振幅调制产生粉红噪声的简单模型

Masahiro Morikawa[1,*] **和 Akika Nakamichi**[2]

[1]物理系，御茶水女子大学，2-1-1 Otsuka，东京文京区 112-8610，日本[2]通识教育，京都产业大学，Motoyama Kamigamo，京都北区 603-8555 日本[*]hiro@phys.ocha.ac.jp

arXiv:2301.11176v1 [eess.AS] 26 Jan 2023

摘要

我们基于协同波的拍频，提出了一种解释粉红噪声（或 1/f涨落）起源的简单模型。这些协同波会在具有同步、共振和红外发散的系统中自发产生。许多频率接近的协同波能够在一个尺寸较小的系统中产生频率任意低的信号。这种拍频机制可以理解为振幅调制。经过解调过程后，便会出现粉红噪声；这一过程能够在许多领域产生各种各样的粉红噪声。由拍频形成的粉红噪声与耗散或长时记忆无关。我们还提出了看待浅源地震、太阳耀斑和恒星活动中的粉红噪声的新视角。

1 引言

粉红噪声无处不在。这种噪声的特征是在功率谱密度（PSD）的极低频区域呈现幂律行为，幂指数为 $-\alpha$（$0.5 < \alpha < 1.5$）。这种噪声也称为 1/f涨落或闪烁噪声。

自从首次在真空管电流中发现粉红噪声以来[1]，，人们已在许多系统中观测到同样的噪声：半导体、薄金属、生物膜、晶体振荡器、长期温度变化、管弦乐音乐的响度、地球自转速度的涨落、宇宙射线强度的涨落、心跳、姿势控制、脑磁图和脑电图等。[2,3]。

关于粉红噪声起源的讨论很多[2–4]，但似乎尚无明确结论。人们提出了许多能够产生粉红噪声的模型，但尚未发现普适机制。

既然粉红噪声无处不在，其产生机制就应该足够简单。然而，标准统计力学基本概念和技术的各种应用似乎都遭遇了冲突与争议。因此，人们倾向于考虑更基础的概念，以便重写标准统计力学理论。

产生任意低频涨落的一种典型机制，是主要高频涨落之间的波拍，或振幅调制。如果频率更集中在一个较小的范围内，这种振幅调制就能产生粉红噪声。这样，次级拍频波就能具有更低的频率。其中一位作者已经提出了这一机制，用以解释声音和音乐中的粉红噪声[5]。

此外，这种集中还应当具有合作性和系统性，才能形成幂律功率谱密度。我们提出至少三类能够产生粉红噪声的合作系统：a）同步（第三节）、b）共振（第四节）以及 c）红外（IR）发散（第五节）。

如果粉红噪声是振幅调制，那么也应存在相应的解调机制。这是因为，整个调制后的数据仅包含高频信息，而解调后的数据则能明确呈现低频信息，其中包括粉红噪声。解调机制可以是系统内禀的，也可以在测量过程中加以设置。多种解调机制使粉红噪声现象丰富多样，例如对原始信号取平方、整流、阈值处理等。比如，当生物体内的电流或电压超过阈值时，就会发生激发，并在神经细胞中产生尖峰。因此，电流中可能存在的粉红噪声会传递到神经信号中。

我们在第二节开始讨论，列举了粉红噪声起源的关键线索，这些线索都表明，粉红噪声可能是振幅调制的结果。随后，我们提出导致这种调制的三种机制。在第三节中，我们讨论最典型的机制——同步。我们表明：a）指数同步产生的幂指数为-1，而幂律同步产生的幂指数则略有不同，为 -1。在第四节中，b）共振也会产生粉红噪声，因为在相关范围内，受激本征模在基准频率附近的集中分布可由指数函数系统地近似描述。在第五节中，c）韧致辐射中的红外发散可以产生粉红噪声。在第六节中，我们讨论粉红噪声的稳健性，以及若干可产生各种

粉红噪声的解调机制。在最后的结论部分，即第七节中，我们根据第二节提出的要点，总结我们的设想及其可能的验证方式。我们还总结了振幅调制在各种系统中的未来研究前景。

2 粉红噪声的一些关键线索

现在，我们将列举一些有关粉红噪声起源的关键线索。这一过程相当重要，因为它可以阐明哪些统计力学原理有助于描述粉红噪声，哪些则无济于事。

1. 波系统：表现出粉红噪声的通常是波，例如声波、电流、气液流体、液体流动等。波彼此之间可以发生干涉。因此，波的干涉可能是产生粉红噪声的一个线索。

2. 小系统与看似漫长的记忆
   超低频信号竟能来自一个非常小的系统，这令人难以置信。极端的例子是[6]，，厚度为 2.5 nm 的半导体薄膜也能产生可观测的粉红噪声。小型半导体中的粉红噪声频率可低至 10^{-7}Hz[7]，，而半导体中的电压涨落则在约 1 Hz 至 $10^{-6.3}$Hz[8] 的范围内呈现粉红噪声。对于普通的小系统来说，这些极低频率几乎难以想象。在这种情况下，如果维纳-辛钦定理 $S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle x(t)x(t-\tau)\rangle e^{-2\pi i\omega\tau}$ 成立，那么粉红噪声在 $S(\omega)$ 中的强低频信号必然意味着非零的长时间关联 $\langle x(t)x(t-\tau)\rangle$。因此，维纳-辛钦定理可能不适用于粉红噪声。

