基于 Kuramoto 模型的自演化储备池计算机

Zhihao Zuo[1,3], Zhongxue Gan[1,2,a)], Yuchuan Fan[4], Vjaceslavs Bobrovs[5], Xiaodan Pang[3,4,5], Oskars Ozolins[3,4,5,a)][1]复旦大学工程与技术学院，中国上海 200433[2]季华实验室智能机器人工程研究中心，中国广东 528200[3]瑞典皇家理工学院应用物理系，106 91 斯德哥尔摩，瑞典[4]瑞典研究院，164 40 希斯塔，瑞典[5]里加技术大学电信研究所，拉脱维亚里加，LV-1048a) 通信作者：ganzhongxue@fudan.edu.cn, ozolins@kth.se

摘要：人脑突触具有显著的活动依赖可塑性，神经元的连接模式会根据神经元活动而发生剧烈变化。作为一种仿生神经网络，储备池计算（RC）在处理时空信息方面具有独特优势。然而，典型的储备池架构要么仅考虑静态随机网络，要么将神经元动力学与连接性分开考虑。本文提出一种结构自主发展储备池计算模型（sad-RC），其结构能够针对具体问题自适应调整，无需任何人类专家知识。具体而言，我们采用相位振子的自适应网络来实现储备池；这是一种常用于描述生物神经网络突触可塑性的模型。在这一协同演化动态系统中，储备池内节点的动力学与耦合权重在受到外部输入扰动时不断相互作用并共同演化。

I. 引言

神经形态计算涉及类脑计算架构，能够模仿神经系统的行为，以解决机器学习（ML）领域中的难题。[1] 作为一种神经形态计算范式，储备池计算（RC）在从现实问题中提取时空信息方面具有无可比拟的优势，[2–4] 例如语音识别、[5,6] 动态模式识别、[7,8] 金融预测[9] 以及机器人运动控制。[10]通常，储备池计算由许多相互作用的神经元节点组成，这些节点统称为“储备池”。即使是这样简单的网络，也能产生复杂的动力学行为。[11] 输入外部输入信号后，储备池的动力学行为能够提取时空信息，并将其映射到高维特征空间。这个动态系统包含丰富的输入数据特征，就像一个储备池。随后，只需训练简单的读出权重，即可读取储备池的状态并将其映射为期望输出。[2,12] 也就是说，一旦扰动在储备池中诱发瞬态动力学，读出层便会将系统的轨迹转换为目标输出。与其他循环神经网络（RNNs）相比，储备池计算只需对读出层进行训练，因此训练阶段效率更高。[13,14]

传统上，典型的储备池采用固定的随机连接，这被认为是储备池计算的主要优势。[2] 直观地看，储备池的随机结构不太可能达到最优。越来越多的证据表明，储备池只有在“混沌边缘”才能展现最佳性能。[11,15] 然而，通过随机选取一个点，恰好在储备池计算的误差景观中命中最小值的概率几乎为零。因此，储备池的确定需要大量试验，甚至还要依靠运气。[16] 目前已有若干关于储备池计算的理论。例如，Jaeger 提出，应将谱半径设置为略低于 1，以确保储备池具备回声状态属性（回声状态性质）。[17]此外，还有研究提出了关于回声状态性质的更严格界限。[18]然而，在实践中，如何针对特定应用构建具有某些“理想”属性的储备池，仍有待确定。

人们已尝试调整储备池，以提升其在特定应用中的性能。首先，我们可以采用机器学习领域的一些搜索算法来寻找最优储备池。例如，遗传算法、[19] NEAT、[20] 和 Evolino[21] 都基于这样一个事实：随机储备池的性能呈现为一种分布。其次，也有人提出从一个较大的初始储备池中剪除“较差”的节点。[22] 最后，另一种普遍的方案是储备池自适应。在这种方案中，利用无监督学习规则改变储备池参数。外部动力学可以嵌入储备池，而无需明确预设响应。[20,23] 此外，也可以将子储备池视为最小的自适应单元，而非神经元节点。[24,25] 最终会构建出多个子储备池网络。通过选择恰当的结构，这些算法很容易实现。然而，这也引入了机器学习固有的缺陷，例如黑箱、高计算成本和收敛缓慢，这些都与储备池计算的本质相悖。此外，人们还提出了一些受生物学启发的通用方法，通过采用不同的神经元模型来构建储备池计算，例如赫布规则和内在可塑性。[26–29] 然而，根据 Jaeger 的观点，仅仅将赫布规则应用于储备池计算，并不能显著提升性能。[30] 简单的相关或

反相关性不足以通过赫布规则改善储备池动力学。

典型的储备池构造只考虑静态网络，或将神经元动力学与连接性动力学分开处理。典型的人脑中约有860亿个神经元。观察大脑时，可以发现其中存在一种对信息处理至关重要的特定结构。[31]在微观层面，大脑中的突触具有很强的活动依赖性可塑性。神经元的连接模式会随神经元活动而发生显著变化。[32]在宏观层面，随着神经元在整个生命周期中的发育，大脑结构的变化呈现出非线性轨迹。[33] 据报道，在许多生物网络中，网络拓扑结构的进化会受到元素状态的显著影响，反之亦然。[32] 自适应网络通常用于实现突触可塑性，而突触可塑性决定了神经网络中的学习、记忆和发育。[34,35] 在这种协同演化动态系统中，节点间的耦合权重与节点处活跃元素的状态相互作用并共同演化。爆炸性同步（ES）在自适应网络中更为常见，此时储备池能够保持出色的计算性能。[36,37]

受这些生物学和物理学发现的启发，我们提出了一种结构自主发展储备池计算模型（sad-RC），以实现储备池中的结构可塑性和连接可塑性。在发展阶段，在外部输入的刺激下，储备池中的节点和突触动力学持续协同演化。这种自主发展机制使储备池能够将其内部动力学调整至适应给定任务。因此，通过“物理学加信息”发展出特定结构的储备池。[38] 据作者所知，目前大多数研究都聚焦于网络代际间的进化。与此同时，外部刺激下储备池结构的发展尚未得到充分关注。

本文首先在两项基准测试——预测和记忆容量——中，评估 sad- 储备池计算在四种具有代表性的人工及现实生活动态中的性能。随后，我们引入序参量，以阐释该模型在广阔误差景观中的泛化能力。接着，我们尝试从同步视角解答这一疑问[30] ： 为什么仅仅应用赫布规则无法显著提升储备池的性能？实验和理论分析均表明，我们的模型能够模拟体内神经元网络的多种发育机制。我们的模型简洁而有力地阐释了人脑中的神经网络如何在缺乏充分理解的无监督适应机制的情况下，发展出某些连接模式。因此，它是下一代储备池计算和神经形态硬件设计的理想候选方案。

II. 方法论

2.1 结构自主发展储备池计算机

我们考虑一个由外部输入扰动的自适应网络，其中包含N个振荡器；节点间的耦合权重与节点处活性元件的状态相互作用并共同演化。当数据输入储备池计算机时，储备池节点提取信息，并将其从低维输入空间转换到高维特征空间。与此同时，连接会根据自主发展机制自动调整其耦合强度。自适应振荡储备池计算机结构背后的基本思想是：如果提供了构建适当计算结果所需的全部信息，那么在回声状态性质（ESP）的支配下，不仅储备池状态的轨迹应当收敛，储备池内部连接结构也应在自主发展机制的控制下演化为任务特定网络。

如果提供了构建正确计算结果所需的所有信息，那么在回声状态性质（ESP）的支配下，储备池状态的轨迹应当收敛。同时，储备池的内部连接结构可以在自主发展机制的控制下，演化为任务特定网络。

我们首先考虑一个由 N 个 Kuramoto类相位振荡器构成的网络。每个振荡器的动力学可由相位 $\theta_i(t) \in [0,2\pi)$ 描述

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \lambda \sum_{j=1}^{N} k_{ij}\, sin(\theta_j - \theta_i + u(t)), \qquad (1)$$

其中，ω_i 是节点 i , $i = 1, \dots, N$ 的固有频率，$\lambda > 0$ 是全局耦合强度，k_{ij} 是网络邻接矩阵 K 的元素。$u(t)$ 是输入数据。我们使用这一扩展Kuramoto模型来模拟储备池计算机池中的神经元行为。[39]

接下来，我们为耦合权重 k_{ij} 提出一种动力自适应模型。由于其动力学仅取决于振荡器的相对时序是自然而然的，以下模型因此是合理的

$$\frac{dk_{ij}}{dt} = -\varepsilon\, sin(\theta_j - \theta_i + \beta), |k_{ij}| \le 1. \qquad (2)$$

参数 ε 表示该动力学的时间尺度，它远长于振荡器动力学的时间尺度，即 $\varepsilon \ll 1$ 。约束条件 $|k_{ij}| \le 1$表示，如果 k_{ij} 取值超出区间 $[-1,1]$，则会立即将其设为相应的边界值（-1 或 1）。

