arXiv:2301.08583v1 [hep-ex] 20 Jan 2023

*q*BOUNCE：利用拉姆齐引力共振谱学研究超冷中子引力态跃迁频率的系统性偏移

Jakob Micko[a, b]，J. Bosina[b]，S. S.Cranganore[b]，T. Jenke[a]，M. Pitschmann[b]，S. Roccia[a]，R.I.P. Sedmik[b]，H. Abele[b]劳厄-朗之万研究所（*ILL*），格勒诺布尔，维也纳工业大学原子研究所



*q*BOUNCE 利用地球引力场中的超冷中子量子态，在微米尺度上研究引力。我们介绍了2021年在劳厄-朗之万研究所（ILL）进行的最新测量，通过机械诱导跃迁确定这些态的能量差。这使得我们能够通过量子测量确定局部加速度g 。本文所呈现的数据得出 $g = 9.8120(18)\mathrm{m/s^2}$。实验地点的经典局部值为 $g_c = 9.8049\mathrm{m/s^2}$。我们分析了会导致跃迁频率产生约100 mHz频移的系统效应。根据实验测量推得的 g 显示出 $\delta g \approx 3.9\sigma$的系统性偏移。

1 引言

中子是检验短程引力的理想探针——它们呈电中性，且几乎不可极化。极慢的中子，即所谓的超冷中子（UCN），会形成受地球引力势束缚的量子态。这使得我们能够将引力实验与强大的共振谱学技术相结合，并检验引力与量子力学之间的相互作用。最近，*q*BOUNCE 合作组已完成其拉姆齐谱仪在劳厄-朗之万研究所的超冷及甚冷中子设施 PF2 上的调试。本文介绍首次精密测量及其结果，并分析系统效应。

实验的示意图见图 1。中子的水平速度为 $v_x \approx 8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$，垂直速度为 $v_z \approx 0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$。它们受引力势束缚，形成束缚态[2]。在第 I 节，中子从平坦表面上方进入系统。它们在引力势中形成束缚态，能量约为 peV；详情请参阅本卷中 J. Bosina 的文章。镜面的费米赝势为 $\approx 100\mathrm{neV}$，基态在镜面上方延伸 $\approx 15\mu\mathrm{m}$，而更高能态则延伸得更高。在第 I 节上方 $l \approx 25\mu\mathrm{m}$ 处放置了一块粗糙玻璃板（吸收体），使高能态发生散射。这种散射发生在随机表面结构上