3. 功率谱密度中似乎没有下截止
   人们常提到，粉红噪声的功率谱密度中似乎没有由支配系统的任何物理机制决定的明确下截止。因此，呈现粉红噪声的系统可能并非处于稳态。因此，基于系统平稳性展开讨论可能毫无意义。

4. 与耗散无关
   值得注意的是，即便在哈密顿平均场模型中也会出现粉红噪声；该模型是一个严格的保守系统[9]，与耗散毫无关系。因此，通常形式为$\langle \delta x^2 \rangle \propto$RkT的涨落耗散定理可能不适用于粉红噪声（R为电阻，kT为温度）。

5. 原始信号的平方
   推导粉红噪声时，通常会在进行功率谱密度分析之前，将原始时间序列平方。例如，在音乐[10]的情形下，必须先将声波数据平方再计算功率谱密度；作者声称，这些平方后的数据就是响度。同样，在哈密顿平均场模型[9]中，作者总是将原始变量平方，以获得粉红噪声。在这两种情形下，平方前的原始数据都不呈现粉红噪声。对于电流而言，这一处理并不明显，尽管那篇开创性论文[1]强调，应将电压 V^2 平方后再计算功率谱密度。

根据上述五条线索，我们推测，许多同步波的拍频可能是 1/f噪声的起源。两个波的简单叠加 $\sin(\omega t + \lambda t) + \sin(\omega t - \lambda t) = 2\cos(\lambda t)\sin(\omega t)$，其中 $\omega \gg \lambda > 0$，在功率谱密度中的 λ 附近没有低频分量。另一方面，上述叠加波的平方在其功率谱密度中的 2λ 附近含有低频信号，即拍频。顺带一提，有时会让人困惑的是，尽管两个波原始叠加后的功率谱密度中没有显示相应的低频信号，波拍却是“可听的”。

上述论述让我们想起一种典型的乐器——特雷门琴[11]，，它利用波拍。将电路产生的 1000kHz 和 999.560kHz 高频信号混合后，可以提取出 440Hz 的低频信号，作为可听声音。演奏者的手、天线距离和电容都能使后一个频率略微变化，从而产生所需频率的信号。因此，振幅调制可以在小型系统中产生任意低频信号。调制信号没有内禀记忆，也与耗散无关。

另一个常见的设备是调幅收音机，它清楚地展示了波拍或振幅调制（AM）。通过使用 526.5kHz 至 1606.5kHz 的无线电波，可以提取低频可听信号。在这种情况下，整流（解调）过程对于获取可听的低频信号至关重要。对于我们提出的粉红噪声，这一解调过程同样不可或缺。在后续章节中，我们将看到通过多种解调方式产生的各种粉红噪声。

上述五点　　也将对我们的提案作初步验证。我们将在后续章节中讨论这一点。

形成粉红噪声的波拍似乎有多种成因，但波频率集中才是低频信号的本质。接下来，我们将在以下各节分别探讨这些成因：a) 协同波，b) 共振，以及 c) 红外发散。

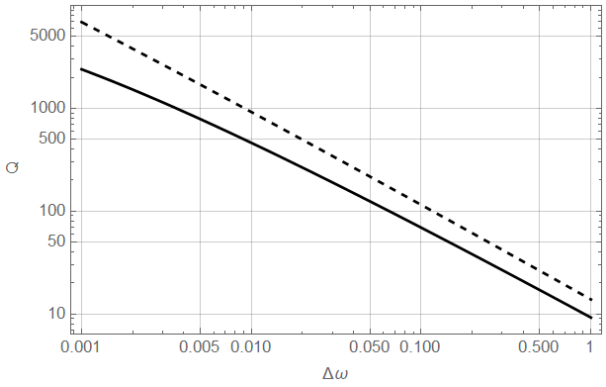


图 1. $p = 1, \lambda = 1, \omega_2 = 10^5$ 和 $\omega_1 = 10^{-4}, 10^{-6}$ 两种情况下 $Q(\Delta\omega)$ 的示例（分别以实线和虚线表示）。$Q(\Delta\omega)$ 的具体行为取决于积分的上下限。

3 协同波产生的拍

本节将分析波拍的成因，尤其是波的频率自发地彼此接近时的情况。我们将考察表现出这种行为的协同系统。

3.1 指数逼近

最典型的同步形式是指数逼近，例如 Kuramoto模型的情况：[12]，$\omega = e^{-\lambda t}$，其中 ω 是频率，λ 是逼近速度，t 是时间。于是，频率分布函数 $P(\omega)$ 与时间分布函数 $p(t)$ 之间的关系为 $P(\omega)d\omega = p(t)dt$。若假设涨落具有平稳性，则令 $p(t) \equiv p = \text{const}$。于是，

$$P(\omega) = p(t)|d\omega/dt|^{-1} = p\lambda^{-1}\omega^{-1} \propto \omega^{-1}. \tag{1}$$

