arXiv:2301.12091v1 [cs.GT] 28 Jan 2023

团队增长动态中的信息多样性与亲和偏见

Hoda Heidari 卡内基
梅隆大学hheidari@cmu.edu

Solon Barocas 康奈尔
大学sbarocas@cornell.edu

Jon Kleinberg Karen Levy 康奈尔大学 康奈尔大学
kleinberg@cornell.edu karen.levy@cornell.edu

摘要

先前研究有力地表明，在组织环境中，能够为任务带来多样化信息和观点的团队，比无法做到这一点的团队更为有效。如果这种形式的 *informational diversity* 能够带来性能优势，那么为什么我们在实践中经常看到高度同质化的团队？一种经典观点认为，信息多样性的益处与 *affinity bias*存在冲突。为了更好地理解这种张力对团队构成的影响，我们分析了一个团队组建的序贯模型。在该模型中，个体关注团队的性能（表现为基于一组特征准确预测某个未来结果），但与采用不同预测方法的队友互动时会产生成本。我们对这一简单模型的分析揭示了一系列团队增长动态可能表现出的微妙行为：(i) 从某些初始团队构成出发，团队能够朝着更好的性能取得进展，但随后会停滞在达到最优多样化团队之前；而(ii) 从另一些初始组成出发，团队也可能偏离这种最优平衡，因为多数群体试图排斥少数群体的观点。团队的初始组成可以决定这些动态将朝向还是背离性能最优性，从而描绘出团队构成中 *path-dependent* 的 *inefficiencies* 图景。我们的结果形式化说明了依靠基于效用的动机来推动组织中的信息多样性存在根本局限，并提示了一些可能同时改善信息多样性与性能的干预措施。

1 引言

社会科学领域长期以来的研究指出，在组织环境中，能够为任务带来多元视角的群体，可能比不能带来多元视角的群体更有效。不同视角的结合能为群体提供更多信息，并促成这些信息来源之间的有效协同效应，从而提升团队的性能（Page，2008；Burt，2004）。除了实践中对这一现象的观察外，还有一系列数学模型试图在抽象情境中将这类信息优势形式化；在这些情境中，一群智能体共同参与集体问题解决（Hong and Page，2004）。

如果这种信息多样性[1] 能提升组织内团队的绩效，为什么我们在实践中却如此常见成员高度同质的团队？一种经典观点认为，信息多样性的益处与亲和偏差相互冲突；亲和偏差是一种人类行为现象，指人们更愿意与观点相似的人互动。组织心理学领域的先前研究对此倾向已有充分记录（Huang 等，2019；McCormick，2015；Oberai 和 Anand，2018）。

[1]文献有时将这类多样性称为 *cognitive* 多样性（Page，2019）。我们使用 *informational*多样性这一术语，以强调团队成员在解决问题时带来了新的信息资源。

这是一种聚合效应，可能源于多种不同的潜在机制：例如，人们可能天生更偏好观点相似的人，也可能难以评估观点不同的人；又或者，他们更喜欢分歧较少的团队，或更倾向于选择整体观点与自己更接近的团队。所有这些机制最终都会表现为某种形式的亲和偏差。在此讨论中，我们将聚焦于这些机制以亲和偏差形式呈现的可观察效应，而不限定其具体的潜在机制。

信息多样性与亲和偏差之间的张力，是许多实证研究结果的基础。这些研究表明，信息多样化的团队既能带来更高质量的解决方案，也可能降低群体凝聚力（Phillips等，2009年；Milliken和Martins，1996年；Watson等，1993年）。这些发现凸显了组建信息多样化团队所面临的挑战：通过引入观点迥异的成员来扩充团队，有可能提升团队性能，但由于亲和偏差，也可能降低参与者对这一经历的主观评价。我们希望理解信息多样性与亲和偏差之间的冲突所产生的基本现象。具体而言，随着新成员加入、团队规模扩大，这种张力会对组建团队的构成产生什么影响?

本研究：构建兼顾信息多样性与亲和偏差的模型。本文提出一个模型，用于研究信息多样性与亲和偏差并存时的团队组建。以往的信息多样性模型将主体层面目标函数设定为智能体始终倾向于更高的多样性（例如，参见 Lamberson 和 Page，2012年）；而我们这一类模型则在主体效用中明确刻画了这两种力量之间的张力。具体而言，在我们的模型中，组建团队的智能体面临一项预测任务：它们会看到由特征编码的预测问题实例，并且必须针对每个实例预测某种未来结果。该框架涵盖多种情境，例如试图预测政策干预效果的政策制定者团队、试图预测哪些初创公司会取得成功的投资者团队、面对复杂医学诊断的医生团队，以及参加 Netflix奖和Kaggle竞赛等网络竞赛的数据科学家团队。

先前研究假设智能体旨在最小化其团队的整体预测误差（Lamberson 和 Page，2012年），而我们的方法则将这些早期形式化模型作为构建模块，建立一个更一般的模型。在该模型中，每个智能体的目标函数由两项之和构成（分别体现我们所考察的两种力量）：一项是团队的错误率，另一项是该智能体与其他团队成员之间的不相似程度。一个一维参数控制这两项在目标函数中的相对权重；这种一般形式的目标函数使我们能够研究两种极端情况：智能体主要关注团队绩效，或主要关注团队同质性。

我们尤其关注团队随时间增长的过程：团队会依序决定增添哪些新成员。对于团队的任意构成，我们都可以考察团队愿意接纳哪些类型的智能体；接纳新成员的标准是，该成员能否提升团队成员的总体效用（效用由团队绩效与个体对其他成员的分歧加权求和得出）。通过对这一模型的分析，我们主要发现，经由上述序贯增长动态形成的团队构成，其低效程度具有路径依赖的特征。这一刻画表明，组织干预或许能够同时改善信息多样性和绩效；例如，减少亲和偏差对团队组建动态的影响，或从信息多样性更高的构成开始组建团队（从而使增长动态从更有利的初始条件出发）。