[a]劳厄-朗之万研究所（ILL），法国格勒诺布尔[b]原子研究所，奥地利维也纳工业大学

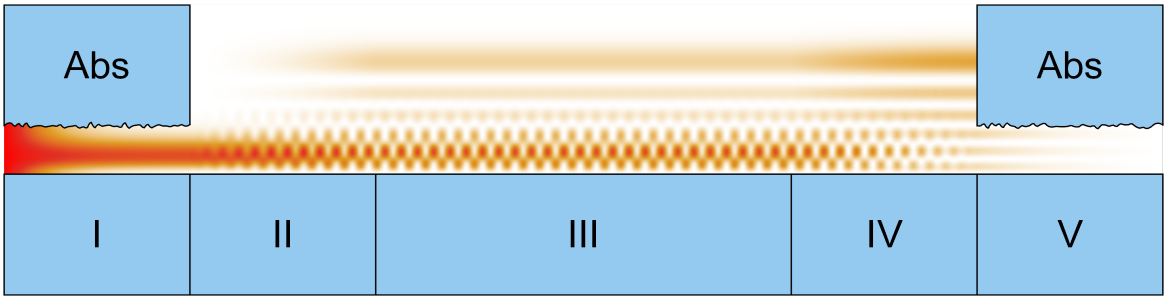


图 1 – 拉姆齐谱仪示意图。超冷中子从左侧进入，并在右侧被探测。图中以伪彩色显示中子在装置中的概率密度函数。

且为非镜面散射。散射后的中子在 x-y 平面内具有随机速度，不会进入实验末端的探测器。低能态中子的散射概率较低；经过第 I 节后，波函数处于前三个态的叠加态，其概率分别为 (P(1) P(2) P(3))^T ≈(0.70，0.25，0.05)^T。详细讨论见 [3]。在第 II 节，镜面以特定频率、位移和相位振荡，其表面位置由 $z_{II}(t) = a_{II}\sin(\omega_{II}t + \phi_{II})$ 给出。图 1 描绘了跃迁 $|1\rangle \to |6\rangle$。这是 2021年 主要研究的跃迁。如果第 II 节结束时低能态和激发态的概率相等，则称所施加的激发为 $\frac{\pi}{2}$ -翻转。第 III 节保持静止，中子不受微扰地传播。在第 IV 节，镜面以 $z_{IV}(t) = a_{IV}\sin(\omega_{IV}t + \phi_{IV})$ 振荡，其中 ω_{IV}和 a_{IV}被调节为与第 II 节相同的频率和位移。如果第 II节和第 IV 节同相，则$\phi_{IV} = \phi_{II}$ 对较高能态的激发会完成。如果 $\phi_{IV} = \phi_{II} + \pi$ 中子则返回基态。在第 V 节进行与第 I 节相同的筛选。借助引力态，这使我们能够进行 Ramsey 型光谱测量，这种技术称为引力共振光谱学（GRS）。根据测得的跃迁概率数据，可以确定中子的局部加速度。

2 理论

系统的演化可以用薛定谔方程描述:

$$i\hbar\partial_t\psi = \hat{H}\psi \tag{1}$$

对于线性势，其解可以用平移艾里函数表示。在经过线性化的牛顿引力下，解仅取决于局部加速度 g 和中子的质量 m_n。

*q*BOUNCE 涉及无限多个态，因此需要进行精确的数值计算。该数据集的主要贡献来自 $|1\rangle \to |6\rangle$ （以及 $|2\rangle \to |7\rangle$）。对于简化的双态系统，较低能量的态称为 $|p\rangle$ ，较高能量的态称为 $|q\rangle$ ，其解析解可以求得。从一个态跃迁到另一个态的跃迁概率的详细推导，例如可见 [1]。作为说明性示例，留在较低能量态的概率为

$$\begin{aligned}
&P(|p\rangle \to |p\rangle) = \left| a_{II}a_{IV} - b_{II}b_{IV}e^{i(\delta_{IV}(T+\tau) - \delta_{II}\tau - (\chi_{II}+\chi_{IV}) + \phi_{IV} - \phi_{II})} \right|^2 , \\
&\Omega_{R,i} = \sqrt{\delta_i^2 + (a\omega_i|V_{pq}|)^2},\ \chi_i = \arctan\left(\frac{\delta_i}{\Omega_{R,i}}\tan\left(\tau\frac{\Omega_{R,i}}{2}\right)\right), \delta_i = \omega_i - \omega_{qp} = 2\pi(\nu_i - \nu_0) \\
&a_i = \sqrt{\cos^2\left(\tau\frac{\Omega_{r,i}}{2}\right) + \frac{\delta_i}{\Omega_{R,i}}\sin^2\left(\tau\frac{\Omega_{r,i}}{2}\right)},\ b_i = \frac{a\omega_i|V_{qp}|}{\Omega_{R,i}}\sin\left(\tau\frac{\Omega_{r,i}}{2}\right) ,
\end{aligned} \tag{2}$$