有趣的是，指数函数给出的幂指数恰好为 -1。

观测到的拍频是上述一对频率分布相互干涉的结果，拍频 $\Delta\omega$的概率分布函数 $Q(\Delta\omega)$ 为

$$\begin{aligned} Q(\Delta\omega) &= \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega P(\omega + \Delta\omega)P(\omega) \\ &= \frac{p^2}{\lambda^2 \Delta\omega} \ln\left[\frac{\omega_2(\omega_1 + \Delta\omega)}{\omega_1(\omega_2 + \Delta\omega)}\right] \end{aligned} \tag{2}$$

它再次与 $(\Delta\omega)^{-1}$成正比，且有一个较小的修正因子 $\ln[...\Delta\omega]$。完整形式 $Q(\Delta\omega)$ 的细节取决于积分域的边界 $\omega_1 < \Delta\omega < \omega_2$。典型示例见图1。

粉红噪声具有稳健性，频率分布会直接反映在这些频率下波的概率密度函数中 ，

$$\phi(t) = \sum_i \sin\left(2\pi\omega(1 + ce^{-r_i})t\right), \tag{3}$$

其中 ω是基准频率，c 是混合常数，r_i 是每个正弦波在某个范围内的泊松随机变量，而 i从 1 变化到某个上限。图 2 展示了 ϕ^2 的功率谱密度。

粉红噪声具有稳健性，对正弦波的各个相位进行随机化不会改变概率密度函数，但幂指数会略微降低，如图3所示。

信号的平方 ϕ^2 确实在功率谱密度中呈现出粉红噪声，如图1 所示，而原始信号本身 ϕ在低频区域没有呈现任何特征，如图4所示。这一事实清楚地表明，粉红噪声源于波拍。

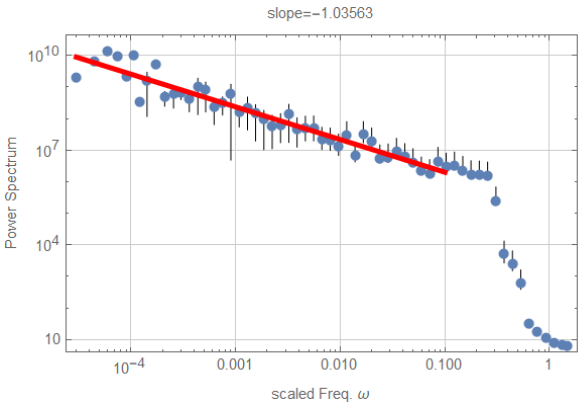


图2. 功率谱密度 ϕ^2 显示为 $\omega = 10$，$c = 0.2$，以及 r 是范围 [0,30]内的一个随机场。根据公式叠加了1000个正弦波。3 每次运行的幂指数最多可变化约0。1。该概率密度函数显示了跨越四个数量级、幂指数为-1的粉红噪声。

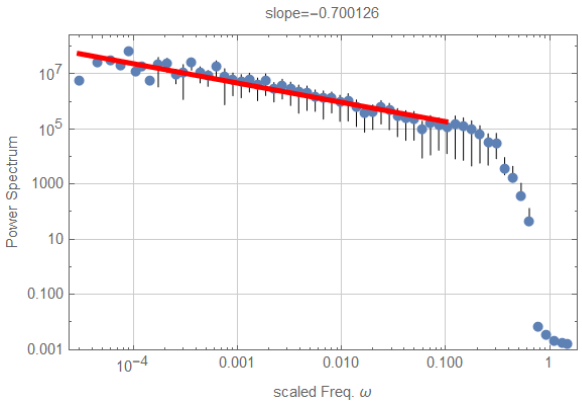


图3. 与图 2相同，但正弦波叠加时采用随机相位 θ_i，每个波为：$\sin(2\pi\omega(1+ce^{-r_i})t+\theta_i)$。幂指数略微下降至 -0.7，但该概率密度函数显示了波拍产生的粉红噪声具有稳健性。

