arXiv:2301.08772v2 [quant-ph] 6 Feb 2023

# 原子系综中的宽带量子存储器

Kai Shinbrough[1, a, b]、Donny R. Pearson Jr.[a, b]、Bin Fang[c]、ElizabethA. Goldschmidt[a, b]、Virginia O. Lorenz[a, b]

[a] *Department of Physics, University of Illinois Urbana-Champaign, 1110 West Green Street, Urbana, IL 61801, USA*[b] *Illinois Quantum Information Science and Technology (IQUIST) Center, University of IllinoisUrbana-Champaign, 1101 West Springfield Avenue, Urbana, IL 61801, USA*
[c] *Center for Dynamics and Control of Materials, The University of Texas at Austin, Austin, TX 78712, USA*

**摘要**

宽带量子存储器对于实现新兴光子量子技术的高速运行至关重要。本文回顾了在原子系综中实现宽带量子存储器的一项核心挑战——我们称之为"线宽—带宽失配"问题，并讨论了用于解决这一问题的各种存储协议与硬件各自的优缺点。我们还回顾了原子系综量子存储器的基础理论，以及将其扩展至优化存储效率和表征存储灵敏度的相关理论。最后，我们从三个关键指标——效率、存储寿命和噪声——出发，考察宽带原子系综量子存储器的先进水平。

**目录**

**1 引言** **2**
1.1 研究动机.2 1.2 系综原子系统.3 1.3 线宽-带宽失配.7 1.4 指标.10

**2 协议与硬件 14**
2.1 原子量子存储协议.14 2.2 硬件.21 2.2.1 热原子.22 2.2.2 冷原子.24 2.2.3 固体.24

**3 理论 26**
3.1 麦克斯韦-布洛赫方程 . 26
3.1.1 均匀 . . . . . 27

[1] kais@illinois.edu

3.1.2 非均匀.30 3.2 效率优化.30 3.2.1 信号场整形.30 3.2.2 控制场整形.31
3.2.3 高斯脉冲形状优化.32 3.2.4 非均匀展宽轮廓整形.34 3.3 灵敏度分析.34

**4 现状 37**
4.1 效率.39 4.2 存储寿命.39 4.3 噪声.39

**5 结论** **40**

## 1. 引言

### *1.1.* 研究动机

利用光来分发量子信息所面临的根本挑战，在于光速固定，以及光在光纤中传播时无处不在的损耗。鉴于量子态无法复制 [1], 这意味着，要利用位于不同地点的系统进行量子信息处理，就必须找到一种方法，将光场中包含的量子信息存储足够长的时间，以匹配地点之间的传输时间。对于长距离操作而言，这一点同样成立，因为往返通信需要毫秒量级的存储时间 [2, 3] ；而对于芯片上或集成器件，纳秒量级的延迟则可实现更复杂的量子逻辑 [4, 5, 6, 7, 8, 9]。这种量子存储器必须存储输入的光子量子态——量子信息编码在其一个或多个自由度中——并忠实地取回该光子态，而不改变其量子信息或引入噪声。这一基本操作最直观的应用与光子同步有关：例如，两个光子到达量子网络中的某个节点时 [10], ，它们可能经过了漫长且不同的路程才到达该节点；若要让它们同时照射到分束器上，并实现贝尔态测量 [11],、纠缠交换 [12], 、量子隐形传态 [13], 或几乎任何其他量子网络协议，就需要某种形式的量子存储器。这或许是量子存储器最直接的应用；然而，量子存储器对于全光量子计算 [14], 、量子通信 [15], 、增强测量与传感 [16],以及局域量子门 [17]也至关重要。

实现量子存储器有许多潜在架构。本文重点关注将光量子态存储在原子系综的集体态中。这类方案具有广泛的适用性，可用于不同的波长和带宽范围，其根本限制仅在于原子系统的相干性和光学深度；这些参数可以通过选择或设计来满足应用需求，尽管通常需要以牺牲其他重要参数为代价。本文特别关注宽带工作区间内的原子系综量子存储器实现，并将光子带宽大于 10 兆赫定义为宽带工作区间。宽带存储器运行对于实现

高速量子光子学应用至关重要，因为较高的时钟速率和处理速度意味着需要使用持续时间较短、因而带宽较宽的光子。

本章探讨利用原子系综或类原子系综系统实现宽带光学量子存储器。类原子系统包括掺杂在固体中的稀土离子、分子气体、固体中的声子，以及任何由粒子系综构成、且至少具有三个能级并可据此实现存储相互作用的平台。为便于表述，我们将原子系统和类原子系统统称为“原子”系统。请注意，在本研究中，“原子系综量子存储器”不包括制备与长寿命物质激发态纠缠的单光子 [18], 单原子或离子中的长寿命激发态 [19, 20], ，也不包括将光子量子信息转换到材料平台的其他方式 [21]。关于这些人工设计原子-光子相互作用的替代机制，读者可参阅参考文献 [2, 22] 中的综述。

即使将讨论范围相对限定为利用集体原子态实现的宽带量子存储器，其量子存储协议和硬件实现也在物理机制上各不相同。每种协议和硬件实现都有各自的优缺点。为说明这些相对优缺点，我们先在第1.2节介绍原子系综作为量子存储器的基本原理及其优点。随后在第1.3节讨论原子系综量子存储中的一个关键问题：线宽-带宽失配问题。第1.4节介绍用于量化存储器性能的指标，然后在第2节全面讨论原子存储协议、硬件实现及其各自的优点。在第3节，我们回顾原子系综量子存储的理论，包括存在均匀和非均匀展宽时运动方程的各种形式，以及导出各个物理协议所用的数学近似。在此理论基础上，我们将讨论为优化存储效率而开发的理论工具，以及近期开发的用于研究存储灵敏度的理论工具 [23], ；存储灵敏度描述原子系综量子存储器在实验波动和漂移影响下的行为。最后，在第4节，我们将介绍文献中宽带原子系综量子存储器的最先进性能，并提供实验证据，说明第2节所讨论的优缺点。我们重点关注宽带原子系综量子存储器的三个重要指标：效率（第4.1节）、存储寿命（第4.2节）和噪声（第4.3节）。

### *1.2.* 系综原子系统

系综原子系统非常适合用作量子存储器，因为它们具有高光学深度、可控的频率（部分取决于原子种类，部分取决于相对于原子跃迁所选的失谐）、寿命长的原子叠加态、对实验噪声不敏感，以及任意的存储时间。然而，如下文所述，原子系统常常受到线宽-带宽失配、必要的光学控制场所带来的噪声，以及不理想的展宽机制的影响。实验中已采用不同的原子能级结构实现原子系综量子存储器，包括梯形型 [24, 25, 26, 27, 28], M 型 [29, 30], 以及其他结构 [31, 32, 33]；然而，原子的 Λ型能级结构最为常见，而且所有能级结构

通常都遵循相同的底层原子-光子相互作用物理规律（有关Λ型和梯形型结构，见图1）。

在存储相互作用中，我们关注的“信号”场在某个自由度中编码了量子信息，其频率调谐至与原子基态到激发态跃迁（图1中的$|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$）共振、近共振或失谐的位置。需要指出的是，该信号场可以是单光子，也可以是更一般的光子量子态，其自由度中编码的量子信息可以是离散变量或连续变量（不过，使用连续变量时通常需要更加谨慎 [34]）。本章其余部分通常聚焦于单光子信号场的情形。含有许多光子的经典“控制”场则调谐至激发态到存储态的跃迁（$|e\rangle \leftrightarrow |s\rangle$）。通常假设这两种原子跃迁均为偶极允许跃迁，而 $|s\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ 跃迁则被假设为禁戒跃迁。因此，进入 $|s\rangle$ 态的原子处于亚稳态。在这一典型情形下，描述存储相互作用的时域麦克斯韦-布洛赫方程为 [35, 36, 37, 38, 39, 40]:

$$\partial_z A(z,\tau) = -\sqrt{d}P(z,\tau) \tag{1}$$

$$\partial_\tau P(z,\tau) = -\bar{\gamma}P(z,\tau) + \sqrt{d}A(z,\tau) - i\frac{\Omega(\tau)}{2}B(z,\tau) \tag{2}$$

$$\partial_\tau B(z,\tau) = -\gamma_B B(z,\tau) - i\frac{\Omega^*(\tau)}{2}P(z,\tau), \tag{3}$$

其中，$z$ 表示以原子系综长度归一化的原子系综一维空间坐标 [，即 $z = 0$ （$z = 1$）表示系综的起点（终点）]；$\tau = t - z/c$ 表示在光子的共动参考系中测量的时间（$t$ 表示实验室参考系中的时间），并以激发态相干衰减率 $\gamma = \Gamma/2$ 归一化（$\Gamma$ 为总激发态布居衰减率，亦即$|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 跃迁的线宽）；$A$（$z$，$\tau$）为空间和时间相关的信号光子场；$P$（$z$，$\tau$）和 $B$（$z$，$\tau$）分别称为原子极化场和自旋波场，它们是表示原子相干性 $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$和 $|g\rangle \leftrightarrow |s\rangle$的宏观场算符，分布于介质的整个长度上，如图1中橙色和蓝色阴影区域所示；$d$ 为存储器的共振光学深度；$\bar{\gamma} = （\gamma - i\Delta）/\gamma$ 为归一化复失谐，其中双光子失谐 $\Delta$在图1中以示意方式标出；$\Omega(\tau)$为耦合 $|e\rangle$ 态和 $|s\rangle$ 态的控制场拉比频率。假定所有原子布居初始时均处于基态，且亚稳存储态的相干衰减率 $\gamma_B$ 远小于激发态衰减率（$\gamma_B \ll 1$，以归一化单位表示）。

通过检查式 (1)–(3)，我们注意到，光子场以耦合常数 $\sqrt{d}$ 作为原子极化的源，而原子极化随后会衰减，并按照 $\bar{\gamma}$ 累积时间相位。接着，原子极化以耦合常数 $\Omega(\tau)/2$ 作为自旋波场的源，而自旋波场随后以 $\gamma_B$ 的速率呈指数衰减。根据各场的符号，源与汇的作用可以互换，从而实现布居最终从光子场到自旋波、再返回光子场的可逆映射。

除原子系综系统外，光学量子存储器还有其他方案，尤其包括使用光学延迟线、自由空间光学腔 [41, 42, 43, 44,45, 46, 47, 48], 光纤 [45, 49, 50], 以及光纤腔 [51]。这些量子

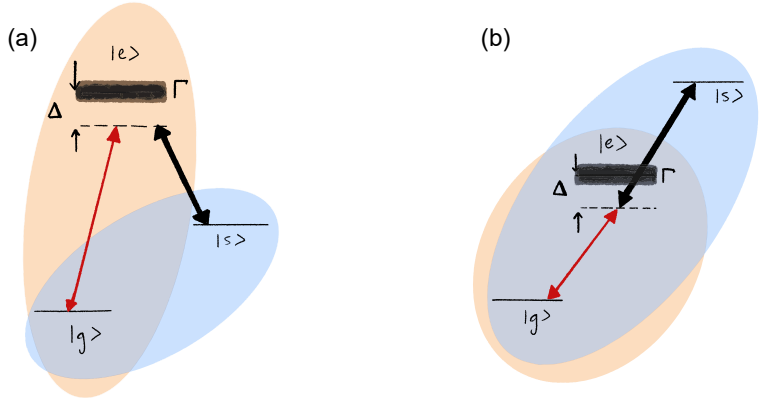


图1： Λ型和梯形型系综量子存储器原子能级结构示意图，分别对应 (a) 和 (b)。每种结构均包含一个基态 $|g\rangle$、一个中间激发态 $|e\rangle$ （布居衰减率为 $\Gamma = 2\gamma$）以及一个亚稳存储态 $|s\rangle$。信号场（红色）和控制场（黑色）通常保持双光子共振，其相对于激发态的失谐为 $\Delta$ 。橙色和蓝色阴影区域分别对应原子极化和自旋波相干。

存储器采用了最简单的光子存储方式：仅仅增加光子经过的光路长度，而不将光子转换为物质激发态。因此，这类基于延迟的光学量子存储器为原子系综量子存储器提供了重要的比较基准。不过，基于延迟的存储器也有其缺点，包括延迟时间只能按固定增量变化、不可避免的光学损耗、较慢的切换速度（~兆赫），以及对热涨落和气流高度敏感。尽管如此，基于延迟的量子存储器原则上不受光子带宽限制，并且在宽带工作区间具有最高的效率和最长的存储寿命之一（见第4节）；其性能仅受光路中的损耗限制。此外，基于延迟的存储器通常还具有超低噪声运行特性。如参考文献 [52], 所示，目前只有少数原子系综量子存储器在存储效率和寿命方面能够胜过光纤延迟线；其中，光纤延迟线的总存储效率取为 $\eta(\tau) = 10^{-\varepsilon c_n \tau/10}$，这里光纤损耗为 $\varepsilon$ （通常以 dB/km 为单位），光纤中的光速为 $c_n$ （因此所需的光纤长度为 $L = c_n\tau$）。该计算忽略了光纤输入和输出端的耦合损耗，但仍可作为重要的比较基准。若要实现特别长的存储时间，考虑到传播延迟技术的上限不足 1 毫秒，基于物质的系统可能是唯一的选择。以基于光纤的延迟线为例，假设采用当前最先进的 0.2 dB/km 损耗 [53], ，则单光纤环路存储器的最优寿命（不含可切换延迟，因为它会引入额外损耗）仅为 ~100 纳秒。自由空间延迟线存储器的存储寿命也存在类似限制；在这种情况下，最乐观的存储寿命为 ~10 $\mu$秒 [41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48]。

基于光纤的量子存储器与原子系综量子存储器之间另一个重要的比较方面，是宽带光脉冲在光纤中因群速度色散而产生的畸变。由于宽带光子中的不同光频率在光纤中的传播速度不同，宽带光子会发生时间展宽和畸变，在频域中可由 $A_{\text{out}}(\omega) = A_{\text{in}}(\omega)$ $e^{i\beta(\omega-\omega_0)^2 L/2}$ 描述，

其中， $\beta$ 是光纤的二阶群速度色散（通常以 fs²/mm 为单位），在中心频率 $\omega_0$ 处取值， $L$ 是光纤长度。假设初始输入脉冲为高斯输入脉冲，其角频率带宽为 $1/e^2$ $\sigma_\omega = \pi BW/\sqrt{2\ln 2}$（其中 $BW$ 是半高全宽带宽；见第 1.4 节），将其傅里叶变换到时域，并应用公式 (10)，即可计算基于光纤的存储器的保真度随存储时间 $t$ 和光子带宽变化的关系。反转这一关系，并考虑固定的目标存储器保真度 $\mathcal{F}_0$，便可推导出存储时间与光纤存储带宽之间的以下权衡关系：

$$t = \frac{\sqrt{1-\mathcal{F}_0^2}}{\mathcal{F}_0 \sigma_\omega^2 \beta c_n}, \tag{4}$$

这表明，在较短的存储时间下，可以实现高保真度、大带宽的存储器；或者在较窄的带宽下，可以实现高保真度、长存储时间的存储器，但在标准光纤中，无法同时实现这三者（高保真度、大带宽、长存储时间）。在标准光纤末端熔接适当长度的色散补偿光纤，可以缓解这一权衡。对于给定的存储时间、带宽和目标保真度，是否有必要这样做，可根据式（4）推导得出。

尽管如今系综量子存储器在效率、带宽、寿命和噪声方面大多不如延迟线，但仍有很大的改进空间，也有充分理由相信，进一步研究将带来重要进展。尤其是，片上波导的损耗极高，因此集成光子系统有望成为原子系综存储器在近期发挥重大作用的领域。在片上光子器件中，芯片与光纤之间的耦合可能引入比低效率的倏逝耦合原子存储器更多的损耗，当然也比芯片集成稀土存储器的损耗更大。迄今为止，将原子系综集成到芯片和光纤上的尝试已取得一些成功 [54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 6, 7, 8, 9]，并且有望进一步改进。原子系综存储器还具备某些基本量子光学处理能力，而基于延迟的存储器则不具备这些能力。其中包括内置模式转换、整形和分选，多光子量子态制备 [61, 24]，局域量子处理 [17]，任意光谱—时间和偏振模式转换，以及制备任意叠加态的能力；这些能力通过其他手段无法实现，或者无法以相同速率或带宽实现 [62, 63, 64]。

模式整形与转换是原子系综存储器中研究尤为深入的处理任务。在宽带工作区间，这类研究通常聚焦于时域和频域中的整形与转换，不过偏振转换也已得到演示 [65]。迄今为止的演示包括：室温金刚石拉曼存储器中的频率与带宽转换 [66]；室温氢分子中的频率转换 [67]；低温 Tm:LiNbO 中原子频率梳存储器的时域和频率复用、任意时域整形以及时间拉伸与压缩$_3$ [68]；暖铯拉曼存储器中的时间分束 [62]；激光冷却铷 ATS 存储器中的时间分束与时间拉伸和压缩 [63]；以及激光冷却铷拉曼存储器中的时间压缩、拉伸与分束 [64]。综合来看，这些演示表明，原子系综存储器具备进行时间、频率、持续时间和带宽

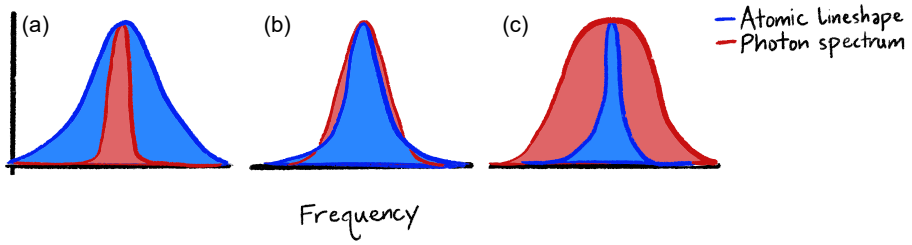


图2：线宽-带宽失配示意图。在原子系综量子存储器中，光子频谱（带宽）可能 (a) 小于原子线形（线宽）、(b) 与之匹配，或 (c) 与之失配。

转换的能力，这在开发量子网络和量子信息处理器方面可能具有实际应用价值。不过，我们注意到，要证明这种实用性，并将原子系综作为模式转换器的特性表征扩展至相位和振幅调控，仍需开展更多工作。

对于带宽大致超过兆赫范围的宽带原子系综，一个问题是缺乏速度足够快的经典电子开关，无法有效利用已展示的宽光学带宽。幸运的是，目前针对吉赫和太赫光开关的研究展现出了解决这一问题的希望[69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80]。

### *1.3.* 线宽-带宽失配

宽谱带宽对量子应用尤为重要，本章将重点介绍量子存储器性能的这一方面。利用宽带光子进行量子存储操作（对应于较短的光子持续时间），可以实现较高的时钟速率和量子比特处理速率。然而，宽带运行对标准原子系综量子存储器提出了一个天然难题：原子系综中涉及的线宽通常较窄，而且较窄的存储态到基态跃迁线宽有利于延长存储寿命。我们将通常具有窄带特性的原子系综量子存储器难以高效存储宽带光子这一问题称为“线宽-带宽失配”问题。图2示意了宽带光子的几种不同情形；一般而言，当光子带宽小于原子激发态线宽时，[图2(a)]，或者当光子带宽与原子线宽匹配时，[图2(b)],，比两者失配时 [图2(c)]更容易实现较高的存储效率。更具体地说，我们所说的线宽-带宽失配问题，概括了这样一种经验趋势：光子带宽越大，存储效率越低；第4节将介绍这一趋势的证据。从物理上讲，这一趋势是由于宽带光子难以沿窄带跃迁被吸收——如果宽带光子无法沿 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$跃迁被吸收，就难以实现第1.2节方程所描述的存储操作。在先吸收后转移协议的情形下（第2.1节将对此作进一步讨论），这一点最容易理解，因为该协议明确依赖于信号场的线性吸收。若不能实现高效吸收，整体存储效率就不可能很高。

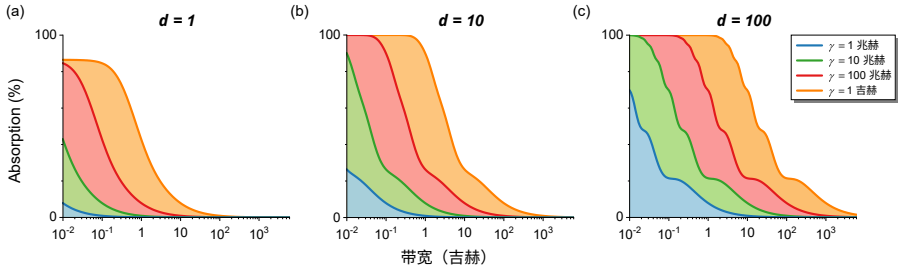


图3：基于线性吸收计算出的存储效率上限，展示了光子带宽在 10 兆赫至 1 太赫之间时的线宽-带宽失配问题。计算假设激发态线宽分别为 1、10、100 兆赫和 1 吉赫，峰值光学深度分别为 (a) $d = 1$、(b) $d = 10$ 和 (c) $d = 100$。

我们可以通过考察致密原子系综中线性吸收的效率，对这一现象进行启发式建模。在不存在控制场 [$\Omega(\tau) = 0$]的情况下，线性吸收可由第1.2节的方程（1）—（3）建模：

$$\partial_z A(z,\tau) = -\sqrt{d}P(z,\tau) \tag{5}$$

$$\partial_\tau P(z,\tau) = -\bar{\gamma}P(z,\tau) + \sqrt{d}A(z,\tau), \tag{6}$$