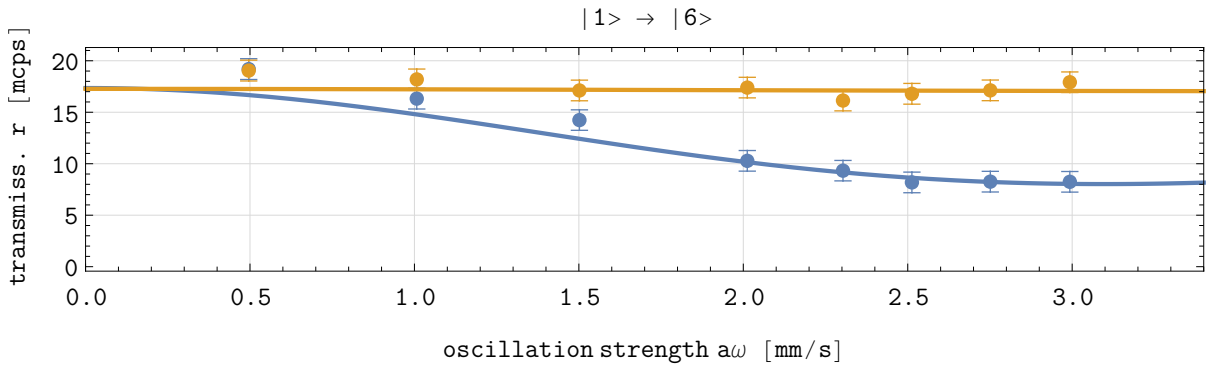


图2——通过增加振荡强度 $a\omega$，确定最佳的 $\pi/2$-翻转。蓝色为 $\Delta\phi = 0$，橙色为 $\Delta\phi = \pi$。实线表示对测量值进行拟合的理论函数。

其中，$a\omega_i$、$\omega_i = 2\pi\nu_i$、$\nu_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$ 分别是第 i 个区段的振荡速度、角频率和频率，V_{qp} 是微扰的重叠积分，$\nu_0 = \frac{\omega_{qp}}{2\pi}$ 是跃迁频率，τ 是第 II 和第 IV 节中的相互作用时间，T 是第 III 节中的自由传播时间。若简化为两个区段以相同强度 $a\omega_{II} = a\omega_{IV} = a\omega$ 和频率 $\nu_{II} = \nu_{IV} = \nu$ 振荡，且 $\nu - \nu_0$ 较小的情况，则有

$$P(|p\rangle \to |p\rangle) = 1 - \frac{\sin^2(a\omega|V_{pq}|)}{2}\left(1 + \cos\left(2\pi(\nu-\nu_0)\left(T + \frac{\tan(\frac{a\omega|V_{pq}|}{2}\tau)}{\frac{a\omega|V_{pq}|}{2}}\right) + \Delta\phi\right)\right) \tag{3}$$

其中 $\Delta\phi = \phi_{IV} - \phi_{II}$。若第 II 节和第 IV 节的振动强度不同，则在共振附近 $\nu = \nu_0$，针对两种不同振动强度，式（2）可简化为

$$\begin{aligned} P &= \left|\cos\left(\tau\frac{a\omega_{II}V_{pq}}{2}\right)\cos\left(\tau\frac{a\omega_{IV}V_{pq}}{2}\right) - \sin\left(\tau\frac{a\omega_{II}V_{pq}}{2}\right)\sin\left(\tau\frac{a\omega_{IV}V_{pq}}{2}\right)e^{i\Delta\phi}\right|^2, \\ &\Rightarrow P(|p\rangle \to |p\rangle) = \cos^2\left(\frac{\tau V_{pq}}{2}\left(a\omega_{II} \pm a\omega_{IV}\right)\right), \end{aligned} \tag{4}$$

$\Delta\phi = 0$ 取上方符号，$\Delta\phi = \pi$取下方符号。

3 实验

2021年 ILL 的 PF2 在第二个反应堆周期期间，对跃迁 $|1\rangle \to |6\rangle$ 进行了详细研究。作为初步估计，使用 $g \approx 9.805\text{m/s}^2$ 的经典值计算跃迁频率，得到的能量为 $E_1 = 1.407\text{peV}$ $E_6 = 5.428\text{peV}$，对应的跃迁频率为 $\nu_{16} = 972.345\text{Hz}$。各振荡区段被设定为具有相同的频率和振幅，且相位差为 $\Delta\phi = 0$ in (4)，所有这些参数均使用干涉仪测量。振荡强度逐渐增大，直至观察到装置透射率达到最小值。作为一致性检验，还使用 $\Delta\phi = \pi$测量了相同的频率。测量结果见图2，计数率以每1000秒计数表示 [mcps]。