1.1 模型概述

我们考虑这样一种情境：一个由多名成员组成的团队，需要根据成员对未来某一结果的集体预测，做出复杂且非常规的决策。重要的是，这项任务复杂，无法进一步拆分为专业化子任务，由成员各自独立完成。[2] 我们已经提到了一些大致符合这些条件的现实情境。例如，可以汇总营销团队各成员的不同预测，以预测某款新产品的预期销售额（Lamberson 和 Page，2012年）。

[2]请注意，在我们的模型中，尽管不同类型的代理人依靠不同的特征集合来做出预测，但每个代理人都试图完整地解决这个 $same$ 问题（即预测给定世界状态下的结果）。

团队问题解决机制。团队成员拥有关于世界的预测模型（例如，预测某款产品的预期销售额）。面对一个新案例时，每位成员都会运用自己的模型来预测该案例的结果。（在不同情境中，这一模型既可以是团队成员对该领域心智模型的抽象，也可以是他们构建的计算模型的实际实现。我们的模型具有一定的普适性，旨在从总体上涵盖这两种情形。）为简便起见，我们假设个体属于两个意见群体或类型之一，同一类型的成员拥有相似的预测模型。更准确地说，属于某一类型的代理人可以使用该类型预测模型的含噪版本。团队通过某种聚合机制（例如简单平均），汇总成员的意见，形成集体预测或决策。

团队（非）效用（λ）。团队的成本函数结合了两个因素：（1）团队预测的预期错误率；（2）团队成员预测器之间的不相似性。具体而言，团队旨在最小化：

$$\lambda \times \text{团队成员之间的不相似程度} + (1-\lambda) \times \text{团队的预测误差},$$

其中，两位队友之间的不相似性以随机抽取的案例中两人的预测预期分歧程度来衡量。请注意，λ 的不同取值反映了不同的团队偏好。例如，$\lambda = 0$ 对应只关注提高准确性的团队。$\lambda = 1$ 对应只关心尽量减少内部意见分歧的团队。介于两者之间的 λ 取值（例如，$\lambda = 0.5$）则体现了兼顾准确性与相似性的团队。

团队规模的影响（β）。为刻画团队规模与团队成员之间不相似程度的关系，我们引入参数 $\beta \in [0,1]$，该参数从总体上反映了随着团队规模扩大，合作的心理成本（Boros 等，2010）和冲突管理成本（Higashi 和 Yamamura，1993）的变化。具体而言，如第 3 节所述，对于规模为 n 的团队，我们假设团队成员之间两两意见分歧的总和按 $1/n^{1+\beta}$ 进行归一化。这意味着，当 $\beta = 0$ 时，分歧的心理成本会随着持有冲突意见的队友人数线性增长；而当 $\beta = 1$ 时，成本仅取决于持有冲突意见的智能体所占比例，与团队规模无关。β 介于 0 与 1 之间的取值则在这两个极端之间进行插值。

一类参数化的聚合机制（α）。先前研究将简单平均作为团队汇总预测的方法。为了更好地理解聚合机制对团队组成的影响，我们考虑一类由 $\alpha \geq 0$ 参数化的自然聚合函数。这一参数化族类似于图洛克竞赛成功函数（Jia 等人，2013；Skaperdas，1996）：团队中规模为 m 的同质子群，其观点在整个团队的聚合中所占权重为 m^α。在只有两种观点类型的情况下，$\alpha = 1$ 对应于简单平均，而极限 $\alpha \to \infty$ 则对应于多数规则（或中位数）。

1.2 团队增长动态

我们假设 λ、β 和 α 始终保持不变。在每个时间步，都会有一名新代理人到来，现有团队将考虑是否接纳其为新成员。我们假设团队通过评估新代理人的加入是否会降低团队的负效用，来作出这一决定。请注意，团队可能出于两个不同的原因而希望每种类型的成员不止一名：（a）由于每名代理人的预测都是其类型的一个带噪声的版本，因此增加多名同类型成员可以降低噪声；（b）团队要实现类型之间准确率最优平衡，可能需要每种类型不止一名成员。（例如，如果准确率最优组成中，A 类型的代理人数是 B 类型的两倍，那么一个每种类型各有一名成员的团队，可能会发现再聘用一名 A 类型的成员有利。）

为简化起见，在我们模型的基本版本中，我们假设团队能够精确衡量其内部的不相似程度和预测误差。具体而言，我们作出一项简化假设：团队能够完美估计当前的准确性，以及吸纳新成员所带来的准确性变化。先前研究中也常见这一假设（例如，参见（Lamberson and Page，2012年；Hong and Page，2020年））。我们的关键观察是，即使采用这一乐观假设，团队仍未能提升足够的信息多样性以优化准确性。正如第 5 节所述，如果团队低估了信息多样性增加带来的准确性增益，那么吸纳多元化团队成员的动力只会进一步受阻。