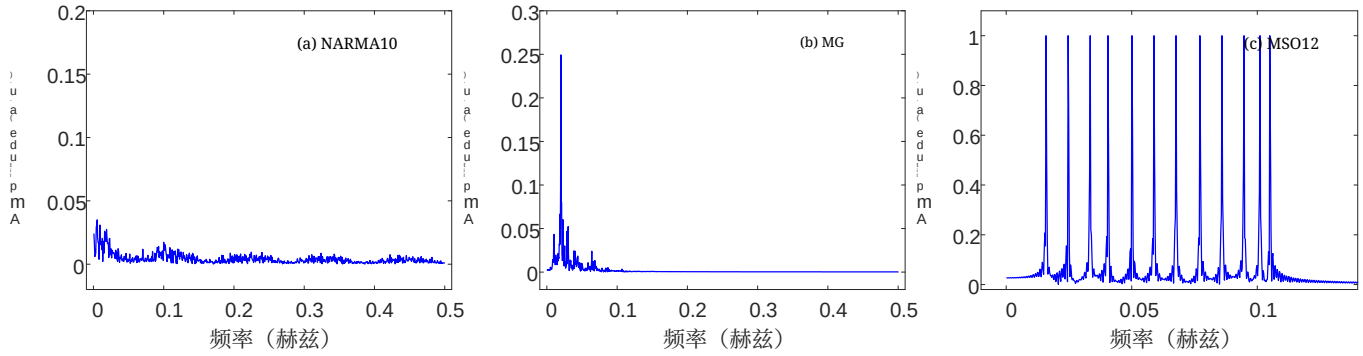


图 1. 快速 (a) NARMA10、(b) MG时间序列和 (c) MSO12 输入信号的傅里叶变换结果 .

由于耦合权重不可能无限增长，因此这种限制是合理的。我们通过数值计算证实，尽管耦合权重的分布是随机初始化的，但在输入流的扰动下，网络很快就会收敛到一种特定结构。该演化函数决定了耦合权重的变化如何取决于振荡器之间的相位差。在这里，我们将 β 称为特征参数，因为它控制着演化函数的特性；我们将在后文对此进行深入研究。

按照传统训练方法，储备池采用随机方式初始化。在达到稳定的神经元状态之前，通常会舍弃最初100到200步的神经元状态，这一阶段称为洗出阶段。[17] 在许多场景中，获取更多数据的成本过高。舍弃数据会导致数据浪费问题。为充分利用数据，我们强调，神经网络能够在洗出阶段受到外部刺激后进行演化并调整突触权重分布，最终重塑出稳定的结构。算法1展示了储备池计算机所采用的自主发展机制流程：

算法1. 在自主发展机制的治理下，储备池网络演化为特定结构。1. 初始化邻接矩阵 K、神经元状态 Θ 、谱半径 ρ；2. **对于** $i = 1$ 到 L_{train} （训练数据的长度）**执行**3. 根据（1）更新神经元状态 Θ ； 4. **如果** $i < L_{adev}$ （用于调整网络结构的数据长度）

then

5. 根据式（2）更新邻接矩阵 K；6. 重新缩放矩阵 K 的谱半径：$\rho(K) = \rho$；7. **否则**8. 收集神经元状态 Θ；9. **结束条件判断**10. **结束循环**11. 通过岭回归竞争输出权重 W_{out} ； 12. **对** $i = 1$ 到 L_{test} （测试模型的数据长度）**执行**13. 根据式（1）更新神经元状态 Θ ； 14. 根据 W_{out} 收集预测值：$\hat{y}(t) = W_{out}\theta(t)$；15. **结束循环** 16. 计算模型误差。

其中，$\hat{y}(t) \in \mathrm{R}^{N_Y}$ 表示时间t的输出，而$W_{out} \in \mathrm{R}^{N_Y \times N_R}$ 是储备池到输出的权重矩阵。为简单起见，在此模型中我们省略输入层和输入权重W_{in} 。与传统储备池中的固定邻接矩阵 W_{res} 不同，神经元突触可以通过自主发展机制自主调整其突触权重分布。首先，我们在一些基准任务中评估结构自适应储备池计算机的性能。随后，我们通过数值实验探究自主发展机制为何能带来如此显著的优势。最后，我们将进化后的储备池中的突触权重分布与真实生物神经网络进行比较。

2.2 基准测试与实验设置

储备池计算系统中的储备池可以对将序列输入信号映射到高维状态空间中，再由读出网络通过储备池节点状态的线性组合进行处理。因此，我们可以从两个方面评估储备池的质量：1）储备池能够实现的非线性变换的质量；2）储备池能够捕获的时间动态的多样性。我们使用三种不同的时间序列数据评估具有不同初始架构的结构自适应储备池计算系统：10^{th}阶非线性自回归移动平均（NARMA10）、Mackey-Glass（MG）时间序列以及多个叠加振荡器（MSO）。此外，还进行了基准任务记忆容量测试。我们还将模型应用于海杂波数据的真实动态。由于篇幅限制，结果收录于补充材料中。

NARMA系统

NARMA 是一个离散时间系统。当前输出取决于输入和先前的输出。由于其……，NRMA10 系统的建模颇具挑战性

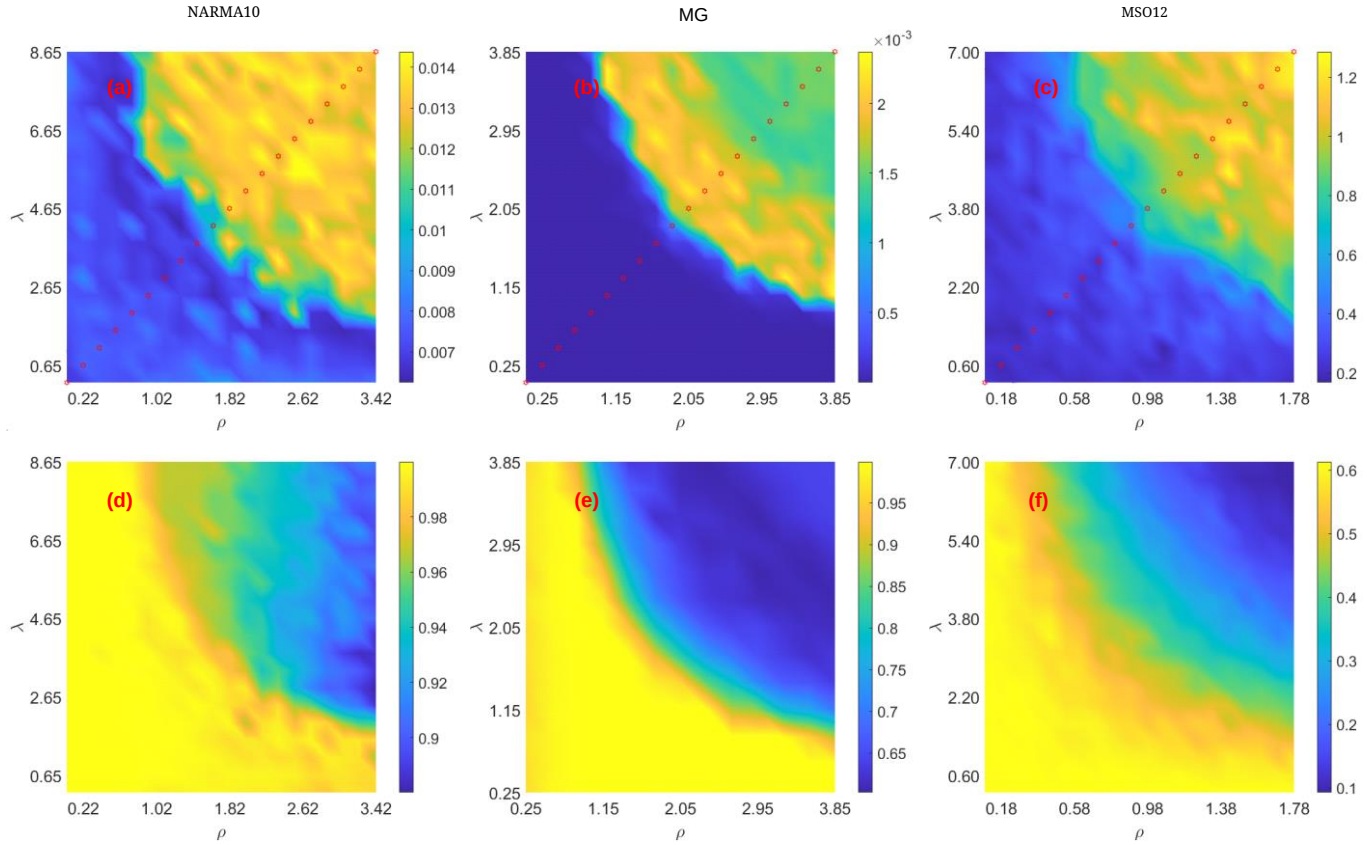


图 2. (a) NARMA10、(b) MG 和 (c) MSO12 中，测试误差随全局耦合强度 λ 和谱半径 ρ 的变化。(e)–(f)：分别对应任务 a、b 和 c 的储备池节点同步性度量。

