰变，下一节将对此进行讨论。请注意，上述模型仅包含一个激发态，因此无法描述碰撞混合（多个激发态之间的混合）。原子还具有自旋相干时间（或横向弛豫时间）$T_2 = 1/\gamma$。在缓冲气体池中，碱金属原子因与缓冲气体碰撞而缓慢扩散，从而增大T_2。碱金属原子撞击玻璃壁时，会因电子随机化碰撞而发生自旋弛豫；两个碱金属原子之间的自旋交换碰撞或自旋破坏碰撞也会导致自旋弛豫 [1, 16, 32]。在石蜡涂层池中，碱金属原子在发生自旋弛豫之前，可以与池壁碰撞数千次 [19]。激光导致的功率展宽也会使T_2减小。

$\hat{}$ 旋转坐标系中密度矩阵 $\tilde{\rho}$ 的刘维尔方程为

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\tilde{\rho}}}{\partial t} = [\hat{\tilde{H}},\hat{\tilde{\rho}}] - i\hbar\frac{1}{2}(\hat{\Gamma}\hat{\tilde{\rho}} + \hat{\tilde{\rho}}\hat{\Gamma}) + i\hbar\hat{\Lambda}. \tag{10}$$

在稳态下，$d\hat{}\tilde{\rho}/dt = 0$，因此可以求解 $\hat{}$ 方程的右端，以确定旋转坐标系中的 $\tilde{\rho}$。通过使用变换矩阵，密度矩阵 $\hat{}\rho$ 可变换回实验室坐标系。随后可计算原子蒸气的极化 $\mathbf{P} = n\mathrm{Tr}(\hat{}\rho\hat{}\mathbf{d})$，其中 n 为碱金属原子的数密度。参考值 [2] 中的形式体系可提取线偏振光束的同相和反相旋转 [17, 18]。同相 $\partial\phi^{\mathrm{in}}/\partial l$和正交 $\partial\phi^{\mathrm{out}}/\partial l$值的表达式为 [17]

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi^{\mathrm{in}}}{\partial l} &= \frac{n\Delta_{\mathrm{RF}}\lambda^2\Omega_{\mathrm{RF}}(2\gamma^2+8\Delta_{\mathrm{RF}}^2-\Omega_{\mathrm{RF}}^2)\Omega_R^2}{36\pi\Gamma\gamma(\gamma^2+4\Delta_{\mathrm{RF}}^2+\Omega_{\mathrm{RF}}^2)[4(\gamma^2+\Delta_{\mathrm{RF}}^2)+\Omega_{\mathrm{RF}}^2]} \\ &\approx \frac{n\lambda^2}{72\pi}\cdot\frac{\Omega_R^2}{\Gamma}\cdot\Omega_{\mathrm{RF}}\cdot\frac{\Delta_{\mathrm{RF}}/\gamma}{\Delta_{\mathrm{RF}}^2+\gamma^2} \quad \text{for } \Omega_{\mathrm{RF}}^2 \ll \gamma^2, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi^{\mathrm{out}}}{\partial l} &= \frac{n\lambda^2\Omega_{\mathrm{RF}}(4\gamma^2+16\Delta_{\mathrm{RF}}^2+\Omega_{\mathrm{RF}}^2)\Omega_R^2}{72\pi\Gamma(\gamma^2+4\Delta_{\mathrm{RF}}^2+\Omega_{\mathrm{RF}}^2)[4(\gamma^2+\Delta_{\mathrm{RF}}^2)+\Omega_{\mathrm{RF}}^2]} \\ &\approx \frac{n\lambda^2}{72\pi}\cdot\frac{\Omega_R^2}{\Gamma}\cdot\Omega_{\mathrm{RF}}\cdot\frac{1}{\Delta_{\mathrm{RF}}^2+\gamma^2} \quad \text{for } \Omega_{\mathrm{RF}}^2 \ll \gamma^2, \end{aligned} \tag{12}$$

其中 l 是蒸气池的长度。在$\Omega_{\mathrm{RF}}^2 \ll \gamma^2$的极限下（本文始终如此），$\partial\phi^{\mathrm{in}}/\partial l$和$\partial\phi^{\mathrm{out}}/\partial l$与射频磁场幅度$B_{\mathrm{RF}} \propto \Omega_{\mathrm{RF}}$ 成正比；当射频失谐 Δ_{RF}变化时，它们分别呈现色散型和吸收型洛伦兹线型。使用平衡光电探测器和锁相检测（频率为射频频率）测量光偏振旋转，由此得到的锁相输出可写为

$$X \propto \frac{\partial\phi^{\mathrm{out}}}{\partial l} \propto B_{\mathrm{RF}}\cdot\frac{1}{(\omega_{\mathrm{RF}}-\Omega_L)^2+\gamma^2}, \tag{13}$$

$$Y \propto \frac{\partial\phi^{\mathrm{in}}}{\partial l} \propto B_{\mathrm{RF}}\cdot\frac{(\omega_{\mathrm{RF}}-\Omega_L)/\gamma}{(\omega_{\mathrm{RF}}-\Omega_L)^2+\gamma^2}, \tag{14}$$

$$R = \sqrt{X^2+Y^2} = |X+iY| \propto B_{\mathrm{RF}}\cdot\left|\frac{1+i(\omega_{\mathrm{RF}}-\Omega_L)/\gamma}{(\omega_{\mathrm{RF}}-\Omega_L)^2+\gamma^2}\right|. \tag{15}$$