（我们将在第 5 节进一步展示，低估和高估准确性增益都会对团队增长动态产生影响。）

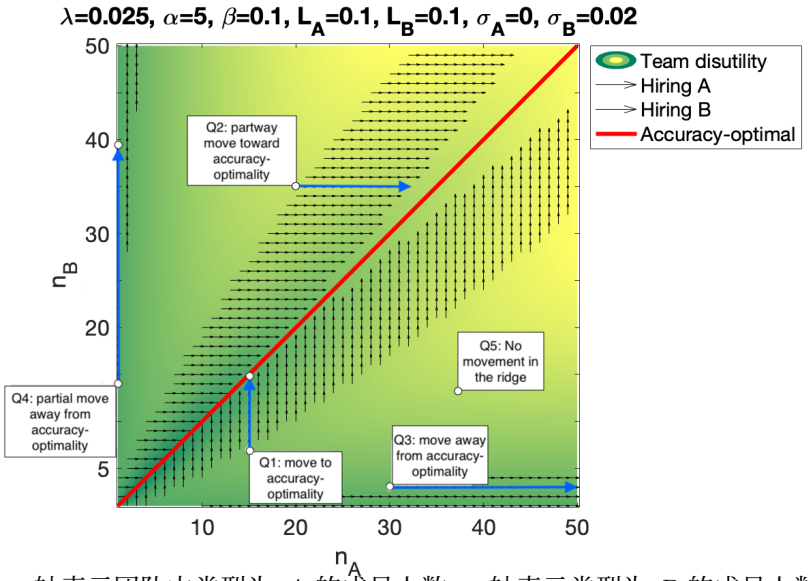

图1：团队增长动态预览。x轴表示团队中类型为 A 的成员人数，y轴表示类型为 B 的成员人数。箭头指向负效用降低的方向。最终组成高度依赖路径，且往往效率低下。

1.3 分析所得见解

我们的分析刻画了预测准确性与亲和偏差相互作用后形成的团队类型，这取决于模型的三个主要参数：

- λ，即亲和偏差相对于准确性对团队增长动态的影响：在 $\lambda = 0,1$的极端情况下，团队组建动态的表现符合预期：当团队只关注准确性（$\lambda = 0$）时，无论其初始构成如何，都会达到准确性（=效用）最优组成。如果团队只关注减少分歧，那么只有初始多数类型才能吸引更多同类型成员加入。然而，对于 λ 的中间值，团队准确性低效的情况如何随着 λ 增长而出现，并非显而易见。人们可能会预期存在临界点现象，即 λ 必须高于某个阈值，才会阻碍准确率最优团队的形成。我们的分析只需相对较少的假设，便表明实际模式截然不同：对于任意中间值的 λ，团队组建动态都会陷入局部效用最优，无法达到准确率最优组成。

- α，或者说，个体预测汇总为团队预测的机制：随着 α 增长，团队形成集体预测的规则会从纯平均平滑地转变为中位数或多数规则类型的函数。在这一过程中，随着 α 增长，多数类型的预测对集体预测的影响会越来越占主导。这会形成一种动态：增加来自代表性不足类型的新成员，带来的准确性增益微乎其微，却会产生不可忽视的分歧成本；因此，除非该类型在当前团队中的相对规模已经足够大，否则不会增加来自代表性不足群体的新成员。

- β，或团队规模对团队内分歧感知的影响：随着 β 变小，团队规模在影响不相似性／分歧感知方面将发挥更大的作用。因此，团队加入的代表性不足的类型成员数量永远不会超过某个限度。视团队的初始组成而定，多数类型可能会发现，继续加入本类型的新成员有利可图，因为这样可以淹没另一类型的预测，从而降低由不相似性产生的成本。当同类型分歧不为零时——这可能是由于同类型代理人所做预测中的噪声所致——

多数类型可能会停止扩张，以避免增加同类型分歧。

综合来看，这些原则表明，团队增长动态可能呈现一系列微妙的行为：（i）从某些初始团队构成出发，团队可能朝着更优的性能取得进展，却在达到最优多样化团队之前半途停滞；但（ii）从另一些初始构成出发，随着多数群体试图排挤少数群体的观点，团队也可能偏离这种最优平衡。团队的初始构成可能决定动态变化是朝着性能最优性前进，还是背道而驰。

很自然地，我们可以用几何方式将这一过程可视化：它发生在一个笛卡尔平面上，其中点（n_A，n_B）代表一个由群体 A 的 n_A 名成员和群体 B 的 n_B 名成员组成的团队；从点（n_A，n_B）出发的箭头则指示了扩大团队规模能够提升其效用的方向。于是，团队增长动态对应于在这个空间中的行进；而行进所指向的终点取决于其起点。图1展示了如何针对问题的一个具体实例开展这项分析。在图中，斜线表示最优团队构成，图上从点（n_A，n_B）出发的箭头表示一个由群体A 的 n_A 名成员和群体 B 的 n_B 名成员组成的团队增长的方向。（图中这个具体实例由参数值$\alpha = 5$、$\beta = 0.1$、$\lambda = 0.025$ 描述，使用的是前文介绍的记号；两种观点类型 A 和 B的错误率均为 0。1（$\mathcal{L}^A = \mathcal{L}^B = 0.1$）。正如第 3 节将要说明的，在我们的模型中，我们假设这种相近的错误率是通过不同的预测属性实现的；因此，同时包含两种类型成员的团队比同质团队具有更高的准确性。）

该图通过一个具体示例，展示了我们的研究结果所形式化的一组基本原理。具体来说，观察团队增长箭头在平面不同区域中的指向，可以看出整个空间分解为若干具有不同动态特征的区域。对角线附近有一条谷地：其中包含一部分靠近准确率最优点的点，增长动态会使团队朝这些点移动。图中的 Q_1 点就是其中之一，它会逐步迭代，最终达到准确性最优状态；而图中的 Q_2 点则会朝最优点移动一段距离，然后停滞。此外，每条坐标轴附近都有一处下坡：像 Q_3 这样足够靠近坐标轴的点，实际上会远离准确率最优点，沿着坐标轴进一步向外移动；这对应于团队通过增加多数类型的成员来降低平均差异度。随着增长动态扩展多数群体，如果团队内分歧变得不可忽略，这种扩展可能会停止（例如，从 Q_4 点开始的动态）。最后，还有一道山脊，将中央谷地与外侧下坡分隔开来；一个点位于山脊的哪一侧，决定了它会逐步朝最优方向移动，还是背离最优方向。实际位于这道山脊上的点（如 Q_5）则完全不会移动。

因此，我们的结果表明，在这一过程中可能存在一个团队异质性的临界水平：一旦团队的异质性超过这一水平，增长动态就会提升其性能；但如果异质性未达到这一水平，增长动态则可能使团队逐渐瓦解，走向更高的同质性和更低的性能。

上述分析虽然是在我们的模型框架下进行的简化分析，但揭示了若干具有实际指导意义的普遍见解。首先，多样性对团队性能的积极影响本身并不足以促使高绩效团队形成。其次，分析突显了规划者可用来影响团队增长动态的一些调控手段。其中一些可从图1中看出，例如初始团队构成的选择。另一些则隐含在参数选择中，例如选择何种聚合机制（对应于 α）来解决团队成员之间的意见冲突。