随后固定振动强度并改变频率。同样，测量了0相位和 π相位。正如图2和图3中的橙色曲线所示，π 相位给出了反转的跃迁概率。

随后可将完整数据集拟合到理论上，以确定跃迁频率ν_{16}。可根据跃迁频率确定局部加速度 g。此外，还测量了跃迁 $|2\rangle \to |7\rangle$。这也可以用于检验单个跃迁可能存在的频移。理论给出的跃迁频率为 $\nu_{27} = 865.821\text{Hz}$。拟合

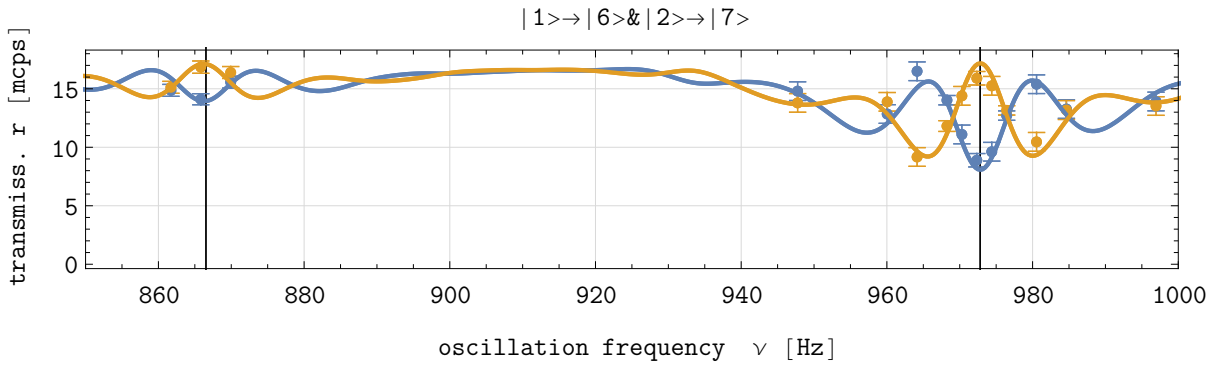


图3 – 振荡强度优化后的频率扫描。 $|1\rangle \to |6\rangle$ 和$|2\rangle \to |7\rangle$ 的跃迁频率以黑色线条标出。实线表示对两个跃迁进行拟合得到的理论函数。

表1：对完整数据集进行拟合得到的参数。

参数	结果	统计误差（1σ）	单位
$\mathrm{P}(1)$	0.61	0.02	[1]
$\mathrm{P}(2)$	0.22	0.03	[1]
$\mathrm{P}(3)$	0.04	0.04	[1]
$\mathrm{P_{bg}}$	0.14	-	[1]
g	9.812	0.0018	$\mathrm{m/s^2}$
$\mathrm{r_0}$	17.27	0.165	mcps
χ^2	74.4		
$\mathrm{n_{eff}}$	73		

图3展示了这两项结果，拟合参数见表1。由此得到$g = 9.8120(18)\ \mathrm{m/s^2}$，与经典测量值 $g_c = 9.804\,925\mathrm{m/s^2}$相差 3.94σ。 g_c 的数值于2021年在qBOUNCE 实验旁测得。

4 系统效应

qBOUNCE 利用高精度频率测量来确定引力态之间的跃迁频率。为此，实验使用铷原子钟作为频率标准，并通过干涉仪以高精度监测施加于镜面的振荡。尽管如此，这类测量中仍可观察到频移。qBOUNCE 的一项优势在于，各态的能级劈裂取决于局部加速度 g，而非像核磁共振中施加的磁场这类可控量。qBOUNCE 仍存在的内在频移包括布洛赫-西格特频移、旁观态位移，以及由中子束运动引起的科里奥利力。

4.1 旁观态位移

公式（2）使用双态系统进行说明。实际上，有无限多个态会对跃迁概率产生贡献。因此，与简单双态情形相比，理论预测曲线会发生偏移，这称为旁观态位移，它源于受驱跃迁 [4]对相邻跃迁的微弱激发。该位移需要通过数值方法计算，并通过模拟30态系统将其纳入考量。对于 $|1\rangle \to |6\rangle$，与简单双态分析相比，该位移为 $\Delta\nu \approx 0.03\mathrm{Hz}$。