III. 铯

A. 石蜡涂层池中的光抽运

铯（Cs）原子 [31] 有两个基态，其超精细量子数分别为$F = 3$ 和$F = 4$，二者相隔GHz$' = 3$ 的超精细分裂。第一组激发态的$F' = 3$ 和$F' = 4$ 之间的超精细分裂为 1.2 吉赫。本实验关注的光学跃迁是 Cs D1$F = 4 \to F' = 3$ 跃迁，使用z方向的线偏振光（见图 1b），波长约为 895 nm。通过速率方程 [33]确定铯基态 16 个磁子能级的布居数，可以理解光抽运过程。我们首先考虑石蜡涂层池，其中激发态通过自发辐射衰变。磁子能级$F = 3$, $m = 3$的布居数变化率示例如下，即密度矩阵的对角元素$dp_{\mathrm{F=3,m=3}}/dt$，可表示为

$$\begin{aligned}\frac{dp_{4,3}}{dt} = R_p(&-p_{4,3}c_{4,3\leftrightarrow 3',3'} + p_{4,2}c_{4,2\leftrightarrow 3',2'}c_{4,3\leftrightarrow 3',2'} \\ &+ p_{4,3}c_{4,3\leftrightarrow 3',3'}c_{4,3\leftrightarrow 3',3'}) - \Gamma_1 p_{4,3} + \Gamma_1/16, \end{aligned} \tag{16}$$

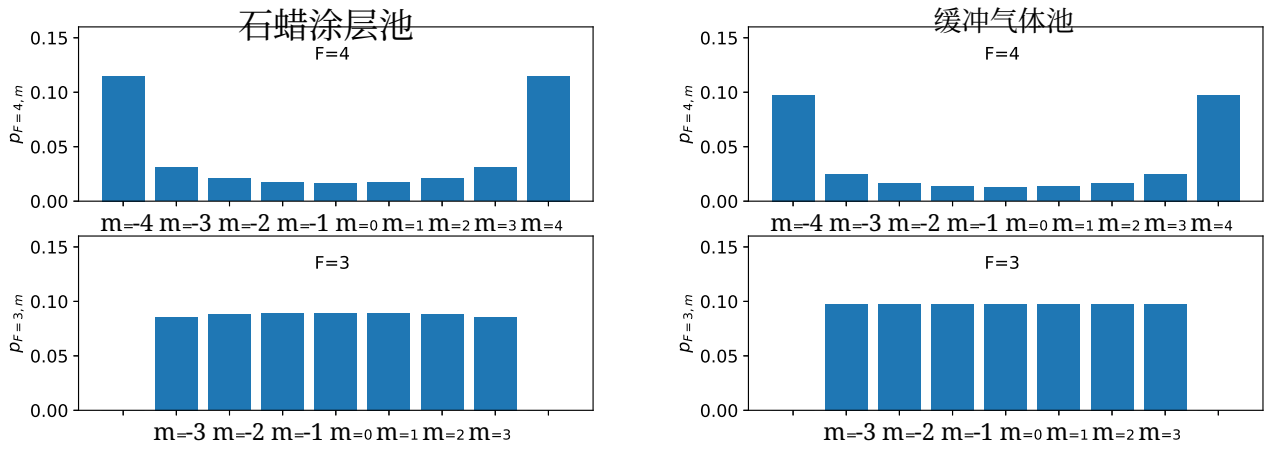
其中，R_p 为光抽运速率，$\mathrm{p4,3} = \mathrm{p^{4,3}(t)}$ 为时间 t 时磁子能级的布居数，$\mathrm{c4,}_{2\leftrightarrow 3',2'}$ 为 π 跃迁的克莱布施–戈登系数平方 [31]，例如从 F $= 4$、m $= 2 \leftrightarrow$ 到 F$' = 3$、m $' = 2$。本研究未通过实验测量纵向弛豫速率 Γ_1，但它通常远小于横向弛豫速率 γ [34]。方程 16 中的负项使磁子能级布居数减少，正项则使其增加。稳态下（d p/dt $= 0$），通过数值计算确定 F $= 3$ 和 F $= 4$ 基态中的 16 个磁子能级的布居数，并将其绘于图 2a。可以看到，F $= 4$ 子能级中的原子呈对称分布，大多数原子处于 m $= \pm 4$ 子能级，对应于自旋取向态。注意，许多原子“损失”到了另一个基态 F $= 3$。这些原子未被探测，因为它们与光的频率相差 9.192 吉赫。

B. 缓冲气体池中的光抽运

如果在没有石蜡涂层的铯蒸气池中存在缓冲气体（例如 65 Torr 的 N_2），那么铯原子主要会通过猝灭而非自发辐射衰变 [23, 35], ，如下文所示。猝灭气体分子（本例中为 N_2, ）具有许多振动和转动状态，这意味着当处于激发态的铯原子与 N_2 分子碰撞时，铯原子可以不发射光子而退激，转而将能量传递给 N_2 分子的众多振动和转动模式。猝灭速率 R_Q 表示为

$$R_Q = n_Q\sigma_Q v_{\mathrm{Cs,N_2}}, \tag{17}$$

其中，$n_Q = P/(k_BT) = 1.91\times10^{24}\,\mathrm{m}^{-3}$是在$T \sim 55$℃时$N_2$ 分子的数密度，P 为压强，k_B 为



(a) (b)

图 2：使用 π 偏振光从 $F=4\rightarrow F'=3$ 进行光抽运。图中绘出了稳态下 $F=3$ 和 $F=4$ 基态磁子能级的布居数，纵向弛豫率为 $\Gamma_1=R_p/20$；其中 (a) 为石蜡涂层池，激发态的主要退激发机制是自发辐射；(b) 为缓冲气体池，主要退激发机制是猝灭。

玻尔兹曼常数，$\sigma_Q=5.5\times10^{-19}\,\mathrm{m}^2$ [23] 是铯与 N_2 在 100°C时的猝灭气体截面，$v_{\mathrm{Cs,N_2}}=\sqrt{8k_BT/\pi M}=548$ m/s是铯原子与 N_2 分子之间的相对速度。质量 $M=3.84\times10^{-26}$ kg是铯原子与 N_2 分子的有效质量，表示为 $M=m_{\mathrm{Cs}}m_{\mathrm{N_2}}/(m_{\mathrm{Cs}}+m^{\mathrm{N_2}})$。猝灭因子 Q 有助于确定占主导地位的衰变机制是自发辐射（$Q=1$）还是猝灭（$Q=0$），其定义为 [23]