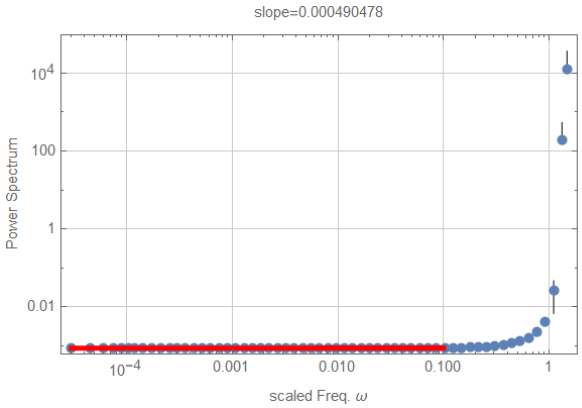


图4. 与图2相同，但这是原始信号 ϕ的概率密度函数。此情况下从未出现粉红噪声，表明噪声是由波拍产生的。

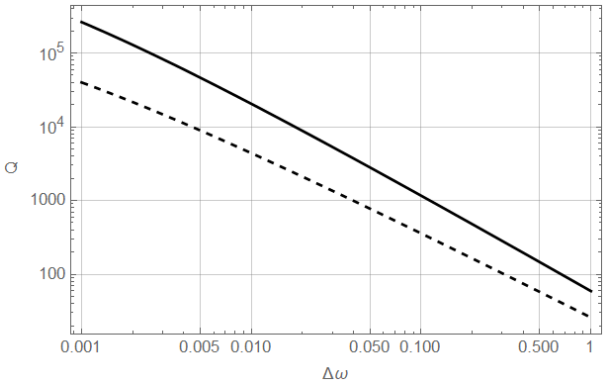


图5. 在 $p = 1, \lambda = 1, \omega_2 = 10^5$ 和 $\omega_1 = 10^{-4}$、$c = 1, \beta = 1.2$和 1.33 的情况下，Q(Δω) 的示例（分别用实线和虚线表示）。

3.2 幂律方法

另一种常见的同步方式是幂律方法 $\omega = t^{-\alpha}$。重复上述相同的计算，我们得到频率分布函数为

$$P(\omega) = \underbrace{p(t)}_{p \text{ const.}} |d\omega/dt|^{-1} = c\omega^{-\beta} \tag{4}$$

其中 $c \equiv p\alpha^{-1}, \beta \equiv \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$. 拍频 Q(Δw) 的概率分布函数 Q(Δw) 为

$$Q(\Delta\omega) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega P(\omega + \Delta\omega) P(\omega) \tag{5}$$

于是,

$$\begin{aligned} Q(\Delta\omega) &= \frac{1}{\Delta\omega\,(1-\beta)} \\ &\left[c^2 \omega^{1-\beta} (\Delta\omega + \omega)^{1-\beta}\, {}_2F_1\left(1, 2-2\beta; 2-\beta; -\frac{\omega}{\Delta\omega}\right)\right]_{\omega_1}^{\omega_2} \\ &\propto \Delta\omega^{-1-(2/\alpha)}, \end{aligned} \tag{6}$$

若我们针对较小的 ω_1 和较小的 Δω. 指数小于 -1 当 $\alpha > 0$，大于 -1 当 $\alpha < 0$但基准功率为 -1。典型示例如图5所示。

典型的波信号可以像之前那样构造,

$$\phi = \sum_i \sin\left(2\pi\omega(1 + cr_i^{-\alpha})t\right), \tag{7}$$

而 ϕ^2 的功率谱密度如图6 所示，对应 $\alpha = 3$；而图 7 所示，对应 $\alpha = -3$.

尽管上述示例是协同波的典型简单模型，但其中的频率是固定的。不过，也可以考虑频率随时间变化的动力学协同系统，它们往往会呈现粉红噪声；例如宏观耦合自旋模型[13] 和哈密顿平均场模型[9]。由于对这些系统的讨论超出了本文的范围，我们很快会在另一篇论文中加以探讨。

4 共振产生的拍频

现在我们来考虑共振，它会导致频率自发集中并产生波拍。当具有固有特征频率 Ω 的系统受到（反复）激励时，除了发出频率为 Ω 的波模外，还会发出

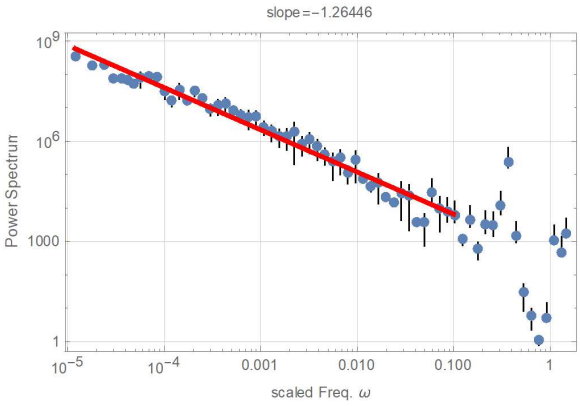


图 6. 所示为 ϕ^2 在 $\alpha = 3, \omega = 440, c = 0.3$ 和 r_i 为 [0,20] 范围内的随机场。根据公式叠加了 200 个正弦波。7 该概率密度函数展示了跨越四个数量级、指数为 -1.3 的粉红噪声。

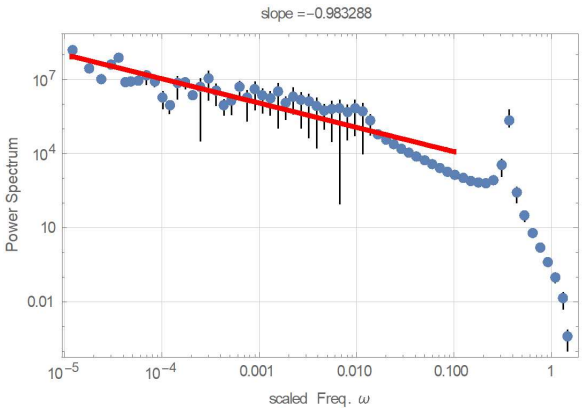


图 7. 所示为 ϕ^2 在 $\alpha = -3, \omega = 440, c = 0.01$ 和 r_i 为 [0,1] 范围内的随机场。根据公式叠加了 200 个正弦波。7 该概率密度函数展示了跨越三个数量级、指数为 -1 的粉红噪声。