非线性和长记忆，通常用于测试循环神经网络的性能。[16,40] NARMA10 系统生成如下：

$$y(t+1) = 0.3y(t) + 0.05y(t)\left[\sum_{i=0}^{9} y(t-i)\right] + 1.5u(t-9)u(t) + 0.1. \quad (3)$$

其中，$u(t)$ 是时间步 t 的随机输入，取自 [0,0 上的均匀分布。5] 而 $y(t)$ 是时间步 t 的输出。读出网络经过训练，可根据储备池状态预测信号 $y(t+1)$。

MG 系统

作为具有混沌吸引子的时间序列基准，MG 在文献中被广泛用于测试模型在动力系统辨识方面的性能。[41] MG 源自一种形式如下的时滞微分系统：

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{ay(t-\tau)}{1+y^n(t-\tau)} + by(t). \quad (4)$$

这里，$y(t)$ 是时间步 t 的输出，τ 是时滞。根据第17卷和41，方程的参数定义为 $n = 10$ 和 $b = -0$。当 $\tau > 16$。8 时，系统具有一个混沌吸引子。因此，本文设定 $\tau = 17$，并将任务定义为执行一步超前直接预测，i。 e。，读出网络经过训练，可在给定 $y(t)$ 时，根据储备池状态预测 $y($ $t+1)$。方程通过采用随机初始化的四阶龙格-库塔法求解。

MSO12 任务

与 MG 和 NARMA 系统相比，尽管 MSO 时间序列预测所用的函数仅由两个正弦波组成，但对储备池计算而言仍颇具挑战性。结构自适应储备池计算的另一项重要特性，是能够出色地捕捉具有不同时间尺度的多样时间动态。MSO 任务用于分析不同储备池结构处理多重时间尺度的能力。[25] MSO 时间序列是以下正弦函数之和：

$$u(t) = \sum_{i=1}^{m} sin(\varphi_i t), \quad (5)$$

其中，m 是正弦波的数量，φ_i 指定第i 个正弦波的频率。本文使用带有$m = 12$ （MSO12）的 MSO 来测试模型的性能。φ_i 系数的设置与参考文献 42 中相同。

如图 1(a)、(b) 和 (c) 所示，以下任务的频谱

NARMA10、MG 和 MSO12 的输入信号分别通过快速傅里叶变换（FFT）计算。尽管 NARMA10 的输出受方程（3）中输入信号的支配，但其输入信号的频谱与频率的相关性较弱。相比之下，MG 存在明显的频率峰值，因为在这项任务中，输入是前一时刻的输出。值得注意的是，MG时间序列的主要峰值位于低频范围附近，而非均匀分布；后一种情况对应于

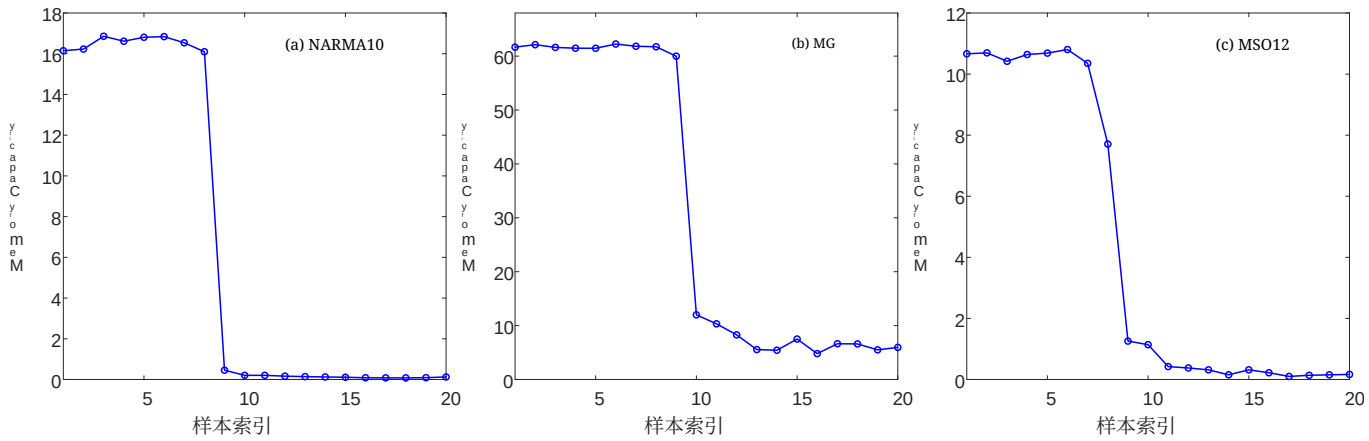


图 3. sad-RC 在任务 (a)–(c) 中的记忆容量。采样节点分别来自图 2(a)–(c)。

MSO12 time series.

海杂波雷达回波

我们还测试了该模型在含噪真实预测任务中的表现。海杂波数据由麦克马斯特大学的 IPIX 雷达采集，是海洋表面的雷达后向散射信号。[43] 在这项实验中，使用$y(t)$来预测下一个值$y(t+1)$。结果见附录。

实验设置

在以下数值示例中，我们测试结构自适应储备池计算的学习能力。首先，我们保持单层储备池，并固定储备池中的神经元节点数量为 $m=100$。储备池计算系统的性能会受到储备池网络规模的显著影响。对于每个数据集，我们分别用 L_{adev}、L_{train} 和 L_{test} 表示自主发展、训练和测试序列的长度。表 I 列出了各项任务的超参数。我们强调，自主发展阶段没有任何取值。训练和测试序列用于初始洗出期。

III. 数值测试

在本节中，我们首先比较两种不同储备池结构在时间序列预测任务和记忆容量（MC）基准任务上的性能，$i.e.$，带有（RC）和不带有（sad-RC）自主发展机制的储备池计算机。然后，我们分析自主发展机制对储备池计算系统特性的影响。

3.1 时间序列预测任务

我们首先评估 sad-RC 在这些数据集上的时间序列预测任务表现。我们设置 $\varepsilon=0.1$，并初始化 $\Theta=[\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_{100}]=\vec{0}$，$\Omega=[\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_{100}]$

表 I. 各任务的超参数。

Task	L_{adev}	L_{train}	L_{test}	λ
NARMA10	100	900	500	4.0
MG	100	2900	1000	1.0
MSO12	100	1200	100	4.0
海杂波	100	1700	500	0.5

邻接矩阵K的范数为 0.05，$i.e.$，K中只有 5%的元素非零，其余均为零。在本研究中，我们考虑加权连接，这意味着$k_{ij}\in[-1,1]$而非由 0 和 1 构成的网络。K中的非零元素k_{ij}从区间$[-1,1]$中均匀初始化。我们在每次迭代中使用欧拉法求解方程（1）和（2），并将时间步长Δt=设为 1.0。这里，我们设置特征参数

$\beta=\pi/2$ 为简洁起见，接下来将深入研究特征参数 β 的作用。

将储备池计算用于时间序列预测任务时，经典储备池计算文献通常将前 $Lini$ 个值作为初始阶段，用于消除储备池的初始状态。相比之下，将数据流输入 sad-RC 时，前L_{adev} 个值用于塑造储备池的结构，而非用于消除初始状态。在微观层面，突触在方程（2）的作用下调整突触权重分布。在介观层面，储备池中的神经网络在外部刺激下持续演化。最终，在自主发展机制的支配下，储备池中的任务定制神经网络得以重塑。具体的发展机制由特征参数 β控制。

特定储备池网络从随机初始邻接矩阵演化而来后，将 L_{train} 个值输入储备池，以训练用于预测任务的输出权重。采用均方误差（MSE）训练并评估 sad-RC 的性能

$$MSE=\frac{1}{Ltrain}\sum_{i=1}^{Ltrain}\|y(t_i)-\hat{y}(t_i)\|^2, \qquad (6)$$

其中，$\hat{y}(t_i)$ 为读出输出，$y(t_i)$ 为期望输出（目标值），$\|\bullet\|$ 表示欧几里得距离（或范数）。本文仔细研究了两个关键参数对 sad-RC 在预测任务中性能的影响，$i.e.$，全局耦合强度 λ 和谱半径 ρ。λ 会对自适应振荡器网络产生显著影响，并且