$$Q=\frac{1}{1+R_Q\tau_{\mathrm{nat}}}. \tag{18}$$

根据上述参数计算铯和 65 Torr N_2 对应的 $R_Q=5.9\times10^8\,\mathrm{s}^{-1}$，并取 D1 激发态的自然寿命为 $\tau_{\mathrm{nat}}=35$ ns，则 $Q=0.05$。这意味着，对于实验中使用的 65 Torr N_2 缓冲气体池，从激发态退激的主要机制是猝灭。在猝灭过程中，衰变至基态的概率不由克莱布什–戈登系数决定。相反，原子以相同的概率（1/16）衰变至 $F=3$ 和 $F=4$ 基态的任意磁子能级。然而，至关重要的是，在存在 N_2, 猝灭气体时，$F=4,m=\pm4$ 态仍然是暗态。$F=4,m=3$ 磁子能级布居数 $dp_{4,3}/dt$ 的速率方程示例如下：

$$\begin{aligned}\frac{dp_{4,3}}{dt}=R_p\Big(&-p_{4,3}c_{4,3\leftrightarrow3',3'}+\frac{1}{16}\big[p_{4,3}c_{4,3\leftrightarrow3',3'}\\&+p_{4,2}c_{4,2\leftrightarrow3',2'}+p_{4,1}c_{4,1\leftrightarrow3',1'}+p_{4,0}c_{4,0\leftrightarrow3',0'}\\&+p_{4,-1}c_{4,-1\leftrightarrow3',-1'}+p_{4,-2}c_{4,-2\leftrightarrow3',-2'}\\&+p_{4,-3}c_{4,-3\leftrightarrow3',-3'}\big]\Big)-\Gamma_1p_{4,3}+\frac{\Gamma_1}{16}.\end{aligned} \tag{19}$$

在稳态下求解这 16 个速率方程，图 2b 展示了一个使用缓冲气体进行光抽运的示例。可以看到，对于缓冲气体池和石蜡涂层蒸汽池，基态子能级中的原子分布相似。这里假设 $Q=0$，对于本文中的 65 Torr N_2 缓冲气体池而言，这是一个合理的假设。上述讨论假设激发态 $F'=3$ 和 $F'=4$ 能够分辨，因此光仅与 $F=4\rightarrow F'=3$ 跃迁共振。不过需要指出的是，如第五节所述，如果缓冲气体压力显著增大，则必须将 $F'=4$ 激发态纳入速率方程。

C. 非线性塞曼分裂

处于 $F=4$ 基态的铯原子有 $2F+1=9$ 个子能级 $|F,m\rangle$，当置于较弱磁场 B_0,中时，其能量为 $E(m)=mh\nu_L$，这是由线性塞曼效应导致的。这里，ν_L 是以 Hz 为单位的拉莫尔频率。也就是说，相邻子能级之间的能量差都相等，均为拉莫尔频率 $\Delta\nu_{m,m-1}\equiv(E(m)-E(m-1))/h=\nu_L$。在这种情况下，当扫描射频频率 ν_{RF}（单位为 Hz）使其经过拉莫尔频率 ν_L，并测量透射光的偏振旋转时，将观测到单个磁共振（见方程 13、14 和 15）。然而，在较强磁场下，由于非线性塞曼效应，子能级之间的能量差略有不同。我们计算[31, 34, 36]

$$\Delta\nu_{m,m-1}=\nu_L-\delta\left(m-\frac{1}{2}\right), \tag{20}$$

其中，非线性塞曼分裂（单位为 Hz）为

$$\delta = \frac{2\nu_L^2}{\nu_{\rm hf}} \tag{21}$$

如图1(b)所示。特别是，$\Delta\nu_{4,3}$ 和 $\Delta\nu_{-3,-4}$ 之间的跃迁频率差为

$$|\Delta\nu_{4,3} - \Delta\nu_{-3,-4}| = 7\delta. \tag{22}$$

换言之，在较大的磁场下，当射频场扫描经过拉莫尔频率时，应观察到总共 8 个磁共振，其中最外侧的共振分裂为 7δ。

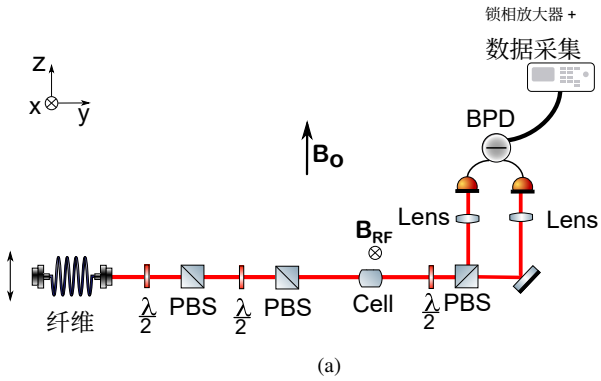
IV. 石蜡涂层池

实验装置示意图如图3(a)所示。半导体激光系统输出与铯 D1 跃迁（895 nm）共振的光。光线经光纤传输，并在光纤输出端准直。线偏振光的电场振幅为$E_0\hat{\mathbf{z}}$，随后通过一个立方形（5 mm）的手工吹制的石蜡涂层蒸气室（见图3(b)）。蒸气池保持在室温（~ 18.5°C），并置于磁屏蔽罩（Twinleaf MS-1）内。可使用磁屏蔽罩内的线圈施加静态$B_0\hat{\mathbf{z}}$磁场和振荡$B_{\rm RF}\cos(2\pi\nu_{\rm RF}t)\hat{\mathbf{x}}$磁场。此处，$\nu_{\rm RF}$是以 Hz 为单位的射频频率，而$\omega_{\rm RF} = 2\pi\nu_{\rm RF}$是以 rad/s 为单位的射频频率。随后使用半波片、偏振分束器和平衡光电探测器（Thorlabs PDB210A/M）进行偏振测量，以检测透射光的偏振旋转。所得光电探测器电压由锁相放大器（SR830）在射频频率 $\nu_{\rm RF}$ 处解调，从而获得同相X 和正交Y 信号。