其中，我们将吸收定义为 $\int_{-\infty}^{\infty} d\tau |A_{\text{out}}(\tau)|^2 / |A_{\text{in}}(\tau)|^2$，对于高斯形输入时间分布 $A_{\text{in}}(\tau)$ 和输出分布 $A_{\text{out}}(\tau) = A(\tau, z = 1)$。图3绘出了在光子带宽介于 10 兆赫至 1 太赫之间时的吸收情况，假设激发态线宽分别为 1、10、100 兆赫和 1 吉赫。图3(a)-(c)分别展示了光学深度为 $d = 1$、10 和 100 时的吸收情况。一般而言，激发态线宽越大，吸收宽带光子的效率越高，因为线宽-带宽失配较小。增大光学深度也可以提高吸收，但在光学深度相同的情况下，与增大原子线宽相比，这通常不是提高效率的有效策略。图3(b)-(c)中出现的振荡是由原子系综对光子时间分布的周期性反作用以及零面积光子脉冲的形成所致 [81]。图3的要点是，使用（相对）窄带原子跃迁难以在宽光子带宽下实现高效率，这是由线宽-带宽失配造成的。这个问题导致效率与寿命之间需要权衡：窄带原子跃迁有助于长时间保持集体原子态的相干性，但会降低宽带脉冲的存储效率。

近期关于热原子钡的研究展示了解决线宽-带宽失配问题的一种方法 [82, 83]。该方法通过有意且可控地引入碰撞退相干，大幅且可调地改变均匀展宽的激发态线宽，从而使其更好地匹配宽带光子；这种线宽调制由此实现。

该技术可产生宽广的均匀激发线宽，使原本呈现相对窄带跃迁的系统能够完全吸收并存储宽带光子量子态。对于超短光子（500 fs），该方法实现了 95.6±0.3% 的存储效率；据我们所知，这是迄今为止带宽为 $>10$ 兆赫的任何原子系综存储器中测得的最高存储效率，也可与延迟线和光纤存储器所展示的效率相媲美，详见第4节。

参考文献 [82, 83] 中所述的受控均匀展宽方法，是一种缓解线宽-带宽失配问题的新技术，但并非唯一的方法。具体而言，利用远失谐方案在原子系综中实现量子存储器早已广为人知，同样可以缓解线宽-带宽失配问题，不过所采用的机制不同。在远失谐存储协议中，由于较大的失谐会绝热消除激发态，存储带宽不受窄带原子跃迁的限制。消除激发态也就消除了激发态线宽对存储带宽的限制；然而，这一优势的代价是必须使用较大的控制场功率来驱动非共振双光子跃迁。在实验中满足这一大控制场功率要求可能颇具挑战，而且在光子带宽较宽时往往会导致效率较低（见第4节）。相比之下，参考文献 [82, 83] 中的方法可在共振或近共振条件下应用，因此所需控制场功率远低于远失谐方案，同时能够实现相近的存储带宽。缓解线宽-带宽失配的第三种方法，是对原本窄带的原子跃迁进行非均匀展宽，既可以通过受控方式实现（即 CRIB 协议；见第2.1节），也可以选择本身具有非均匀性的材料（即掺杂在固体中的稀土离子；见第2.2.3节）。原则上，这种方法可以产生与宽光子带宽相匹配的非均匀展宽线宽，从而实现高效率宽带量子存储器；然而，在可控情形下所需的外场往往很强，且在实验中难以产生；而在本征情形下，非均匀性会在存储操作期间引起退相干，与均匀情形相比，这往往会导致读取效率降低。

无论效率如何，宽带原子系综量子存储器往往存储寿命较短，这主要是出于技术原因（而非根本原因）。窄带原子 $|s\rangle \to |g\rangle$ 跃迁对于实现较长的存储寿命是理想且必要的，但在实际的宽带工作区间中，非均匀展宽（例如运动退相干）或材料固有约束（例如声子寿命）往往会限制存储寿命。尽管如此，近期已有技术能够减轻存储态的非均匀展宽（参见参考文献 [27] 和第 2.2.1 节），这或许能实现兼具高效率、宽带和长寿命的量子存储操作。然而，即使是短寿命的光子量子存储器也很有用，例如可用于准按需单光子产生、多光子量子态制备 [61, 24], 、短时间尺度同步、模式转换 [66, 68], 以及局域量子处理 [17], 等。采用量子存储器的不同量子应用，对可接受的存储器性能有不同要求；对于某些应用而言，存储寿命较短并非不可接受。

*1.4.* 指标

下面简要介绍文献中提出的、与量子存储器性能相关的指标:

**效率–** 量子存储器效率描述了送入存储器的光子与从中读取出的光子的积分强度比:

$$\eta = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau |A_{\rm out}(\tau)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau |A_{\rm in}(\tau)|^2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} d\omega |A_{\rm out}(\omega)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} d\omega |A_{\rm in}(\omega)|^2}, \tag{7}$$

其中， $A_{\rm in}(\tau)$ $[A_{\rm in}(\omega)]$ 和 $A_{\rm out}(\tau)$ $[A_{\rm out}(\omega)]$ 分别表示时域（频域）中的入射光子振幅和取出光子振幅。

原子系综中的存储效率由两个过程决定：存储（或读入）和读取（或读出），它们各自具有独立的效率 $\eta_{\rm stor}$ 和$\eta_{\rm ret}$，其中 $\eta = \eta_{\rm stor}\eta_{\rm ret}$。这些效率分别对应于送入存储器的光子的积分强度与进入集体原子存储态的布居之比 $|B_{\rm out}(z)|^2$，以及从存储器读取出的光子的积分强度与同一集体原子态的布居之比:

$$\eta_{\rm stor} = \frac{\int_0^1 dz |B_{\rm out}(z)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau |A_{\rm in}(\tau)|^2}, \qquad \eta_{\rm ret} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau |A_{\rm out}(\tau)|^2}{\int_0^1 dz |B_{\rm out}(z)|^2}, \tag{8}$$

其中， $z = 1$ 以归一化单位表示原子系综的全长；同样，也可以毫无影响地用频域导数替代时域导数。

比较存储效率时，一个重要指标是在给定光学深度下的最优效率， $d$。参考文献 [40, 39, 37], 指出，原子系综可用的原子数和光学深度限制了给定系统可实现的存储效率上限。存储效率的最优界限 $\eta_{\rm opt}$通过求反正规序存储核的最大特征值计算得出

$$K(z, z') = \frac{d}{2} e^{-d(z+z')/2} I_0(d\sqrt{zz'}), \tag{9}$$

其中， $I_0(x)$ 是第一类修正贝塞尔函数的零阶函数。取出效率的最优界限同样为 $\eta_{\rm opt}$。通常，只有在信号场反向取出时才能实现最优读取 [39]；信号场前向取出通常会遭受再吸收损耗，因为取出后信号场在系综中传播时会被原子再吸收 [40]。总存储效率的最优界限为 $\eta_{\rm opt}^2 \geq \eta$。

**带宽–** 存储带宽对应于在存储器中存储并读取的信号光子频谱强度的半高全宽。对于高斯形信号场振幅 $A_{\rm in}(\tau) \propto e^{-\tau^2/4\sigma^2}$，其中 $\sigma = \tau_{\rm FWHM}/(2\sqrt{2\ln 2})$ 表示信号时域强度的半高全宽（$\tau_{\rm FWHM}$），傅里叶变换极限光子带宽为 $BW = 2\ln 2/(\pi\tau_{\rm FWHM})$。量子存储器的带宽决定了存储器与短脉冲的兼容性；对于受益于高时钟速率和高处理速度的现实量子应用而言，这一点至关重要 [84, 85]。

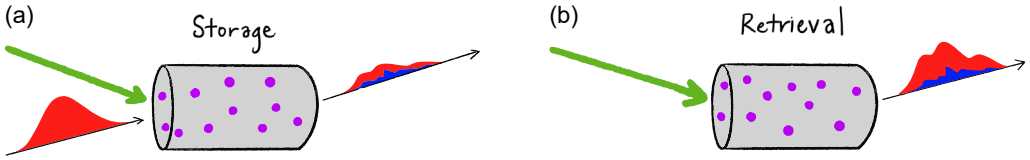


图 4：原子系综量子存储器在 (a) 存储阶段和 (b) 读取阶段的示意图。经典控制场以绿色表示，量子信号场以红色表示，噪声场以蓝色表示。

**存储寿命**– 原子系综量子存储器的寿命 $T$ 通常对应读取光子数 $[\langle A_{\rm out}\rangle \propto \int_{-\infty}^{\infty} d\tau |A_{\rm out}(\tau)|^2]$ 达到其最大值的 $1/e$ 所需的时间。假设读取控制场脉冲保持不变，仅在原子系综中的到达时间有所变化，那么这等同于集体原子态布居$[\langle B_{\rm out}\rangle \propto \int_0^1 dz |B_{\rm out}(z)|^2]$ 达到其最大值的 $1/e$ 所需的时间。有时，给出的是存储器的 $1/2$ 寿命，而非 $1/e$ 寿命；要比较不同存储器，必须根据衰减模型使用换算系数（例如，对于指数衰减，$1/e$ 寿命 $T$ 和 $1/2$ 寿命 $T_{1/2}$ 之间的关系为 $T_{1/2} = T\ln 2$；对于高斯衰减，则为 $T_{1/2} = T\sqrt{\ln 2}$）。

——

**时间带宽积** – 对大多数量子协议而言，一个相关的品质因数是时间带宽积，它定义为存储器寿命与谱带宽的乘积，TBP $= T \times BW\pi/(2\ln 2)$。该品质因数衡量存储器产生的相对延迟，以光子持续时间为单位，TBP $= T/\tau_{\rm FWHM}$。与存储时间较长的窄带量子存储器相比，宽带量子存储器在存储时间较短时也可能具有相当甚至更大的时间带宽积。

**噪声** – 噪声是衡量量子存储器性能的关键品质因数。即使从量子存储器读取出的光子与输入光子处于相同的量子态，且效率达到单位效率，但如果除读取出的信号外还存在噪声光子，这种存储器对于几乎所有量子应用而言都毫无用处。噪声之所以如此重要，关系到存储器是否够格称为“量子”存储器——真正的“量子”存储器必须证明，每读取一个信号光子所对应的噪声光子数低于 1（理想情况下远低于 1），从而不会污染所存储的量子态。

量子存储器的噪声性能可以通过多种不同方式量化。用于确定噪声性能的最常见指标包括： $\langle n_{\rm noise}\rangle$，即与读出的信号场重叠的每个脉冲所产生的噪声光子平均数；输入光子数为 1 个/脉冲时的信噪比（SNR），即读出的信号布居与噪声光子平均数之比[SNR $= \langle A_{\rm out}\rangle/\langle n_{\rm noise}\rangle = \eta\langle A_{\rm in}\rangle/\langle n_{\rm noise}\rangle = \eta/\langle n_{\rm noise}\rangle$]，该指标在平均每个脉冲向存储器中输入 1 个光子时进行评估（$\langle A_{\rm in}\rangle = 1$）； $\mathcal{F}_{\rm noise}$，存储器的单光子保真度，定义为 $\mathcal{F}_{\rm noise} = 1 - 1/({\rm SNR} + 1)$，用于衡量读出已存储信号光子而非噪声光子的保真度；当 SNR 较大时，可近似为 $\mathcal{F}_{\rm noise} = 1 - 1/{\rm SNR}$；以及 $\mu_1$，即每个脉冲的噪声光子平均数与存储器效率之比，

$\mu_1 = \langle n_{\mathrm{noise}} \rangle / \eta = 1/\mathrm{SNR}$。

使用这些指标时必须谨慎，因为信噪比的定义存在歧义。如图 4(b) 所示，从存储器中取回的总光子场由两部分组成，我们分别称之为信号（红色）和噪声（蓝色）。有时，取回的总 光子场（信号与噪声）会被称为“信号”；在这种情况下，报告的信噪比就是我们所说的“总量与噪声之比”（TNR）。二者的关系为 $\mathrm{TNR} = \mathrm{SNR} + 1$。

**保真度** – 独立于存储器的噪声性能，我们可以考察取回的光子量子态与光子发送至存储器之前的量子态之间的重叠。该保真度的定义通常取决于感兴趣的自由度（量子信息编码于其中），例如偏振编码光子量子比特的量子过程层析 [86], ；该保真度可以针对单个输入态计算，也可以对多个输入态取平均 [87]。通常，保真度以态重叠来定义：纯态为 $\mathcal{F} = |\langle \Psi_{\mathrm{out}} | \Psi_{\mathrm{in}} \rangle|^2$ ，混合态为 $\mathcal{F} = \langle \Psi_{\mathrm{in}} | \rho_{\mathrm{out}} | \Psi_{\mathrm{in}} \rangle$ 。在时域中，这可以展开为

$$\mathcal{F} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \, A^*_{\mathrm{out}}(\tau - \tau_d) A_{\mathrm{in}}(\tau) \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \, |A_{\mathrm{in}}(\tau)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \, |A_{\mathrm{out}}(\tau)|^2}, \tag{10}$$

其中 $\tau_d$ 是入射脉冲与取回脉冲之间的时间延迟。这种保真度定义有时称为“波形相似度” [88, 89, 90], ，因为它比较入射与输出时间波形的相似程度，而输出波形通常会发生一定失真 [, 见图4(a)和(b)]。在实验中，通常通过强度干涉法进行测量：将与入射信号场完全相同的参考脉冲与取回脉冲进行干涉。在这种情况下，通常会报告干涉可见度，而不是保真度 [84, 63]。

保真度是一项关键的品质因数，因为它反映了存储器保持相位和纠缠的程度。保持相位和纠缠对于在量子中继器中使用量子存储器至关重要 [2], ，当然也适用于其他应用。

**绝热性** – 自由空间原子系综量子存储器的绝热性由 $d\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma$ 给出，其中 $d$ 和 $\tau_{\mathrm{FWHM}}$ 如上所定义， $\gamma$ 是三能级原子系统中间激发原子态的相干衰减率（$\Gamma = 2\gamma$ 是布居衰减率）。 [37, 39, 36], 中对此有详细说明；满足 $d\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \gg 1$ 的量子存储器被视为绝热，而满足 $d\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \sim 1$ 的存储器通常被视为非绝热。绝热条件 $d\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \gg 1$ 确保信号场带宽（$\propto 1/\tau_{\mathrm{FWHM}}$）小于或与激发态线宽处于相近量级，从而实现高效的存储操作。它还确保用于介导存储操作的控制场相对于原子态的演化时间尺度而言较弱且持续时间较长。所有这些条件共同使得能够在第1.2节所述的运动方程中对原子极化进行绝热消除。

**多模容量** – 能够在时间重叠的情况下独立存储和读取多个光子量子比特的量子存储器被称为多模存储器；而单模存储器则必须先存储并读取一个给定的光子，然后重新初始化，才能准备好存储和读取另一个光子。原子系综可能

在多种不同的自由度上展现多模容量，包括时间模式 [91], 角波矢 [92], 三维空间位置 [93], 时间箱 [94], 和频率箱 [95]。

多模容量通常相对于参考效率 $\eta_{\mathrm{ref}}$来定义。量子存储器的多模容量 $N$ 是指能够以至少 $\eta_{\mathrm{ref}}$ 效率存储的独立模式的最大数量。

**灵敏度** – 原子系综量子存储器的灵敏度是一项直到最近才开始被讨论的指标 [23, 96]。存储灵敏度反映了存储器在存在实验噪声时的性能，包括存储器参数（如光学深度和原子跃迁线宽）的波动与漂移，以及用于存储相互作用的光学控制场参数的波动与漂移。灵敏度较低的存储器对实验噪声的鲁棒性更强，反之亦然。

存储灵敏度可以通过多种不同方式量化；原则上，在存在实验噪声时，本节中的任何指标都可以用来衡量存储灵敏度。然而，通常关注的是存在噪声时存储效率的变化。当短时间尺度波动导致存储效率发生变化时，存储灵敏度以存在参数波动 $\zeta$ 时存储效率的方差 $\mathcal{X}$表示

$$V_\eta^{\mathrm{fluc}}\left(\overline{\mathcal{X}}\right) = V_\zeta[\eta(\overline{\mathcal{X}}+\zeta)], \tag{11}$$

其中，$\overline{\mathcal{X}}$ 是对大量波动取平均后得到的参数均值；$V_x[y(x)] = \int dx\, y^2(x)P(x) - [\int dx\, y(x)P(x)]^2$ 是 $y$ 的无条件方差，该方差是在 $x$ 按照某一概率分布 $P(x)$波动时得到的。由此得到的存储效率标准差可表示为 $\sigma_\eta^{\mathrm{fluc}}(\mathcal{X}) = \sqrt{V_{\text{波动}\eta}(\mathcal{X})}$。

当实验条件的长时间尺度漂移导致存储效率发生变化，且系统中只有一个参数发生漂移时，可通过单因素（OAT）方差计算存储灵敏度

$$V_\eta^{\mathrm{OAT}}(\overline{\mathcal{X}}) = V_{\mathcal{X}}[\eta(\mathcal{X})], \tag{12}$$

其中，$\mathcal{X}$在以$\mathcal{X}$为中心的有限范围内均匀变化。$\sigma_\eta^{\mathrm{OAT}}(\mathcal{X}) = \sqrt{V_{\mathrm{OAT}\eta}(\mathcal{X})}$的标准差也可用于量化 $\mathcal{X}$变化导致的存储效率变化。当多个实验参数 $\mathcal{X} = (x_1、\ldots\ldots、x_N)$同时发生漂移时，则需要进行基于全局 方差的灵敏度分析，其中最常用的灵敏度度量是一阶 Sobol 方差[97, 98, 99]

$$V_i = V_{x_i}\{E[\eta(\mathcal{X})|x_i]\}, \tag{13}$$

其中，内部期望值 $E[\cdot]$ 对应于在固定 $x_i$ 时，$\mathcal{X}$ 在有限范围内取遍所有可能值时 $\eta(\mathcal{X})$ 的均值。外部方差则衡量该均值随 $x_i$ 变化而产生的方差。参数 $x_i$ 的一阶 Sobol 灵敏度指数可计算为

$$S_i = V_i/V_{\mathrm{tot}}, \tag{14}$$

其中 $V_{\mathrm{tot}}$ 是感兴趣范围内观测到的总方差 $V_{\mathcal{X}}[\eta(\mathcal{X})]$。

**电信兼容性** – 量子存储器通常被提议用于光纤网络的前端、后端或内部。由于标准石英光纤的线性吸收在 1310 nm 和 1550 nm 处达到最低值 [100], , 分别对应电信 O 波段和 C 波段，因此，量子存储器若能兼容这些波长，将十分理想。如果无法在 1310 nm 或 1550 nm 下运行，那么在 1260–1675 nm 范围内还存在其他不太常用的电信波段；与范围之外的波长相比，兼容该范围内的波长更为理想。因此，电信兼容性通常是一个二元指标，用于表示量子存储器是否能够存储和读取中心波长在 1260 至 1675 nm 之间的光子，其中尤其关注能否在 1310 nm 和 1550 nm 下运行。

**延迟** – 与任何技术设备一样，延迟指的是量子存储器在能够存储和读取光子量子态之前，进行初始化和准备所需的时间。衡量量子存储器操作这一方面的一个有用品质因数是存储器的占空比，其定义为存储器能够进行存储和读取的时间与初始化及随后执行存储操作所需总周期时间之比 [101]。一般而言，占空比较大的存储器（理想情况下为 100%）优于占空比较小的存储器。

**尺寸、重量和功耗（SWaP）** – 量子存储器在现实世界的量子应用中的实际使用，涉及存储器的尺寸、重量和功耗，这些因素十分重要。科学文献通常不会精确报告这些指标，因此可能难以估算，但可以推断出总体趋势（例如，温度较高的原子蒸气池比温度较低的原子蒸气池功耗更高；需要较高控制场光功率的存储器，功耗也会高于所需功率较低的存储器）。一般而言，SWaP 较小的存储器优于 SWaP 较大的存储器。

**器件寿命**– 量子存储器器件的寿命在实际应用中也很重要。在极端情况下，单次使用的量子存储器——只能存储并读出一个光子量子态，之后便需要更换器件——几乎没有实际应用价值。文献中报道的所有量子存储器都超过了这一极限；不过，有些平台往往比其他平台展现出更长的器件寿命。此外，根据所需的温度、压力和实验组件，也可以推断出一些总体趋势。

## 2. 协议与硬件

### *2.1.* 原子量子存储协议

基于迴异物理机制的原子系综量子存储操作协议有很多。本节简要回顾迄今文献中报道的系综存储协议，并根据上文第 1.4 节所述的指标，评述各类存储器的优势，尤其关注各协议的带宽限制。

#### 电磁感应透明（*EIT*）

原子系综中的电磁感应透明（EIT）是一种现象，其特征是在与 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 原子的波长共振时呈现光学透明性

跃迁（见图1），该跃迁通常会造成显著衰减，同时使入射信号场 [102] 的群速度降低。这种透明性和群速度减慢是由第二束强光学控制场的存在所致，该控制场耦合激发态和亚稳态原子态（$|e\rangle \leftrightarrow |s\rangle$）；其中，$|e\rangle \rightarrow |s\rangle$跃迁是偶极允许的，而 $|s\rangle \rightarrow |g\rangle$ 跃迁则是禁戒的。这是一种相当普遍的现象；就本研究而言，我们聚焦于将电磁感应透明用于量子存储器的情形，此时，通过对控制场 [103] 进行绝热衰减，通常电磁感应透明中的“慢光”会转变为“停光”。