2 相关工作

最优预测团队。 在机器学习、运筹学和经济学领域，结合多个预测器以提高预测准确性是一种常见且经过充分研究的方法（Clemen，1989；Armstrong，2001）。先前研究表明，结合多样化的预测器通常能提升性能（Batchelor and Dua，1995；Hong and Page，2004；Lobo and Nair，1990）。受实证证据启发，先前研究提出了预测聚合团队的形式化模型（Lamberson and Page，2012；Davis-Stober等，2015）。例如，Lamberson 和 Page（2012）着重研究团队规模对确定其最优预测团队构成的影响。尽管我们的模型与

（Lamberson和Page，2012年）密切相关，但我们关注的问题从根本上有所不同。还值得注意的是，我们模型中的团队形成过程可以视为机器学习中集成学习的一种变体——关键区别在于，结合多样化模型需要付出成本。

与（Lamberson 和 Page，2012年）的比较。我们的研究扩展了 Lamberson 和 Page 提出的模型。他们研究的是进行组合预测的团队的最优组成。与我们的模型类似，准确性被用作团队问题解决能力的代理指标；聚合机制预先固定；智能体属于两种预测类型之一，A 和 B，且任意两个同类型智能体所产生的误差之间都存在正且固定的协方差。核心问题是："何种类型组成能够使团队的均方误差最小？"Lamberson 和 Page 的主要发现是，对于大型团队，最优组成主要由误差协方差最低的类型构成，即使该类型并非准确性最高的类型。相比之下，在小组中，准确性最高的类型将占多数。我们与（Lamberson 和 Page，2012年）的研究最主要的区别在于团队目标函数：我们不再假设团队只追求准确性最大化，而是也考虑亲和偏差的影响。此外，Lamberson 和 Page 的分析关注的是对团队成员的预测进行均匀平均，而我们研究的是更丰富的一类聚合机制。最后，不同于先前的研究探讨同类型内部的误差协方差对准确率最优组成的影响，我们固定各类型的误差协方差，转而关注准确性与亲和偏差之间的张力如何影响团队的增长动态。

团队绩效与动态中的多样性。大量实证与理论研究考察了多样性对团队绩效与动态的影响。相关文献中有很大一部分研究了人口统计特征方面的多样性，例如种族、性别和年龄/代际（Guillaume等，2017年；Pelled，1996年；Elsass和Graves，1997年）。其他学者则关注工作相关特征方面的多样性，例如教育程度或任职年限（Sessa和Jackson，1995年；Milliken和Martins，1996年；Pelled等，1999年）。我们的研究更接近后一类多样性。重要的是，我们的贡献并不直接适用于组织中的人口统计多样性。

实证研究考察了多样性对群体绩效与效能的影响。部分先前研究认为，多样性可能是一把"双刃剑"：它既能带来更高质量的解决方案，也会降低群体凝聚力（Phillips等，2009年；Milliken和Martins，1996年；Lauretta McLeod和Lobel，1992年；Watson等，1993年；O'Reilly III等，1989年）。我们的分析旨在理解多样性为何以及在什么条件下会产生这种作用。

除性能之外，实证研究还表明，由不相似个体组成的群体会导致同事之间的吸引力和信任降低（Chattopadhyay，1999）、沟通频率降低（Zenger 和 Lawrence，1989）、群体承诺和心理依附减弱（Tsui 等，1992）、任务贡献减少（Kirchmeyer，1993；Kirchmeyer 和 Cohen，1992），以及对组织公平性和包容性的认知降低（Mor Barak 等，1998）。与同质群体相比，异质群体的凝聚力较低（Terborg 等，1975），冲突和误解更多（Jehn 等，1997），进而导致成员满意度下降、合作减少（Chatman 和 Flynn，2001），并增加人员流动（Jackson 等，1991）。这些实证发现通过我们模型中团队成员对一致性的内在偏好得以体现。

亲和偏差。 亲和偏差或同质性，是指个体倾向于接近或与他们认为与自己相似的其他人交往。这种相似性可能体现在人口统计特征（如种族、族裔、年龄或性别）、社会地位（例如职称）、价值观（例如政治 affiliations）或信念等方面。大量实证研究已经确立了社会网络中同质性的存在（McPherson 等，2001）。组织流程中的亲和偏差也已有大量文献记录和深入讨论（Huang 等，2019；McCormick，2015；Oberai 和 Anand，2018）。

享乐博弈。享乐博弈对玩家偏好不同联盟（或团队）的情形下，玩家组成联盟的过程进行建模（Bogomolnaia 和 Jackson，2002）。该领域现有研究主要关注博弈结果的稳定性（例如，评估博弈结果是否属于核心）。与享乐博弈类似，在我们的设定中，每个代理人的收益取决于团队中的其他成员。然而，与享乐博弈不同，我们并不关心社会如何将自身划分为互不相交的联盟。相反，我们研究的是一个依序发展的团队，在这一过程中，现有成员可以决定下一位加入者是谁。

[3]根据 Pelled（1996）的说法，"工作相关性是指某个变量直接塑造与认知任务相关的观点和技能的程度。"

群体智慧与预测市场。群体智慧（Surowiecki，2005年；Mannes 等人，2012年）体现了这样一种观点：在预测任务中，群体往往比个体表现得更好。这一观点构成了“预测市场”的基础；在这类市场中，智能体可以买卖收益与未来事件相对应的证券。市场价格可以反映群体对相关事件发生概率的集体判断（Wolfers 和 Zitzewitz，2004年；Arrow 等人，2008）。在预测市场中，交易者通常不会组成群体或联盟，而是彼此对赌。只有当交易者对世界未来状态的预测正确，且其他交易者中只有一小部分根据正确预测下注时，该交易者才能获得尽可能高的收益。与预测市场不同，我们的模型假定团队的个体成员关注团队的整体性能。此外，我们暂不考虑激励因素，专注于团队增长动态中准确性与亲和偏差之间的相互作用。