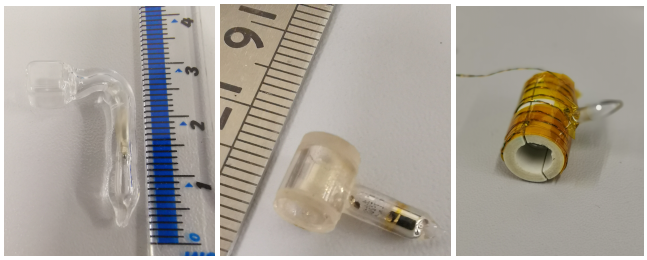
利用非线性塞曼效应，可以通过实验验证取向态的光抽运。测量是在相对较大的静磁场下进行的（$B_0 = 5.84$ G），对应的拉莫尔频率接近 2 MHz。当射频频率在 2.037–2.051 MHz 范围内扫描时，我们观测到包含多个峰的磁共振谱（见图4）。两个最大的峰分别对应跃迁 $m = 4 \to m = 3$ 和 $m = -3 \to m = -4$，其跃迁频率分别为$\Delta\nu_{4,3}$ 和 $\Delta\nu_{-3,-4}$。实验测得跃迁频率之差 $|\Delta\nu_{4,3} - \Delta\nu_{-3,-4}|$ 为 6.38(0.02) 千赫，与根据方程 21 和 22 计算所得的值 $7\delta = 6.37$ 千赫一致，证实我们观测到的是非线性塞曼分裂。通过将图4中R 的数据拟合到函数 [34]，提取出这一跃迁频率差

$$\mathrm{R} = \left| \sum_{m=-3}^{4} \frac{A_{m,m-1}\left[1 + i\left(\nu_{\rm RF} - \nu_{m,m-1}\right)/\tilde{\gamma}\right]}{\left(\nu_{\rm RF} - \nu_{m,m-1}\right)^2 + \tilde{\gamma}^2} \right|. \tag{23}$$

它是由八个磁共振叠加而成，其共振频率为 $\nu_{m,m-1} = \nu_L - \delta\left(m - \frac{1}{2}\right)$，半峰全宽的一半为



(a)



(b) (c) (d)

图 3：(a) 基于排列的磁力计示意图。激光沿y方向传播，且为z偏振。组件包括：半波片 ($\lambda/2$)、偏振分束器 (PBS)、蒸气池 (细胞) 和平衡光电探测器 (BPD)。静态 $\mathbf{B}_0 = B_0\hat{\mathbf{z}}$ 和振荡磁场 $\mathbf{B}_{\rm RF}(t) = B_{\rm RF}(t)\hat{\mathbf{x}}$ 施加于蒸气池所在位置。(b) 石蜡涂层池的照片。(c) 缓冲气体池的照片。(d) 外围包裹着 Shapal陶瓷圆柱体、加热丝和 Kapton胶带的缓冲气体池照片。

最大值（HWHM）$\tilde{\gamma} = 1/(2\pi T_2)$（单位：Hz），如与公式 15 对比并参见图 1 所示。数据通过拟合七个自由参数得出：四个振幅$A_{4,3}$，$A_{3,2}$，$A_{2,1}$，$A_{1,0}$（由于磁共振谱具有对称性，因此 $A_{0,-1} = A_{1,0}$，$A_{-1,-2} = A_{2,1}$，$A_{-2,-3} = A_{3,2}$，$A_{-3,-4} = A_{4,3}$），拉莫尔频率 ν_L、非线性塞曼分裂 δ，以及宽度 $\tilde{\gamma}$。

总的来说，光谱有八个峰，不过由于中间两个峰较矮，在图4中几乎看不见。式23中与$A_{m,m-1}/\tilde{\gamma}^2$ 对应的各个峰的高度，与相邻磁子能级 [34] 的布居数差成正比。这就是非线性塞曼分裂中有八个峰、而图2中有九个布居数的原因。由于最外侧的峰最大且高度相等，我们可以得出结论：在$F = 4$ 基态中形成了取向态，大多数原子被光抽运到$F = 4, m = \pm 4$ 态。光抽运并不完美，因为仍有一些原子被抽运到其他磁子能级。这是由于纵向弛豫率 Γ_1 非零所致。

现在我们开始表征石蜡涂层蒸气池的磁场灵敏度。这些测量是在较小的静磁场<style id='1'>B</style>{v3}下进行的，对应的拉莫尔频率约为 10 千赫。

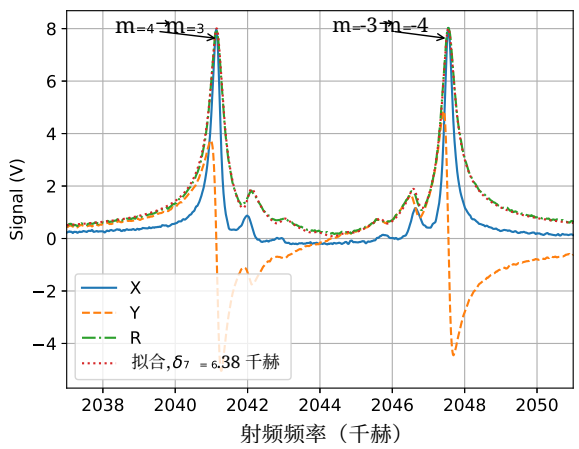


图4：使用石蜡涂层池测得的磁共振非线性塞曼分裂。幅度R通过公式 23 拟合。拟合结果以虚线表示。不同拉莫尔频率下$m=4\to m=3$和$m=-3\to m=-4$对应的磁共振已标出。