该协议的脉冲序列如下：持续时间长于信号场的控制场（$\tau_{\mathrm{FWHM}}^{\mathrm{ctrl}} > \tau_{\mathrm{FWHM}}$）先于信号场进入介质（$\Delta\tau^{\mathrm{ctrl}} < 0$）。这会在信号频率处打开一个光谱透明窗口。信号场进入介质后，通过逐渐减弱控制场，缓慢关闭该窗口。因此，信号场被压缩并俘获在介质中，处于原子的亚稳态与基态的叠加态中。参考文献 [102, 104, 103, 105, 106, 37], 介绍了该协议在窄带范围内的情况，参考文献 [107, 90]则介绍了其在宽带工作区间内的情况。

已有许多电磁诱导透明协议用于量子存储器的实验实现（大多数电磁感应透明量子存储器实现的综述可见参考文献 [59,106, 108, 109, 110]）。实验已展示高达 92% 的效率 [111], , 此外，存储寿命也分别达到近 1 分钟 [112, 113]。然而，由于电磁感应透明存储器需要对激发态进行绝热消除，因此必须具有较大的光学深度，或较窄的带宽（相对于激发态线宽），才能满足绝热性判据 $d\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \gg 1$ [107, 114]。迄今为止，这使得基于电磁感应透明的量子存储器只能在 170 兆赫 [115] 或更低的带宽下运行。

EIT 系统中的噪声通常受四波混频（FWM）或控制场噪声的限制。当强控制场沿 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁失谐工作时，会产生一个自发斯托克斯光子或闲频光子，沿 $|e\rangle \rightarrow |s\rangle$ 传播；随后控制场再次沿 $|s\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁工作，产生一个反斯托克斯光子或“杂散信号”光子，沿 $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ 传播，并且该光子在所有自由度上都与读出的信号光子重叠。信号场与控制场之间存在微小频差时会产生控制场噪声，因此难以实现信号场的频谱隔离。在相同带宽下，与 ATS 和 SR 存储协议（将在下文讨论）相比，EIT 对光学深度和控制场拉比频率 [116, 117] 的要求相对更高，因此其 FWM 噪声也更大。EIT 中的 FWM 噪声已得到充分表征 [118, 119, 120] ，针对控制场噪声和 FWM 噪声也已有许多技术解决方案 [121, 65, 122, 123, 124, 125]。

在梯形系统中，电磁诱导透明协议通常称为快速梯形存储（FLAME），并且可能会有一个较小的共振失谐 [24, 27, 28]。

*Autler-Townes* 劈裂（*ATS*）

Autler-Townes 劈裂（ATS）存储协议与电磁诱导透明协议密切相关 [107, 114], , 但通常在较低光学深度和较宽光子带宽下运行效率最高，因此属于非绝热类量子存储器（$d\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \sim 1$）。ATS 量子存储的物理机制依赖于对强控制场作用下在 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 吸收谱中形成的 Autler-Townes 双峰进行动态控制。通过生成一个动态 Autler-Townes 双峰，使其扫描信号场的整个带宽（该带宽通常与激发态线宽处于同一量级，

随着信号场在原子系综中传播， $\Gamma$），可以实现信号场随频率的均匀衰减，从而确保相干布居转移至自旋波态 [63]。

用于产生适当动态 Autler-Townes 劈裂的脉冲序列由一个控制场脉冲构成，其持续时间与信号场相近（$\tau_{\mathrm{FWHM}}^{\mathrm{ctrl}} \sim \tau_{\mathrm{FWHM}}$）；该脉冲与信号场同时到达原子系综（$\Delta\tau^{\mathrm{ctrl}} \sim 0$），且与信号场重叠期间的控制场脉冲总面积为 $2\pi$。

随着信号场带宽增加，由于所需的 Autler-Townes 劈裂增大，$|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁的有效光学深度会降低；而随着信号场带宽减小，原子极化态中的布居因协议持续时间延长而经历更强的退相干[63]。这两种效应都会降低存储效率，因此，对于给定的 ATS 存储器，存在一个最优光子带宽，通常为 $BW \sim \Gamma$[63, 107, 114] 量级。与同一存储器中的电磁感应透明协议相比，这使其具有更有利的存储带宽；然而，迄今为止，ATS 存储器在实验中的带宽仍仅限于 20 兆赫及以下 [107] 。

超辐射（*SR*）介导的存储器

超辐射（SR）介导的存储是另一种共振非绝热协议，与 ATS 协议相似，但具有不同的特性。该协议 [116] 依赖于超辐射的作用 [126], ，其特点是原子系综中的协同自发辐射。超辐射量子存储协议分为三个阶段：吸收、写入和读取。在吸收阶段，信号光子沿系综的 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁被线性吸收，从而使系综制备为定时迪克态 [127] 。由于诱导形成的有序空间相位分布会促使辐射沿吸收光子的传播方向相干增强，因此该状态的衰减时间短于裸原子激发态寿命。这种较短的衰减时间使 SR 存储器能够兼容带宽大于裸原子激发态线宽 $BW > \Gamma$的光子。为抑制被吸收光子的超辐射发射并实现光子存储，写入阶段会在吸收阶段结束后、超辐射衰减时间 $T_{SR}$内立即开始。此过程通过施加脉冲面积为 $\pi$ 、持续时间为 $\tau_{\mathrm{FWHM}}^{\mathrm{ctrl}} \ll T_{SR}$的控制场来完成，从而将产生的原子极化映射为集体自旋激发。在读取过程中，会施加另一个 $\pi$脉冲控制场，随后光子以超辐射方式发射。

优化 SR 存储器中的吸收过程，需要对信号光子的时间轮廓进行整形，使其与时间反演的超辐射衰减相匹配。因此，光子的最优形状随时间呈指数上升，其时间常数与线宽 $\Gamma$和光学深度 $d$成反比。目前，SR 存储器的首次演示已实现对时间常数低至 10纳秒的信号光子的存储，存储效率为 3% [116]。效率低于预期，是由于实验中控制脉冲的持续时间过长 $\tau_{\mathrm{FWHM}}^{\mathrm{ctrl}}$，未能完全满足条件$\tau_{\mathrm{FWHM}}^{\mathrm{ctrl}} \ll T_{SR}$。与电磁感应透明和 ATS 协议相比，SR 协议以更高的控制功率为代价，在实现相同存储效率时所需的光学深度更低。SR 存储器中的四波混频噪声似乎与电磁感应透明相当，但远高于 ATS 存储器。

吸收-转移（*ATT*）

与 SR 存储器类似，吸收-转移（ATT）存储协议 [128, 129,37, 130] 包含三个物理上截然不同的阶段。顾名思义，前两个阶段分别是在没有控制场时沿 $|g\rangle \to |e\rangle$ 跃迁发生线性吸收，以及经过短暂延迟后，沿 $|e\rangle \to |s\rangle$ 跃迁施加一个 $\pi$脉冲控制场，将布居从原子极化相干（$|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$）转移到自旋波相干（$|g\rangle \leftrightarrow |s\rangle$）。这两个阶段共同完成存储操作。需要读取时，向原子系综施加另一个脉冲面积为 $\pi$ 的控制场脉冲，将布居转移回原子极化相干，随后原子极化相干通过偶极辐射发射出所存储的信号场。该存储协议不同于下文讨论的光子回波协议，因为它依赖中间激发态的均匀展宽，而非（可逆或结构化的）非均匀展宽。

为了优化 ATT 协议的存储效率，存储控制场的到达时间应与在系综中点处计算的复信号场振幅首次过零时刻同步（$L/2$）[130]。当绝热性判据 $d\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \gg 1$ 满足时，该协议可在光学深度较大时实现最优光子存储（即 $\eta_{\mathrm{stor}} = \eta_{\mathrm{opt}}$）[129]。由于该协议通常用于$\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma < 1$的情况，因此这意味着 $d \gg 1/$（$\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma$）。

参考文献 [82] 首次提出了 ATT 的近失谐存储器（NORM）运行模式，以便在控制场功率受限时获得比共振 ATT 更高的效率。NORM 在再吸收损耗（光学深度较大且处于共振时最严重）与有限的可用控制场功率（失谐较大时会导致效率降低）之间取得平衡。在理想情况下，NORM 运行并非必要；例如，参考文献 [114]，研究了优化控制场所有参数以提高存储效率的情形。NORM 运行似乎只有在控制场的某个参数受限时才有帮助，而实验中这种情况很常见。未来仍需通过理论研究探究这一现象。

NORM ATT 协议非常适合宽带运行，这一点最近已在参考文献 [82]和 [83] 中使用钡原子蒸气得到验证。对于超短光子（500 fs），存储效率达到 95.6±0.3%；如第1.3节所述，这是带宽为 >10 兆赫时所达到的最高效率（见第4.1节图9）。在 900 °C 下测得的总效率为 31±1%，其受限于控制场功率。在 900 ℃ 下测得该存储器的寿命为 0.49(1) ns。虽然绝对而言并不算长，但明显优于固态太赫兹存储器通常具有的 ∼ ps 级寿命（见第4.2节）；这类存储器通常被认为受布居寿命限制。钡原子中所用存储态的裸原子布居寿命为 0.25 sec，仍有很大的提升空间。该寿命对应的时间带宽积为 TBP $= 980 \pm 20$。在噪声性能方面，对于每脉冲输入 1 个光子，测得信噪比 SNR =(8.2±1.3)$\times 10^3$，由此得到单光子保真度 $F = 0.99988(2)$。如第4.3节所示，该存储器的噪声性能可与噪声最低的梯型原子系综存储系统 [25, 24, 26, 28], 媲美。该存储器出色的噪声性能可归因于极大的基态-存储态能级分裂；该分裂大到（∼340 太赫）甚至超过了激发态-存储态能级分裂（∼200 太赫），而控制场正是沿着这一跃迁工作的。这意味着在一阶近似下，控制场频率不足以激发

四波混频噪声，而这几乎是所有其他 Λ 型存储器中的主要噪声来源。这种较大的基态-存储态能级分裂还几乎完全消除了存储态热布居造成的噪声，并且能够近乎完全地通过频谱抑制控制场泄漏噪声进入信号路径。

非共振拉曼

非共振拉曼存储协议 [131] 非常适合宽带光子的存储和读取。在典型的 Λ 型或阶梯型系统中，强控制场与激发态 $|e\rangle$ 存在失谐，失谐量为 Δ （见图1），从而实现基态 $|g\rangle$ 与存储态 $|s\rangle$之间的双光子跃迁。在存储过程中，信号光子相对于 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁也有 Δ 的失谐；它与控制场在空间和时间上重叠，因而被映射为集体自旋波激发。随后，向原子系综施加读出场（通常与存储时使用的场相同），存储的光子便会确定性地释放，从而完成读出过程。

在非共振拉曼极限下，失谐远大于激发态线宽、信号场和控制场的带宽，以及控制场的拉比频率$|\Delta| \gg \Gamma$， $BW$， $|\Omega(\tau)|$。这使非共振拉曼协议能够在消除了激发态的绝热区运行。原则上，根据控制场的波形，这也可能实现任意时间波形光子的存储和读取，并在读取时进行任意时间整形。该协议的存储效率与光学深度和控制脉冲能量成正比，与失谐成反比。存储带宽通常仅受基态与存储态之间能级分裂的限制，因此在实验中已超过 1 太赫 [65, 132, 133, 134]。由于失谐较大，四波混频噪声通常占主导地位，高于控制场泄漏噪声及其他噪声贡献。

在梯形系统中，只需稍作修改的非共振拉曼协议称为非共振级联吸收（ORCA） [25, 26]。

受控可逆非均匀展宽（*CRIB*）

在光学跃迁具有非均匀展宽的原子系综中，入射信号被吸收后产生的原子相干性会迅速开始退相干。在吸收后的某一时刻$t$ 受控地逆转非均匀展宽，会使这一退相干过程发生时间反演，并在随后于时刻 $2t$ [135, 136, 137, 128, 106, 138]重新发射信号场。第3.1节介绍了该过程所遵循的运动方程；关于这一协议的提案，可参见参考文献 [136]。这种存储协议通常称为受控可逆非均匀展宽（CRIB）。该协议的带宽由 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁的非均匀展宽决定 [135, 139]。这类协议中的一种是梯度回波存储器（GEM），其中受控的非均匀展宽由空间电场或磁场梯度产生 [135]。

CRIB 的效率推导见参考文献 [136, 138]。对于初始线宽为 $\gamma_0$ 、经非均匀展宽至 $\gamma$ 的窄吸收特征，CRIB 的效率为：

$$\eta_{\mathrm{CRIB}} = (1 - e^{-d\gamma_0/\gamma})^2 \tag{15}$$

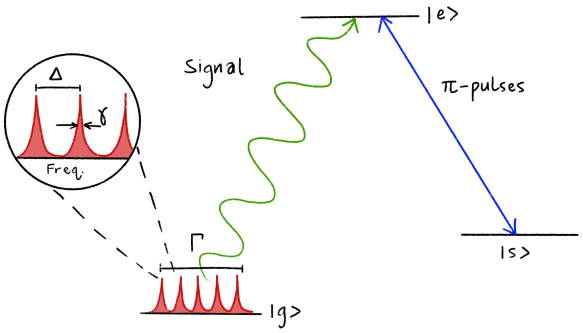


图5：原子频率梳（AFC）存储器示意图。在非均匀展宽线上形成总宽度为 Γ 的周期性梳状结构。梳齿的线宽为 $\gamma$，间隔均匀，间距为 Δ。更多详情请参见参考文献 [94]。

其中，$d$ 是未展宽谱线的光学深度。由于读出过程是时间反演吸收[138, 140]，效率与吸收概率的平方成正比。有关效率的其他考量和表达式，参见参考文献 [106, 141]。迄今为止，CRIB 协议实验实现的带宽和效率分别仅限于 $\sim 0.7$ 兆赫和 69% [142]。

梯度回波存储器（*GEM*）

梯度回波存储器（GEM）是CRIB协议的一种实现方式，其非均匀展宽由电场或磁场梯度（通常为空间梯度）产生 [135, 106, 138]。在这类方案中，空间梯度会产生随空间变化的失谐，通过改变梯度的符号即可将其反转。因此，GEM协议无需对信号进行反向传播即可实现高效率 [135]。十多年前，人们首次在少光子水平上实现了GEM，使用电信C波段的光，带宽为5兆赫，存储时间为数百纳秒 [143]。过去十年间，冷原子系综中的GEM实现也已得到展示 [144, 145, 146], ；然而，由于难以产生吉赫至太赫的非均匀线宽，已展示的带宽（低于兆赫）往往较小。

原子频率梳（*AFC*）

原子频率梳（AFC）协议是一种本质上多模的光子回波存储器，它利用光学抽运 [147, 94, 106, 135, 59, 138]在宽广的非均匀展宽 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 线中形成许多窄而周期性间隔的吸收特征。与 CRIB 和 GEM 协议不同，频率梳本身的周期性结构会引起周期性再定相，无需借助外场来反转非均匀性。该周期性结构的总宽度为 Γ，由线宽为 $\gamma$ 、在频率上以 Δ均匀间隔排列的窄梳齿组成。因此，梳齿的精细度为 $\mathscr{F} = \Delta/\gamma$。由于从非均匀展宽线中选择性地移除原子以形成梳状结构，跃迁的光学深度约降低了 $\mathscr{F}$ [147, 94] 倍。

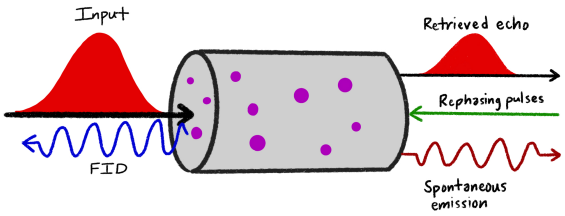


图 6：参考文献 [149] 中概述的 ROSE 协议示意图。重聚焦脉冲（绿色）相对于输入信号反向传播。在这种几何构型中，自由感应衰减（蓝色）将沿着与重聚焦光束相同的方向发射。自发辐射噪声（细红线）仍会存在，并污染沿前向发射的读出回波。

与 AFC 协议兼容的信号带宽必须满足 $\Delta < BW \lesssim \Gamma$。信号场被吸收后，频率梳的周期性结构使原子相干性在时间 $2\pi/\Delta$后再定相，从而使信号场随后重新发射。因此，AFC 协议具有由梳齿间距决定的固定、预设存储时间；不过，如图 5 所示，通过光学$\pi$脉冲 [94, 106, 135],将相干性映射到第三个亚稳态 $|s\rangle$，即可实现延长且任意设定的存储时间。

由于介质对信号场的再吸收，信号场沿前向读取的最大效率被限制为 54% [94, 106, 135], ，其闭式表达式为 $\eta_{\mathrm{AFC}} \approx (d/\mathscr{F})^2 e^{-7/\mathscr{F}^2} e^{-d/\mathscr{F}}$。沿反向读取信号场不受此限制，其表达式为 $\eta_{\mathrm{AFC}} \approx (1-e^{-d/\mathscr{F}})^2 e^{-7/\mathscr{F}^2}$ [94]。

AFC协议的一个显著优势是，可存储的时间模式总数不取决于介质的光学深度，而取决于制备的梳齿总数 [138]。相比之下，电磁诱导透明协议存储 $N$ 个模式的容量按 $\sqrt{d}$ 缩放；对于 CRIB协议，当光学深度足够大时，模式数 $N$ 随 $d$ [94, 138, 106] 线性缩放。

在采用非均匀展宽跃迁的协议中，AFC协议往往具有最宽的带宽；文献中已展示其带宽可达 50 吉赫，效率为 1.8% [148]。

沉寂回波复现（*ROSE*）

双脉冲光子回波是非均匀展宽介质中量子存储器的自然候选方案 [150]。原则上，双脉冲光子回波无需进行任何态制备，并且可以利用整个非均匀线宽和光学深度；与 AFC 协议相比，这可能提高此类存储器的多模容量 [151, 150, 152]。原则上，此类协议还可扩展到三能级系统，将非均匀原子相干性转移到寿命更长的自旋态 [152]。然而，双光子回波本身并不适用于量子存储器，因为强重聚脉冲引发的布居反转会产生显著且不可避免的自发辐射和自由感应衰减（FID）噪声 [150, 152]。

双脉冲光子回波协议的一种改进方案——沉寂回波复现（ROSE）协议，能够抑制其中一些固有噪声源，并提供

量子操作。该协议依赖于入射信号与第一个重聚脉冲之间的相位失配。无论这两个场之间是否满足相位匹配，介质中的原子极化都会持续存在；而第二个重聚脉冲实现相位匹配后，即可在没有自由感应衰减噪声的情况下相干发射第二个光子。该过程的总存储时间为 $2(t_2 - t_1)$，其中 $t_1$ 和 $t_2$ 分别是第一个和第二个重聚脉冲的到达时间 [152, 149, 153]。该方案的几何构型见参考文献 [152, 149, 153] ，并示于图 6。如果两个重聚脉冲共线，且相对于入射信号反向传播，则自由感应衰减将沿重聚脉冲的方向发射，而不是沿读出回波的方向发射。自发辐射噪声无法消除，仍然限制着该协议的噪声性能。

在 $T_2$ 相干时间无限长的极限下，并假设第二个回波前向发射，ROSE的效率仅取决于光学深度，如 $\eta_{\mathrm{ROSE}} = d^2 e^{-d}$所示。对于有限的 $T_2$，效率还取决于 $T_2$ 以及两个重聚焦脉冲之间的时间差，如 $\eta_{\mathrm{ROSE}} = d^2 e^{-d} e^{-4(t_2 - t_1)/T_2}$ [152, 149]所示。

在ROSE方案的提案中，作者指出， $\pi$脉冲并非实现布居反转 [152]的最优选择；采用啁啾脉冲的绝热通过更为可取，并已用于若干ROSE实验实现 [151, 152, 149, 154]。迄今为止，ROSE协议仅在低温下的稀土离子掺杂固体中实现过：$Tm^{3+}$:YAG [153, 149, 155, 156], 、$Er^{3+}$:YSO、 [151, 154], 以及$Tm^{3+}$:YSO [157]。在0.005% $^{167}$ $Er^{3+}$:YSO中，已实现高达44%的效率，存储时间也可达 16 $\mu$s；不过，存储带宽通常受限于1 MHz以下 [154, 151]。

混合光子回波重聚（*HYPER*）

混合光子回波重聚（HYPER）是一种将 CRIB 概念与双光子回波相结合的协议，因此无需像 CRIB 和原子频率梳（AFC）等协议所需的光学抽运步骤，并降低了朴素双脉冲光子回波协议所伴随的噪声。在 HYPER 中，信号场被吸收后，非均匀展宽原子系综会进一步以可控方式进行非均匀展宽。随后关闭可控展宽，施加双脉冲光子回波方案中典型的 $\pi$ 脉冲，再重新开启可控展宽。通过引入这种可控展宽，标准双脉冲回波会被抑制；第二次关闭可控展宽并施加第二个 $\pi$ 脉冲后，原子极化最终再定相，信号场随之重新发射。该方案最终减少了会经历增益并发生自发辐射的原子数量，从而降低双光子回波固有的噪声 [139]。关于该协议的理论分析，以及首次实验实现（带宽为 0.2 兆赫，效率为 $\sim$10%），可见参考文献 [139]。

### *2.2.* 硬件

现在我们将讨论用于原子系综量子存储器的各种硬件类型。每种类型都有其独特的优缺点，并可能限制各自系统中可实现的存储协议（例如，掺杂在固体中的稀土离子具有固有非均匀展宽）。