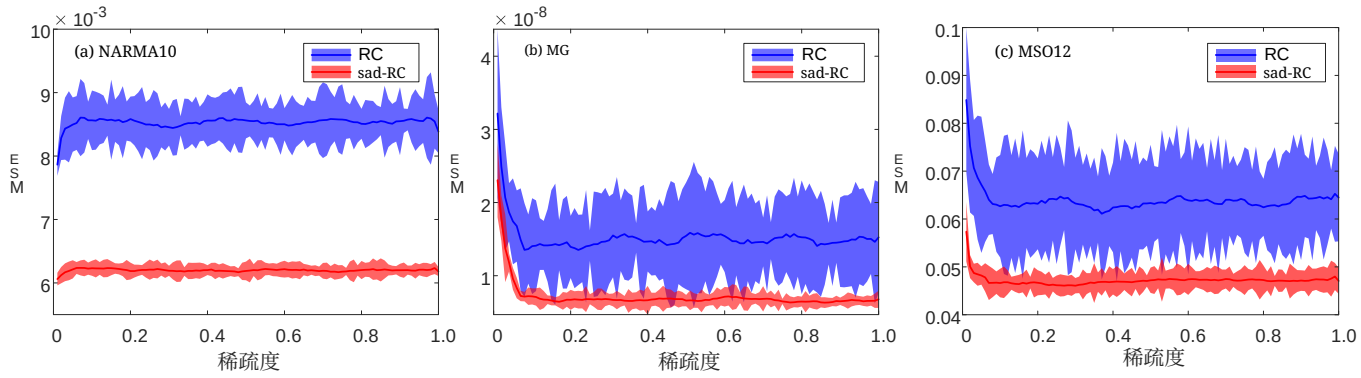


图 4. 储备池中测试误差的均方误差随稀疏度的变化。对于每种连接稀疏度，分别基于 50 次模拟计算 RC 和 sad-RC 测试误差的均值与方差。

该ρ 在储备池计算系统中发挥着至关重要的作用。[2] 对于每个数据集，在保持超参数不变的情况下，我们生成 10 个随机初始化的 sad-RC，并计算其平均预测性能。

图 2(a)–(c) 报告了基准任务 NARMA10、MG 和 MSO12 中的平均误差。我们测量全局耦合强度 λ 和谱半径 ρ变化所带来的误差。可以观察到，在所有任务中，误差都在一个广阔的区域内达到最小值，而非如通常在一般及扩展储备池计算模型中所报告的那样，在一条线上的某个临界点或一片区域中的某条临界线上达到最小值。[11] 此外，MSO12 上的成功表明，sad-RC 能够很好地捕捉不同时间动态中的多重时间尺度。

3.2 记忆容量

接下来，我们评估 sad-RC 模型在 Jaeger 提出的记忆容量基准任务上的短期记忆（STM）表现。[44] 短期记忆用于衡量经过一段时间后，能够从储备池中提取出多少输入所包含的信息。具体而言，假设储备池由一个时间信号 $s(t)$ 驱动。对于给定的延迟 k，我们考虑储备池在参数最优的情况下，完成如下任务的表现：在看到截至时间 t 的输入流$s(t-1)s(t)$ 后，重现 $s(t-k)$。性能以观测到的储备池输出 $y(t)$ 与期望输出（延迟 k 个时间步的输入信号）之间的平方相关系数来衡量。

$$MC_k = \frac{Cov^2(s(t-k),y(t))}{Var(s(t))Var(y(t))}, \tag{7}$$

其中 Cov 表示协方差算子，Var 表示方差算子。短期记忆容量定义为

$$MC = \sum_{k=1}^{\infty} MC_k. \tag{8}$$

在实际实现中，我们将最大时滞 k 设为 100。输入信号 $s(t)$ 从区间 $[-0.5,0.5]$ 内的均匀分布中抽取。采样节点在图 2(a)-(c) 中以红色五边形标出。本研究在 sad-RC 完成预测任务后，评估其在这些采样节点上的 MC，超参数保持不变。如图 3 所示，采样节点从右下方依次排列至

分别位于图 2(a)-(c) 的右上方。随着全局耦合强度 λ 和谱半径 ρ的增加，记忆容量保持在较高的平台期，随后急剧下降。在三个任务中，图 3 中较高和较低的 MC 分别与图 2(a)-(c) 中较好和较差的性能相吻合，这表明储备池的高记忆容量与出色的预测性能密不可分。我们得出结论，我们的模型在预测任务和 MC测试中都能在广阔的参数范围内展现出出色的性能。根据嵌入与逼近定理，[45] 经过训练的储备池计算能够展现出与观测到的动力系统未来行为拓扑共轭的动力学。因此，出色的记忆容量为预测阶段实现高预测准确率奠定了基础。

3.3 自主发展机制的影响

为探究 sad-RC 为何在广阔区域内表现出色，我们引入一种同步性度量，以考察自主发展机制的影响。Kuramoto序参量是一种同步性度量

$$re^{i\theta} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} e^{i\theta_j}. \tag{9}$$

当所有振荡器的相位完全相同时，即处于完全相位同步状态时，序参量 r 达到最大值 1。当各相位在圆周上散布、系统处于动力学非相干状态时，该值则接近 0。

我们测量储备池节点完成自主演化阶段后的同步性。如图 2(d)-(f) 所示，各景观分别划分为黄色和蓝色区域，与图 2(a)-(c) 中对应的区域完全吻合。序参量 r 保持在较高的平台，但不等于 1，这类似于参考文献 11 报道的“混沌边缘”状态。结合储备池计算在混沌边缘表现最佳这一发现，[15]

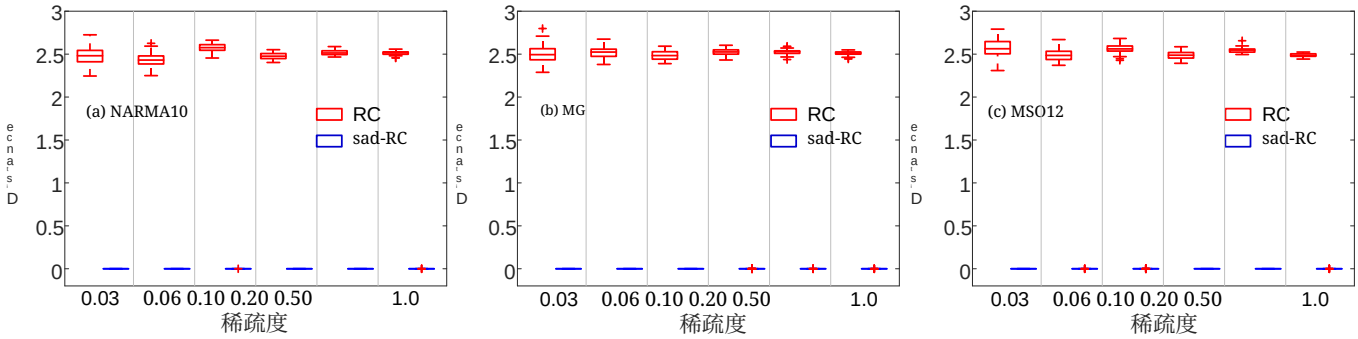


图5. 在(a) NARMA0、(b) MG和(c) MSO12任务中，RC和sad-RC在各稀疏度下50次独立模拟所得邻接矩阵的距离。

我们得出结论，自主发展机制可以将“混沌边缘”状态从一个临界点或临界线拓展为广阔的临界域，在此区域中，sad-RC 在预测任务和 MC测试中表现出色。

自主发展机制能够使储备池在广泛的参数域内保持在临界状态。在自适应振荡器网络中，当参数处于崩塌阈值以内时，适应机制会使振荡器进入完全同步状态。因此，我们认为，自主发展机制会促使储备池中的神经元实现完全同步。然而，在输入流持续扰动的情况下，只能维持不完全同步状态，即“混沌边缘”状态。*i. e*。当参数超过阈值时，适应机制失效，神经元便陷入一片混乱；图 2 中的序参量为此提供了支持。

3.4 敏感性与有效性分析

我们测试了模型性能对构造参数变化的敏感性，考察其对提前一步预测的影响。由于储备池计算的性能会受到储备池结构的不利影响，本文保持其他超参数不变，并将初始邻接矩阵的稀疏度从无连接（$s=0$）逐渐调整至完全连接（$s=1$），分别应用于储备池计算和 sad-RC。对于每种密度，我们为储备池生成 50 个独立的邻接矩阵。图 4 绘出了储备池计算和 sad-RC 的测试误差均值与方差。可以观察到，随着连接密度增加，这两种储备池都表现出更优且更稳定的性能。此外，sad-RC 的均值和方差均低于储备池计算。因此，我们可以得出结论，自主发展机制有助于储备池计算展现出更优且更鲁棒的性能。

3.5 收敛性

储备池计算的性能很大程度上取决于邻接矩阵。为了探究 sad-RC 为何具有鲁棒性，我们研究了

自主发展机制。在给定的连接稀疏度下，生成50个初始连接矩阵。通过 $d_i = \sum \sum (K_{jk}^{i} - K_{jk}^{1})_{j=1}^{100}{}_{k}^{100}$评估 K_i 与 K_1 之间连接矩阵的距离。应用于sad-RC后，得到50个特定的邻接矩阵$K_1', K_2', \ldots K_{50}'$。我们计算这些矩阵之间的距离，$d_i'$，并将其作为优越性的指标。