一束功率为 10 μW 的光束穿过蒸气池，并施加了 4.22 $\mathrm{nT_{RMS}}$（20 $\mathrm{mV_{RMS}}$）的振荡磁场。图 5(a) 显示了磁共振信号，其中射频频率在 9 千赫至 11.5 千赫之间扫描，且 $\nu_L = 10.25$ 千赫。由此提取共振信号的峰值，并将其除以所施加的振荡磁场，得到锁相放大器读数与相应射频场幅度B_{RF}之间的转换关系。完成图 5(a) 中的校准后，将锁相解调频率固定为拉莫尔频率，将射频幅度设为零（$B_{\mathrm{RF}}=0$），并记录了 4 分钟的光泵磁力仪本征噪声时间序列（见图 5(b)）。随后，完全挡住照射平衡光电探测器的光，并记录了另一段时间序列（数据未显示）。对微弱振荡磁场的灵敏度，即光泵磁力仪固有噪声，对于X为 480 fT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$，对于Y为 460 fT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$。该值采用参考值 [24] 中所述的方法计算，即求取 240×1 s 个平均分段的标准差（SD）；这些数值列于图 5(b) 的图例中。挡光时的标准差仅略低，X为 410 fT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$，Y为 380 fT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$。这种噪声主要来自平衡光电探测器的电子噪声，也有一小部分来自数据采集系统的电子噪声。加热蒸气池 [16, 23] 并使用更大的蒸气池，可以增大信号，从而提高灵敏度。灵敏度的一个基本极限由自旋投影噪声 [16, 32]决定。

$$\delta B_{\mathrm{spn}} = \frac{2\hbar}{g_F \mu_B \sqrt{nVT_2}}, \tag{24}$$

其中，铯基态$F=4$的$g_F=1/4$，$n\sim 2.2\times10^{16}$ m^{-3}（$T\sim 18.5$°C）为铯原子的数密度，$T_2\sim 1/(\pi(230\text{ Hz}))\sim 1.4$ ms 为横向弛豫时间，$V=(5\text{ mm})^3$为整个池的体积，因为探测的是池中的所有原子。根据上述数值，估算灵敏度为 $\delta B_{\mathrm{spn}}\sim 50$ fT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$。采用电子噪声较低的平衡光电探测器，将有助于使我们更接近这一量子极限灵敏度。

V. 缓冲气体池

现在，我们使用一个手工吹制的圆柱形缓冲气体池（长5 mm，直径5 mm）进行实验，池内充有铯和N_2缓冲气体（见图3(c)）。缓冲气体池外包覆着Shapal陶瓷圆柱体，选用这种材料是因为其热导率高。按照图3(d)所示，陶瓷圆柱体缠绕着非磁性电阻加热绞线，外面再包裹隔热气凝胶和Kapton胶带。随后，电流流经绞线即可加热缓冲气体池，并使其保持在较高温度。

N_2 缓冲气体压力采用Andalkar [37]所述的吸收光谱法测定。为避免产生光抽运效应，进行这些吸收测量时将激光功率保持在较低水平。图6中给出了缓冲气体池的吸收光谱，并将其绘于纯铯池吸收光谱之上；纯铯池长75 mm，且保持在室温。纯铯池仅含铯（不含石蜡或缓冲气体），用作频率参考。正如铯D1谱学所预期的，纯铯池的吸收光谱显示出四个吸收共振，它们由基态和激发态的超精细分裂（9.2 GHz、1.2 GHz）隔开。吸收共振呈Voigt线型，即洛伦兹线型与高斯线型的卷积。对于纯铯池，高斯多普勒宽度远大于铯激发态的洛伦兹自然线宽（半峰全宽为4.6 MHz）。对于缓冲气体池，缓冲气体原子与铯原子之间的碰撞会导致洛伦兹压力展宽，并使吸收共振发生频移，如图6所示。通过将$F=3\to F'=3$和$F=3\to F'=4$吸收共振拟合为两个Voigt线型之和，并采用它们相对的超精细跃迁强度（分别为1/4和3/4），提取压力展宽；然后对$F=4\to F'=3$和$F=4\to F'=4$重复该过程，其超精细跃迁强度分别为7/12和5/12。多普勒宽度Γ_G固定为374 MHz（51°C时的半峰全宽），并拟合洛伦兹线宽Γ_L（1.26(0.05) GHz），对应的压力为65(3) Torr；此处采用 [37]给出的N_2中D1压力展宽换算系数19.51 MHz/Torr。还可根据共振频率的-0.54(0.01) GHz频移求得压力，对应压力为65(1) Torr。

我们的基于排列的磁力计使用与$F=4\to F'=3$跃迁共振的 π偏振光（见图1(b)），因为在这种情况下，$F=4, m=\pm4$ 态是暗态，原子会被光抽运到这些态中，