*2.2.1.* 热原子

热原子系综因可在室温（或接近室温）下运行且实验复杂度较低，已被广泛用于构建不同的量子存储方案。由于电子结构相对简单、蒸气压高且自旋态寿命长，碱金属铷和铯是热原子系综量子存储器中应用最广泛的原子种类。近期演示的钡存储器是个例外：它使用电子轨道而非自旋态进行存储相互作用，从而实现太赫兹带宽存储[82, 83]。除热原子种类外，室温气体池中的分子种类也已用于系综量子存储 [134, 67], ；在这种情况下，使用的是声子存储态，而非碱金属原子所用的超精细自旋能级。

玻璃蒸气池具有广泛商业供应的优势，因此是热原子系综量子存储器最常用的硬件实现之一。这类蒸气池采用精密科学玻璃吹制技术制备，并在真空条件下将原子引入玻璃池中。玻璃蒸气池的一个缺点是池内原子与池壁之间会发生非弹性碰撞，这会限制窄带范围内的存储寿命[158] ，或在原子被光泵浦至亚稳自旋态时限制存储寿命 [159]。对于典型的厘米级蒸气池，这些碰撞发生在微秒时间尺度上，并可能进一步导致自旋退极化，从而缩短任何集体自旋态的寿命，包括用于系综量子存储的集体自旋态。通常会将氩、氖或 $N_2$ 等缓冲气体与所选原子种类一同充入蒸气池，以延长集体自旋态的寿命，并减少非弹性碰撞造成的某些跃迁展宽 [160]。缓冲气体可以减缓原子扩散，并限制原子在池壁上的吸附，因此也可能延长玻璃蒸气池的器件寿命。遗憾的是，缓冲气体也可能因原子与缓冲气体碰撞而引发额外的自旋退极化和猝灭 [161]。可以找到一个最优的缓冲气体压力，在减轻壁面碰撞与增加原子和缓冲气体之间的碰撞 [162]之间取得平衡。人们也研究了石蜡涂层蒸气池，将非弹性壁面碰撞转变为弹性碰撞，以此作为延长集体自旋态寿命的另一种方法 [163, 158]。石蜡涂层或类似蒸气池的缺点是制造工艺复杂，而且涂层材料可能无法耐受较高温度。原子与缓冲气体之间的碰撞也会产生碰撞诱导荧光，从而成为噪声源 [161, 164]。这种噪声源会降低量子存储保真度，尤其是在共振或接近共振时；若量子存储器在非共振条件下运行并采用光学滤波，噪声则会大幅降低。无缓冲气体蒸气池可自然抑制碰撞诱导荧光噪声 [158]。

集体自旋态的寿命不仅受碰撞影响。使用热原子系综的宽带量子存储器还可能受到热原子运动引起的自旋波退相干的影响 [165]。这种原子运动可能导致原子离开由激光场定义的有效相互作用区域，也可能导致构成自旋波的原子在相互作用区域内移动时，自旋波相位发生混乱 $\vec{\quad}\quad\vec{\quad}\quad\vec{\quad}\quad\vec{\quad}$。后一种退相干过程的速率与 $\Delta k\cdot\vec{v}\qquad\Delta k = k_s - k_c$ 成正比，其中代表自旋波的波矢，$k_s$ 和 $k_c$ 分别代表信号场和控制场的波矢，而 $\vec{v}$ 代表

原子的热速度。通常，为了保持自旋波相干性，理想情况下应生成波长较长的自旋波。实验设计可以在一定程度上对此加以调整 [158], ，但在许多情况下，自旋波波长受信号场和控制场大失谐的限制。一种方案 [27] 已证明，可通过将集体自旋态缀饰到辅助“传感器”态来消除运动退相干。传感器态是指这样一种态：当它通过光场与存储态耦合时，在相同展宽机制的作用下会产生方向相反的能量位移。在多普勒展宽系统中首次进行的实验验证表明 [27], ，失谐场将存储态与传感器态耦合，缀饰集体激发，从而抵消退相干机制导致的频移。因此，只需增加一个或两个缀饰场，就能保护自旋波免于退相干。另一种采用速度选择性光泵浦的方案 [166] 已被提出，并证明能够有效抑制运动退相干，但代价是光学深度降低。在该方案中，先将原子从基态抽运到辅助态，再用窄带激光器将其抽运回基态，从而选择性地缩窄原子的运动分布。因此，原子的 $\Delta\vec{v}$ 较小，退相干速率也随之降低。引起自旋波退相干的其他机制还包括纵向磁场的空间和时间变化。请注意，这并非热原子系综所独有；已有实验表明，通过磁屏蔽 [167] 或施加强引导磁场 [168, 169]，可以延长热原子蒸气中的自旋波相干性。

热管炉是玻璃蒸气池的一种替代方案，代表着一种更坚固、耐高温且可定制的蒸气池 [170, 171, 172]。热管炉通常由一根外部包覆加热器的不锈钢管构成，两端采用水冷。管内壁覆盖着用作芯吸材料的网状物。加热后，液态金属中的原子蒸发形成高密度蒸气，并向炉体两端扩散，直到在水冷区域冷凝，再因毛细效应通过芯吸材料回流至中心。热管炉可长期维持均匀的温度和密度分布。它能够承受高温，适用于低蒸气压原子种类，或在光学深度高得多的情况下使用高蒸气压种类。炉体设计可防止蒸气在池窗上冷凝，因此与性能相当的玻璃蒸气池相比，池窗变得不透明的速度通常较慢。与密封玻璃蒸气池相比，原子种类和缓冲气体也更容易更换。

为实现芯片级运行，研究人员已作出诸多努力，以缩小热原子蒸气池的尺寸，从而实现紧凑设计并降低所需光功率[4]。早期将热原子与光纤和硅平台集成的尝试包括：将热原子蒸气加载到锥形光纤附近 [173], 、空芯光纤内 [174],或波导附近 [175]。原则上，这些方法能够在保持紧密约束的同时实现较长的相互作用长度，不过迄今只有空芯光纤中的量子存储器已通过实验实现 [55]。与其他方法相比，笼目光纤较大的纤芯尺寸（ 26 $\mu$m）能够实现较大的光学深度 [173]。已实现的 100 ns 存储寿命可通过使用缓冲气体或自旋保持涂层进一步延长。研究发现，光诱导原子解吸（LIAD） [176, 177] 能在微型化蒸气池和笼目光纤中提高光学深度，同时避免加热 [178, 174, 55]。

### *2.2.2.* 冷原子

与热原子的情况类似，碱金属是冷原子系综量子存储器中最常用的物种。热原子蒸气中的存储时间受多种机制限制，包括多普勒展宽和渡越时间展宽；而在激光冷却原子系综中，这些效应可有效消除。不过，激光冷却通常需要大型超高真空腔室和多台用于冷却与囚禁的稳频激光器，而且通常会带来较长的延迟和非满占空比，因为每次实验之间都需要重新冷却原子。原子温度越低，云团密度越高，运动相关的展宽和退相干也会进一步减弱。然而，由于用于冷却和囚禁的各种激光场以及蒸发冷却过程带来的实际限制，温度越低，系综的最大长度通常越短。因此，目前仍有研究在温度为 $\sim \mu$K 的磁光阱冷原子气体中，以及温度为 ∼nK 的玻色-爱因斯坦凝聚态中开展量子存储器演示。光学深度可达到 $\sim 1000$ [111]。值得注意的是，要实现极长时间的存储，需要沿存储自旋波的 k 矢量方向设置光学晶格，以消除残余运动效应；但这会大幅降低可用光学深度，并在很大程度上排除宽带存储。

### *2.2.3.* 固体

#### 金刚石中的光学声子模

在过去十年中，块体金刚石中的光学声子模逐渐成为实现快速、宽带量子存储器的平台。由于金刚石具有较大的带隙，这类存储器能够在可见光和近红外范围内以太赫兹带宽运行，并且可在室温下工作，因此颇具吸引力 [133, 179, 65, 180, 132, 181]。由金刚石基态、光学声子模存储态和作为激发态的导带组成的 AΛ系统，可提供高达 40 太赫兹的存储带宽，其限制因素仅为基态与光学声子模之间的能级分裂。该平台的存储寿命最终受声子模衰减限制，为 3.5 ps [133, 181]。

首次证明金刚石适合作为量子存储器的原理验证实验，实现了远低于每脉冲 1 个光子的噪声底 [133]。主要噪声源是大多数 Λ型存储方案所固有的四波混频噪声；然而，作者指出，由于金刚石具有较大的色散，四波混频受到抑制 [133]。通过将工作失谐设置为相对于导带的 ∼950 太赫兹，其他噪声源（例如共振荧光）也得到了大幅抑制 [133, 65, 132]。

真正的单光子存储首次通过存储由预示自发参量下转换（SPDC）光源产生的太赫带宽（260 fs）光子得以演示[65]。通过汉伯里·布朗-特威斯干涉法测量二阶关联函数，确定了取回光子的非经典性得以保留[133, 65]。对于皮秒级存储，偏振量子比特存储以及来自偏振纠缠光子对的单光子存储，均已实现 76% 的保真度[132]。

#### 稀土离子

低温下掺杂于固体中的三价稀土离子具有许多特性，使其成为量子存储器器件的理想平台，包括

长寿命相干性、与集成光子学的兼容性、不受运动引起的退相干影响、较高的离子密度、适中的光学深度，以及与电信波长的兼容性 [182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190]。光学相干时间可超过毫秒 [191, 192]，迄今观测到的最长自旋相干时间为 6 小时 [193]。

稀土元素具有较长的光学相干性和自旋相干性，这归因于其独特的电子结构。我们关注的光学跃迁发生在其4f-4f价电子能级之间；在自由离子中，这些跃迁属于偶极禁阻跃迁。4f价电子壳层受到已填满的5s和5p轨道的电子屏蔽，因此4f能级在很大程度上不受其所处环境的影响。将稀土离子掺入固体后，会引入晶体电场，作为对自由离子态的微扰。若稀土离子的格位对称性足够低，晶体电场会混入额外的态，从而使电子跃迁得以微弱发生 [194, 189]。

自由离子的电子态用罗素-桑德斯项符号标记，其中电子自旋 $J$ 和投影 $m_j$ 被视为良好量子数[189, 194, 195]。这些态是$(2J+1)$重简并的，称为克拉默简并。加入晶体电场后，这些态的简并度会部分或完全解除。对于格位对称性足够低且具有偶数个电子的离子——非克拉默离子——简并可以完全解除。具有奇数个电子的物种——克拉默离子——则需要外场才能完全解除这种简并。稀土离子的晶场能级还可能因超精细结构、塞曼效应和高阶矩而进一步分裂 [189, 194]。

虽然这些电子能级在很大程度上不受周围环境影响，但残余环境效应会使光学跃迁和自旋跃迁展宽。均匀展宽主要源于固体内部的动力学过程，大致可分为四类：离子-声子相互作用、离子-离子相互作用、离子与主体晶格的相互作用，以及纯退相干。在 4 K[194, 189, 196]或更低温度下，光学声子会受到抑制。微波声子可耦合自旋跃迁，并主要通过随温度非线性变化的多声子过程与离子相互作用[194, 191, 197]。离子-离子相互作用涉及多种作用，例如瞬时谱扩散：一个离子被激发时，会改变邻近离子的电偶极矩 [194, 198, 189, 196, 199]。在 4 K 以下，退相干的主要来源是离子与主体晶格之间的相互作用，而主体晶格在此过程中充当自旋浴 [189]。例如，由 $Y^{3+}$ 的核自旋翻转引起的涨落磁场，是硅酸钇 [200]中退相干的主要来源。通过施加适度的外磁场使自旋浴极化，并寻找有效一阶塞曼位移为零的自旋跃迁 [201, 202, 203, 193], ，再采用动力学解耦等再定相技术[204, 205, 206, 207, 208]，可以抑制这种退相干并延长相干时间。

晶体基质中的缺陷和应变会导致光学跃迁和自旋跃迁发生非均匀展宽。离子所处位置的局部晶体场各不相同，从而使其跃迁能量产生静态非均匀位移。在商用掺杂稀土材料中，光学跃迁的非均匀展宽可达数十兆赫至数百吉赫，具体取决于宿主材料、掺杂浓度和同位素纯度等因素（但不限于这些因素）。非均匀展宽始终比均匀线宽 [209, 210, 211, 212, 213, 214, 194, 189, 196, 215]大许多个数量级。在稀土掺杂固体中，

离子本身作为替位掺杂剂时，它们可能是造成这种非均匀展宽的主要来源 [195, 216, 189, 135]。

具有偶数个电子的离子——非克莱默离子（$Eu^{3+}$、$Pr^{3+}$、$Tm^{3+}$）——其电子自旋被淬灭，因此对周围环境不那么敏感，且具有更长的相干时间。这些离子中的核自旋态劈裂为 10-100 MHz；由于非均匀线宽较大，在许多基质材料中无法通过光学方式分辨这些劈裂 [217, 214, 218, 219, 220, 221, 202, 222]。非克莱默离子的自旋相干特性可通过光谱烧孔等技术分辨核自旋态，从而实现较长的存储时间；但这会牺牲光学深度，进而降低存储效率，因为在非均匀展宽线上仅使用了少部分原子[135]。

在克莱默离子（$Er^{3+}$、$Yb^{3+}$、$Nd^{3+}$）——即顺磁物种——中，施加外磁场可产生足够大的塞曼劈裂，使非均匀展宽线中的塞曼子能级能够被分辨。这些物种尤其受到关注，因为它们的带宽较大，可达数百 MHz 至 GHz，并有望与超导量子比特等平台实现接口 [223, 224, 225,226]。虽然它们的塞曼态易于访问，且由于态劈裂达到数百 MHz 至 GHz，存储带宽有望大于非克莱默离子，但其电子自旋因磁矩较大而与环境耦合更强，因此更容易受到波动影响，相干时间也更短。利用克莱默物种的一项挑战是如何对其进行高效光泵浦 [227, 228], ，而这正是许多量子存储协议（如原子频率梳和 CRIB）所必需的 [94, 106, 135]。铒是最具吸引力的稀土元素之一，因为它具有位于 1.5 $\mu$m 的电信C波段跃迁；然而，铒难以进行光泵浦，因为其塞曼子能级的寿命仅比激发态寿命长约一个数量级 [229, 197]。不过，使用具有核自旋的克莱默同位素会大有帮助；在 $^{167}Er^{3+}$:硅酸钇 [230]中，已实现长达 1 秒的自旋相干时间。近期，人们已在克服 $Yb^{3+}$ 和 $Nd^{3+}$ [227, 231, 190]光泵浦方面的限制取得进展。

已有许多使用经典光和弱相干态的原理验证光存储实验，表明这些系统能够以适当的信噪比运行，从而存储单光子 [232, 233, 234, 235]。在基于稀土离子的量子存储器中存储单光子态也已实现 [236, 237, 238, 239, 240, 241, 242,243, 244, 245, 246, 247, 248]。

迄今为止，明亮经典脉冲的最长存储时间为53分钟，弱相干态的最长存储时间则超过1.0秒 [249, 205]；然而，这两项成果的存储效率都较低。研究人员还在光子纳米谐振器中实现了电信C波段光的片上存储，达到少光子水平；该谐振器采用同位素纯化的 Er-167:YSO [250]。稀土离子已实现带宽超过1吉赫的量子存储协议 [236, 244, 251, 252]。

## 3. 理论

### *3.1.* 麦克斯韦-布洛赫方程

本节将进一步阐述第1.2节中介绍的三能级麦克斯韦-布洛赫方程。第3.1.1节给出了若干种近似处理麦克斯韦-布洛赫方程的方法，

这些方法适用于第2.1节讨论的、依赖均匀展宽的存储协议；而第3.1.2节则进一步介绍了存在非均匀展宽时的麦克斯韦-布洛赫方程。

第2.1节中的每种协议都要求或允许图1所示中间激发态具有某种线宽展宽，而给定系统中存在的展宽类型会限制该系统可实现的存储协议。激发态线宽展宽大致分为均匀展宽和非均匀展宽两类机制。均匀展宽机制对系统中的每个原子产生相同影响，而非均匀展宽机制对不同类别的原子产生不同影响。这些原子类别可按频率、空间位置、动量或其他任何自由度加以区分。均匀展宽机制通常适用于冷原子，但对于宽带运行而言，重要的是，这类机制并不限于冷原子。此类机制包括自然展宽或寿命展宽、共振展宽、碰撞展宽（根据碰撞的时间尺度，分为冲击区和准静态区 [253]）以及固体中的声子展宽。非均匀展宽机制包括塞曼展宽和斯塔克展宽（由于磁场和电场分别存在空间或时间上的非均匀性，这两种展宽通常被视为非均匀展宽）、多普勒展宽，以及固体中的晶体场展宽或杂质展宽 [194]。

### *3.1.1.* 均匀

对第1.2节中的方程 (1)–(3) 进行若干近似，可以得到电磁感应透明、ATS、ATT、受激拉曼和拉曼协议的数学描述，本文将其汇编于此。此外，我们还给出了麦克斯韦-布洛赫方程在频谱域以及时域中的表示，并将其拆分为振幅和相位。这些不同形式的麦克斯韦-布洛赫方程有助于对量子存储行为进行解析和数值研究。

对于电磁感应透明，若对信号场和控制场均采用近似 $\Delta = 0$ （即 $\bar{\gamma} = 1$）和 $BW \ll \gamma$ （或 $\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \gg 1$），则方程 (2) 中原子极化的时间演化可以绝热消去，从而可得到一组约化的偏微分方程：

$$\partial_z A(z,\tau) = -dA(z,\tau) + i\sqrt{d}\frac{\Omega(\tau)}{2}B(z,\tau) \tag{16}$$

$$\partial_\tau B(z,\tau) = -i\sqrt{d}\frac{\Omega^*(\tau)}{2}A(z,\tau) - \frac{|\Omega(\tau)|^2}{4}B(z,\tau), \tag{17}$$

模拟这些方程的计算开销显著降低。

对于 ATS，假设 $\Delta = 0$, $|\Omega| \gg \bar{\gamma}$, $\sqrt{d}$ 意味着消去方程 (2) 右侧的前两项；而在控制场为常数的情况下（不失一般性，可假定其为纯虚数），简化后的耦合偏微分方程

$$\partial_\tau P(z,\tau) = -i\frac{\Omega(\tau)}{2}B(z,\tau) \tag{18}$$

$$\partial_\tau B(z,\tau) = -i\frac{\Omega^*(\tau)}{2}P(z,\tau), \tag{19}$$

会导致原子极化和自旋波布居周期性振荡，且二者$\pi/2$ 相位相反：

$$A(z,\tau) \propto P(z,\tau) = \sin\left(\frac{|\Omega(\tau)|}{2}t\right) \tag{20}$$

$$B(z,\tau) = \cos\left(\frac{|\Omega(\tau)|}{2}t\right). \tag{21}$$

对于 ATT，假设 $\Delta = 0$, $BW \geq \gamma$ （或 $\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \leq 1$）和 $d \gg 1$ 意味着我们可以省略式（2）中的 $\bar{\gamma}P$（$z$, $\tau$）项。进一步假设控制场为 $\pi$脉冲，且在信号场被吸收后到达，这意味着在初始吸收阶段，涉及 $\Omega(\tau)$ 的项会被消去，只留下简化后的方程：

$$\partial_z A(z,\tau) = -\sqrt{d}P(z,\tau) \tag{22}$$

$$\partial_\tau P(z,\tau) = \sqrt{d}A(z,\tau), \tag{23}$$

其精确解为

$$A(z,\tau) = e^{t-dz}[1 - \Theta(\Delta\tau^{\mathrm{ctrl}})] \tag{24}$$

$$P(z,\tau) = \sqrt{d}e^{t-dz}[1 - \Theta(\Delta\tau^{\mathrm{ctrl}})] \tag{25}$$

在吸收阶段（直到控制场到达， $\tau < \Delta\tau^{\mathrm{ctrl}}$）内，其中$\Theta(\Delta\tau^{\mathrm{ctrl}})$ 是赫维赛德阶跃函数。原则上，随后 $\pi$脉冲控制场会精确转移 $P \to B$ 。根据存储效率的定义，可得 $\eta_{\mathrm{stor}} = 1-e^{-2d}$。SR存储器协议的处理几乎完全相同，但其假设为 $BW \gg \gamma$ （或 $\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma \ll 1$），且系综中的原子之间存在超辐射耦合。导出拉曼协议的近似与电磁感应透明类似，但处于远失谐极限，即 $\Delta \gg \gamma$ （即 $\bar{\gamma} \approx -i\Delta/\gamma = -i\Delta$）且 $BW \ll \Delta$。这些条件也意味着对原子极化进行绝热消除，从而得到简化后的系统：

$$\partial_z A(z,\tau) = -i\frac{d}{\bar{\Delta}}A(z,\tau) - \frac{\sqrt{d}}{\bar{\Delta}}\frac{\Omega(\tau)}{2}B(z,\tau) \tag{26}$$

$$\partial_\tau B(z,\tau) = \frac{\sqrt{d}}{\bar{\Delta}}\frac{\Omega^*(\tau)}{2}A(z,\tau) - i\frac{|\Omega(\tau)|^2}{4\bar{\Delta}}B(z,\tau). \tag{27}$$