4.2 布洛赫-西格特频移

推导公式（2）时，镜面运动 $z\left(t\right) = a\sin\left(\omega t + \phi\right)$ 被拆分为包含 $e^{+i\omega t}$项和 $e^{-i\omega t}$ 项。在与各态的本征频率结合后，会产生一个快速振荡项和一个慢速振荡项。在所谓的旋转波近似（旋转波近似）或世俗近似中，快速振荡项被舍去。因此，与完整模型[5]相比，频率会发生偏移。计算跃迁 $|1\rangle \to |6\rangle$ 的这一频移，得到 $\Delta\nu \approx 15\,\mathrm{mHz}$。在数值30态模拟中，激发项未被拆分，因此包含了这一频移。

4.3 地球自转

迄今为止，对加速度贡献最大的因素是地球表面的离心力。这是从静止参考系转换到旋转参考系时所需的经典修正。在*q*BOUNCE 实验中，中子也在运动，因此科里奥利力会导致额外的频移。旋转参考系中的所有表观效应都可以通过将薛定谔方程变换到旋转参考系来计算[6]。由此得到哈密顿量

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_i} - \mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\Omega} + V(\mathbf{r}) \tag{5}$$

其中$\mathbf{p}$ 是中子的动量矢量，$\boldsymbol{\Omega}$ 是地球的角速度，$\mathbf{L}$是中子的角动量。引力势 $V(\mathbf{r}) = -\frac{m_g r_E^2 g_0}{r} \approx -m_g r_E g_0 + m_g g_0(r - r_E) + \mathcal{O}\left((r-r_E)^2\right)$，其中 r_E 是地球~~半径~~，m_g 是中子的引力质量，g_0 是地球表面的加速度。 $-\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\Omega}$ 对于未加速的中子是恒定的。将角动量贡献展开至一阶$\frac{\mathbf{L}^2}{2m_i r^2} \approx \frac{L^2}{2m_i r_E^2} + \frac{L^2}{2m_i r_E^3}(r - r_E) + \mathcal{O}\left((r-r_E)^2\right)$，其中 L^2 是总角动量的平方。提取线性部分，~~并代入 L^2 的~~表达式，得到

$$g = g_0 - \frac{L^2}{m_i m_g r_E^2} = g_0 - \frac{m_i}{m_g}\left(2\omega v_y \sin(\chi) + r_E\omega^2\sin^2(\chi) + \frac{v^2}{r_E}\right) \tag{6}$$

其中，ω 是地球的角速度，χ 是粒子位置与北极之间的角度（$\chi = \pi$ –纬度），v_y 是中子向西向的速度，v^2 是实验室参考系中速度的平方。与速度无关的项包含在当地重力加速度的静态测量中，而由于中子处于运动状态，科里奥利力会对其产生作用。对于在格勒诺布尔的 ILL 上进行的*q*BOUNCE，我们有$\chi \approx \frac{\pi}{2}$、$v_y \approx -\sin(0.33)\ 8\ \mathrm{m\ s^{-1}} \approx 2.6\,\mathrm{m\ s^{-1}}$、$\omega \approx \frac{2\pi}{86400} \approx 7.3\times10^{-5}\,\mathrm{s^{-1}}$和 $r_E \approx 6.37\times10^{6}\,\mathrm{m}$。~~现~~在，对于$m_i = m_g$，这给出

$$g \approx g_0 - \left(-2.6\times10^{-4} + 1.68\times10^{-2} + 1\times10^{-5}\,\mathrm{m/s^2}\right) \approx g_0 - 1.66\times10^{-2}\,\mathrm{m/s^2}\,. \tag{7}$$

对于在实验室参考系中具有 $v = 8\mathrm{ms}^{-1}$ 的超冷中子，由本征运动引起的科里奥利力和离心力的额外贡献会被抑制两个数量级。

4.4 相位偏移

根据方程（3），第 II 节和第 IV 节之间的 $\delta\phi$ 相对相位 $\Delta\phi$ 不确定性会直接导致跃迁频率发生偏移

$$\delta\nu_0 = -\frac{\delta\phi}{2\pi\left(T + \frac{\tan\left(\frac{a\omega V_{pq}}{2}\tau\right)}{\frac{a\omega V_{pq}}{2}}\right)}\,. \tag{8}$$