3 基础模型

令 $\mathcal{X}$ 表示按照概率分布P分布的所有可能世界状态的集合。我们假设，每个世界状态都由一个特征向量 $\mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_r) \in \mathcal{X}$描述，该向量由互不相关的属性 $x_1, \cdots, x_r$组成，即对于所有 $j \neq i$，$\mathrm{cov}(x_i, x_j) = 0$。每个世界状态 $\mathbf{x}$都会产生一个结果 $y \in \mathcal{Y}$。我们假设存在一个真实的结果函数 f^*，使得对于任意 $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$，$y = f^*(\mathbf{x})$都是 $\mathbf{x}$ 的真实结果。为简单起见，除非另有说明，我们假设 f^* 是确定性的，$\mathcal{X} = \mathbb{R}^r$，且 $\mathcal{Y} = \mathbb{R}$。

考虑一组智能体，它们都能够根据世界状态对真实结果进行预测。智能体 i 拥有一个关于世界的固定预测模型，记为 $f_i : \mathcal{X} \longrightarrow \mathcal{Y}$，该模型将每个可能的世界状态 $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$映射为一个预测结果 $\hat{y}_i = f_i(\mathbf{x})$。我们用 $\mathcal{L}_i$ 表示 i的预测所产生的准确性损失。更具体地说，给定损失函数 $\ell : \mathcal{Y} \times \mathcal{Y} \longrightarrow \mathbb{R}$，

$$\mathcal{L}_i = \mathbb{E}_{\mathbf{x} \sim P} \left[\ell(\hat{y}_i, y) \right].$$

例如，ℓ 可以是平方误差，即 $\ell(\hat{y}_i, y) = (\hat{y}_i - y)^2$。

对于任意两个预测 d模型 f_i，f_j，我们通过一种距离来定义它们之间的分歧程度 e 度量，$\delta : \mathcal{Y} \times \mathcal{Y} \longrightarrow \mathbb{R}^+$。

$$d_{i,j} = \mathbb{E}_{\mathbf{x} \sim P} \left[\delta(f_i(\mathbf{x}), f_j(\mathbf{x})) \right].$$

例如，δ 可以是平方范数，即 $\delta(f_i(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{x})) = (f_i(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}))^2$。为简化分析，我们将首先关注简单的二次损失（$\ell$）和距离（$\delta$）函数，即 $\ell(y, y') = \delta(y, y') = (y - y')^2$。稍后在第 5 节中，我们将说明我们的结果可以推广到更广泛的一类距离度量和损失函数。

智能体类型。为简化起见，并沿用先前研究（Lamberson 和 Page，2012年）的做法，我们假设智能体分为两类，A 和 B，每类智能体都有一个针对世界的类型特定预测模型。具体而言，每种类型的个体都基于类型特定的特征子集进行预测，其预测是这些特征上最高准确率预测器的带噪版本。（在先前研究中，假设个体使用其可用的最高准确率预测器是很常见的做法。例如，参见（Hong and Page，2020年）。）不失一般性，[4] 假设类型为 A 的个体只考虑特征 x_1、$\cdots$、x_k，而类型为 B 的个体则利用特征 x_{k+1}、$\cdots$、x_r 来预测$\mathbf{x}$。

我们假设真实函数 f^* 关于特征向量$\mathbf{x}$是线性的。因此，它可以分解为两个部分，分别对应两种类型的特征集。具体而言，$\forall \mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_r) \in \mathcal{X}$：

$$f^*(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\theta}^* \cdot \mathbf{x} = \theta_1^* x_1 + \cdots + \theta_k^* x_k + \theta_{k+1}^* x_{k+1} + \cdots + \theta_r^* x_r \tag{1}$$

$$= \boldsymbol{\theta}^*_{1,\cdots,k} \cdot (x_1, \cdots, x_k) + \boldsymbol{\theta}^*_{k+1,\cdots,r} \cdot (x_{k+1}, \cdots, x_r) \tag{2}$$

我们将把 $\boldsymbol{\theta}^*_{1, \ldots, k}$称为 $\boldsymbol{\theta}^A$（因为它是基于 A 的特征得出的准确率最优权重），并将 $\boldsymbol{\theta}^*_{k+1, \ldots, r}$称为$\boldsymbol{\theta}^B$，因此 $f^*(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\theta}^A \cdot \mathbf{x} + \boldsymbol{\theta}^B \cdot \mathbf{x}$。给定一个实例 $\mathbf{x}$，每种类型的个体都可以根据其类型中准确性最高的预测模型生成带噪声的

[4]假设两种类型的特征集交集非空。由于我们假定两个团队都基于各自的特征集训练准确性最高的预测器，因此它们对共同特征的权重会相似。将预测器中对应共同特征的部分从 f^*、f_A 和 f_B 中减去后，我们可以等价地假设两种类型能够使用互不相交的特征。

预测。更具体地说，类型为 A 的个体会预测

$$f^A(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\theta}^A \cdot \mathbf{x} + \theta_0^A + \epsilon_A$$

其中 ϵ_A 是从均值为零、方差为 σ_A^2 的高斯分布中抽取的独立同分布噪声，$\theta_0^A = \mathbb{E}[\boldsymbol{\theta}^B \cdot \mathbf{x}]$ 是截距。类似地，类型为 B 的个体预测 $f^B(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\theta}^B \cdot \mathbf{x} + \theta_0^B + \epsilon_B$。为避免一直使用点积记法，我们定义简写函数 $\theta^A(\mathbf{x}) := \boldsymbol{\theta}^A \cdot \mathbf{x}$ 和 $\theta^B(\mathbf{x}) := \boldsymbol{\theta}^B \cdot \mathbf{x}$。我们还用 $\mathcal{L}^A$、$\mathcal{L}^B$ 表示每种类型的预测模型在无噪声情况下的准确性损失（即，对于 $c \in \{A, B\}$，$\mathcal{L}^c = \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}[\ell(\theta^c \cdot \mathbf{x}, y)]$）。此外，为简单起见，我们假设 $\mathbb{E}[\mathbf{x}] = \mathbf{0}$[5]，因此上述截距均为 0。（注意，由于 $\mathbb{E}[\mathbf{x}] = \mathbf{0}$，且 f^*、f^A 和 f^B 都是关于 $\mathbf{x}$ 的线性函数，因此有 $\mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}[f^*(\mathbf{x})] = \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}[f^A(\mathbf{x})] = \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}[f^B(\mathbf{x})] = 0$。）