麦克斯韦-布洛赫方程还有其他几种形式，在解析和数值计算中都很有用。在频谱域中，我们可以通过应用傅里叶变换，将麦克斯韦-布洛赫方程改写为：

$$\partial_z \tilde{A}(z,\omega) = -\sqrt{d}\tilde{P}(z,\omega) \tag{28}$$

$$i\omega\tilde{P}(z,\omega) = -\bar{\gamma}\tilde{P}(z,\omega) + \sqrt{d}\tilde{A}(z,\omega) - \frac{i}{\sqrt{2\pi}}\frac{\tilde{\Omega}(\omega)}{2} * \tilde{B}(z,\omega) \tag{29}$$

$$i\omega\tilde{B}(z,\omega) = -\gamma_B\tilde{B}(z,\omega) - \frac{i}{\sqrt{2\pi}}\frac{\tilde{\Omega}^*(-\omega)}{2} * \tilde{P}(z,\omega). \tag{30}$$

这里我们利用了傅里叶变换的卷积定理，以及共轭函数的傅里叶变换等于该函数的傅里叶变换关于 $\omega = 0$ 反射后的共轭这一性质。我们使用“$*$”表示两个函数的卷积，例如 $\tilde{\Omega}(\omega) * \tilde{B}(z,\ \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} du\ \tilde{\Omega}(\omega - u)\,\tilde{B}(z,\ u)$。这里的 $\omega$ 表示各场相对于其中心频率的频率差。麦克斯韦-布洛赫方程的这种形式尤其适用于宽带量子存储器的模拟。和往常一样，应用傅里叶变换将含有时域导数的方程转化成了简单的代数方程。

将每个场的振幅和相位分开，可得到麦克斯韦-布洛赫方程的另一种实用形式，从而导出以下 6 个运动方程：

$$\partial_z|A(z,\tau)| = -\sqrt{d}|P(z,\tau)|\cos[\phi_P(z,\tau) - \phi_A(z,\tau)] \tag{31}$$

$$\partial_z\phi_A(z,\tau) = -\sqrt{d}\frac{|P(z,\tau)|}{|A(z,\tau)|}\sin[\phi_P(z,\tau) - \phi_A(z,\tau)] \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\partial_\tau|P(z,\tau)| = &-\bar{\gamma}|P(z,\tau)| + \sqrt{d}|A(z,\tau)|\cos[\phi_A(z,\tau) - \phi_P(z,\tau)] \\ &+ \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[\Omega(\tau)]|B(z,\tau)|\sin[\phi_B(z,\tau) - \phi_P(z,\tau)] \\ &+ \frac{1}{2}\,\mathrm{Im}[\Omega(\tau)]|B(z,\tau)|\cos[\phi_B(z,\tau) - \phi_P(z,\tau)]\end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned}\partial_\tau\phi_P(z,\tau) = \Delta &+ \sqrt{d}\frac{|A(z,\tau)|}{|P(z,\tau)|}\sin[\phi_A(z,\tau) - \phi_P(z,\tau)] \\ &- \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[\Omega(\tau)]\frac{|B(z,\tau)|}{|P(z,\tau)|}\cos[\phi_B(z,\tau) - \phi_P(z,\tau)] \\ &+ \frac{1}{2}\,\mathrm{Im}[\Omega(\tau)]\frac{|B(z,\tau)|}{|P(z,\tau)|}\sin[\phi_B(z,\tau) - \phi_P(z,\tau)]\end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}\partial_\tau|B(z,\tau)| = &-\gamma_B|B(z,\tau)| + \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[\Omega(\tau)]|P(z,\tau)|\sin[\phi_P(z,\tau) - \phi_B(z,\tau)] \\ &- \frac{1}{2}\,\mathrm{Im}[\Omega(\tau)]|P(z,\tau)|\cos[\phi_P(z,\tau) - \phi_B(z,\tau)]\end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned}\partial_\tau\phi_B(z,\tau) = &-\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[\Omega(\tau)]\frac{|P(z,\tau)|}{|B(z,\tau)|}\cos[\phi_P(z,\tau) - \phi_B(z,\tau)] \\ &- \frac{1}{2}\,\mathrm{Im}[\Omega(\tau)]\frac{|P(z,\tau)|}{|B(z,\tau)|}\sin[\phi_P(z,\tau) - \phi_B(z,\tau)],\end{aligned} \tag{36}$$

其中，每个场写作 $X(z,\ \tau) = |X(z,\ \tau)|e^{i\phi_{X(z,\ \tau)}}$，适用于 $X = A,\ P,$ 和 $B$；其中 $\mathrm{Re}(\cdot)$ 和 $\mathrm{Im}(\cdot)$ 分别表示括号内函数的实部和虚部。这种形式的运动方程特别适用于分析和

涉及啁啾光场或具有非平凡时间/频谱相位的场的模拟。

### *3.1.2.* 非均匀

中间激发态的非均匀展宽被视为一组频率间隔为 [38], 的均匀分布的相干叠加，从而得到以下运动方程:

$$\partial_z A(z,\tau) = -\sqrt{d}P(z,\tau) \tag{37}$$

$$\partial_\tau P_\Delta(z,\tau) = -(\bar{\gamma} - i\Delta)P_\Delta(z,\tau) + \sqrt{d}\sqrt{p_\Delta}A(z,\tau) - i\frac{\Omega(\tau)}{2}B_\Delta(z,\tau) \tag{38}$$

$$\partial_\tau B_\Delta(z,\tau) = -\gamma_B B_\Delta(z,\tau) - i\frac{\Omega^*(\tau)}{2}P_\Delta(z,\tau), \tag{39}$$

其中， $P(z,\tau) = \int d\Delta\sqrt{p_\Delta}P_\Delta(z,\tau)$ 为方程（37）中的量，而 $p_\Delta$ 表示具有非均匀失谐 $\Delta$ 的原子的归一化比例（即 $\int d\Delta\, p_\Delta = 1$）。这里我们重新定义了$\bar{\gamma} = (\gamma - i\Delta_0)/\gamma$，用以表示光场相对于无非均匀频移原子的失谐 $\Delta_0$ （即，对于 $\Delta = 0$）。

通过假设适当的非均匀频谱分布 $p_\Delta$ 和适当的脉冲序列 [，即可由方程（37）—（39）推导出第 2.1 节所讨论各协议的存储效率及其他指标的解析表达式；也就是说，对于大多数协议，存储期间控制场处于关闭状态，因此可以忽略方程（37）—（39）中涉及 $\Omega(\tau)$ 的项]。

同样，为了便于计算，这些方程也可以傅里叶变换到频域，或拆分为振幅和相位，正如上文所述的均匀情形。

## *3.2.* 效率优化

大多数关于原子系综量子存储器的现有理论研究，主要聚焦于提高存储效率。原则上，为效率优化而开发的相同或类似工具也可用于改善其他指标，但效率对于量子存储器应用尤为重要，因此获得了绝大多数理论关注。第 3.2.1 节和第 3.2.2 节所述技术的最完整介绍见参考文献 [36, 37, 38, 39, 40]。

### *3.2.1.* 信号场整形

提高存储效率的一种特别有效的方法，是优化信号场在振幅和相位上的时间轮廓。这种优化方法的原理是，可以将存储器过程的每个阶段都视为一种线性积分映射，并由一个唯一的积分核完整描述该映射。每个积分核都可以分解为奇异向量及其对应的奇异值，后者充当前因子，用于描述奇异向量之间每种映射的效率。例如，存储过程可由以下映射描述

$$B_{\mathrm{out}}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau\, K_{\mathrm{stor}}(z,\tau) A_{\mathrm{in}}(\tau), \tag{40}$$

其中， $A_{\mathrm{in}}(\tau)$ 是入射信号场的时间轮廓， $K_{\mathrm{stor}}(z,\ \tau)$ 是存储操作的积分核，而 $B_{\mathrm{out}}(z)$ 是存储过程产生的、具有长寿命且依赖于空间位置的自旋波。该存储核的奇异值分解形式为

$$K_{\mathrm{stor}}(z,\tau) = \sum_j \lambda_j B_j(z) A_j^*(\tau), \tag{41}$$

其中， $B_j(z)$ 和 $A_j(\tau)$ 分别是 $K_{\mathrm{stor}}(z,\ \tau)$ 的左奇异向量和右奇异向量（有时称为“最优模式”），而 $\lambda_j$ 是其奇异值。存储核 $K_{\mathrm{stor}}(z,\ \tau)$ 的具体形式取决于存储器的参数，例如光学深度、线宽、控制场形状等。根据式（40）和式（41）可知，当 $A_{\mathrm{in}}(\tau)$ 与存储核中具有最大奇异值 $A_{\mathrm{opt}}(\tau)$ 对应的右奇异向量相匹配时，可实现最大的存储效率；因为将 $A_{\mathrm{in}}(\tau)$ 与其他模式混合，意味着映射中会包含效率非最优的分量。因此，如果能够任意塑造待存储的信号场，就可以通过将 $A_{\mathrm{in}}(\tau)$ 塑造成与 $A_{\mathrm{opt}}(\tau)$ 相匹配来优化存储效率。可以根据实验参数，通过数值或解析方法构造 $K_{\mathrm{stor}}(z,\ \tau)$ 并计算其奇异值分解，从而确定 $A_{\mathrm{opt}}(\tau)$ 的确切形式；也可以采用基于时间反演的迭代实验过程，详见参考文献 [110, 37, 254, 255]。

### *3.2.2.* 控制场整形

对含有敏感编码量子信息的入射单光子光脉冲进行整形可能会引入损耗，这对于几乎所有量子存储器应用都不可取。通常，更可取的做法是整形强度较大的多光子控制场，因为增加控制场功率便可轻松补偿损耗。因此，通过控制场时间波形优化存储效率的方法，与上文讨论的信号场整形方法形式相似。在量子存储的情形下，任务不再是将信号场与存储核最大奇异值对应的右奇异向量相匹配，而是整形存储核本身，从而整形其最大特征值对应的右奇异向量，使之与输入信号场相匹配。在若干极限情形下，可以通过解析方法实现这一点；一般情况下，则可通过迭代过程以数值方式实现：首先，根据控制场形状（振幅和相位）的初始猜测 $\Omega_1(\tau)$，沿一系列样条点离散化，数值构造存储核。然后，构造该初始存储核的最优模式 $A^1_{\mathrm{opt}}(\tau)$，并将其与目标信号场 $A_{\mathrm{in}}(\tau)$ 进行比较。在 $A^1_{\mathrm{opt}}(\tau)$ 与 $A_{\mathrm{in}}(\tau)$ 之间构造一系列 $N$ 数值插值 $A_k(\tau)$，其中 $A_1(\tau) = A^1_{\mathrm{opt}}(\tau)$，且 $A_N(\tau) = A_{\mathrm{in}}(\tau)$。针对每个 $A_k(\tau)$，对控制场样条点进行优化，从而得到使每个 $A_k(\tau)$ 下的存储效率最大化的最优控制场形状 $\Omega_k(\tau)$，并将其作为 $\Omega_{k+1}(\tau)$ 的初始猜测。每一步的优化既可以通过针对每个猜测构造存储核，并将核的奇异值分解所得最优模式与 $A_k(\tau)$ 进行比较来实现，也可以通过数值积分

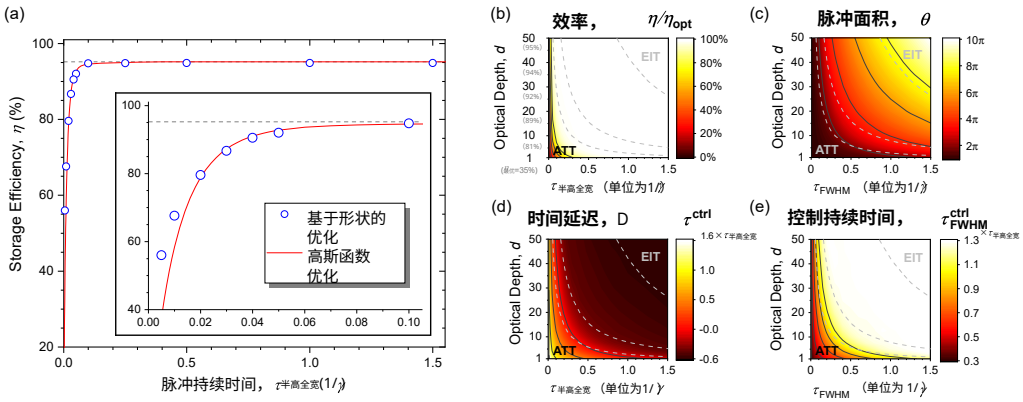


图 7: （a）光学深度为 $d = 50$ 时，基于信号场形状的优化技术与高斯脉冲形状优化技术的比较。虚线表示最优存储效率，即 $\eta_{\rm opt} \approx 95\%$。(b) 高斯优化后的存储效率，以及（c）–（e）宽带工作区间内优化后的控制场参数。改编自参考文献 [114]。

麦克斯韦-布洛赫方程的单次实例，输入为 $A_k(\tau)$，并采用猜测的控制场。假设插值次数 $N$ 足够多，这一迭代过程会逐步变换存储核，使其最优模式与最终的 $A_N(\tau)$ 重叠（即 $A^N_{\rm opt}(\tau) = A_N(\tau) = A_{\rm in}(\tau)$，其中上标 $N$ 只是一个标签，并不表示乘方）。

实际上，与信号场整形技术相比，这种优化技术通常会产生相似的效率；然而，两种技术在优化存储效率方面各自的相对优势仍是一个悬而未决的问题。存储器参数空间中可能存在某些区域，在这些区域中，控制场整形的效果优于或逊于信号场整形；也可能在某些区域中，同时优化两个场所获得的效率高于单独优化任一场形状所能达到的效率。

### *3.2.3.* 高斯脉冲形状优化

与上述两种技术不同——它们都需要对相应光场的时间包络进行任意整形——参考文献 [114] 报道的近期研究探讨了：在固定时间包络形状的情况下，存储效率能够优化到何种程度。该形状能够很好地近似锁模激光器和单光子源自然产生的形状。参考文献 [114]选择的形状为高斯函数，因此信号场和控制场的形状为

$$A_{\rm in}(\tau) = e^{-\tau^2/4\sigma^2} \tag{42}$$

$$\Omega(\tau) = \Omega_0\, e^{-[(\tau-\Delta\tau^{\rm ctrl})/2\sigma^{\rm ctrl}]^2}, \tag{43}$$

其中，所有时间尺度再次以 $1/\gamma$ 归一化，$\sigma = \tau_{\rm FWHM}/(2\sqrt{2\ln 2})$、$\Omega_0 = \theta/(2\sqrt{\pi\sigma^{\rm ctrl}})$，控制场脉冲面积为 $\theta = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau\, \Omega(\tau)$，

控制场相对于信号场峰值的时间延迟为 $\Delta\tau^{\mathrm{ctrl}}$，控制场的持续时间为 $\tau_{\mathrm{FWHM}}^{\mathrm{ctrl}} = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma^{\mathrm{ctrl}}$。

高斯脉冲形状优化方法有三大主要优点：首先，与采用许多锁模激光器和单光子源固有的脉冲形状这一动机相关，它表明，在存储器参数空间的很大范围内（对于广泛的光学深度 $d$ 以及信号持续时间/线宽$\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma$），仅使用这些固有的高斯形脉冲，就能实现非常高的存储效率，且非常接近第1.4节讨论的最优界限。这使得大多数量子存储器无需采用实验上复杂且成本高昂的脉冲整形方法。图7(a)对比了在 $d = 50$ 条件下，采用信号场任意形状优化以及高斯形控制场优化所实现的存储效率。在很宽的信号场脉冲持续时间范围 $\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma$ 内，高斯脉冲形状优化技术得到的效率与基于形状的技术相同，差异在数值误差范围内。对于带宽最大的光子（$\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma$ 最小），基于形状的技术优于高斯脉冲形状优化，但两种情况下的存储效率都远低于最优界限。此外，高斯脉冲形状优化技术的计算开销显著更小，因此可以连续计算优化存储效率随 $\tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma$ 变化的函数；相比之下，基于形状的优化方法在计算上只能逐点进行。

其次，高斯脉冲形状优化为控制场提供了三个符合物理直觉的优化参数——控制场脉冲面积、持续时间以及相对于信号场的延迟；而基于形状的技术依赖于任意脉冲整形，后者在物理直觉上或许不那么直观。优化后的控制场参数如图7(c)-(e)所示。图7(c)-(e)不仅为实验提供了便捷的查找表，可根据给定量子存储器的光学深度、信号持续时间和线宽查得优化控制参数，也与各量子存储协议的物理直觉相符，并在此基础上进一步拓展了这些直觉。在电磁感应透明区域，图7(c)-(e)表明，应使用持续时间较长、脉冲面积较大的控制场，并使其先于信号场到达；此类控制场会打开电磁感应透明的已知透明窗口，并在信号场进入介质、受到压缩和存储时以绝热方式关闭该窗口。类似的物理直觉也适用于 ATS 和 ATT 区域：如这两种协议的预测所示，分别使用脉冲面积为 $2\pi$ 和 $\pi$ 的控制场、持续时间为 $\tau_{\mathrm{FWHM}}$ 和小于 $\tau_{\mathrm{FWHM}}$ 的控制场，以及延迟为 0 和正值的控制场；正延迟意味着控制场晚于信号场到达。这些符合物理直觉的控制场参数在处理可调谐实验时具有实际用途，同时也支持更深入的灵敏度分析，详见参考文献 [23] 和第3.3节。

第三，高斯脉冲形状优化揭示了 EIT、ATS 和 ATT 三种共振协议之间的连续数学变换。如图7(b)和(c)-(e)所示，在一系列连续的存储器参数 $\mathcal{M} = (d,\ \tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma)$ 范围内，存储效率始终达到最优界限；在此范围内，存储协议的行为从 EIT 到 ATS 再到 ATT 连续变化。随着 $\mathcal{M}$ 变化，控制场参数$\mathcal{G} = \left(\theta,\ \Delta\tau_{\text{对照}}\,\tau_{\mathrm{FWHM}}^{\mathrm{ctrl}}\right)$ 也连续且单调地变化。直观上，人们可能会预测，随着 $\mathcal{G}$ 从一个协议区域转变到另一个协议区域，会出现不连续性；但图7表明事实并非如此，存储协议之间存在连续变换，并且可利用这一点，在存储器

协议之间的参数空间区域，或“混合”存储行为区域中实现最优存储效率。

*3.2.4.* 非均匀展宽轮廓整形

原则上，以上三种优化技术（第 3.2.1–3.2.3 节）既可应用于均匀系统，也可应用于非均匀系统，但它们主要应用于均匀情形。在非均匀情形下，还有一个可用于优化的独特自由度，即非均匀展宽轮廓；通过光谱烧孔及相关实验技术，可以直接对其进行调控。

在参考文献 [38], 中，作者考察了若干种非均匀展宽轮廓，包括狄拉克 δ 函数（与均匀情形相同）、洛伦兹分布的非均匀展宽轮廓，以及典型的多普勒展宽气体所呈现的高斯分布非均匀展宽轮廓。他们比较了这三种非均匀展宽轮廓所对应的效率（不出所料，狄拉克 δ 函数轮廓带来的效率最高），并提出了一种计算不同非均匀展宽轮廓效率的通用方法。在参考文献 [256], 中，作者针对 AFC 协议的特征，假设频率轮廓呈周期性非均匀分布，并进行了类似分析。作者指出，在这种情况下，最优非均匀展宽轮廓是方齿频率梳，其齿宽可通过解析方法计算，且取决于可达到的峰值光学深度。除了这些技术之外，还可以设想采用与第 3.2.3 节类似的流程，在不采用 AFC 协议相关假设的情况下，计算最优非均匀展宽轮廓。例如，参考文献 [222], 考察了不同非均匀轮廓所产生的电磁诱导透明可见度，这或许有助于发现适用于非均匀展宽介质中电磁诱导透明协议的最优非均匀轮廓。

*3.3.* 灵敏度分析

尽管与原子系综量子存储相关的理论研究大多集中于效率优化，但参考文献 [23] 报道的近期工作提出了理论工具，旨在完成一项不同的任务：表征并比较不同量子存储协议对外部扰动的灵敏度。

图 8 展示了参考文献 [23], 中的部分精选结果，所考虑的情形是存储器参数 $\mathcal{M}$ 存在短时间尺度、逐次测量间的涨落 $\zeta = (\zeta_d,\ \zeta_g)$，这些参数取自正态分布 $P(\zeta) \sim e^{-(\zeta_d^2 g^2 + \zeta_g^2 d^2)/[2(\epsilon_M dg)^2]}$,，其中 $g = \tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma$ [图 8(a)-(d)],；以及控制场参数 $\mathcal{G}_s$ 存在长时间尺度漂移的情形。此处的控制场具有由样条点 $\mathcal{G}_s = (\xi_1,\ \ldots\ldots,\ \xi_N)$ [图 8(e)-(g)]定义的任意轮廓。图 8(a)-(d)所针对的情形在采用热原子的原子系综量子存储中十分常见：平均光学深度和激发态线宽固定，长时间尺度漂移极小（通常通过设定蒸气池温度实现），但由于光学模式所界定的相互作用体积中存在密度涨落，光学深度和线宽仍可能出现不可忽略的逐次测量间涨落。基于这一情形，图 8(a) 展示了存在存储器参数涨落 $\epsilon_M = 5\%$ 时的平均存储效率，图 8(b) 则展示了由 $\epsilon_M = 5\%$ 引起的存储效率涨落幅度。首先，正如预期，平均存储效率相较于无涨落的情形略有下降 [例如，与图 7(b)相比],。其次，我们发现，吸收-转移（ATT）区域对这些存储器参数涨落最为敏感，因为该区域的存储效率涨落幅度最大