在不失一般性的前提下，我们将连接稀疏度从 0.03 调整到 1.0，并设置特征参数 $\beta = 0$。如图5中的箱线图所示，传统储备池中连接矩阵距离的中位数在 50 次

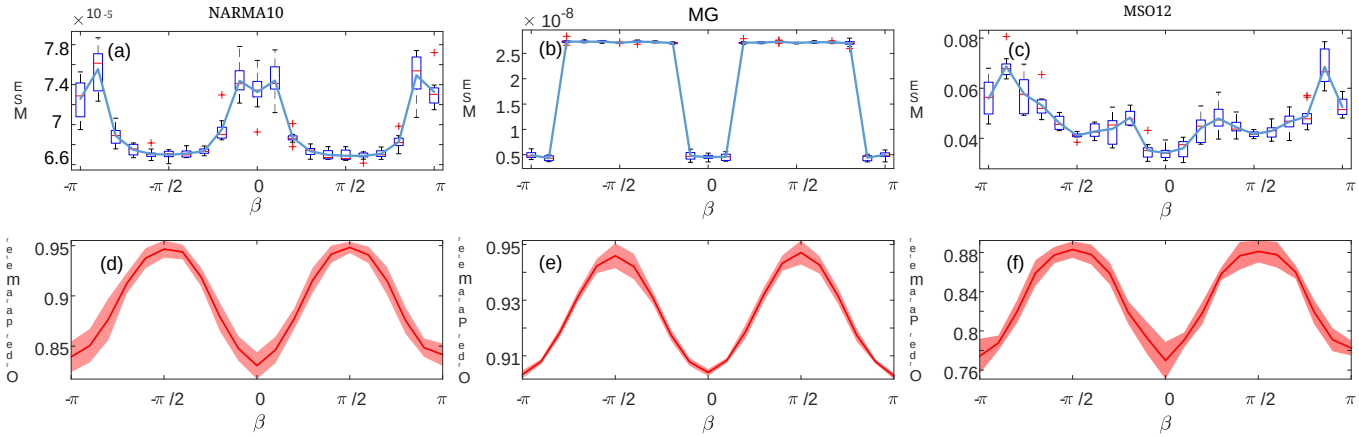


图6. 特征参数β 对sad-RC性能的影响。(a)–(c) NARMA10、MG和MSO12任务中特征参数β 与均方误差的关系。蓝色实线表示误差均值。(d)–(e) 特征参数β 与序参量的关系。

独立模拟 约为 2.5。然而，sad-RC 中对应的数值约为 1。$0 * e^{-16}$ 。sad-RC 具有很强的收敛性，这是其鲁棒性的基础。

3.6 与生物神经网络的兼容性

我们深入研究了特征参数 β 的影响，并将储备池中连接权重分布的演化与体内生物神经网络的发育进行比较。

特征参数β

在相位振荡器自适应网络中，特征参数β 决定了渐近状态的特征，例如对称、非对称和混沌。本文全面研究了特征参数β对sad-RC性能的影响。

保持超参数不变，我们以步长 $\pi/12$ 将特征参数 β 从 $-\pi$ 变化到 π 。在每一步中，分别针对 NARMA10、MG 和 MSO12 的单步超前预测任务进行 50 次独立模拟。误差箱线图见图6。可以观察到，误差在 $\beta = -\pi/2$ 、$\beta = 0$ 和 $\beta = \pi/2$ 附近达到局部最小值，但 sad-RC 的最佳表现可能取决于具体的输入。区间 $[-\pi, \pi]$ 内误差的对称性是由方程（2）中的演化函数性质所导致的。图6(d)-(f)中的序参量在 $\beta = -\pi/2$ 和 $\beta = \pi/2$ 处达到最大值，在 $\beta = 0$ 处达到最小值。结果可能支持以下论断：“储备池网络在第一次相变或第二次相变时表现出优异性能”。[37]

储层网络的演化

图7展示了由取值不同的特征参数β 控制而演化出的储备池网络结构。尽管β 会对储备池的性能产生对称效应，但储层结构远非关于β对称。在图7(a)中，储备池的连接是随机初始化的，取自区间 $[-1,1]$ 内的均匀分布。在外部输入持续刺激下，初始网络在特定因素的控制下不断演化

自主发育机制。具有$\beta = -\pi/2$、 $\beta = 0$和$\beta = \pi/2$ 的发育网络显示于图7(b)–(d)中；根据补充材料中的发育过程视频，视频显示，突触权重仅在最初的3–5步中发生了显著调整。尽管进行了100步发育，但突触权重的分布在最初10步后便进入稳态。相应的突触权重频率分布直方图的调整并不明显。这一发现证实，我们的结构自主发育机制具有很强的收敛性。

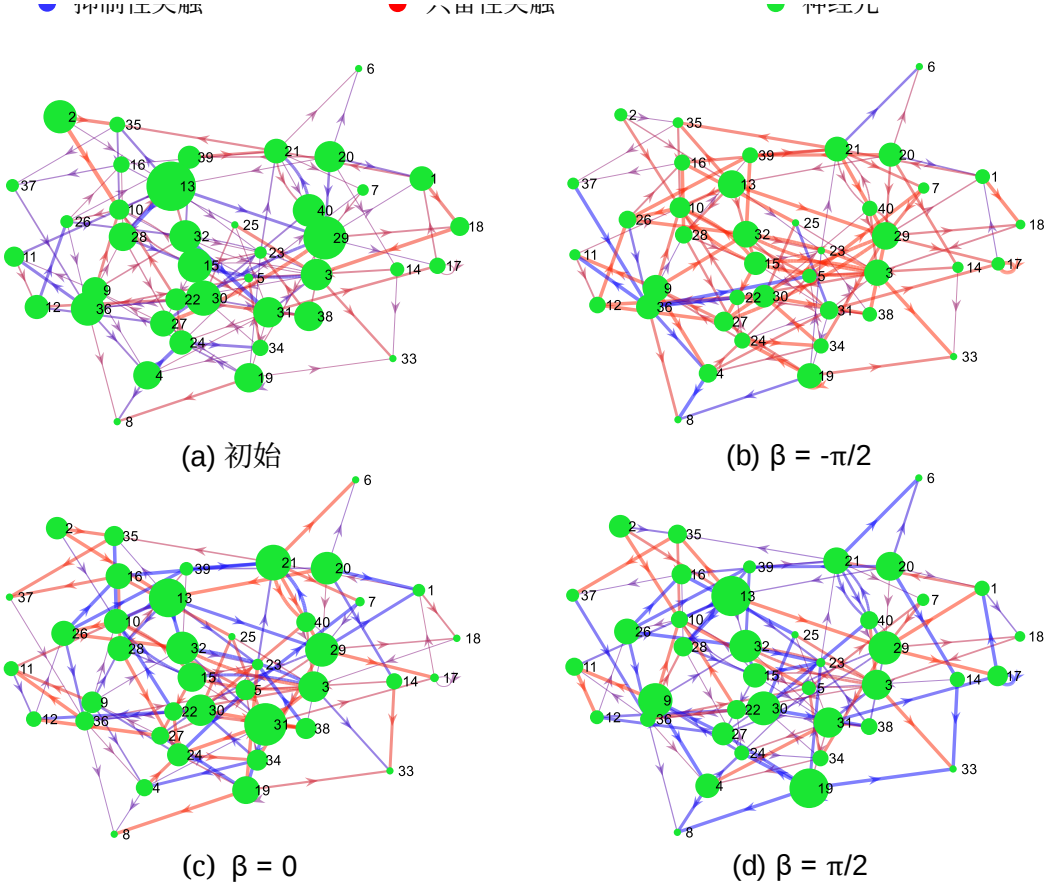
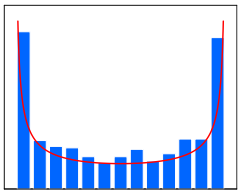
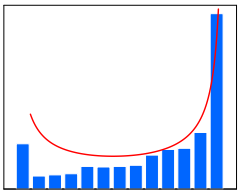
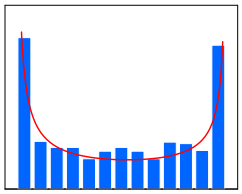
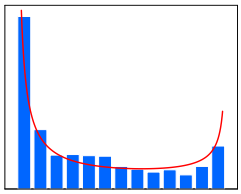
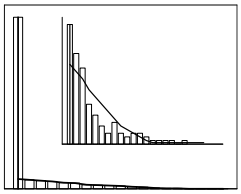
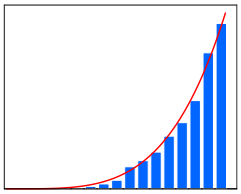
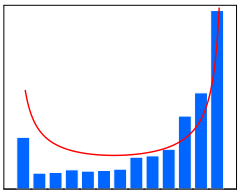
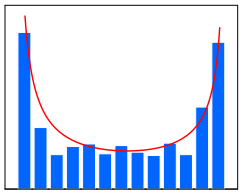
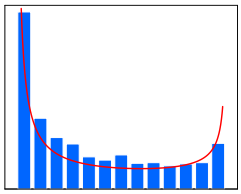
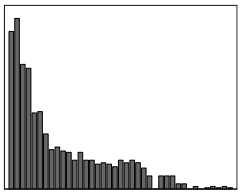
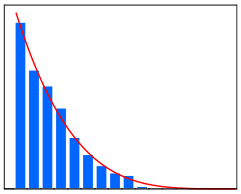
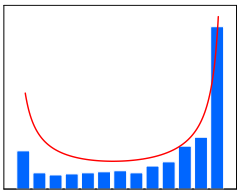
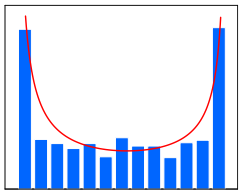
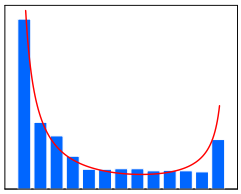
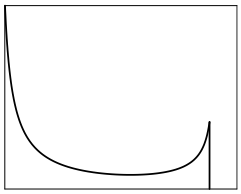
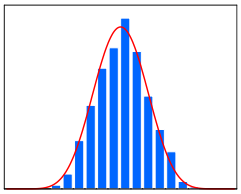
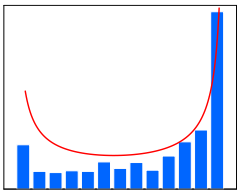
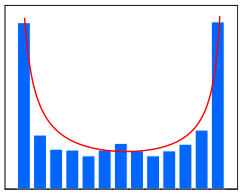
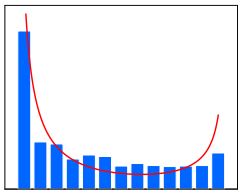
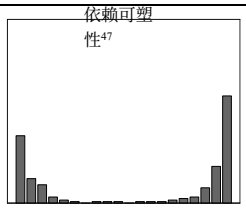
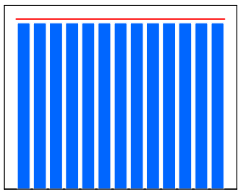
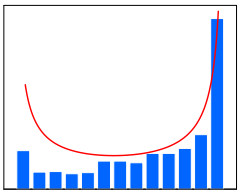
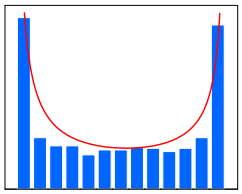
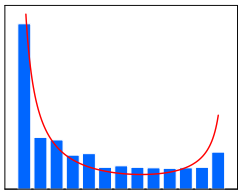
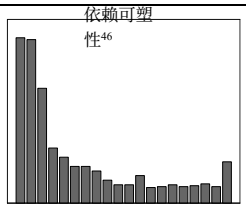
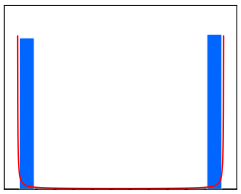
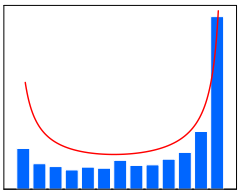
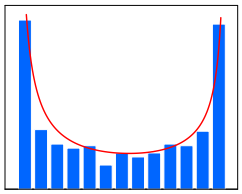
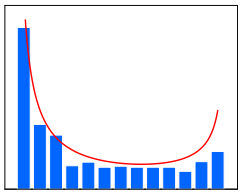
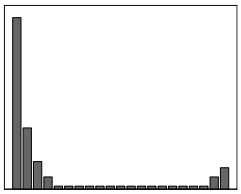