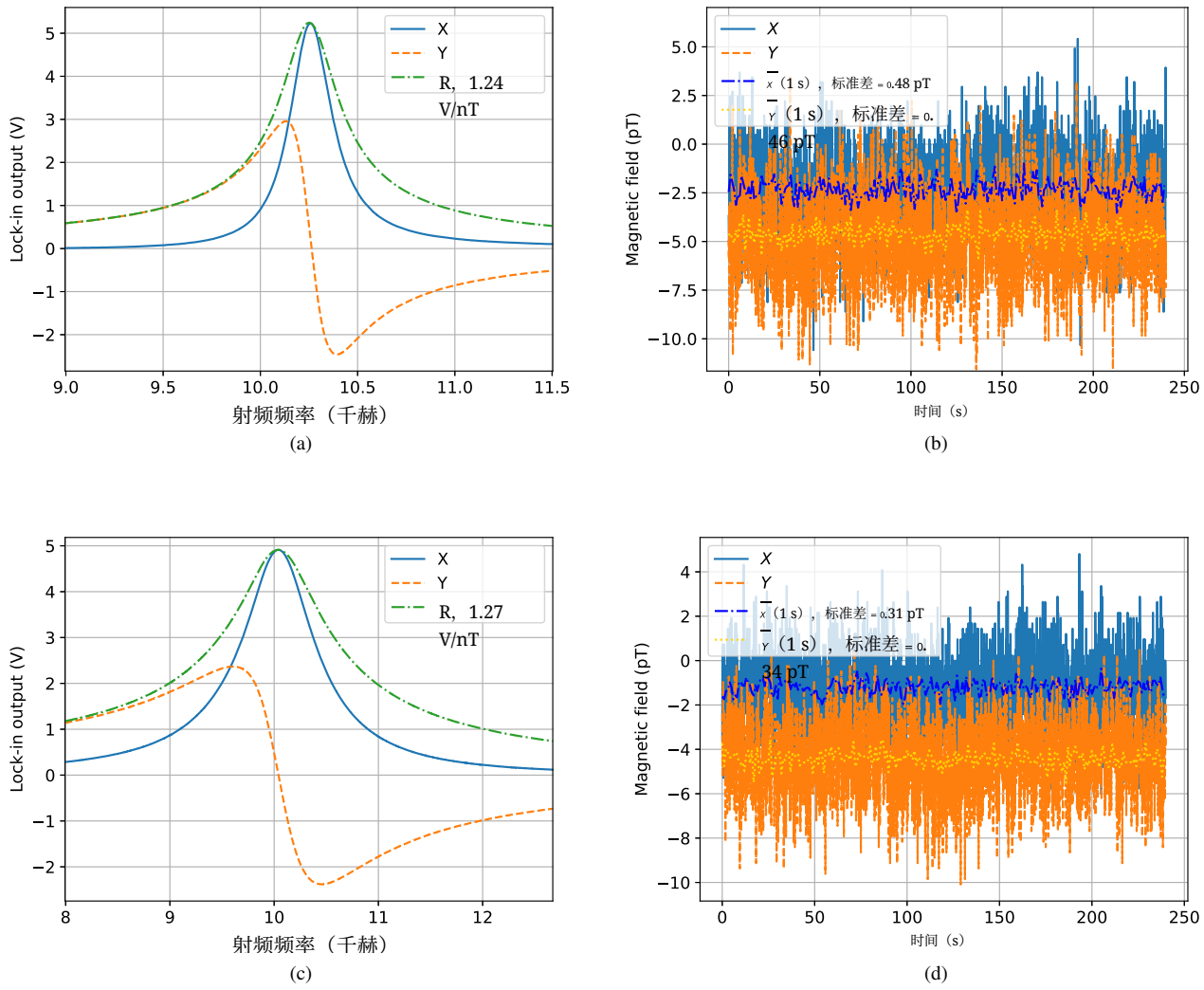


图 5：(a) (b) 石蜡涂层自旋排列磁力计（$T \sim 20$°C）在拉莫尔频率为 $\nu_L = 10.25$ 千赫时的灵敏度测量。(a) 射频频率在 9 至 11.5 kHz 之间扫描时的磁共振。(b) 锁相放大器在 ν_L处解调信号时，光泵磁力计固有噪声的 240 s 时间序列。(c) (d) 65 Torr N_2（$T \sim 55$°C）在拉莫尔频率为 $\nu_L = 10.04$ 千赫时的灵敏度测量。(c) 射频频率在 8 至 12.5 kHz 之间扫描时的磁共振。(d) 锁相放大器在 ν_L处解调信号时，光泵磁力计固有噪声的 240 s 时间序列。

且概率相等，从而产生自旋排列，如图2b所示。请注意，对于与$F = 4 \rightarrow F' = 4$ 跃迁共振的 π偏振光，$F = 4$, $m = 0$ 子能级反而是暗态。随着缓冲气体压力展宽，$F = 4 \rightarrow F' = 3$ 和$F = 4 \rightarrow F' = 4$ 共振开始重叠。根据拟合，我们推断，在压强为65 Torr N_2 时，重叠比例仅为$\sim$ 10%（见图6和细虚线）。压强更高时，这两个跃迁的重叠会进一步加剧。这对基于排列的磁力计来说是个问题，因为此时光会同时驱动$F = 4 \rightarrow F' = 3$ 和$F = 4 \rightarrow F' = 4$ 跃迁。此时$F = 4, m = \pm = 4$ 不再是暗态，产生的自旋排列也会显著减少。

为验证是否能够将原子光抽运至 $F = 4, m = \pm 4$ 态，在激发态超精细能级部分重叠（$\sim$ 10%）、且如前所述以猝灭为主要退激发机制的 65 Torr N_2 缓冲气体池中是否可行，我们再次将静磁场调至较大值（$B_0 = 8.38$ G），并记录磁共振谱（见图 7）。同样，我们看到磁共振因非线性塞曼效应而分裂，且最外侧的两个共振峰高度最大且相等。实验测得$m = 4 \rightarrow m = 3$ 跃迁与$m = -3 \rightarrow m = -4$ 跃迁之间的频率差为$|\Delta\nu_{4,3} - \Delta\nu_{-3,-4}| = 13.2(0.1)$ 千赫；这是通过将图 7 中的数据拟合至方程 23 得出的，与根据方程 21 和 22 计算所得的 $7\delta = 13.1$ 千赫吻合良好。

这在实验上证明，可以产

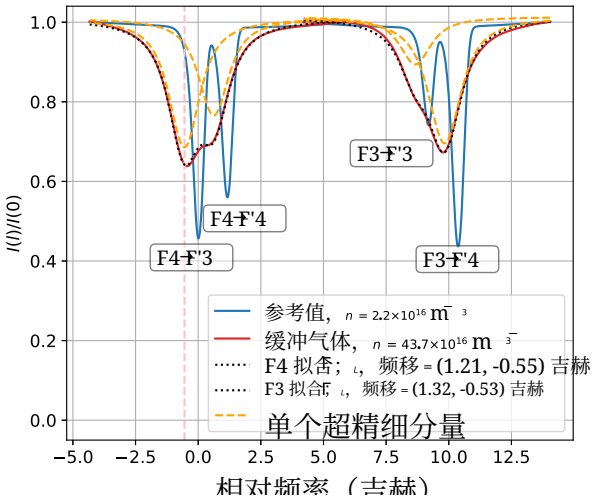


图 6：在 65(3) 托 N_2 池中测得的 D1线吸收光谱，并与作为频率基准的纯铯原子池进行对比。缓冲气体池加热至 51°C，对应铯原子密度为 $43.7\times10^{16}\,\mathrm{m}^{-3}$，多普勒线宽为 $\Gamma_G = 374$ MHz。对$F = 3 \to F' = 3,4$ 和$F = 4 \to F' = 3,4$ 跃迁进行 Voigt线型拟合，并提取洛伦兹线宽 Γ_L 和压力位移。