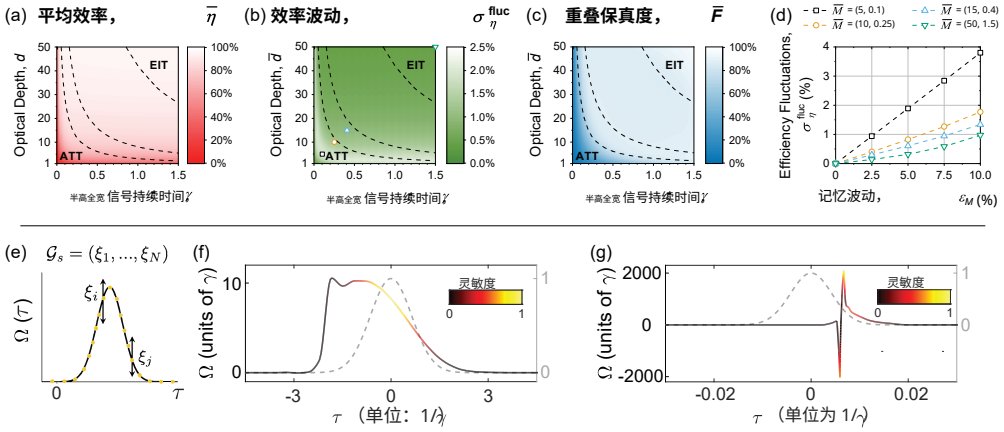


图 8： Λ 型量子存储器灵敏度分析的部分结果，其中 (a)-(d) 展示存储器参数（光学深度、 $d$ 和线宽 $\gamma$）的短时间尺度波动，(e)-(g) 展示控制场参数的长时间尺度漂移。

（在存储器参数涨落相同的情况下），如图 8(b)所示。与其他共振存储器协议（即 ATS 和电磁感应透明）相比，ATT 协议的灵敏度相对较高，这可以通过图 8(c)所示的 $\mathcal{M} = (d,\ \tau_{\mathrm{FWHM}}\gamma)$中任意给定点周围最优控制场的重叠保真度来解释。重叠保真度较低时，预计所使用的控制场（对应于平均光学深度和线宽）与最优控制场（对应于经给定逐次测量间涨落修正后的光学深度和线宽）之间会存在明显失配，从而导致平均效率降低、效率波动增大。重叠保真度较高时，预计平均效率较高、效率波动较低（我们的观测结果也确实如此）。针对图 8(b)中标记所示的存储器参数空间中的若干点，对全部三种共振存储器协议进行采样，我们测量了效率波动随存储器参数涨落幅度 $\epsilon_M$的变化，并将结果绘于图 8(d)。首先，我们观察到，效率波动的百分比小于引起这些波动的存储器参数涨落百分比（即幅度为 $\epsilon_M = 5\%$ 的存储器参数涨落至多引起 2.5% 的存储效率波动）。图 8(d)所示结果表明，在所有合理的存储器参数涨落幅度范围内，这种行为始终成立，这意味着三种共振存储器协议均具有“稳定性”。我们还注意到，在所有存储器参数涨落幅度下，电磁感应透明和 ATS 协议对存储器参数涨落的灵敏度都明显低于 ATT 协议（约低 3 倍）。

除了存储器参数的偏差之外，我们还可以在同一通用数学框架下考察控制场参数偏差的影响。通常，存储器参数会围绕固定中心点在较短时间尺度内波动；控制场参数也可能以这种方式波动，但实验中更常见的问题是，参数从最初的最优设定点开始发生长时间尺度漂移。巧合的是，研究存储器对这种长时间尺度漂移的灵敏度，等同于

探究为该存储器寻找最优设定点的难度。能够在更大的控制场参数空间范围内实现最优效率的存储协议，因此更容易找到最优控制场设定点，也就较不易受到偏离该最优范围的控制场漂移影响。反之亦然——仅能在较小控制场参数空间范围内实现最优效率的存储协议，更难找到最优控制场设定点，也更容易受到控制场漂移的影响。图 8(e)-(g) 展示了对最优任意控制场形状的这一情形。图 8(e) 展示了总体方法：按照第 3.2.2 节所述的步骤，找到特定存储协议的最优控制场形状，并允许表征该控制场形状的每个样条点参数相对于其最优值漂移 $\epsilon_G = 5\%$。记录由此产生的存储效率变化，并据此计算相对于控制场形状上其他点的归一化灵敏度。图 8(f) 和 (g) 分别展示了在绝热 [类 EIT、 $\mathcal{M} = (50，1。5)$] 和非绝热[类 ATT、 $\mathcal{M} = (50，0。01)$] 区间内，对两个最优控制场应用这一方法得到的结果。图 8(f) 表明，类 EIT 控制场形状对漂移最敏感的区域位于控制场形状的下降沿；该区域在时间上与信号场重叠，并通过绝热过程关闭透明窗口。重要的是，这一结果与参考文献 [159] 的实验测定一致。对于类 ATT 控制场形状，图 8(g) 显示，控制场中最敏感的区域具有最大的拉比频率。这符合对 ATT 协议的物理直觉（综述见第2.1节），因为控制场的这些区域对其总脉冲面积影响最大，因此对原子极化到自旋波的转移过程的效率影响也最大。参考文献 [23], 还对高斯控制场进行了相同的逐项灵敏度分析，以及一种更复杂且计算开销更大的 Sobol' 分析，用于探究高斯控制场参数之间的相关性。

我们在此强调，参考文献 [23] 中进行的灵敏度分析仅代表所有可进行的灵敏度计算中的一小部分，而其他计算也可能与量子存储实验相关且具有实用价值。参考文献 [23] 中提出的通用框架，也可用于表征非共振存储协议或利用非均匀展宽系综的协议的灵敏度。此外，参考文献 [23]仅考虑了“效率灵敏度”，即某些参数的波动和漂移如何影响存储效率。同样的方法可以直接用于评估其他指标，例如保真度灵敏度、带宽灵敏度或寿命灵敏度，仅举几例。这或许可以成为未来的研究主题。

## 4. 最新进展

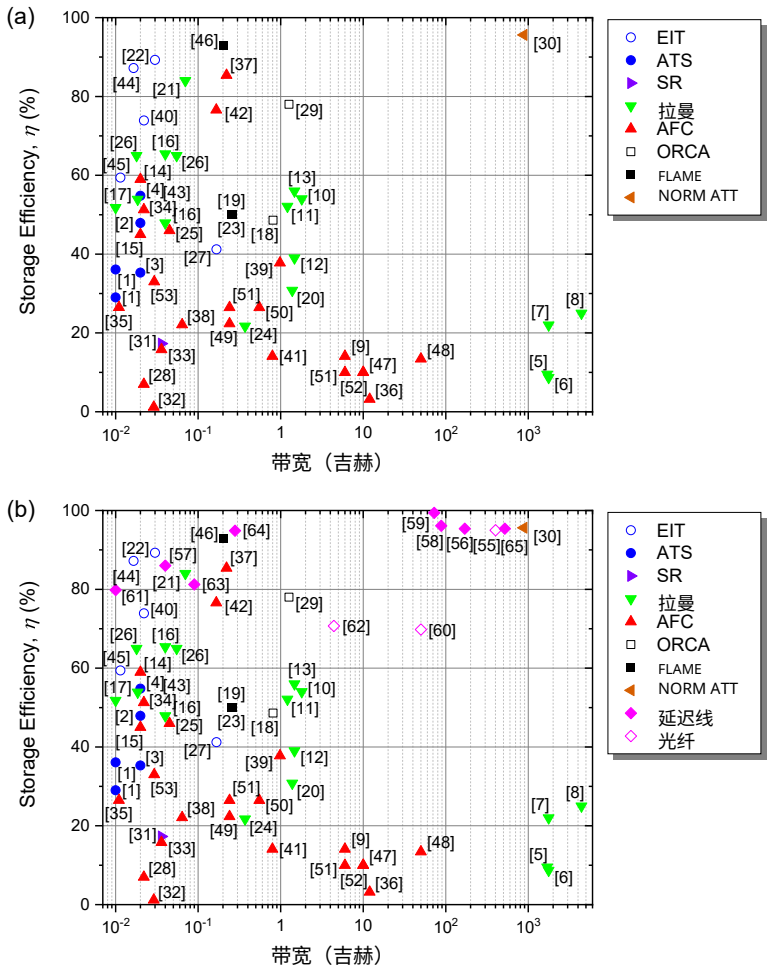


图 9：宽带工作区间内（a）原子系综和（b）所有量子存储器（包括基于延迟的存储器）的最新存储效率。延迟线和光纤存储器往往具有较高的效率，且不受带宽影响。引文编号见参考文献 [257]。改编自参考文献 [82]。

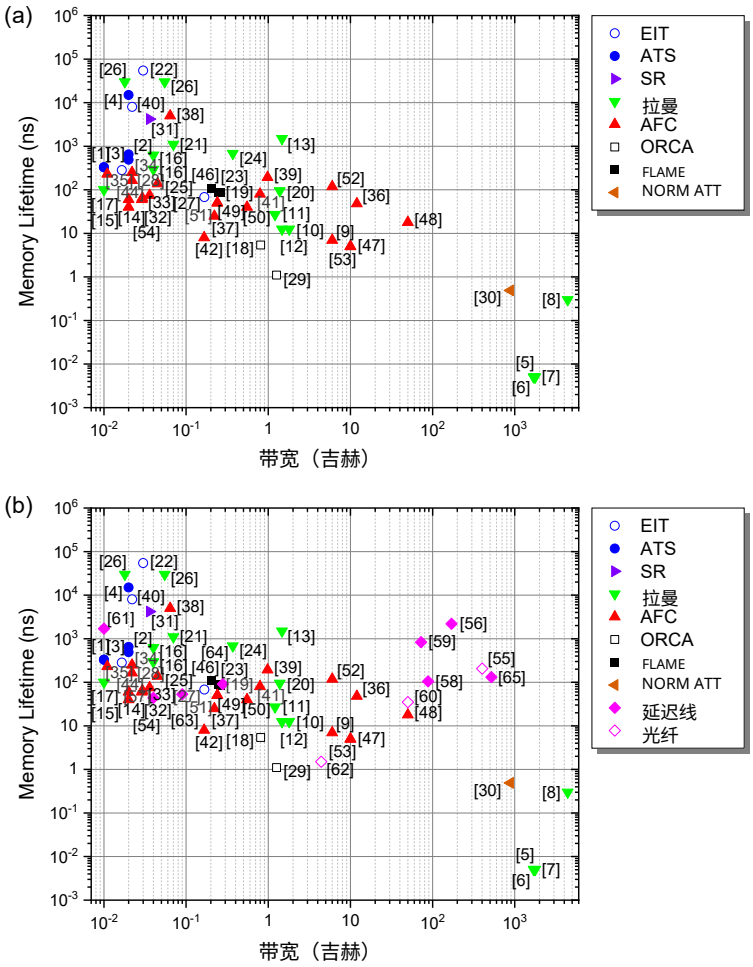


图10：宽带工作区间内（a）原子系综和（b）所有量子存储器（包括基于延迟的存储器）的最新存储寿命进展。引文编号见参考文献 [257]。改编自参考文献 [83]。

### *4.1.* 效率

在以上奠定了量子存储协议与理论的基础之后，本节将讨论宽带工作区间内实验量子存储器性能的最新进展。我们将存储带宽大于 10 MHz 的范围定义为宽带工作区间（存储带宽定义为信号频率强度分布的半高全宽，见第 1.4 节）。

图 9(a) 展示了本章撰写时宽带工作区间内原子系综量子存储器的先进水平存储效率。不同的存储协议以不同类型的标记表示。可以看出，拉曼存储器和原子频率梳存储器是宽带工作区间内最常用的类型；除参考文献 [30]，外，太赫兹带宽范围内使用的只有拉曼存储器，而参考文献 [30]，的方案与先吸收后转移协议最为相似。共振均匀原子系综协议（例如电磁感应透明、ATS、受激拉曼、FLAME）通常受限于低于 1 吉赫的带宽，但参考文献 [30]，是个例外，这是由于线宽-带宽失配所致。有关参考文献 [30] 如何缓解线宽-带宽失配问题的更多细节，请参见第 1.3 节。图 9(b) 展示了本章撰写时宽带工作区间内所有量子存储器的性能，包括延迟线和光纤存储器；这两类存储器往往不受带宽影响，均具有较高效率。

在图9中，我们展示了先进水平的存储效率；总效率呈现类似趋势，但始终显著较低。非最优相位匹配、读取过程中的再吸收损耗以及自旋波衰减也使这一趋势更加复杂；这些因素因参考文献而异，并且会以不均匀的方式降低所示各带宽下的总效率。

### *4.2.* 存储寿命

图10展示了宽带工作区间内原子系综量子存储器的先进水平存储寿命 [图10(a)]以及所有量子存储器的先进水平存储寿命 [图10(b)] 。存储寿命与带宽之间存在一种经验权衡。我们认为，这一趋势主要源于技术方面的考量，而非基本物理因素——例如，在太赫兹带宽范围内，图中所示的拉曼存储器存储寿命较短，并非由于拉曼协议本身的基本特性，而是因为所用硬件（固体和分子气体）的存储态寿命天生有限。参考文献 [30] 在这方面是一个独特的案例：其寿命受原子运动（有时称为多普勒展宽）限制，这是所用高温所致；然而，其固有存储态寿命很长，约为0.1秒 [258]。图10(b)所示的基于延迟的存储器打破了这一趋势，其延迟时间均在纳秒至微秒范围内。

### *4.3.* 噪声

我们在图11中绘出了宽带原子系综量子存储器的先进噪声性能。我们根据第1.4节中的定义，绘出了文献中每种宽带存储器的信噪比。深红色、中红色和浅红色区域分别表示单光子保真度为 $<90\%$、 $<99\%$和 $<99.9\%$时的信噪比。在所示的所有带宽范围内，信噪比超过 $10^3$的量子存储器寥寥无几；该区域内的大多数存储器采用阶梯型能级系统（具体而言，是 ORCA 和 FLAME 存储器），原则上不会产生噪声。参考文献 [30]是唯一一项

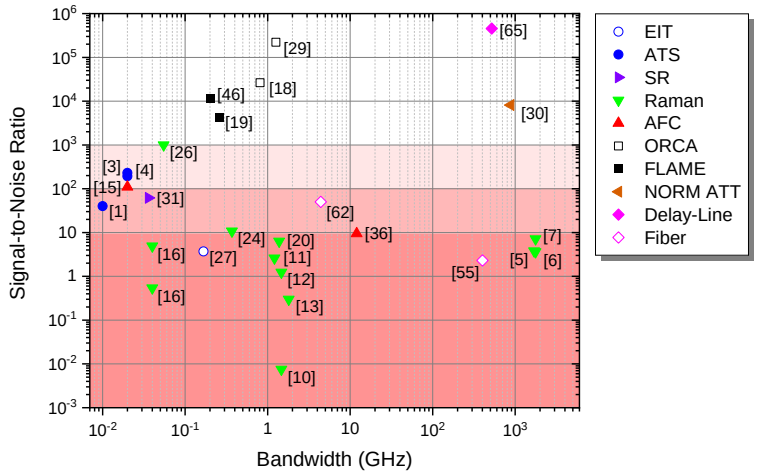


图11：宽带工作区间内原子系综和基于延迟的量子存储器的最先进噪声性能。深红色、中红色和浅红色区域分别对应实现 <90%、 <99% 和 <99.9% 单光子保真度所需的信噪比。请注意，许多光纤存储器和延迟线存储器并未报告噪声性能的品质因数，因此未在此处绘出，因为其附加噪声实际上为零；此处展示的部分光纤存储器依赖于与强激光的非线性光学相互作用，会引入附加噪声，不能代表所有光纤或延迟线存储器。引文编号见参考文献 [257]。

处于这一工作范围、采用 Λ型能级结构的原子系综存储器；由于基态与存储态能级间隔远大于存储态与激发态能级间隔，原则上它在一阶近似下也不会产生噪声。

## 5. 结论

在本研究中，我们全面回顾了原子系综中的宽带量子存储器，涵盖其研究动机、线宽-带宽失配带来的挑战、适用于原子系综的物理协议、均匀和非均匀系统的基础理论及该理论在效率优化和灵敏度分析中的应用，以及宽带原子系综相对于延迟线和光纤存储器的当前最先进性能。我们希望本章能为宽带原子系综量子存储器提供有用的指南和参考。

## 致谢

本研究部分由美国国家科学基金会（NSF）资助，资助编号为 1640968、1806572、1839177、1936321 和 2207822；并获美国国家科学基金会（NSF）奖项 DMR1747426 资助。本材料基于美国能源部科学办公室国家量子信息科学研究中心支持的工作。我们感谢 J. Gary Eden、Benjamin D. Hunt、Sehyun Park、An- drey Mironov、Thomas Reboli、Kathleen Oolman、Yujie Zhang、Dongbeom Kim、Yunkai

Wang、Colin Lualdi、Tegan Loveridge 和 Ujaan Purakayastha 提供的宝贵讨论，并感谢 Jim Brownfield 和 Ernest Northern 在钡热管烘箱加工方面提供的专业协助。

## 参考文献

[1] W. K. Wootters 和 W. H. Zurek，《自然》299，802（1982年）。[2] N. Sangouard、C. Simon、H. De Riedmatten 和 N. Gisin，现代物理评论 83，33（2011年）。[3] S. Muralidharan、L. Li、J. Kim、N. L ¨ **6**，1 2016 utkenhaus、M. D. Lukin 和 L. Jiang，《科学报告》（）。[4] J. Kitching，《应用物理评论》5，031302（2018年）。[5] L. Lu、X. Zheng、Y. Lu、S. Zhu 和 X.-S. Ma，《先进量子技术》4，2100068（2021年）。[6] L. Bremer、S. Fischbach、S.-I. Park、S. Rodt、J.-D. Song、T. Heindel 和 S. Reitzenstein，《先进量子技术》3，1900071（2020年）。[7] J. Maisch、H. Vural、M. Jetter、P. Michler、I. Gerhardt 和 S. L. Portalupi，《先进量子技术》3，1900057（2020年）。[8] J. D. Siverns、J. Hannegan 和 Q. Quraishi，《科学进展》5，eaav4651（2019年）。[9] N. Akopian、L. Wang、A. Rastelli、O. G. Schmidt 和 V. Zwiller，《自然·光子学》5，230（2011年）。[10] H. J. Kimble，《自然》453，1023（2008年）。[11] W. Tittel、J. Brendel、H. Zbinden 和 N. Gisin，《物理评论快报》81，3563（1998年）。[12] J.-W. Pan、D. Bouwmeester、H. Weinfurter 和 A. Zeilinger，《物理评论快报》80，3891（1998年）。[13] D. Bouwmeester、J.-W. Pan、K. Mattle、M. Eibl、H. Weinfurter 和 A. Zeilinger，《自然》390，575（1997年）。[14] P. Kok、W. J. Munro、K. Nemoto、T. C. Ralph、J. P. Dowling 和 G. J. Milburn，现代物理评论 79，135（2007年）。[15] P. W. Shor 和 J. Preskill，《物理评论快报》85，441（2000年）。[16] D. Gottesman、T. Jennewein 和 S. Croke，《物理评论快报》109，070503（2012年）。[17] G. Campbell、O. Pinel、M. Hosseini、T. C. Ralph、B. Buchler 和 P. K. Lam，《物理评论快报》113，063601（2014年）。[18] L.-M. Duan、M. D. Lukin、J. I. Cirac 和 P. Zoller，《自然》414，413（2001年）。[19] D. Kielpinski、V. Meyer、M. Rowe、C. A. Sackett、W. M. Itano、C. Monroe 和 D. J. Wineland，《科学》291，1013（2001年）。[20] Y. Wang、M. Um、J. Zhang、S. An、M. Lyu、J.-N. Zhang、L.-M. Duan、D. Yum 和 K. Kim，《自然·光子学》11，646（2017年）。[21] M. K. Bhaskar、R. Riedinger、B. Machielse、D. S. Levonian、C. T. Nguyen、E. N. Knall、H. Park、D. Englund、M. Loncar、D. D. Sukachev 等，《自然》580，60（2020年）。[22] A. Reiserer 和 G. Rempe，现代物理评论 87，1379（2015年）。[23] K. Shinbrough 和 V. O. Lorenz，arXiv预印本 arXiv:2210.05530（2022年）。[24] R. Finkelstein、E. Poem、O. Michel、O. Lahad 和 O. Firstenberg，《科学进展》4，eaap8598（2018年）。[25] K. Kaczmarek、P. Ledingham、B. Brecht、S. Thomas、G. Thekkadath、O. Lazo-Arjona、J. Munns、E. Poem、A. Feizpour、D. Saunders 等，《物理评论A》97，042316（2018年）。[26] S. Thomas、S. Sagona-Stophel、Z. Schofield、I. Walmsley 和 P. Ledingham，arXiv预印本 arXiv:2211.04415（2022年）。[27] R. Finkelstein、O. Lahad、I. Cohen、O. Davidson、S. Kiriati、E. Poem 和 O. Firstenberg，《物理评论X》11，011008（2021年）。[28] O. Davidson、O. Yogev、E. Poem 和 O. Firstenberg，arXiv预印本 arXiv:2212.04263（2022年）。[29] T. H. Qiu、H. Li、M. Xie、Q. Liu 和 H. Y. Ma，《光学快报》27，27477（2019年）。[30] P. Li、Y. Gu、K. Wang 和 Q. Gong，《物理评论A》73，032343（2006年）。[31] B. S. Ham，《科学报告》8，10675（2018年）。[32] G. H´etet、J. J. Longdell、A. L. Alexander、P. K. Lam 和 M. J. Sellars，《物理评论快报》100，023601（2008年）。[33] Y.-C. Wei、S.-X. Lin、P.-J. Tsai 和 Y.-C. Chen，《科学报告》10，13990（2020年）。[34] K. Jensen、W. Wasilewski、H. Krauter、T. Fernholz、B. M. Nielsen、M. Owari、M. B. Plenio、A. Serafini、M. M. Wolf 和 E. S. Polzik，《自然·物理》7，13（2011年）。