聚合机制。团队 T 是由一组智能体组成的集合，它们根据给定的聚合函数 $\mathcal{G}_T$ 组合各自的预测。对于任意 $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$，聚合函数 $\mathcal{G}_T$ 接收团队 T 所有成员针对输入 $\mathbf{x}$ 所作的预测，并输出对 $\mathbf{x}$ 的团队集体预测。给定团队 $T = \{1, 2, \cdots, |T|\}$，我们用 $\mathcal{G}_T(\mathbf{x})$ 表示团队成员对状态 $\mathbf{x}$ 的聚合预测。更精确地说，

$$\mathcal{G}_T(\mathbf{x}) = \mathcal{G}(f_1(\mathbf{x}), \cdots, f_{|T|}(\mathbf{x})).$$

请注意，我们假设 $\mathcal{G}_T$ 的函数形式（在上述方程中记为 $\mathcal{G}$）是外生选定的，且始终固定不变，并且独立于团队的组成。具体而言，$\mathcal{G}$ 可以是所有团队成员预测的平均值，即：

$$\mathcal{G}(f_1(\mathbf{x}), \cdots, f_n(\mathbf{x})) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i.$$

（在只有一种可接受的聚合函数，即给予所有团队成员的意见同等权重的环境中，假设 $\mathcal{G}$ 采用这种特定形式是合理的。）我们将考虑一类受图洛克竞赛成功函数启发的一般聚合函数（Jia 等人，2013；Skaperdas，1996），定义如下：给定一个由 n_A 个类型为 A 的个体和 n_B 个类型为 B 的个体组成的团队，我们定义如下聚合函数参数化类别：

$$\forall \alpha \in [0, \infty): \qquad \mathcal{G}^{\alpha}_{n_A, n_B}(\mathbf{x}) = \left(\frac{n_A^{\alpha}}{n_A^{\alpha} + n_B^{\alpha}}\right) f^A(\mathbf{x}) + \left(\frac{n_B^{\alpha}}{n_A^{\alpha} + n_B^{\alpha}}\right) f^B(\mathbf{x}). \tag{3}$$

当 n_A, n_B 可从上下文中明确得知时，我们省略下标，并用 $\mathcal{G}^{\alpha}$ 指代聚合函数。请注意，如果 $\alpha = 1$，上述表达式可简化为简单平均值；当 $\alpha \to \infty$趋于极限时，$\mathcal{G}^{\alpha}$则趋近于中位数。

负效用与成本。可以将个体智能体加入团队，以降低团队的整体负效用或成本。智能体 i 作为团队 T 成员所承担的成本，定义为以下两部分的组合：(a) 其与其他团队成员的分歧程度；(b) 团队整体的准确性损失。更确切地说，

$$c_i(T) = \lambda \times \frac{1}{|T|^{\beta}} \sum_{j \in T} \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}\left[\delta(f_j(\mathbf{x}), f_i(\mathbf{x}))\right] + (1 - \lambda) \times \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}\left[\ell(\mathcal{G}_T(\mathbf{x}), y)\right].$$

请注意，参数 $\beta \in [0, 1]$ 规定了团队规模如何影响个体 i 所经历的分歧程度。具体而言，它刻画了分歧感知如何随对立类型的绝对规模与相对规模而变化。举例来说，假设存在一种假想情形：对于所有 $j \neq i$，$\mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}[\delta(f_j(\mathbf{x}) - f_i(\mathbf{x}))]$ 均固定为某个常数值 δ。当 $\beta = 0$时，i与团队成员之间所经历的分歧等于 $(|T - 1|\delta)$，并随团队规模 $|T|$线性增长。也就是说，团队规模越大，i对与队友之间分歧的感知就越强。而对于 $\beta = 1$，i所经历的分歧程度 $(|T - 1|\delta/|T|)$则大致保持不变。

增长动态。我们假设团队 T 愿意接纳新成员，前提是该成员能降低现有成员的平均成本：

$$\lambda \times \frac{1}{|T|^{1+\beta}} \sum_{i,j \in T} \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}\left[\delta(f_j(\mathbf{x}), f_i(\mathbf{x}))\right] + (1 - \lambda) \times \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}\left[\ell(\mathcal{G}_T(\mathbf{x}), y)\right]. \tag{4}$$

[5]W我们可以通过对所有特征进行标准化来确保满足这一条件 。

团队增长动态的过程如下：团队 T 最初由 n_A 名 A类型的个体和 n_B 名 B类型的个体组成。候选个体依次在步骤 $t=1$、2、$\cdots$到来。我们将第 t个个体称为 i_t，并用 $s_t \in \{A,B\}$表示其类型。当且仅当接纳 i_t 能够降低当前团队的负效用 (4) 时，团队才会接纳该个体。正如第 4 节将要讨论的，团队接纳多个同类型成员有两个不同的原因：

- 当准确率最优的团队构成倾向于某一类型时，可能需要每种类型都雇用多名成员，才能实现准确率最优平衡。
- 当每个代理人的预测都是其类型的带噪声版本时，同一类型的多个成员可以降低噪声。

4 分析

本节介绍在 λ的三种不同制度下团队组建的动态：一种是$\lambda=0$ （只有准确性起作用）；另一种是 λ 接近 1（准确性的重要性可以忽略）；最后是介于两者之间、满足 $0<\lambda<1$的情形。

4.1 最小 λ 值（$\lambda=0$）

当 $\lambda=0$时，只有在新成员能够降低团队的均方误差时，团队才会增加新成员。为了了解在什么条件下会招募新成员，假设当前团队由n_A 名类型为 A 的个体和 n_B 名类型为 B的个体组成。回想一下，团队的集体预测模型可以写为 $\mathcal{G}^\alpha(\mathbf{x}) = \frac{n_A^\alpha}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}\theta^A(\mathbf{x}) + \frac{n_B^\alpha}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}\theta^B(\mathbf{x}) + \frac{n_A^\alpha\epsilon_A+n_B^\alpha\epsilon_B}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}$. 很容易证明，团队的均方误差可以分解为偏差项和方差项。