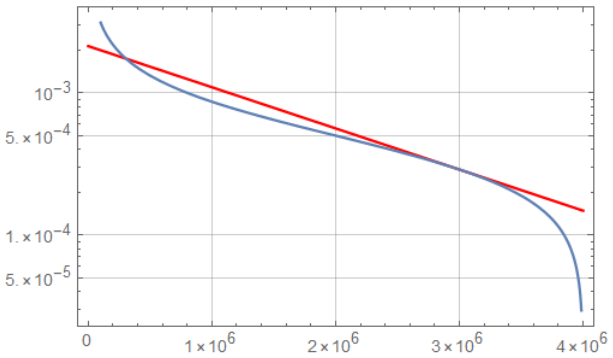


图8。 方程9 在对数线性图中的演示。函数 $\omega(t)$ 可以用指数函数（红色直线）近似，该指数函数在 $\omega(t)$的拐点处具有相同的斜率，尤其是在与低频拍相关的大 t 范围内。

那些接近 Ω 的频率。因此，共振确保频率集中在一个较小的范围内。由于这些频率彼此接近，它们对应的波会产生拍频，并在低频区域产生信号。

假设 一个典型的共振情形，其特征由共振曲线——柯西分布——描述

$$R[\omega] = \frac{1}{\left(\frac{\kappa}{2}\right)^2 + (\omega - \Omega)^2}, \tag{8}$$

其中 Ω 是共振频率， κ 表征共振的尖锐程度。我们将把函数 R[ω] 解释为与谐振器中的 ω 模态数量成正比。于是，频率分布函数 P(ω)由 R[ω]的反函数给出，即

$$\omega = R^{-1}[t] = \frac{\sqrt{-t\,(\kappa^2 t - 4)}}{2t} + \Omega, \tag{9}$$

这里我们选取了 R[ω] 反函数的上半部分，因为下半部分与上半部分对称。

可以用指数函数对方程9 作一个粗略近似： $\omega = Ae^{-Bt}$，其中常数A、B 由方程9的拐点处确定，如图8所示。我们已经知道，这个指数函数给出的功率谱密度具有 -1 斜率，正好对应粉红噪声。

图9展示了这一点，其中绘出了时间序列 $\phi(t)^2$的平方 $\phi(t)$ 的功率谱密度，该时间序列由以下方式生成：

$$\phi(t) = \sum_i \sin\left(2\pi R^{-1}(r_i)t\right). \tag{10}$$

然而，系统分析并不容易。利用关系 P(ω)dω = p(t)dt，其中 p(t) ≡ p = const，可得频率分布函数 P(ω)：

$$P(\omega) = p|d\omega/dt|^{-1} = \frac{32p(\omega - \Omega)}{(\kappa^2 + 4(\omega - \Omega)^2)^2}, \tag{11}$$

当 κ 为有限值时，无法将其化简为单一幂函数形式。

实际的谐振系统还会带来更多复杂性，其泛音较为复杂，并具有多个特征频率，这些频率会系统性地对粉红噪声产生贡献。要针对每个具体的谐振系统系统地推导粉红噪声，还需进一步研究。由于这超出了本文的讨论范围，我们在此不再赘述，相关分析将很快在另一篇论文中进行。

来自红外发散的 5 拍

现在，我们来考察红外发散导致频率自发聚集的第三个原因。表现出粉红噪声的这类系统相当多样，但都可以归结为由电动力学描述的电子与光子组成的系统。

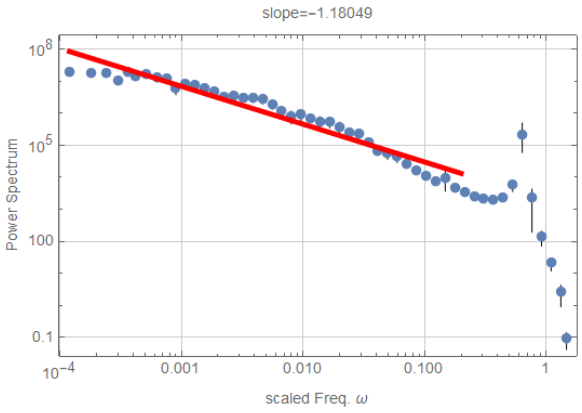


图 9. 时间序列的功率谱密度 $\phi(t)^2$ 由方程式(10)生成，其中 $\kappa = 0.1, \Omega = 10$, 且随机场的定义域 r_i 为 $[0, 10]$。我们叠加了 100 个正弦波，此功率谱密度显示指数约为 -1.2 的幂律。