[35] F. Arecchi 和 R. Bonifacio，IEEE量子电子学杂志 1，169（1965年）。[36] A. V. Gorshkov、A. Andr´e、M. D. Lukin 和 A. S. Sørensen，《物理评论A》76，033804（2007年）。[37] A. V. Gorshkov、A. Andr´e、M. D. Lukin 和 A. S. Sørensen，《物理评论A》76，033805（2007年）。[38] A. V. Gorshkov、A. Andr´e、M. D. Lukin 和 A. S. Sørensen，《物理评论A》76，033806（2007年）。[39] A. V. Gorshkov、A. Andr´e、M. Fleischhauer、A. S. Sørensen 和 M. D. Lukin，《物理评论快报》98，123601（2007年）。[40] J. Nunn，《原子系综中的量子存储器》，博士论文，圣约翰学院，牛津大学（2008年）。[41] M. Bouillard、G. Boucher、J. F. Ortas、B. Pointard 和 R. Tualle-Brouri，《物理评论快报》122，210501（2019年）。[42] T. Pittman、B. Jacobs 和 J. Franson，《物理评论A》66，042303（2002年）。[43] F. Kaneda、B. G. Christensen、J. J. Wong、H. S. Park、K. T. McCusker 和 P. G. Kwiat，Optica 2，1010（2015年）。[44] F. Kaneda 和 P. G. Kwiat，《科学进展》5，eaaw8586（2019年）。[45] C. Xiong、X. Zhang、Z. Liu、M. J. Collins、A. Mahendra、L. Helt、M. J. Steel、D.-Y. Choi、C. Chae、P. Leong 等，《自然·通讯》7，1（2016年）。[46] K. Makino、Y. Hashimoto、J.-i. Yoshikawa、H. Ohdan、T. Toyama、P. van Loock 和 A. Furusawa，《科学进展》2，e1501772（2016年）。[47] T. Pittman 和 J. Franson，《物理评论A》66，062302（2002年）。[48] X.-L. Pang、A.-L. Yang、J.-P. Dou、H. Li、C.-N. Zhang、E. Poem、D. J. Saunders、H. Tang、J. Nunn、I. A. Walmsley 等，《科学进展》6，eaax1425（2020年）。[49] S. Clemmen、A. Farsi、S. Ramelow 和 A. L. Gaeta，《光学快报》43，2138（2018年）。[50] A. G. Magnoni、I. H. L´opez Grande、L. T. Knoll 和 M. A. Larotonda，《量子信息处理》18，1（2019年）。[51] P. J. Bustard、K. Bonsma-Fisher、C. Hnatovsky、D. Grobnic、S. J. Mihailov、D. England 和 B. J. Sussman，《物理评论快报》128，120501（2022年）。[52] Y.-W. Cho、G. Campbell、J. Everett、J. Bernu、D. Higginbottom、M. Cao、J. Geng、N. Robins、P. Lam 和 B. Buchler，Optica 3，100（2016年）。[53] G. P. Agrawal，《光纤通信系统》（约翰·威立父子出版公司，2012年）。[54] M. R. Sprague、D. G. England、A. Abdolvand、J. Nunn、X.-M. Jin、W. S. Kolthammer、M. Barbieri、B. Rigal、P. S. Michelberger、T. F. Champion 等，《新物理学杂志》15，055013（2013年）。[55] M. Sprague、P. Michelberger、T. Champion、D. England、J. Nunn、X.-M. Jin、W. Kolthammer、A. Abdolvand、P. S. J. Russell 和 I. Walmsley，《自然·光子学》8，287（2014年）。[56] T. Peters、T.-P. Wang、A. Neumann、L. S. Simeonov 和 T. Halfmann，《光学快报》28，5340（2020年）。[57] M. Bajcsy、S. Hofferberth、V. Balic、T. Peyronel、M. Hafezi、A. S. Zibrov、V. Vuletic 和 M. D. Lukin，《物理评论快报》102，203902（2009年）。[58] B. Gouraud、D. Maxein、A. Nicolas、O. Morin 和 J. Laurat，《物理评论快报》114，180503（2015年）。[59] K. Heshami、D. G. England、P. C. Humphreys、P. J. Bustard、V. M. Acosta、J. Nunn 和 B. J. Sussman，《现代光学杂志》63，2005（2016年）。[60] A. K. Patnaik、J. Liang 和 K. Hakuta，《物理评论A》66，063808（2002年）。[61] J. Nunn、N. Langford、W. Kolthammer、T. Champion、M. Sprague、P. Michelberger、X.-M. Jin、D. England 和 I. Walmsley，《物理评论快报》110，133601（2013年）。[62] K. F. Reim、J. Nunn、X.-M. Jin、P. Michelberger、T. Champion、D. G. England、K. Lee、W. Kolthammer、N. Langford 和 I. Walmsley，《物理评论快报》108，263602（2012年）。[63] E. Saglamyurek、T. Hrushevskyi、A. Rastogi、K. Heshami 和 L. J. LeBlanc，《自然·光子学》12，774（2018年）。[64] L. Heller、J. Lowinski、K. Theophilo、A. Padr´on-Brito 和 H. de Riedmatten，《物理评论应用》18，024036（2022年）。[65] D. G. England、K. A. Fisher、J.-P. W. MacLean、P. J. Bustard、R. Lausten、K. J. Resch 和 B. J. Sussman，《物理评论快报》114，053602（2015年）。[66] K. A. Fisher、D. G. England、J.-P. W. MacLean、P. J. Bustard、K. J. Resch 和 B. J. Sussman，《自然·通讯》7，1（2016年）。[67] P. J. Bustard、D. G. England、K. Heshami、C. Kupchak 和 B. J. Sussman，《物理评论A》95，053816（2017年）。

[68] E. Saglamyurek、N. Sinclair、J. A. Slater、K. Heshami、D. Oblak 和 W. Tittel，《新物理学杂志》16，065019（2014年）。[69] N. N. Oza、Y.-P. Huang 和 P. Kumar，IEEE 光子技术快报 26，356（2013）。[70] U. Purakayastha、C. P. Lualdi 和 P. G. Kwiat，载于《光学前沿》（Optica出版集团，2022年），第 FTu6B–1 页。[71] A. Alarcon、P. Gonz´alez、J. Cari˜ne、G. Lima 和 G. B. Xavier，《光学快报》28，33731（2020年）。[72] M. A. Hall、J. B. Altepeter 和 P. Kumar，《物理评论快报》106，053901（2011年）。[73] D. England、F. Bouchard、K. Fenwick、K. Bonsma-Fisher、Y. Zhang、P. J. Bustard 和 B. J. Sussman，《应用物理快报》119，160501（2021年）。[74] C. Kupchak、J. Erskine、D. England 和 B. Sussman，《光学快报》44，1427（2019年）。[75] T. Volz、A. Reinhard、M. Winger、A. Badolato、K. J. Hennessy、E. L. Hu 和 Imamoglu，《自然·光子学》6，605（2012年）。[76] C. Kupchak、P. J. Bustard、K. Heshami、J. Erskine、M. Spanner、D. G. England 和 B. J. Sussman，《物理评论A》96，053812（2017年）。[77] S. Friberg、Y. Silberberg、M. Oliver、M. Andrejco、M. Saifi 和 P. Smith，《应用物理快报》51，1135（1987）。[78] V. R. Almeida、C. A. Barrios、R. R. Panepucci 和 M. Lipson，《自然》431，1081（2004）。[79] K. Nozaki、T. Tanabe、A. Shinya、S. Matsuo、T. Sato、H. Taniyama 和 M. Notomi，《自然·光子学》4，477（2010）。[80] H. Kanbara、H. Kobayashi、T. Kaino、T. Kurihara、N. Ooba 和 K. Kubodera，美国光学学会杂志 B 11，2216（1994）。[81] L. S. Costanzo、A. S. Coelho、D. Pellegrino、M. S. Mendes、L. Acioli、K. N. Cassemiro、D. Felinto、A. Zavatta 和 M. Bellini，《物理评论快报》116，023602（2016）。[82] K. Shinbrough、B. D. Hunt、S. Park、K. Oolman、T. Loveridge、J. G. Eden 和 V. O. Lorenz，载于激光与电光学会议（CLEO）（Optica出版集团，2023年）。[83] K. Shinbrough、B. D. Hunt、S. Park、K. Oolman、J. G. Eden 和 V. O. Lorenz，载于《光学前沿》 + 激光科学2022（FIO, LS）（Optica出版集团，2022年），第 FTh3C.7 页。[84] K. Reim、J. Nunn、V. Lorenz、B. Sussman、K. Lee、N. Langford、D. Jaksch 和 I. Walmsley，《自然·光子学》4，218（2010年）。[85] A. S. Cacciapuoti、M. Caleffi、F. Tafuri、F. S. Cataliotti、S. Gherardini 和 G. Bianchi，IEEE 网络 34，137（2019）。[86] D. England、P. Michelberger、T. Champion、K. Reim、K. Lee、M. Sprague、X. Jin、N. Langford、W. Kolthammer、J. Nunn 等，《物理学杂志B辑：原子、分子与光学物理》45，124008（2012年）。[87] Q. He、M. Reid、E. Giacobino、J. Cviklinski 和 P. Drummond，《物理评论A》79，022310（2009）。[88] Y.-H. Chen、M.-J. Lee、I.-C. Wang、S. Du、Y.-F. Chen、Y.-C. Chen 和 A. Y. Ite，《物理评论快报》110，083601（2013）。[89] Y. Wang、J. Li、S. Zhang、K. Su、Y. Zhou、K. Liao、S. Du、H. Yan 和 S.-L. Zhu，《自然·光子学》13，346（2019）。[90] Y.-C. Wei、B.-H. Wu、Y.-F. Hsiao、P.-J. Tsai 和 Y.-C. Chen，《物理评论A》102，063720（2020）。[91] J. Nunn、K. Reim、K. Lee、V. Lorenz、B. Sussman、I. Walmsley 和 D. Jaksch，《物理评论快报》101，260502（2008）。[92] K. Surmacz、J. Nunn、K. Reim、K. Lee、V. Lorenz、B. Sussman、I. Walmsley 和 D. Jaksch，《物理评论A》78，033806（2008）。[93] Y. Pu、N. Jiang、W. Chang、H. Yang、C. Li 和 L. Duan，《自然·通讯》8，1（2017）。[94] M. Afzelius、C. Simon、H. De Riedmatten 和 N. Gisin，《物理评论 A》 79，052329 （ 2009 ）。[95] N. Sinclair 、 E. Saglamyurek 、 H. Mallahzadeh、J. A. Slater、M. George、R. Ricken、M. P. Hedges、D. Oblak、C. Simon、W. Sohler 等，《物理评论快报》113，053603（2014）。[96] G. Teja 和 S. K. Goyal，《科学报告》11，1（2021）。[97] I. M. Sobol，《模拟中的数学与计算机》55，271（2001）。[98] I. Sobol 和 S. Kucherenko，《蒙特卡洛方法与应用》11，83（2005）。[99] I. M. Sobol，《数学建模与计算实验》1，407（1993）。[100] T. Miya、Y. Terunuma、T. Hosaka 和 T. Miyashita，《电子学快报》4，106（1979）。[101] A. C. Leung、W. Lau、A. D. Tranter、K. V. Paul、M. Rambach、B. C. Buchler、P. K. Lam、A. G. White 和 T. J. Weinhold，arXiv 预印本 arXiv:2203.12108（2022年）。[102] M. Fleischhauer、A. Imamoglu 和 J. P. Marangos，《现代物理评论》77，633（2005）。[103] M. Fleischhauer 和 M. D. Lukin，《物理评论A》65，022314（2002）。

[104] M. Fleischhauer 和 M. D. Lukin, 《物理评论快报》84，5094（2000）。[105] D. F. Phillips、A. Fleischhauer、A. Mair、R. L. Walsworth 和 M. D. Lukin, 《物理评论快报》86，783（2001）。[106] A. I. Lvovsky、B. C. Sanders 和 W. Tittel, 《自然·光子学》3，706–714（2009）。[107] A. Rastogi、E. Saglamyurek、T. Hrushevskyi、S. Hubele 和 L. J. LeBlanc, 《物理评论A》100，012314（2019）。[108] L. Ma、O. Slattery 和 X. Tang, 《光学杂志》19，043001（2017）。[109] X. Lei、L. Ma、J. Yan、X. Zhou、Z. Yan 和 X. Jia, 《物理学进展：X》7，2060133（2022年）。[110] I. Novikova、R. L. Walsworth 和 Y. Xiao, 《激光与光子学评论》6，333（2012）。[111] Y.-F. Hsiao、P.-J. Tsai、H.-S. Chen、S.-X. Lin、C.-C. Hung、C.-H. Lee、Y.-H. Chen、Y.-F. Chen、A. Y. Ite 和 Y.-C. Chen, 《物理评论快报》120，183602（2018）。[112] Y. Dudin、L. Li 和 A. Kuzmich, 《物理评论A》87，031801（2013）。[113] G. Heinze、C. Hubrich 和 T. Halfmann, 《物理评论快报》111，033601（2013）。[114] K. Shinbrough、B. D. Hunt 和 V. O. Lorenz, 《物理评论A》103，062418（2021）。[115] J. Wolters、G. Buser、A. Horsley、L. B´eguin、A. J¨ockel、J.-P. Jahn、R. J. Warburton 和 P. Treut- lein, 《物理评论快报》119，060502（2017）。[116] A. Rastogi、E. Saglamyurek、T. Hrushevskyi 和 L. J. LeBlanc, 《物理评论快报》129，120502 2022( )。[117] E. Saglamyurek、T. Hrushevskyi、A. Rastogi、L. W. Cooke、B. D. Smith 和 L. J. LeBlanc, 《新物理学杂志》23，043028（2021）。[118] N. B. Phillips、A. V. Gorshkov 和 I. Novikova, 《物理评论A》83，063823（2011）。[119] N. Lauk、C. O'Brien 和 M. Fleischhauer, 《物理评论A》88，013823（2013）。[120] J. Geng、G. Campbell、J. Bernu、D. Higginbottom、B. Sparkes、S. Assad、W. Zhang、N. Robins、P. K. Lam 和 B. Buchler, 《新物理学杂志》16，113053（2014）。[121] L. Ma、O. Slattery 和 X. Tang, 《现代物理学快报B辑》32，1830001（2018）。[122] K. Zhang、J. Guo、L. Chen、C. Yuan、Z. Ou 和 W. Zhang, 《物理评论A》90，033823（2014）。[123] J. Nunn、J. Munns、S. Thomas、K. T. Kaczmarek、C. Qiu、A. Feizpour、E. Poem、B. Brecht、D. Saunders、P. M. Ledingham 等, 《物理评论A》96，012338（2017）。[124] M. Dabrowski、R. Chrapkiewicz 和 W. W̄asīl̄ewski, 《光学快报》22，26076（2014）。[125] S. E. Thomas、T. M. Hird、J. H. Munns、B. Brecht、D. J. Saunders、J. Nunn、I. A. Walmsley 和 P. M. Ledingham, 《物理评论A》100，033801（2019）。[126] N. E. Rehler 和 J. H. Eberly, 《物理评论A》3，1735（1971）。[127] S. Roof、K. Kemp、M. Havey 和 I. Sokolov, 《物理评论快报》117，073003（2016）。[128] S. A. Moiseev 和 S. Kr¨oll, 《物理评论快报》87，173601（2001）。[129] V. C. Vivoli、N. Sangouard、M. Afzelius 和 N. Gisin, 《新物理学杂志》15，095012（2013）。[130] A. Carvalho、R. Moreira、J. Ferraz、S. Vianna、L. Acioli 和 D. Felinto, 《物理评论A》101，053426 2020( )。[131] J. Nunn、I. Walmsley、M. Raymer、K. Surmacz、F. Waldermann、Z. Wang 和 D. Jaksch, 《物理评论A》75，011401（2007）。[132] K. A. Fisher、D. G. England、J.-P. W. MacLean、P. J. Bustard、K. Heshami、K. J. Resch 和 B. J. Sussman, 《物理评论A》96，012324（2017）。[133] D. England、P. Bustard、J. Nunn、R. Lausten 和 B. Sussman, 《物理评论快报》111，243601 2013( )。[134] P. J. Bustard、R. Lausten、D. G. England 和 B. J. Sussman, 《物理评论快报》111，083901 2013( )。[135] G. Campbell、K. Ferguson、M. Sellars、B. Buchler 和 P. Lam，arXiv 预印本 arXiv:1902.04313（2019）。[136] N. Sangouard、C. Simon、M. Afzelius 和 N. Gisin, 《物理评论A》75，032327（2007）。[137] B. Kraus、W. Tittel、N. Gisin、M. Nilsson、S. Kr¨oll 和 J. I. Cirac, 《物理评论A》73，020302（2006）。[138] C. Simon、M. Afzelius、J. Appel、A. Boyer de La Giroday、S. Dewhurst、N. Gisin、C. Hu、F. Jelezko、S. Kr¨oll、J. M¨uller 等, 《欧洲物理学杂志D辑》58，1（2010）。[139] D. L. McAuslan、P. M. Ledingham、W. R. Naylor、S. E. Beavan、M. P. Hedges、M. J. Sellars 和 J. J. Longdell, 《物理评论A》84，022309（2011）。[140] S. Moiseev, 《物理学杂志B辑：原子、分子与光学物理》40，3877（2007）。[141] J. J. Longdell、G. Hetet、P. K. Lam 和 M. Sellars, 《物理评论A》78，032337（2008）。[142] M. P. Hedges、J. J. Longdell、Y. Li 和 M. J. Sellars, 《自然》465，1052（2010）。[143] B. Lauritzen、J. Min´a˘r、H. De Riedmatten、M. Afzelius、N. Sangouard、C. Simon 和 N. Gisin, 《物理评论快报》104，080502（2010）。

[144] A. C. Leung, K. S. I. Melody, A. D. Tranter, K. V. Paul, G. T. Campbell, P. K. Lam 和 B. C. Buchler, 《新物理学杂志》24, 093011（2022年）。[145] B. M. Sparkes, J. Bernu, M. Hosseini, J. Geng, Q. Glorieux, P. A. Altin, P. K. Lam, N. P. Robins 和 B. C. Buchler, 物理学杂志：会议系列467, 012009（2013）。[146] B. M. Sparkes, M. Hosseini, G. H´etet, P. K. Lam 和 B. C. Buchler, 《物理评论A》82, 043847 2010( )。[147] H. De Riedmatten, M. Afzelius, M. U. Staudt, C. Simon 和 N. Gisin, 《自然》456, 773（2008）。[148] E. Saglamyurek, M. Grimau Puigibert, Q. Zhou, L. Giner, F. Marsili, V. B. Verma, S. Woo Nam, L. Oesterling, D. Nippa, D. Oblak 等, 《自然·通讯》7, 11202（2016年）。[149] M. Bonarota, V. Damon, T. Chaneli`ere, J.-L. Le Gou¨et 和 M. Pascual-Winter, 载于《量子信息与测量》（Optica出版集团，2012年），第QW2A–6页。[150] J. Ruggiero, J.-L. Le Gou¨et, C. Simon 和 T. Chaneliere, 《物理评论A》79, 053851（2009年）。[151] J. Dajczgewand, J.-L. L. Gou¨et, A. Louchet-Chauvet 和 T. Chaneli`ere, 《光学快报》39, 2711（2014年）。[152] V. Damon, M. Bonarota, A. Louchet-Chauvet, T. Chaneliere 和 J.-L. Le Gou¨et, 《新物理学杂志》13, 093031（2011年）。[153] M. Bonarota, J. Dajczgewand, A. Louchet-Chauvet, J.-L. Le Gou¨et 和 T. Chaneli`ere, 激光物理24, 094003（2014年）。[154] M. Minnegaliev, K. Gerasimov, T. Sabirov, R. Urmancheev 和 S. Moiseev, JETP快报115, 720 2022( )。[155] M. Minnegaliev, K. Gerasimov, R. Urmancheev 和 S. Moiseev, 载于《EPJ会议网络》第190卷（EDP科学，2018年），第03007页。[156] K. Gerasimov, M. Minnegaliev, S. Moiseev, R. Urmancheev, T. Chaneli`ere 和 A. Louchet- Chauvet, 光学与光谱学123, 211（2017年）。[157] M. Minnegaliev, K. Gerasimov, R. Urmancheev, A. Zheltikov 和 S. Moiseev, 《物理评论B》103, 174110（2021年）。[158] S. Jiang, X.-M. Luo, L.-Q. Chen, B. Ning, S. Chen, J.-Y. Wang, Z.-P. Zhong 和 J.-W. Pan, 《物理评论A》80, 062303（2009年）。[159] J. Guo, X. Feng, P. Yang, Z. Yu, L. Q. Chen, C.-H. Yuan 和 W. Zhang, 《自然·通讯》10, 148（2019年）。[160] S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands 和 D. Meschede, 《物理评论A》56, R1063（1997年）。[161] S. Manz, T. Fernholz, J. Schmiedmayer 和 J.-W. Pan, 《物理评论A》75, 040101（2007年）。[162] W. Happer, 《现代物理评论》44, 169（1972年）。[163] M. Bouchiat 和 J. Brossel, 《物理评论》147, 41（1966年）。[164] D. Rousseau, G. Patterson 和 P. Williams, 《物理评论快报》34, 1306（1975年）。[165] B. Zhao, Y.-A. Chen, X.-H. Bao, T. Strassel, C.-S. Chuu, X.-M. Jin, J. Schmiedmayer, Z.-S. Yuan, S. Chen 和 J.-W. Pan, 《自然·物理》5, 95（2009年）。[166] D. Main, T. Hird, S. Gao, E. Oguz, D. Saunders, I. Walmsley 和 P. Ledingham, 《物理评论A》103, 043105（2021年）。[167] J. Appel, E. Figueroa, D. Korystov, M. Lobino 和 A. Lvovsky, 《物理评论快报》100, 093602 2008( )。[168] H. P. Specht, C. N¨olleke, A. Reiserer, M. Uphoff, E. Figueroa, S. Ritter 和 G. Rempe, 《自然》473, 190（2011年）。[169] L. Tian, S. Li, Z. Zhang 和 H. Wang, 《物理学杂志B辑：原子、分子与光学物理》48, 035506（2015年）。[170] C. Vidal 和 J. Cooper, 《应用物理学杂志》40, 3370（1969年）。[171] C. Vidal 和 F. Haller, 科学仪器评论42, 1779（1971年）。[172] C. Vidal, 物理科学实验方法29, 67（1996年）。[173] S. Hendrickson, M. Lai, T. Pittman 和 J. Franson, 《物理评论快报》105, 173602（2010年）。[174] S. Ghosh, A. R. Bhagwat, C. K. Renshaw, S. Goh, A. L. Gaeta 和 B. J. Kirby, 《物理评论快报》97, 023603（2006年）。[175] W. Yang, D. B. Conkey, B. Wu, D. Yin, A. R. Hawkins 和 H. Schmidt, 《自然·光子学》1, 331 2007( )。[176] E. Alexandrov, M. Balabas, D. Budker, D. English, D. Kimball, C.-H. Li 和 V. Yashchuk, 《物理评论A》66, 042903（2002年）。[177] T. Karaulanov, M. Graf, D. English, S. Rochester, Y. Rosen, K. Tsigutkin, D. Budker, E. Alexan- drov, M. Balabas, D. J. Kimball 等, 《物理评论A》79, 012902（2009年）。[178] E. Talker, P. Arora, R. Zektzer, Y. Sebbag, M. Dikopltsev 和 U. Levy, 《物理评论应用》15, L051001（2021年）。