图 7. 储备池网络的结构。(a) 初始网络；加入 (b) $\beta = -\pi/2$、(c) $\beta = 0$ 和 (d) $\beta = \pi/2$ 后形成的网络。红色和蓝色分别表示兴奋性（正）和抑制性（负）突触。突触的宽度与连接权重的绝对值成正比。神经元的大小与其度数成正比。

表 II. 储备池中的突触权重分布。第一列中的初始分布来自贝塔分布。演化后的储备池网络中的突触权重采用贝塔分布拟合，并以红色曲线标示；a和b 的组合标注在各直方图下方。

初始突触	特征参数为 β 的演化后的突触			体内突触
$k_{ij} \sim B(a,b)$	$\beta = -\pi/2$	$\beta = 0$	$\beta = \pi/2$	
				
(0.4, 0.4)	(0.3678, 0.2813)	(0.3054, 0.3780)	(0.1629, 0.4384)	赫布规则[48]
				
(5,1)	(0.3671, 0.2844)	(0.3091, 0.3788)	(0.1646, 0.4276)	赫布规则[49]
				
(1,5)	(0.3742, 0.2812)	(0.3080, 0.3722)	(0.1614, 0.4223)	脉冲时序依赖可塑性[47]
				
(10,10)	(0.3693, 0.2845)	(0.3067, 0.3750)	(0.1608, 0.4299)	脉冲时序依赖可塑性[46]
				
(1,1)	(0.3660, 0.2822)	(0.3063, 0.3734)	(0.1605, 0.4299)	赫布规则[46]
				
(0.0001,0.0001)	(0.2430, 0.2295)	(0.2389, 0.3361)	(0.2256, 0.4801)	赫布规则[46]

在$\beta = -\pi/2$ 附近，我们有方程（2）$\sim cos(\Delta\theta)$，此处$\Delta\theta = \theta_j - \theta_i$，因此，当两个振荡器之间的相位差较小时，耦合权重会增加；相位差较大时，耦合权重则会减小。换言之，储备池网络中的突触发育遵循相似者相吸、相异者相斥的规则，在定性上类似于赫布学习。[46] 因此，突触权重收敛到稳定的双簇状态i。 e。，正值和负值，并趋于排列

正的全局耦合权重更多地位于正簇中。相反，突触权重则更多地位于负簇中，且带有 $\beta = \pi/2$。在 $\beta = \pi/2$ 附近，方程（2）中的函数在定性上与 $-cos(\Delta\theta)$ 相似。在双簇状态下，突触权重的发展规则产生的作用与相互促进规则（类赫布规则）相反。因此，我们将此规则称为反赫布式规则。在 $\beta = 0$ 附近，我们有方程（2）$\sim -sin(\Delta\theta)$，

因此在此处，方程（2）的符号对于 $\Delta\theta = \pm\Delta\theta^*$ 是相反的，这使两个耦合权重朝相反方向变化。这种情况与参考文献 47 中报道的脉冲时序依赖可塑性（ STDP ）规则的情形基本相同。由于方程（2）中正弦函数的性质，突触权重的符号相反而强度相同。这一现象使突触权重收敛到稳定的对称双簇状态。

与体内突触权重分布进行比较

补充材料中的视频证实，我们的模型具有快速收敛的优势。我们进一步探究不同的初始邻接矩阵是否能够收敛到基本相同的结构。表 II 展示了特征参数为 β 时突触权重的直方图。突触权重来自贝塔分布 $B(a,b)$，其中 a 和 b 取不同的组合。首先，为了证明模型能够稳定收敛，我们采用若干具有代表性的极端分布来初始化储备池网络，如第一列所示。可以观察到，无论储备池网络如何初始化，在给定特征参数下，网络最终都会收敛到一种特定结构。此外，演化后的储备池网络的突触权重分布与体内突触的分布高度相似，这进一步证实了我们的模型能够很好地模拟体内神经网络的发育过程。

IV. 结论

基于相位振荡器自适应网络，我们提出了一种结构自主演化储备池计算。在传统训练方法的洗出阶段，会舍弃神经元状态最初的 100 至 200 个时间步，以消除初始神经元状态的影响。以自主发展阶段取代洗出阶段后，神经网络能够在外部刺激下自主发展，并调整突触权重分布。储备池中的节点和突触动力学持续协同演化。自主发展机制使储备池能够使其内部动力学适应给定任务。因此，网络结构得以重塑，形成稳定的任务定制神经网络结构。

仿真结果表明，无需复杂设计，我们的模型便能在参数域的广阔范围内最大化信息处理能力，而非仅在狭窄的临界线上。基准测试中的记忆容量测试表明，更高的记忆容量与更好的预测性能相关。

此外，我们引入 Kuramoto序参量来评估储备池中的神经元同步状态。结果清楚地表明，准同步域与高性能域高度吻合。结合储备池在动态状态处于混沌边缘时表现最佳这一发现，我们可以推断，sad-RC 倾向于使储备池演化到“混沌边缘”状态。爆炸性同步在自适应网络中具有更广泛的普遍性。[36] 我们推测，自主发展后，自适应网络中的同步状态会受到外部输入的扰动，并退化为临界同步状态，此时储备池能够展现出最佳的信息处理能力。