引理1（团队误差分解）。 考虑一个由 n_A 名 A 类型成员和 n_B 名 B 类型成员组成的团队。那么：

$$\mathbb{E}\left[(\mathcal{G}_T(\mathbf{x})-y)^2\right] = \frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathcal{L}^B + \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathcal{L}^A + \frac{n_A^{2\alpha}\sigma_A^2+n_B^{2\alpha}\sigma_B^2}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}, \tag{5}$$

其中，期望是相对于（$\mathbf{x}$ y）$\sim P$和 $\epsilon_c \sim \mathcal{N}$（0，$\sigma_c^2$）而言的，其中 $c\in\{A,B\}$.

证明。 我们可以写成：

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}\left[(\mathcal{G}_T(\mathbf{x})-y)^2\right] = \mathbb{E}\left[(\mathcal{G}_T(\mathbf{x})-f^*(\mathbf{x}))^2\right] \\
=\ &\mathbb{E}\left[\left(\frac{n_A^\alpha}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}\theta^A(\mathbf{x}) + \frac{n_B^\alpha}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}\theta^B(\mathbf{x}) + \frac{n_A^\alpha\epsilon_A+n_B^\alpha\epsilon_B}{n_A^\alpha+n_B^\alpha} - f^*(\mathbf{x})\right)^2\right] \\
=\ &\mathbb{E}\left[\left(\frac{-n_B^\alpha}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}\theta^A(\mathbf{x}) + \frac{-n_A^\alpha}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}\theta^B(\mathbf{x}) + \frac{n_A^\alpha\epsilon_A+n_B^\alpha\epsilon_B}{n_A^\alpha+n_B^\alpha}\right)^2\right] \qquad \text{(Using 1)} \\
=\ &\frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})^2\right] + \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\theta^B(\mathbf{x})^2\right] + \frac{2n_A^\alpha n_B^\alpha}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})\theta^B(\mathbf{x})\right] + \frac{1}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}[(n_A^\alpha\epsilon_A+n_B^\alpha\epsilon_B)^2]
\end{aligned}$$

接下来，利用两种类型无法获取共同特征这一事实，以及对于所有 $j\neq i$，$\mathrm{cov}(x_i,x_j)$ =0 这一事实，我们知道 $\mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})\theta^B(\mathbf{x})\right]=0$。此外，由于独立噪声这一假设，$\mathbb{E}\left[\epsilon_A\epsilon_B\right]=0$。因此，上述方程可简化为：

$$\begin{aligned}
=\ &\frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\left(f^*(\mathbf{x})-\theta^B(\mathbf{x})\right)^2\right] + \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\left(f^*(\mathbf{x})-\theta^A(\mathbf{x})\right)^2\right] + \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}[\epsilon_A^2] + \frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathbb{E}[\epsilon_B^2] \\
=\ &\frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathcal{L}^B + \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}\mathcal{L}^A + \frac{n_A^{2\alpha}\sigma_A^2+n_B^{2\alpha}\sigma_B^2}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}.
\end{aligned}$$

□

由 (n_A, n_B) 名 A, B 团队成员分别组成的团队，只有当在 (n_A+1, n_B) 处计算的 (5) 小于在 (n_A, n_B) 处计算的值时，才会增加一名 A 类型的新成员。增加一名 B 类型的新团队成员时，逻辑类似。固定属于一种类型（例如 A）的团队成员人数后，以下命题给出了属于另一组（此处为 B）的成员人数的准确性最优值。

命题1（准确率最优组成）。考虑一个初始组成中有 $n_A > 0$ 名 A 类型成员且没有 B 类型成员的团队。在式（5）中，能够使团队准确性损失最小的 B 类型成员的最优添加人数等于 $n_B^* = n_A \left(\frac{\mathcal{L}^A+\sigma_A^2}{\mathcal{L}^B+\sigma_B^2}\right)^{1/\alpha}$。

证明。根据引理1，团队的准确性可写为：

$$\mathbb{E}\left[(\mathcal{G}_T(\mathbf{x})-y)^2\right] = \frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}(\mathcal{L}^B+\sigma_B^2) + \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2}(\mathcal{L}^A+\sigma_A^2).$$

对右侧关于 n_B 求导，得到：

$$\begin{aligned} & \frac{2\alpha n_B^{2\alpha-1}(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^2 - 2\alpha n_B^{3\alpha-1}(n_A^\alpha+n_B^\alpha)}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^4}(\mathcal{L}^B+\sigma_B^2) + \frac{-2\alpha(n_A^\alpha+n_B^\alpha)n_A^{2\alpha}n_B^{\alpha-1}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^4}(\mathcal{L}^A+\sigma_A^2) \\ = & \frac{2\alpha n_B^{\alpha-1}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^3}\left(\left(n_B^\alpha(n_A^\alpha+n_B^\alpha)-n_B^{2\alpha}\right)(\mathcal{L}^B+\sigma_B^2) - n_A^{2\alpha}(\mathcal{L}^A+\sigma_A^2)\right) \\ = & \frac{2\alpha n_B^{\alpha-1}n_A^\alpha}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha)^3}\left(n_B^\alpha(\mathcal{L}^B+\sigma_B^2) - n_A^\alpha(\mathcal{L}^A+\sigma_A^2)\right). \end{aligned} \tag{6}$$

要使导数为零，可写为：

$$n_B^\alpha(\mathcal{L}^B+\sigma_B^2) - n_A^\alpha(\mathcal{L}^A+\sigma_A^2) = 0 \Leftrightarrow n_B = n_A\left(\frac{\mathcal{L}^A+\sigma_A^2}{\mathcal{L}^B+\sigma_B^2}\right)^{1/\alpha}.$$