[179] R. Kalish, 《物理学杂志D：应用物理》40, 6467（2007年）。[180] D. G. England, K. A. G. Fisher, J.-P. W. MacLean, P. J. Bustard, K. Heshami, K. J. Resch 和 B. J. Sussman, 《物理评论快报》117, 073603（2016年）。[181] K. Lee, B. Sussman, M. Sprague, P. Michelberger, K. Reim, J. Nunn, N. Langford, P. Bustard, D. Jaksch 和 I. Walmsley, 《自然·光子学》6, 41（2012年）。[182] N. Ohlsson, R. K. Mohan 和 S. Kr¨oll, 《光学通信》201, 71（2002年）。[183] J. H. Wesenberg, K. Mølmer, L. Rippe 和 S. Kr¨oll, 《物理评论A》75, 012304（2007年）。[184] V. Hizhnyakov, V. Boltrushko, H. Kaasik 和 Y. Orlovskii, 《光学通信》485, 126693（2021年）。[185] I. Roos 和 K. Mølmer, 《物理评论A》69, 022321（2004年）。[186] A. Walther, L. Rippe, Y. Yan, J. Karlsson, D. Serrano, A. Nilsson, S. Bengtsson 和 S. Kr¨oll, 《物理评论A》92, 022319（2015年）。[187] R. Ahlefeldt, M. Pearce, M. R. Hush 和 M. Sellars, 《物理评论A》101, 012309（2020年）。[188] M. Grimm, A. Beckert, G. Aeppli 和 M. M¨uller, 《物理评论X·量子》2, 010312（2021年）。[189] C. W. Thiel, T. B¨ottger 和 R. Cone, 《发光学杂志》131, 353（2011年）。[190] T. Zhong, J. M. Kindem, J. Rochman 和 A. Faraon, 《自然·通讯》8, 1（2017年）。[191] A. Arcangeli, R. M. Macfarlane, A. Ferrier 和 P. Goldner, 《物理评论B》92, 224401（2015年）。[192] T. B¨ottger, C. Thiel, R. Cone 和 Y. Sun, 《物理评论B》79, 115104（2009年）。[193] M. Zhong, M. P. Hedges, R. L. Ahlefeldt, J. G. Bartholomew, S. E. Beavan, S. M. Wittig, J. J. Longdell 和 M. J. Sellars, 《自然》517, 177（2015年）。[194] G. Liu 和 B. Jacquier, 《光学材料中稀土元素的光谱性质》第83卷（施普林格科学与商业媒体，2006年）。[195] R. Ahlefeldt 等，《用于量子计算的化学计量稀土晶体评估》，博士论文，澳大利亚国立大学（2013年）。[196] N. Kunkel 和 P. Goldner, Zeitschrift f¨ur anorganische und allgemeine Chemie 644, 66（2018年）。[197] S. Hastings-Simon, B. Lauritzen, M. U. Staudt, J. L. M. van Mechelen, C. Simon, H. de Riedmat- ten, M. Afzelius 和 N. Gisin, 《物理评论B》78, 085410（2008年）。[198] W. Yen, R. Greene, W. Scott 和 D. Huber, 《物理评论》140, A1188（1965年）。[199] A. Kinos, L. Rippe, A. Walther 和 S. Kr¨oll, 《物理评论A》105, 032608（2022年）。[200] Z.-Q. Zhou, Y. Ma, T. Tu, P.-Y. Li, Z.-F. Li, C. Liu, P.-J. Liang, X. Liu, Y.-L. Hua, T.-S. Yang 等, arXiv预印本 arXiv:1803.03075（2018年）。[201] E. Fraval, M. Sellars 和 J. Longdell, 《物理评论快报》92, 077601（2004年）。[202] J. Longdell, A. Alexander 和 M. Sellars, 《物理评论B》74, 195101（2006年）。[203] D. McAuslan, J. Bartholomew, M. Sellars 和 J. J. Longdell, 《物理评论A》85, 032339（2012年）。[204] S. Beavan, E. Fraval, M. Sellars 和 J. J. Longdell, 《物理评论A》80, 032308（2009年）。[205] M. Hain, M. Stabel 和 T. Halfmann, 《新物理学杂志》24, 023012（2022年）。[206] M. Pascual-Winter, R.-C. Tongning, T. Chaneliere 和 J.-L. Le Gou ¨ **86**, et, 《物理评论B》( ) 184301, 2012。[207] M. Lovri´c, D. Suter, A. Ferrier 和 P. Goldner, 《物理评论快报》111, 020503（2013年）。[208] E. Fraval, M. J. Sellars 和 J. J. Longdell, 《物理评论快报》95, 030506（2005年）。[209] R. Macfarlane, A. Cassanho 和 R. Meltzer, 《物理评论快报》69, 542（1992年）。[210] E. Lafitte-Houssat, A. Ferrier, S. Welinski, L. Morvan, M. Afzelius, P. Berger 和 P. Goldner, 《光学材料：X》14, 100153（2022年）。[211] C. Thiel, R. Macfarlane, T. B¨ottger, Y. Sun, R. Cone 和 W. Babbitt, 《发光学杂志》130, 1603（2010年）。[212] C. W. Thiel, N. Sinclair, W. Tittel 和 R. L. Cone, 《物理评论快报》113, 160501（2014年）。[213] A. Tiranov, A. Ortu, S. Welinski, A. Ferrier, P. Goldner, N. Gisin 和 M. Afzelius, 《物理评论B》98, 195110（2018年）。[214] Y. Sun, C. Thiel 和 R. Cone, 《物理评论B》85, 165106（2012年）。[215] M. Sellars, E. Fraval 和 J. Longdell, 《发光学杂志》107, 150（2004年）。[216] R. L. Ahlefeldt, M. R. Hush 和 M. J. Sellars, 《物理评论快报》117, 250504（2016年）。[217] R. Equall, R. Cone 和 R. Macfarlane, 《物理评论B》52, 3963（1995年）。[218] J. Karlsson, N. Kunkel, A. Ikesue, A. Ferrier 和 P. Goldner, 《物理学杂志：凝聚态》29, 125501（2017年）。[219] P. Goldner 和 O. Guillot-No¨el, 《分子物理学》102, 1185（2004年）。[220] I. Nakamura, T. Yoshihiro, H. Inagawa, S. Fujiyoshi 和 M. Matsushita, 《科学报告》4, 7364 2014( )。[221] A. Louchet, Y. Le Du, T. Brouri, F. Bretenaker, T. Chaneli¨ere, F. Goldfarb, I. Lorger´e 和 J.-L. 46

Le Gou¨et, 《固态科学》10，1374（2008年）。[222] H. Fan、K. H. Kagalwala、S. V. Polyakov、A. L. Migdall 和 E. A. Goldschmidt, 《物理评论A》99，053821（2019年）。[223] J. M. Kindem、J. G. Bartholomew、P. J. Woodburn、T. Zhong、I. Craiciu、R. L. Cone、C. W. Thiel 和 A. Faraon, 《物理评论B》98，024404（2018年）。[224] S. Probst、H. Rotzinger、A. Ustinov 和 P. Bushev, 《物理评论B》92，014421（2015年）。[225] A. Ortu、A. Tiranov、S. Welinski、F. Fr¨owis、N. Gisin、A. Ferrier、P. Goldner 和 M. Afzelius, 《自然材料》17，671（2018年）。[226] S. Welinski、P. J. T. Woodburn、N. Lauk、R. L. Cone、C. Simon、P. Goldner 和 C. W. Thiel, 《物理评论快报》122，247401（2019年）。[227] E. Z. Cruzeiro、A. Tiranov、J. Lavoie、A. Ferrier、P. Goldner、N. Gisin 和 M. Afzelius, 《新物理学杂志》20，053013（2018年）。[228] E. Z. Cruzeiro、A. Tiranov、I. Usmani、C. Laplane、J. Lavoie、A. Ferrier、P. Goldner、N. Gisin 和 M. Afzelius, 《物理评论B》95，205119（2017年）。[229] D. Hashimoto 和 K. Shimizu, 《发光学杂志》171，183（2016年）。[230] M. Ran˘ci´c、M. P. Hedges、R. L. Ahlefeldt 和 M. J. Sellars, 《自然·物理》14，50（2018年）。[231] S. Welinski、A. Tiranov、M. Businger、A. Ferrier、M. Afzelius 和 P. Goldner, 《物理评论X》10，031060（2020年）。[232] N. Timoney、I. Usmani、P. Jobez、M. Afzelius 和 N. Gisin, 《物理评论A》88，022324（2013年）。[233] K. Kutluer、M. F. Pascual-Winter、J. Dajczgewand、P. M. Ledingham、M. Mazzera、T. Chaneli`ere 和 H. de Riedmatten, 《物理评论A》93，040302（2016年）。[234] J. S. Stuart、M. Hedges、R. Ahlefeldt 和 M. Sellars, 《物理评论研究》3，L032054（2021年）。[235] T. Zhong、J. M. Kindem、J. G. Bartholomew、J. Rochman、I. Craiciu、E. Miyazono、M. Bettinelli、E. Cavalli、V. Verma、S. W. Nam 等, 《科学》357，1392（2017年）。[236] E. Saglamyurek、N. Sinclair、J. Jin、J. A. Slater、D. Oblak、F. Bussieres、M. George、R. Ricken、W. Sohler 和 W. Tittel, 《自然》469，512（2011年）。[237] A. Seri、A. Lenhard、D. Riel¨ander、M. G¨undo˘gan、P. M. Ledingham、M. Mazzera 和 H. de Ried- matten, 《物理评论X》7，021028（2017年）。[238] F. Bussi`eres、C. Clausen、A. Tiranov、B. Korzh、V. B. Verma、S. W. Nam、F. Marsili、A. Ferrier、P. Goldner、H. Herrmann 等, 《自然·光子学》8，775（2014年）。[239] D. Riel¨ander、K. Kutluer、P. M. Ledingham、M. G¨undo˘gan、J. Fekete、M. Mazzera 和 H. de Riedmatten, 《物理评论快报》112，040504（2014年）。[240] T.-X. Zhu、C. Liu、M. Jin、M.-X. Su、Y.-P. Liu、W.-J. Li、Y. Ye、Z.-Q. Zhou、C.-F. Li 和 G.-C. Guo, 《物理评论快报》128，180501（2022年）。[241] A. Seri、G. Corrielli、D. Lago-Rivera、A. Lenhard、H. de Ried matten、R. Osellame 和 M. Mazzera，Optica 5，934（2018年）。[242] A. Seri、D. Lago-Rivera、A. Lenhard、G. Corrielli、R. Osellame、M. Mazzera 和 H. de Riedmatten, 《物理评论快报》123，080502（2019年）。[243] M. G¨undo˘gan、P. M. Ledingham、A. Almasi、M. Cristiani 和 H. De Riedmatten, 《物理评论快报》108，190504（2012年）。[244] X. Liu、J. Hu、Z.-F. Li、X. Li、P.-Y. Li、P.-J. Liang、Z.-Q. Zhou、C.-F. Li 和 G.-C. Guo, 《自然》594，41（2021年）。[245] C. Clausen、I. Usmani、F. Bussieres、N. Sangouard、M. Afzelius、H. de Riedmatten 和 N. Gisin, 《自然》469，508（2011年）。[246] J. V. Rakonjac、D. Lago-Rivera、A. Seri、M. Mazzera、S. Grandi 和 H. de Riedmatten, 《物理评论快报》127，210502（2021年）。[247] D. Lago-Rivera、J. V. Rakonjac、S. Grandi 和 H. de Riedmatten，arXiv预印本 arXiv:2209.06249（2022年）。[248] D. Lago-Rivera、S. Grandi、J. V. Rakonjac、A. Seri 和 H. de Riedmatten, 《自然》594，37（2021年）。[249] Y. Ma、Y.-Z. Ma、Z.-Q. Zhou、C.-F. Li 和 G.-C. Guo, 《自然·通讯》12，1（2021年）。[250] I. Craiciu、M. Lei、J. Rochman、J. M. Kindem、J. G. Bartholomew、E. Miyazono、T. Zhong、N. Sinclair 和 A. Faraon, 《物理评论应用》12，024062（2019年）。[251] M. F. Askarani、T. Lutz、V. B. Verma、M. D. Shaw、S. W. Nam、N. Sinclair、D. Oblak、W. Tittel 等, 《物理评论应用》11，054056（2019年）。[252] J. H. Davidson、P. Lefebvre、J. Zhang、D. Oblak 和 W. Tittel, 《物理评论A》101，042333（2020年）。[253] A. Corney, 《原子与激光光谱学》（牛津克拉伦登出版社，1978年）。[254] N. B. Phillips、A. V. Gorshkov 和 I. Novikova, 《物理评论A》78，023801（2008年）。

[255] I. Novikova、A. V. Gorshkov、D. F. Phillips、A. S. Sørensen、M. D. Lukin 和 R. L. Walsworth，《物理评论快报》**98**，243602（2007年）。

[256] M. Bonarota, J. Ruggiero, J.-L. Le Gou¨et, and T. Chaneli`ere，《物理评论A》**81**, 033803（2010年）。

[257] [1] E. Saglamyurek, *et al.*,《自然·光子学》12, 774 (2018). [2] A. Rastogi, *et al.*,《物理评论A》100, 012314 (2019). [3] E. Saglamyurek, *et al.*,《物理评论研究》1, 022004(R) (2019). [4] E. Saglamyurek, *et al.*,《新物理学杂志》23, 043028 (2021). [5] D. G. England, *et al.*,《物理评论快报》114, 053602 (2015). [6] K. A. Fisher, *et al.*,《物理评论A》96, 012324 (2017). [7] D. G. England, *et al.*,《物理评论快报》111, 243601 (2013). [8] P. J. Bustard, *et al.*,《物理评论快报》111, 083901 (2013). [9] E. Saglamyurek, *et al.*,《自然》469, 512 (2011). [10] P. S. Michelberger, *et al.*,《新物理学杂志》17, 043006 (2015). [11] M. R. Sprague, *et al.*,《自然·光子学》8, 287 (2014). [12] K. F. Reim, *et al.*,《自然·光子学》4, 218 (2010). [13] K. F. Reim, *et al.*,《物理评论快报》107, 053603 (2011). [14] R. A. Akhmedzhanov, *et al.*,《激光物理快报》13, 015202 (2016). [15] Z.-Q. Zhou, *et al.*,《物理评论快报》115, 070502 (2015). [16] S. E. Thomas, *et al.*,《物理评论A》100, 033801 (2019). [17] D.-S. Ding, *et al.*,《光：科学与应用》 5, e16157 (2016). [18] K.T. Kaczmarek, *et al.*,《物理评论 A 》 97, 042316 ( 2018). [19] R. Finkelstein, *et al.*,《科学进展》4, eaap8598 (2018). [20] D. J. Saunders, *et al.*,《物理评论快报》116, 090501 (2016). [21] J. Guo, *et al.*,《自然·通讯》10, 148 (2019). [22] Y.-C. Wei, *et al.*,《物理评论A》102, 063720 (2020). [23] R. Finkelstein, *et al.*,《物理评论X》11, 011008 (2021). [24] G. Buser, *et al.*,《PRX量子》3, 020349 (2022). [25] C. Clausen, *et al.*,《自然》469, 508 (2011). [26] L. Heller, *et al.*,《物理评论应用》18, 024036 (2022). [27] J. Wolters, *et al.*,《物理评论快报》119, 060502 (2017). [28] I. Craiciu, *et al.*,《物理评论应用》12, 024062 (2019). [29] S. E. Thomas, *et al.*, arXiv 2211.04415v1 (2022). [30]K. Shinbrough, *et al.*, 载于激光与电光学会议（CLEO）（Optica出版集团，2023）。[31] A. Rastogi, *et al.*,《物理评论快报》129, 120502 (2022). [32] N. Sinclair, *et al.*,《物理评论快报》113, 053603 (2014). [33] T. Zhong, *et al.*,《科学》357, 1392 (2017). [34] H. de Riedmatten, *et al.*,《自然》456, 773 (2008). [35] Z.-Q. Zhou, *et al.*,《物理评论快报》108, 190505 (2012). [36] M. Askrani, *et al.*,《物理评论应用》11, 054056 (2019). [37] J. Davidson, *et al.*,《物理评论A》101, 042333 (2020). [38] M. Businger, *et al.*,《自然·通讯》13, 6438 (2022). [39] X. Liu, *et al.*,《自然》594, 41 (2021). [40] K. S. Choi, *et al.*,《自然》452, 67 (2008). [41] M.-H. Jiang, *et al.*, arXiv:2212.12898v1 [量子物理] (2022). [42] D. Main, *et al.*,《光学快报》46, 2960 (2021). [43] D.-S. Ding, *et al.*,《自然·光子学》9, 332 (2015). [44] D.-S. Ding, *et al.*,《自然·通讯》4, 2527 (2013). [45] W. Zhang, *et al.*,《自然·通讯》7, 13514 (2016). [46] O. Davidson, *et al.*, arXiv:2212.04263 [量子物理] (2022). [47] J. Jin, *et al.*,《物理评论快报》115, 140501 (2015). [48] E. Saglamyurek, *et al.*,《自然·通讯》7, 11202 (2016). [49] F. Bussieres, *et al.*,《自然·光子学》8, 775 (2014). [50] J.-S. Tang, *et al.*,《自然·通讯》6, 8652 (2015). [51] A. Tiranov, *et al.*,《物理评论快报》117, 240506 (2016). [52] S.-H. Wei, *et al.*, arXiv:2209.00802 [量子物理] (2022). [53] E. Saglamyurek, *et al.*,《自然·光子学》9, 83 (2015).

[54] D.-C. Liu, *et al.*,《物理评论快报》**129**, 210501 (2022). [55] P. J. Bustard, *et al.*,《物理评论快报》**128**, 120501 (2022). [56] M. Bouillard, *et al.*,《物理评论快报》**122**, 210501 (2019). [57] T. B. Pittman, *et al.*,《物理评论A》**66**, 042303 (2002). [58] F. Kaneda, *et al.*, Optica **2**, 1010 (2015). [59] F. Kaneda, P. G. Kwiat,《科学进展》**5**, eaaw8586 (2019). [60] C. Xiong, *et al.*,《自然·通讯》**7**, 10853 (2016). [61] K. Makino, *et al.*,《科学进展》**2**, e1501772 (2016). [62] S. Clemmen, *et al.*,《光学快报》**43**, 2138 (2018). [63] T. B. Pittman, *et al.*,《物理评论A》**66**, 062302 (2002). [64] X.-L. Pang, *et al.*,《科学进展》**6**, eaax1425 (2020). [65] E. Meyer-Scott, *et al.*,《物理评论快报》**129**, 150501 (2022). [258] J. Migdalek and W. Baylis,《物理评论A》**42**, 6897 (1990).