在这一背景下，曾有人通过量子干涉[14,15]提出粉红噪声的量子起源说。该理论认为，电子发射一个频率为 ω的光子后形成的散射电子态，与未散射电子态相互干涉，从而产生频率为 ω的拍频。然而，这一理论受到了批评[16,17],，主要原因是量子干涉实际上并未发生；散射态与未散射态彼此正交，不可能相互干涉。即使引入相干态基也无济于事。顺便一提，其他一些批评并不成立。

粉红噪声的本质并非量子干涉，而是无质量粒子的发射对经典电流产生的反作用，以及经典波拍频干涉。本文着重讨论这种经典的电磁学描述。

在半导体中，超过自由程尺度（约 10nm，即晶格尺寸的数十倍）后，电流可以视为经典电流。当系统尺寸约为 1mm 时，存在 10^{10} 个经典电流元。当电子遇到任何杂质时，其动量会从 p^i 变为 p^f，并发射出动量为 $\mathrm{p}^i - \mathrm{p}^f$. 的光子。从经典电流出发，

$$j_\mu(x) == -\frac{ie}{(2\pi)^4}\int d^4k e^{-ik\cdot x}\left(\frac{p^i_\mu}{p^i\cdot k}-\frac{p^f_\mu}{p^f\cdot k}\right), \tag{12}$$

发射光子的数量为

$$dN = e^2\left|\frac{\varepsilon\cdot p^i}{k\cdot p^i}-\frac{\varepsilon\cdot p^f}{k\cdot p^f}\right|^2\frac{d^3k}{2(2\pi)^3k^0}, \tag{13}$$

这是红外发散的[18],，且 ε是偏振矢量。

我们假设平均经典电流具有一个基准频率 Ω，它由与杂质相互作用之前的外加电压和电导率决定。每次与杂质发生散射都会发射能量为ω的光，并以概率 1/ω对电流产生大小为能量偏移 ω 的反作用（韧致辐射）。随后，原始电流级联为叠加的海量局域电流，其频率为 $\Omega - \omega_i$、$\mathrm{i} = 1$、2、.....N。接着，这些电流的每一对都会以所有可能的频率差（$\Omega - \omega_i$）－（$\Omega - \omega_j$）$= \omega_j - \omega_i$，$1 \leqq \mathrm{i}$、$\mathrm{j} \leqq \mathrm{N}$ 产生拍频。这个过程与前面指数趋近的情形 3.1 相同，许多频率略有差异的经典电流相互干涉，产生式（2）中的波拍，进而形成图 2 所示的粉红噪声。

无论如何，量子干涉并非粉红噪声起源的本质，关键在于经典同步波。在此背景下，人们发展了量子电动力学的相干缀饰态形式，以消除与无质量光子相关的红外发散。[19,20], 对这一理论进行了很好的概述，尽管大多数作者从一开始就假定存在（半）经典背景电流，而且经典自由度并未得到正确推导。

在与不稳定态相关的有效作用量的闭合时间路径形式中，可以推导出量子电动力学中的经典自由度。该理论的红外发散要求将经典统计核与复有效作用量分离。随后，可从有效作用量推导出带有经典噪声的朗之万方程，用以描述流的经典演化[21]。

这种形式需要比我们在此能够提供的更系统的讨论。不过，我们将在另一篇论文中介绍这一理论，包括经典-量子干涉。

6 讨论

迄今为止，我们提出了三种同步波的起源，它们会产生系统性的拍，并形成粉红噪声。由于粉红噪声是由波拍或振幅调制产生的，因此需要经过解调过程才能观测到它。解调过程可以是：a）与系统相关的内禀机制，或 b）与功率谱密度（PSD）数据归约相关的操作过程。无论哪种情况，解调过程都能带来稳健性，并使粉红噪声呈现多样性。本节将展示一些此类稳健性和多样性的实例。

1. 基准：基准信号即 3.1 中讨论的信号，其参数与图 2 中相同： $\omega = 10$， $c = 0.2$，且 r_i 是范围 [0,30] 内的随机场。在此， 10^3 正弦波按照方程 7 叠加。平方后的信号 ϕ^2呈现出明显的粉红噪声，其斜率为 -1.0，如图 2 所示。

2. ϕ^2的阈值：对于小于均值的 ϕ^2 数据，我们将新数据设为零，其余数据保持不变。功率谱密度呈现斜率为 -1.0 的粉红噪声，与基准情况几乎没有变化。这种情况可能适用于神经系统：只有电压高于某个阈值时，才能产生尖峰信号。

3. ϕ^2的开关阈值：对于小于均值的 ϕ^2 数据，我们将新数据设为零，其余数据设为 1。功率谱密度呈现斜率为 -0.94 的粉红噪声。4. ϕ^2的开关反阈值：这与情况 3 相反。对于小于均值的 ϕ^2 数据，我们将其值设为 1，并将其余 ϕ^2数据设为 0。功率谱密度呈现斜率为 -0.94 的粉红噪声，与情况 3 完全相同。

5. 原始数据 ϕ的阈值：对于小于均值的 ϕ数据，我们将新数据设为零，其余数据保持不变。功率谱密度呈现斜率为 -0.98 的粉红噪声。

6. 对原始数据进行整流 ϕ：对于为负的 ϕ数据，我们将新数据设为零，其余数据保持不变。功率谱密度呈现斜率为 -1.2 的粉红噪声。这可能适用于一些含有晶体管、二极管和真空管的电路。