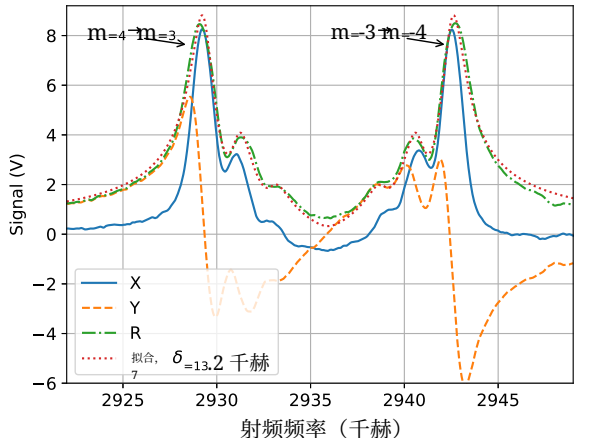


图 7：使用加热至~ 55°C 的 65 托 N_2 缓冲气体池测得的磁共振非线性塞曼分裂。将幅值R 拟合至公式 23。图中标出了$m = 4 \to m = 3$ 和$m = -3 \to m = -4$ 对应的磁共振。

生自旋排列态：在 65 Torr 的 N_2 缓冲气体池中，通过光抽运使更多铯原子进入$m = \pm4$ 态，而非进入基态$F = 4$ 中的其他磁子能级。预计，若采用较低的缓冲气体压力，光抽运进入$m = \pm4$ 态的效果会更好，因为这样会减少不必要的抽运，使原子跃迁至$F = 4 \to F' = 4$跃迁。提高比值R_p/Γ_1（见式 19）也会增强向$m = \pm4$ 态的抽运。然而，降低缓冲气体压力的缺点是，原子将会扩散更快地扩散到壁面，导致T_2 时间更短，因此光泵磁力仪的灵敏度更低。这两个过程相互竞争，在为基于排列的磁力计选择最佳缓冲气体压力时需要加以考虑。

现在，我们采用与石蜡涂层池相同的流程，表征缓冲气体池的磁场灵敏度。最佳光功率为 30 μW。使用 65 N_2 Torr 的池获得了 10 kHz 的磁共振信号，如图 5(c) 所示。图 5(d) 显示了射频场关闭时长为 240 s 的时间序列。光泵磁力仪的灵敏度定义为图 5(d) 中 240×1 s 个数据点的标准差；X 方向为 310 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$，Y方向为 340 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$。因此，本文中缓冲气体池的灵敏度优于石蜡涂层池。灵敏度主要受激光散粒噪声和平衡光电探测器的电子噪声限制。

我们使用式 24 计算预测的量子极限自旋投影噪声。数密度$n = 60\times10^{16}\,\mathrm{m}^{-3}$在$T = 55$°C时，以及$T_2 = 1/(\pi$(800 Hz))。在缓冲气体池中，只有光束内的原子会被探测；而在石蜡涂层池中，池内所有原子都会被探测。因此，我们采用光束内的体积$V = V_{\text{beam}} = 3.9\times10^{-9}\,\mathrm{m}^3$,，其中光束直径为 ~ 1 mm，池长为 5 mm。代入上述数值后，我们估算原子噪声为 $\delta B_{\text{spn}} \sim$ 100 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$。增大池子的直径和长度，同时扩大光束尺寸，可以获得更高的灵敏度。若使用直径为 5 mm 的光束来探测整个池子，估算的原子噪声为 $\delta B_{\text{spn}} \sim 20$ fT/$\sqrt{\text{Hz}}$。请注意，许多原子会损失到$F = 3$ 基态（见图 2），从而减少被探测的铯原子数量。使用第二束激光（通常称为再泵浦光）将原子从$F = 3$ 态带出并送回$F = 4$ 态，也能增加被探测的原子数量，从而提高射频光泵磁力仪的灵敏度。

VI. 结论

本文结果展示了首次将单光束射频光泵磁力计（射频光泵磁力仪）——基于排列的磁力计——应用于缓冲气体池。使用铯碱金属蒸气和 65 Torr N_2 缓冲气体时，基于排列的磁力计的灵敏度为 325 fT/$\sqrt{\text{Hz}}$。使用电子噪声更低的平衡光电探测器，还可以进一步提高这一灵敏度。后续研究可探讨蒸气池的最佳尺寸、工作温度和缓冲气体压力。尽管我们的实验使用手工吹制的蒸气池进行，但我们预计微加工缓冲气体池也能达到类似性能。我们的工作为使用缓冲气体池和单束激光束的紧凑、坚固、便携式射频光泵磁力计的商业化创造了可能；与使用石蜡涂层蒸气池相比，这是一种更易扩展且更具商业可行性的方案。

致谢

本研究获得英国量子技术感测与计时中心的支持，该中心由工程与物理科学研究委员会（EPSRC）（资助编号：EP/T001046/1）资助；同时还获得 EPSRC 的 QuantERA 项目 C'MON-QSENS!（资助编号：EP/T027126/1）、诺丁汉影响力加速器/EPSRC 影响加速账户（IAA）以及诺和诺德基金会（资助编号：NNF20OC0064182）的支持。我们感谢 Janek Kolodynskiand Marcin Ko´zbiał 阅读并评论稿件。