与大多数现有储备池计算相比，sad-RC 展现出卓越的鲁棒性。无论如何初始化邻接矩阵，网络经过数步演化后都会形成几乎相同的结构。由于自主发展机制仅应用于储备池计算的洗出期，因此额外的计算成本极低，甚至可以忽略不计。此外，与储备池中的洗出瞬态状态相比，输入数据得到了充分利用，用于发展特定的储备池网络。

最后但同样重要的是，我们的模型可为神经形态计算提供通用框架，因为神经网络的发展可以通过特征参数轻松控制。sad-RC 在基准测试中表现良好。此外，最重要的特性是，该模型与生物神经网络具有出色的兼容性，为理解和建模体内神经网络的发展提供了有效工具。在具有代表性的人工动态系统和真实动态系统中进行的实验表明，通过调整特征参数，该模型能够充分模拟体内神经网络的某些发展机制，例如赫布规则和脉冲时序依赖可塑性。自主发展机制具有很强的通用性，可应用于储备池计算以及其他人工神经网络模型。在我们的模型中，网络可以轻松达到临界状态，并在该状态下最大化其信息处理能力。仿真结果表明，稀疏储备池网络通常表现良好。稀疏连接有助于降低计算成本并以更经济的方式实现储备池计算，这有利于神经形态硬件的发展。

此外，我们的模型为理解和建模神经网络的发展提供了一种高效范式。生物神经网络中可能并不存在统一的发展机制。未来，我们将进一步把自主发展机制扩展到多层网络中的多个特征参数。

致谢

本研究部分获得中国国家留学基金管理委员会资助，项目编号为202206100025；部分获得上海市科技重大项目资助，项目编号为2021SHZDZX0103；部分获得上海工程

复旦大学人工智能与机器人研究中心，中国；部分获得教育部人工智能与机器人研究中心、中国资助；部分获得瑞典研究理事会资助，项目编号为2019-05197，以及BRAIN项目资助，项目编号为2022- 04798；部分获得拉脱维亚科学委员会PHOTON-BRAIN项目资助，项目编号为lzp-2022/1-0497。

附录

第一部分 海杂波真实动态特性实验结果。

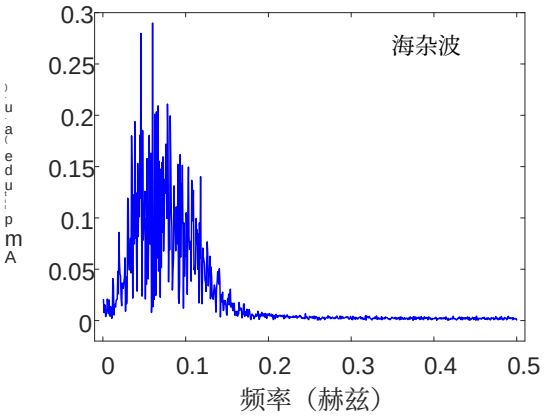


图 S. 1. 海杂波输入信号的快速傅里叶变换结果。

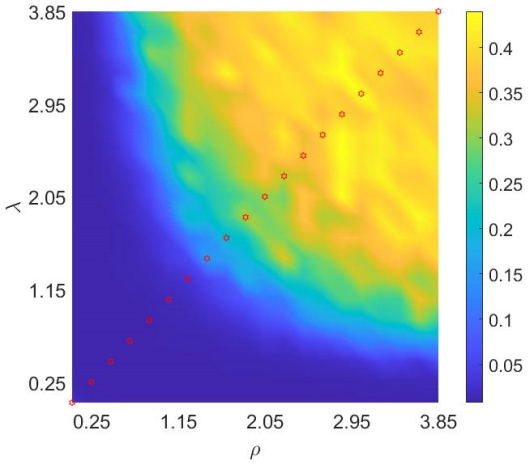


图 S. 2. 海杂波中测试误差随全局耦合强度 λ 和谱半径 ρ 的变化。

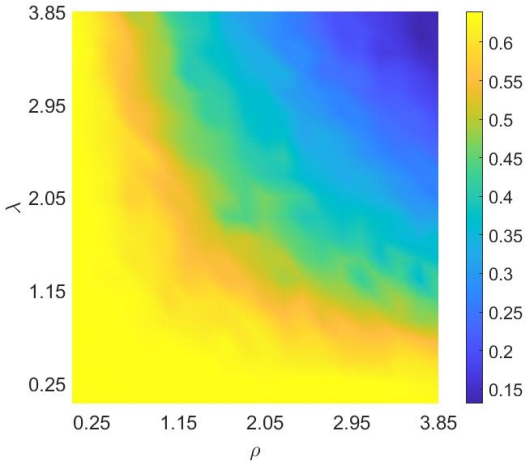
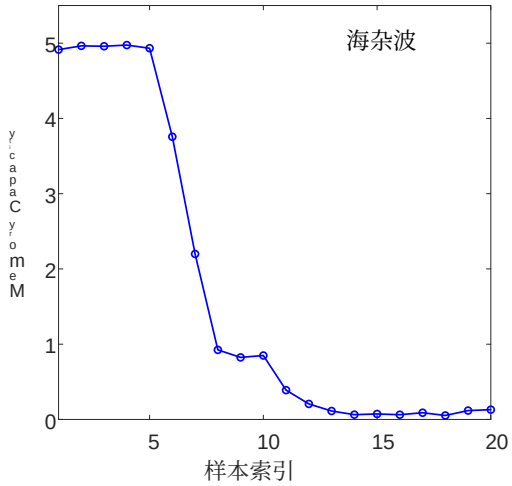
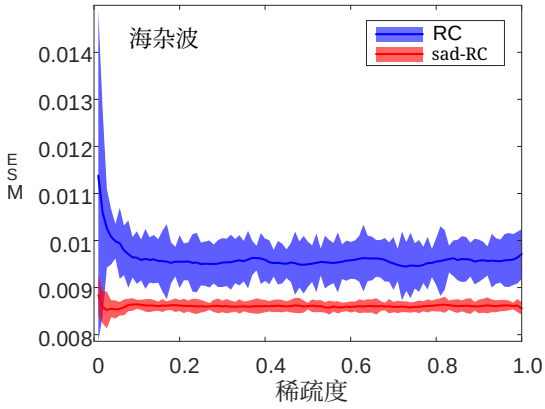


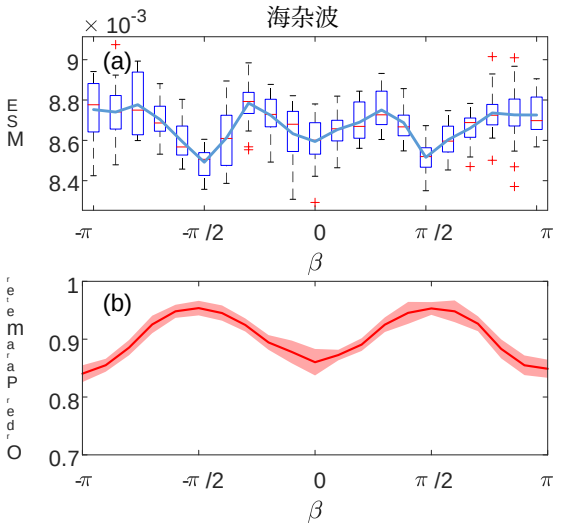
图 S. 3. 储备池节点的同步性度量。



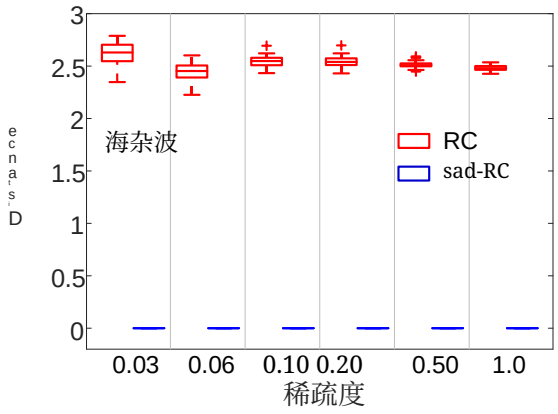
S. 4. 海杂波中 sad-RC 的记忆容量。



S. 5. 储备池中测试误差的均方误差与稀疏度的关系。



S. 6. 特征参数 β 对结构自适应储备池计算性能的影响。(a) 海杂波任务中，特征参数 β 与均方误差的关系。蓝色实线表示误差均值。(b) 特征参数 β 与序参量的关系。



第7页。每种稀疏度下，分别对启用和未启用自主发展机制时进行的50次独立模拟所得邻接矩阵的距离。

第二部分

不同发育特征参数β下储备池计算的突触权重直方图和神经网络结构。初始突触权重取自贝塔分布$B(a, b)$，a和b采用不同的组合。视频：(1) A_0_a10b10.mp4 和 N_0_a10b10.mp4$\beta = 0, a = 10$ 和$b = 10$。(2) A_-pi2_a1b5.mp4 和 N_-pi2_a1b5.mp4$\beta = -\pi/2, a = 1$ 和$b = 5$。(3) A_pi2_a10b2.mp4 和 N_pi2_a10b2.mp4$\beta = \pi/2, a = 10$ 和$b = 2$。