7. 局部平均后的时间序列 ϕ^2：我们将整个 ϕ时间序列划分为 10^3 个分段，并在每个分段中进行均方平均。功率谱密度呈现斜率为 -1.1 的粉红噪声。这是原始实验[1]中采用的数据处理方法。

8. 局部平均后的时间序列 ϕ：与情况7相同，但我们在每个分段中进行简单平均。功率谱密度完全没有呈现粉红噪声，且功率为正 +0.8。

9. 对ϕ^2采用粗时间分辨率：我们将采样点数量减少到原来的一半。功率谱密度呈现近似粉红噪声，斜率为 -1.1。

10. 更少的叠加波：我们将叠加波的数量从基准值 10^3 减少到 10。功率谱密度中没有粉红噪声。

11. 更多的叠加波：我们将叠加波的数量从基准值 10^3 增加到 10^4。功率谱密度显示出幂律指数为 -0.94 的粉红噪声。

12. 更长的时间序列：我们将时间序列从基准值 10^4 延长至 10^5。功率谱密度显示出斜率为 -1.0 的粉红噪声；与之前相同，但幂律范围扩展了一个数量级。

13. 多个基准频率；我们将基准频率从最初的单个频率改为 5 个，这些频率是从 0 到 20 之间随机选取的。功率谱密度显示出斜率为 -1.5 的粉红噪声。

如上所述，存在多个解调过程。它们分为 a) 数据归约中的系统内在过程和 b) 操作性过程，但这种分类并非互斥。a) 的例子包括阈值处理和整流：案例 3、4、5、6。b) 的例子包括数据平方：案例 1、2、7。

案例 9、11、12、13 展示了粉红噪声的一定稳健性。

7 结论与展望

我们讨论了粉红噪声源于协同波拍频的起因，并考察了这种协同效应的三种可能成因：同步、共振和红外发散。可能还存在其他机制。我们指出，可以根据第 2 节中关于粉红噪声的五项关键观察结果，验证或证伪我们的模型。

1. 波
   波对于产生拍频和振幅调制至关重要。波可能隐藏在系统内部，而数据可能是在信号通过阈值后获得的。如果我们无法在系统中找到相干波，就无法应用我们的模型。

2. 小系统与表观长记忆
   尽管经过振幅调制的涨落，即初级涨落，可能适用维纳-辛钦定理，但解调后的涨落，即次级涨落，却不适用该定理，因为在任何解调过程发生之前，功率谱密度中都不会出现次级涨落。如果我们发现粉红噪声适用维纳-辛钦定理，就无法应用我们的模型。

3. 功率谱密度中表观上没有下截止
   在观测约束下，协同波的拍频或振幅调制能够在有限系统内部产生频率无限低的信号。因此，如果在粉红噪声中发现内禀下截止频率，我们的模型便不适用。

4. 与耗散无关
   协同波的拍频或振幅调制是波合成所导致的次级涨落。因此，耗散可能会抵消脆弱的波拍，进而破坏粉红噪声。

5. 原始信号的平方（解调过程的必要性）
   振幅调制需要经过某种解调过程才能被观测到。解调前的初级涨落不会出现在功率谱密度中。我们的粉红噪声模型预测，解调过程要么 a）是系统内禀的，要么 b）是数据归约中的操作性步骤。如果发现粉红噪声系统中存在解调，且移除解调过程后粉红噪声消失，那么这将有力支持我们的模型。

尽管我们提出了一个基本的粉红噪声模型，但在完善当前形式体系方面仍有许多问题需要解决。其中一些问题已在适当位置以关键词“另文讨论”作了说明。这些问题包括动力学协同系统、实际共振系统以及存在红外发散的系统。我们在表1中总结了其中可能存在共振的系统。

表1 中的列表只是暂定的，并不完整。我们将在未来的出版物中补充完善，包括验证我们的简单粉红噪声模型。

致谢我们谨向午餐时间远程讨论会的各位成员、御茶水女子大学物理系的各位成员，以及京都产业大学的 Manaya Matsui 和 Izumi Uesaka 致谢，感谢他们进行了许多宝贵的讨论。

参考文献

1. J. B. Johnson：《物理评论》**26** 71.1925.**2.** Edoardo Milotti，1/f噪声：教学性综述，https://arxiv.org/ftp/physics/papers/0204/0204033.pdf，2002。**3.** 第16届国际会议论文集：物理系统中的噪声与涨落 II（ICNF），编辑 Gijs Bosnian，World Scientific，2001。，2001。**4.** F.N.Hooge，1/f噪声源，IEEE电子器件学报，**41**(11)，1994。**5.** Masahiro Morikawa，音乐声音的低频表征——声波拍频带来的超低音丰富度，https://arxiv.org/abs/2104.08872，2021。**6.** Guanxiong Liu、Sergey Rumyantsev、Michael S. Shur 和 Alexander A. Balandin，利用石墨烯多层膜直接探测1/f噪声起源：表面与体内，1211.5155.pdf（arxiv.org），2013。**7.** R. A. Dukelov：博士论文，加州理工学院，1974。**8.** M.A. Caloyannides，半导体中1/f噪声的微周期谱估计。《应用物理学杂志》，45：307–316，1974。