对于完美调谐的 $\pi/2$ $a\omega V_{pq}\tau \equiv \frac{\pi}{2}$ $v \approx 8$ $^{-1}$ $T = \frac{0.34}{v} \approx$ 翻转，~~。~~平均中子的 m s、s 和 $\tau = \frac{0.0425}{v} \approx 0.019\,\mathrm{s}$。使用解耦干涉仪测量相对相位

其精度达到 $|\delta\phi| \le 1°$，由此得到

$$\delta\nu_0 \le -\frac{\delta\phi}{0.419} \approx \pm 4.16 \times 10^{-2}\,\mathrm{Hz} \tag{9}$$

重力加速度已通过使用下落角锥的静态测量进行测定。这是还包括地球自转影响在内的有效加速度。此外，中子的运动以及测量的量子性质会引入附加频移。所述系统性偏移的汇总见表2，其中最后一行显示了与角锥测量之间的差异。

表2：所讨论系统效应的汇总。最后一行给出了使用角锥进行参考测量时的预期偏差。该结果仅适用于与两态近似进行比较的情况；在采用多态系统的分析中，部分频移已被纳入。

效应	δ**克** [米/秒^2]	δ**f** [Hz]
地球自转（离心）	$-1.6 \cdot 10^{-2}$	-1.06
相位偏移	$\pm 6.2 \cdot 10^{-4}$	$\pm 4.16 \cdot 10^{-2}$
旁观者频移	$4.5 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-2}$
科里奥利效应（中子的运动）	$2.6 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-2}$
布洛赫-西格特频移	$2.3 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-2}$
离心（中子的运动）	$-1 \cdot 10^{-5}$	$-6.6 \cdot 10^{-4}$
总计	$-1.5 \cdot 10^{-2} \pm 6.2 \cdot 10^{-4}$	$-1 \pm 4.16 \cdot 10^{-2}$
总计 (Δ角锥测量**)**	$9.3 \cdot 10^{-4} \pm 6.2 \cdot 10^{-4}$	$6.1 \cdot 10^{-2} \pm 4.16 \cdot 10^{-2}$

5 结论

该qBOUNCE 实验采用拉姆齐重力共振谱，利用机械振荡诱发跃迁，探测了束缚在镜面上的中子的引力态。详细观测了跃迁 $|1\rangle \to |6\rangle$ ，以及 $|2\rangle \to |7\rangle$。测得跃迁频率为$\nu_{16} = 972.81(12)$ Hz，对应于 $g = 9.8120(18)\ \mathrm{m/s^2}$。文中介绍了若干对跃迁频率有贡献的系统效应，其量级如图 2 所示。与使用下落角锥进行的经典测量所得 $g_c = 9.8049 \mathrm{m/s^2}$ 相比，qBOUNCE 针对该数据集确定的局部加速度值存在 $\delta g \approx 3.94\sigma$的系统偏差。

致谢

我们感谢奥地利科学研究促进基金会（Fonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung, FWF-P33279）提供的支持。此外，我们还要感谢 ILL 工作人员 Thomas Brenner 提供的技术支持，感谢他在测量期间给予的宝贵协助。数据可根据 ILL 数据政策通过 https://doi.ill.fr/10.5291/ILL-DATA.3-14-412 获取。

参考文献

1. T. Rechberger，超冷中子的引力束缚量子态的拉姆齐光谱学维也纳工业大学学位论文 (2018). 2. V. V. Nesvizhevsky 等，《自然》 **415**, 297 (2002). 3. L. A. Chizhova 等，《物理评论*E*》 **89**, 032907 (2014). 4. S. Baeßler 等，《物理评论*D*》 **91**, 042006 (2015). 5. J. H. Shirley，《应用物理学杂志》 **34**, 783 (1963). 6. J. Anandan 和 J. Suzuki，《旋转参考系中的量子力学》。载于施普林格 *ISBN 978-90-481-6541-8* ，第361页起 (2004).