参考文献

1. Monroe, D. 神经形态计算已准备好迎接（真正）的大时代。《ACM通讯》 第57卷，预印本，https://doi.org/10.1145/2601069（2014）。2. Schrauwen, B., Verstraeten, D. & van Campenhout, J. 储备池计算综述：理论、应用与实现。载于*ESANN 2007* 论文集——第*15*届欧洲人工神经网络研讨会（2007年）。3. Soriano, M. C. 等基于延迟的储备池计算：模拟与数字混合实现中的噪声效应。《IEEE神经网络与学习系统汇刊》**第26卷**，（2015年）。4. Pathak, J., Hunt, B., Girvan, M., Lu, Z. & Ott, E. 基于数据对大型时空混沌系统的无模型预测：一种储备池计算方法。《物理评论快报》 **第120卷**，（2018年）。5. Skowronski, M. D. & Harris, J. G. 使用预测型回声状态网络分类器进行自动语音识别。《神经网络》**第20卷**，（2007年）。6. Triefenbach, F., Jalalvand, A., Schrauwen, B. & Martens, J. P. 使用大型分层储备池进行音素识别。载于神经信息处理进展 *2010, NIPS 2010* (2010). 7. Trentin, E., Scherer, S. & Schwenker, F. 基于概率回声状态网络的语音信号情绪识别。模式识别快报 **66**, (2015). 8. Bozhkov, L., Koprinkova-Hristova, P. & Georgieva, P. 利用回声状态网络学习解码人类情绪。《神经网络》 **78**, (2016). 9. Ilies, I., Jaeger, H. & Kosuchinas, O. 向前迈进

透过过去的回声：使用回声状态网络进行预测。NN3 预测竞赛结果（2007年）。http://www.neural-forecasting-competition.com/NN3/results.htm 10. Li, J. & Jaeger, H. 欧盟第七框架计划 ESN模式生成器的最小能量控制 牵头合作方 TUG 修订版 最终版 传播级别 合作方报告 ESN 模式生成器的最小能量控制 ESN模式生成器的最小能量控制。（2011年）。11. Lukoševičius, M., Jaeger, H. & Schrauwen, B. 储层计算趋势。*KI - KunstlicheIntelligenz* **第26卷**，（2012年）。12. Verstraeten, D., Schrauwen, B., D'Haene, M. & Stroobandt, D. 储层计算方法的实验性统一。《神经网络》**第 20 卷**，（2007 年）。13. Schäfer, A. M. & Zimmermann, H. G. 循环神经网络是通用逼近器。载于《国际神经系统杂志》第17卷（2007年）。14. Dale, M., O'Keefe, S., Sebald, A., Stepney, S. & Trefzer, M. A. 储层计算质量：连接性与拓扑结构。《自然计算》 **第20卷**，（2021年）。15. Legenstein, R. & Maass, W. 神经回路模型的混沌边缘与计算性能预测。《神经网络》 **第20卷**，（2007年）。16. Rodan, A. & Tiňo, P. 最小复杂度回声状态网络。《*IEEE*神经网络汇刊》 **第22卷**，（2011年）。17. Jaeger, H. 分析和训练循环神经网络的“回声状态”方法。*GMD*报告 **148**，（2001年）。18. Buehner, M. & Young, P. 回声状态属性的一个更紧界。《*IEEE*神经网络汇刊》 **第17卷**，（2006年）。19. van der Zant, T., Bečanović, V., Ishii, K., Kobialka, H. U. & Plöger, P. 使用进化计算寻找能够控制水下机器人的优良回声状态网络。载于*IFAC*会议论文集（*IFAC*论文在线）第37卷（2004年）。20. Chatzidimitriou, K. C. & Mitkas, P. A. 通过进化与学习实现自适应储层计算。《神经计算》 **第103卷**，（2013年）。

21. Schmidhuber, J.、Wierstra, D.、Gagliolo, M. 和 Gomez, F. 通过 Evolino 训练循环网络。《神经计算 **19**，（2007年）。22. Nikolić, D., Haeusler, S., Singer, W. & Maass, W. 初级视觉皮层神经元所携带信息含量的时间动态。载于《神经信息处理系统进展》（2007年）。doi:10.7551/mitpress/7503.003.0135。23. Xu, M. & Han, M. 用于多元时间序列预测的自适应弹性回声状态网络。《*IEEE*控制论汇刊》 **46**，（2016年）。24. Yao, X. & Wang, Z. 一种具有多个储备池计算单元的智能互联网络。《应用软计算》 **78**，（2019年）。25. Xue, Y., Yang, L. & Haykin, S. 具有侧向抑制的解耦回声状态网络。《神经网络》 **第20卷**，（2007年）。26. Yin, J., Meng, Y. & Jin, Y. 储备池计算中结构自组织的发展式方法。《*IEEE*自主心理发展汇刊》 **4**，（2012年）。27. Qiao, J., Li, F., Han, H. & Li, W. 具有多个子储备池的生长型回声状态网络。《*IEEE*神经网络与学习系统汇刊》 **28**，（ 2017 年）。28. Seoane, L. F. 储层计算的进化方面。《英国皇家学会哲学汇刊*B*辑：生物科学》第374卷，预印本见 https://doi.org/10.1098/rstb.2018.0377（2019年）。29. Steil, J. J. 通过内在可塑性进行在线储备池自适应，以实现反向传播去相关和回声状态学习。《神经网络》 **第20卷**，（2007年）。30. Jaeger, H. 储备池谜题：关于回声状态网络研究的建议。《神经网络，*2005*年。*IJCNN'05*。会议论文集。》 **3**，（2005年）。31. Breakspear, M. 大尺度脑活动的动态模型。《自然-神经科学》第20卷，预印本见 https://doi.org/10.1038/nn.4497（2017年）。32. Hyun Sung, S., Jin Kim, T., Shin, H., Hong Im, T. & Jae Lee, K. 使用忆阻突触同时模拟突触可塑性与内在可塑性。doi:10.1038/s41467-022-30432-2。33. I Bethlehem, R. A. 等。人类生命周期脑图谱。doi:10.1038/s41586-022-04554-y。34. Mikkelsen, K., Imparato, A. & Torcini, A. 脉冲时序依赖可塑性神经网络中慢集体振荡的涌现。《物理评论快报》 **110**，（2013年）。35. Mikkelsen, K., Imparato, A. & Torcini, A. 具有脉冲时序依赖可塑性的脉冲耦合兴奋性神经网络中的西西弗斯效应。《物理评论*E*辑：统计物理学》《非线性软物质物理》89, (2014). 36. Zhang, X., Boccaletti, S., Guan, S. & Liu, Z. 自适应网络和多层网络中的爆炸性同步。《物理评论快报》114, (2015). 37. Choi, J. & Kim, P. 基于爆炸性同步的临界神经形态计算。《混沌》29, (2019). 38. Hopfield, J. J. 物理学、计算以及生物学为何如此不同。《理论生物学杂志》171, (1994). 39. Aoki, T. & Aoyagi, T. 相位振子网络中的相位与连接强度协同演化。《物理评论快报》102, (2009). 40. Strauss, T., Wustlich, W. & Labahn, R. 回声状态网络权重矩阵的设计策略。《神经计算》24, (2012). 41. Lukoševičius, M., Ritter, H. & Bode, M. 储备池计算与自组织神经层级。42. Gallicchio, C., Micheli, A. & Pedrelli, L. 深度储层计算：一项关键实验分析。《神经计算》268, 87–99 (2017). 43. IPIX 雷达是一种可移动的实验雷达系统，由麦克马斯特大学设计并建造，用于研究。IPIX雷达海杂波数据库可从 http://soma.mcmaster.ca/ipix 免费下载。44. Jaeger, H. 回声状态网络中的短期记忆。GMD报告152 (2002). 45. Hart, A., Hook, J. & Dawes, J. 回声状态网络的嵌入与逼近定理。《神经网络》128, (2020). 46. Song, S., Miller, K. D. & Abbott, L. F. 通过脉冲时序依赖性突触可塑性实现竞争性赫布学习。《自然神经科学》3, (2000). 47. van Rossum, M. C. W., Bi, G. Q. & Turrigiano, G. G. 基于脉冲时序依赖性突触可塑性的稳定赫布学习。《神经科学杂志》20, (2000). 48. Brunel, N., Hakim, V., Isope, P., Nadal, J. P. & Barbour, B. 最优信息存储与突触权重分布：感知器与浦肯野细胞。《神经元》43, (2004). 49. Scheler, G. 对数分布证明内在学习是赫布式的。《F1000研究》6, (2017).