数据可用性声明

如有需要，可向作者索取更多数据。

参考文献

[1] E. Labyt、T. Sander-Thömmes 和 R. Wakai。《灵活的高性能磁场传感器：头皮脑磁图及其他应用》。Springer，2022年。[2] M. Auzinsh、D. Budker 和 S. M. Rochester。《光偏振原子：理解光与原子相互作用》。牛津大学出版社，2014年。[3] D. Budker 和 M. Romalis。光学磁力测量。《自然·物理》，3:227，2007年。[4] I. K. Kominis、T. W. Kornack、J. C. Allred 和 M. V. Romalis。一种亚飞特斯拉多通道原子磁力仪。《自然》，422:596，2003年。[5] W. Wasilewski、K. Jensen、H. Krauter、J. J. Renema、M. V. Balabas 和 E. S. Polzik。受量子噪声限制的纠缠辅助磁力测量。《物理评论快报》，104:133601，2010年。[6] W. Chalupczak、R. M. Godun、S. Pustelny 和 W. Gawlik。室温飞特斯拉射频原子磁力仪。《应用物理快报》，100:242401，2012年。[7] H. Yao、B. Maddox 和 F. Renzoni。无屏蔽单细胞射频原子磁力仪的高灵敏度运行。《光学快报》，30:42015，2022年。[8] Quspin。https://quspin.com，2022年12月。[9] Fieldline 公司。https://fieldlineinc.com/，2022年12月。[10] Twinleaf。https://twinleaf.com/，2022年12月。[11] I. M. Savukov、S. J. Seltzer、M. V. Romalis 和 K. L. Sauer。用于检测射频磁场的可调谐原子磁力仪。《物理评论快报》，95:063004，2005年。[12] S. M. Rochester。《原子蒸气中的非线性磁光效应建模》。博士论文。加州大学伯克利分校，2010年。[13] C. Deans、L. Marmugi 和 F. Renzoni。可在无屏蔽环境中室温运行的亚皮特斯拉宽调谐原子磁力仪。《科学仪器评论》，89:083111，2018年。[14] C. Deans、Y. Cohen、H. Yao、B. Maddox、A. Vigilante 和 F. Renzoni。利用扫描式射频原子磁力仪进行电磁感应成像。《应用物理快报》，119:014001，2021年。[15] J. E. Dhombridge、N. R. Claussen、J. Iivanainen 和 P. D. D. Schwindt。利用基于天然丰度铷、具备主动环境磁场抵消功能的光泵共磁力计进行高灵敏度射频检测。《物理评论应用》，18:044052，2022年。[16] M. P. Ledbetter、V. M. Acosta、S. M. Rochester、D. Budker、S. Pustelny 和 V. V. Yashchuk。利用非线性磁光旋转检测射频磁场。《物理评论 *A*》，75:023405，2007年。[17] T. Zigdon、A. D. Wilson-Gordon、S. Guttikonda、E. J. Bahr、O. Neitzke、S. M. Rochester 和 D. Budker。非线性射频场存在时的磁光旋转。《光学快报》, 18:25494, 2010. [18] S. M. Rochester. 射频场中的非线性磁光旋转。http://rochesterscientific.com/, 2022年12月。[19] M. V. Balabas, T. Karaulanov, M. P. Ledbetter, and D. Budker. 横向自旋弛豫时间长达数分钟的极化碱金属蒸气。《物理评论快报》, 105:070801, 2010. [20] W. Li, M. Balabas, X. Peng, S. Pustelny, A. Wickenbrock, H. Guo, and D. Budker. 对带抗弛豫涂层的铯蒸气池高温性能的表征。《应用物理学杂志》, 121:063104, 2017. [21] V. Shah, S. Knappe, P. D. D. Schwindt, and J. Kitching. 利用微加工蒸气池实现亚皮特斯拉原子磁力测量。《自然·光子学》, 1:649, 2007. [22] S. Dyer, P. F. Griffin, A. S. Arnold, F. Mirando, D. P. Burt, E. Riis, and J. P. McGilligan. 微机械加工深硅原子蒸气池。《应用物理学杂志》, 132:134401, 2022. [23] S. Seltzer. 碱金属原子磁力测量的发展。博士论文。普林斯顿大学，2008年。[24] L. M. Rushton, T. Pyragius, A. Meraki, L. Elson, and K. Jensen. 用于远程检测导电物体的无屏蔽便携式光泵磁力仪：涡流测量。《科学仪器评论》, 93:125103, 2022. [25] C. Deans, L. Marmugi, and F. Renzoni. 利用无屏蔽原子磁力仪进行亚皮特斯拉电磁感应成像。《应用物理快报》, 116:133501, 2020. [26] K. Jensen, M. Zugenmaier, J. Arnbak, H. Stærkind, M. V. Bal- abas, and E. S. Polzik. 利用光学磁力仪进行涡流测量以检测低电导率物体。《物理研究》, 1:033087, 2019. [27] L. Marmugi and F. Renzoni. 心脏的光学磁感应断层成像。《科学报告》, 6:23962, 2016. [28] C. Deans, L. Marmugi, and F. Renzoni. 利用原子磁力仪阵列进行主动水下探测。《应用光学》, 57:2346, 2018. [29] P. Bevington, R. Gartman, and W. Chalupczak. 利用碱金属自旋微波激射器进行目标检测。《应用物理学杂志》, 130 214501, 2021 : .[30] P. Bevington, R. Gartman, and W. Chalupczak. 利用射频原子磁力仪增强材料缺陷成像。《应用物理学杂志》, 125:094503, 2019. [31] D. A. Steck. 铯 D 线数据。https://steck.us/alkalidata/cesiumnumbers.1.6.pdf, 2022年12月。[32] M. T. Graf, D. F. Kimball, S. M. Rochester, K. Kerner, C. Wong, D. Budker, E. B. Alexandrov, M. V. Balabas, and V. V. Yashchuk. 石蜡涂层铯蒸气池中的原子极化弛豫。《物理评论 *A*》, 72:023401, 2005.

[33] S. Eckel, D. Barker, E. Norrgard, and J. Scherschligt. Pylcp：用于计算激光冷却物理学的 Python 软件包。准备中，2020年。 [34] B. Julsgaard. 宏观气体样品中的量子纠缠与量子相互作用。博士论文。奥胡斯大学，2003年。[35] S. J. Seltzer and M. V. Romalis. 带抗弛豫表面涂层的高温碱金属蒸气池。《应用物理学杂志》, 106:114905, 2009年。

[36] G. Bao、A. Wickenbrock、S. Rochester、W. Zhang 和 D. Bud-ker。抑制地磁场范围碱金属蒸气磁力仪中的非线性塞曼效应和航向误差。《物理评论快报》，120:033202，2018年。[37] A. Andalkar 和 R. B. Warrington。利用氮气和氦气缓冲气体高分辨率测量铯 D1 和 D2 线的压力展宽与频移。《物理评论 *A*》，65:032708，2002年。