表1. 可能因共振效应而呈现粉红噪声的系统列表，正如我们在 4 中所讨论的。此表为初步版本，最终分析将很快在我们的论文中报告。

	系统	共振模态	解调	描述
1	地震	地球自由振荡[22]	断层破裂	美国地质调查局全球30年数据中，深度浅于20公里、震级为4至5的地震显示出粉红噪声，其斜率为-1.2，周期短于2.5个月。
2	冰震	冰山特征频率	冰层断层破裂	美国国家海洋和大气管理局 冰震 (Bloop) 深海声音[23] 显示斜率为.....的粉红噪声 -0.8.
3	太阳耀斑	五分钟振荡[24]	磁重联	HESSI[25] 太阳耀斑光度曲线16年来显示出粉红噪声，其斜率为 -0.9
4	太阳黑子	与上文相同或宏观自旋模型[13]	(内禀)	来自以下时期的太阳黑子数时间序列: 1820年至2010年，呈现出粉红噪声，其斜率为 -1.1，贯穿整个周期[13] .
5	NO_3^-	同上	（内禀）	NO_3^-- 年间的浓度1610—1904年，DF01南极冰芯芯[26] 呈现斜率为 - 的粉红噪声 1.1.
6	变星	同上	（内禀）	一些变星呈现粉红噪声。米拉（红巨星）的光变曲线约六年间[27]呈现粉红噪声，斜率为 -1.2。
7	水琴窟	地下 2 米深的陶制洞穴	数据平方	宝泉院的水琴窟显示出斜率为 -0.8（左）和 -0.6（右）的粉红噪声，持续约四数十年 .
8	大铜锣	特征频率	数据平方	京都的大铜锣呈现粉红斜率为 -1.6 的噪声。小铜锣未显示粉红噪声。

9. Yoshiyuki Y. Yamaguchi 和 Kunihiko Kaneko，《伪卡西米尔不变量引起的集体1/f涨落》，《物理评论E》98，020201(R)，2018。10. R. F. Voss：《1/f涨落研讨会论文集》199，1977。11. Albert Glinsky：《特雷门琴：以太音乐与间谍活动》，厄巴纳：伊利诺伊大学出版社，2000。12. Kuramoto，Yoshiki。H. Araki（编）。《物理学讲义》，理论物理数学问题国际研讨会。第39卷。施普林格出版社，纽约。第420页，1975。13. A. Nakamichi 等，《行星和恒星磁场变化的耦合自旋模型》，《皇家天文学会月报》423，2977，2012。14. P. H. Handel，《物理评论快报》34，1492，1975。15. Handel P. H.，《物理评论A》22，745，1980。16. Kiss, L. B. 和 Heszler, P.《基于量子电动力学对“Handel量子1/f噪声模型”无效性的精确证明》，《物理学杂志C：固态物理》。IOP出版社。19(27)：L631–L633。doi:10.1088/0022-3719/19/27/005。ISSN 0022-3719。，1986。17. Nieuwenhuizen, Th. M.; Frenkel, D.; van Kampen, N. G.《对Handel量子1/f噪声理论的质疑》，《物理评论A》35 (6)：2750–2753。doi:10.1103/physreva.35.2750。ISSN 0556-2791。PMID 9898471。1987。18. Claude Itzykson 和 Jean-Bernard Zuber，《量子场论》，麦格劳-希尔公司，1980。19. H. Hirai 和 S. Sugishita，《由规范不变性导出的着装态》，《高能物理学杂志》06，023，（arXiv:1901.09935），2019。20. H. Hirai 和 S. Sugishita，《由规范不变着装态构造的红外有限S矩阵》，《高能物理学杂志》25，232，（arXiv:2009.11716, https://doi.org/10.1007/JHEP02(2021)025），2021。21. M. Morikawa，《真空能量中的量子涨落：作为动力学相变的宇宙暴胀》，《宇宙》8(6)，295，2022。22. Kiwamu Nishida，《地球背景自由振荡》，《地球与行星科学年度评论》41，719-740，2013。23. 美国国家海洋和大气管理局，“声学监测计划 - 冰震（Bloop）”。太平洋海洋环境实验室。美国国家海洋和大气管理局.gov。检索于2012-11-17，2012。24. M.J. Thompson 等，《日震学与太阳内部动力学》，（ISSI空间科学丛书）施普林格出版社，2018。25. HESSI, https://hesperia.gsfc.nasa.gov/hessidata/dbase /hessi_flare_list.txt，最后查看：2022。26. Yuko Motizuki 等，在富士圆顶（南极洲）冰芯的硝酸盐浓度中发现的十一年、二十二年和 ∼*90*年太阳活动周期，https : // arxiv.org/pdf/2209.11330.pdf，2022。27. 美国变星观测者协会，https://www.aavso.org/，最后查看：2022。