显然，当 $n_B < n_A\left(\frac{\mathcal{L}^A+\sigma_A^2}{\mathcal{L}^B+\sigma_B^2}\right)^{1/\alpha}$ 时，上述表达式（6）为负；当 $n_B > n_A\left(\frac{\mathcal{L}^A+\sigma_A^2}{\mathcal{L}^B+\sigma_B^2}\right)^{1/\alpha}$ 时，则为正。因此，$n_B = n_A\left(\frac{\mathcal{L}^A+\sigma_A^2}{\mathcal{L}^B+\sigma_B^2}\right)^{1/\alpha}$ 确实是准确性损失的最小值。证明完毕。

□

附录列举了在几种不同的 α 和（$\mathcal{L}^A$、$\mathcal{L}^B$）制度下，$\lambda = 0$ 的团队增长动态示例。图8和图9表明，无论团队的初始组成如何，增长动态都会收敛到准确率/效用最优组成。此外，我们观察到，同时增加一名 A 类型和一名 B类型的团队成员从来不会同时带来益处。即使智能体的预测带有噪声，这些趋势也保持不变。

注释1（σ_A、σ_B 对增长动态的影响）。注意，由于方程5在 A和 B方面具有对称性，团队准确性的关于 n_A 和 n_B 的偏导数始终符号相反。因此，在任何 n_A、$n_B \geq 0$下，增加一名A类新成员或增加一名B类型的新成员总有其一有益，但二者绝不会同时有益。

4.2 最大 λ 值（$\lambda = 1$）

当 $\lambda = 1$时，团队的效用损失仅对应于团队成员之间的分歧项。下面的引理表明，分歧率可以分解。

引理2 (团队分歧分解). 考虑一个由 n_A 个 A 类型的个体和 n_B 个 B类型的个体组成的团队。那么

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\left[\frac{1}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sum_{i,j\in T} d(i,j)\right] &= \frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B+\sigma_A^2+\sigma_B^2\right) + \\ &+ \frac{2n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sigma_A^2 + \frac{2n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sigma_B^2, \end{aligned} \tag{7}$$

其中，期望是相对于$(\mathbf{x}\ y) \sim P$以及 $\epsilon_c, \epsilon_c' \sim \mathcal{N}(0, \sigma_c^2)$ 而言的，其中 $c \in \{A, B\}$。

证明。 我们可以将 (7) 的左侧写为:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sum_{i,j\in T}\mathbb{E}\left[d(i,j)\right]=\frac{1}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sum_{i,j\in T}\mathbb{E}\left[(\theta_i(\mathbf{x})+\epsilon_i-\theta_j(\mathbf{x})-\epsilon_j)^2\right]\\
=\;&\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})+\epsilon^A-\theta^B(\mathbf{x})-\epsilon^B)^2\right]+\frac{n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_A-\epsilon'_A)^2\right]\\
&+\frac{n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_B-\epsilon'_B)^2\right]\\
=\;&\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})-\theta^B(\mathbf{x}))^2\right]+\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon^A-\epsilon^B)^2\right]\\
&+\frac{n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_A-\epsilon'_A)^2\right]+\frac{n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_B-\epsilon'_B)^2\right]\\
=\;&\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})-\theta^B(\mathbf{x}))^2\right]\\
&+\frac{2n_An_B+2n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[\epsilon_A^2\right]+\frac{2n_An_B+2n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[\epsilon_B^2\right]\\
=\;&\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B+\sigma_A^2+\sigma_B^2\right)+\frac{2n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sigma_A^2+\frac{2n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sigma_B^2.
\end{aligned}$$

□

如果 $\sigma_A=\sigma_B=0$，方程7可简化为:

$$\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\right) \tag{8}$$

为了刻画在什么条件下增加一位类型为 B 的新成员会对团队有益，我们可以考察导数。(8) 对 n_B 的导数等于

$$2\frac{n_A(n_A+n_B)^{1+\beta}-(1+\beta)n_An_B(n_A+n_B)^{\beta}}{(n_A+n_B)^{2+2\beta}}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\right)=2\frac{n_A(n_A-\beta n_B)}{(n_A+n_B)^{2+\beta}}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\right).$$

注意，对于任意 $\beta\geq 0$，导数在 $n_B=\frac{n_A}{\beta}$处等于零。此外，当 $n_B<\frac{n_A}{\beta}$时，导数严格为正；当 $n_B>\frac{n_A}{\beta}$时，导数严格为负。这意味着，只有当 $n_B\geq\frac{n_A}{\beta}$时，向团队中增加一位类型为 B 的代理人才有益。在附录中，我们展示了 $\lambda=1$、$\sigma_A=\sigma_B=0$ 以及若干不同取值下的团队增长动态。

有噪声情形稍微复杂一些。正如下文命题所阐述的，如果有噪声的类型占多数（例如，在图 2 所示的所有对角线上方的组成中，类型 B 占多数），增加更多 B类型的成员会使多数群体压制 A类型成员造成的分歧。但随着时间推移，当与 A类型成员之间的分歧得到充分抑制后，由于噪声会影响同类型成员之间的分歧，继续增加 B 成员便不再有益。

命题2. 考虑一个初始组成如下的团队：$n_A>0$ 名类型为 A 的成员和 n_B 名类型为 B的成员。假设 $\sigma_B>0$ 和 $\beta<1$。那么存在 n_B^{lower}、$n_B^{upper}\in\mathbb{R}$，使得当且仅当 $n^{lower}\leq n_B\leq n^{upper}$时，增加一名类型为 B 的成员会降低式（7）中的团队分歧。

证明. 式（7）对 n_B 的导数等于

$$\begin{aligned}
&2\frac{n_A(n_A-\beta n_B)}{(n_A+n_B)^{2+\beta}}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B+\sigma_A^2+\sigma_B^2\right)\\
-\;&2\sigma_A^2(1+\beta)\frac{n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{2+\beta}}\\
+\;&2\sigma_B^2\frac{(1-\beta)n_B^2+n_B(2n_A+\beta)-n_A}{(n_A+n_B)^{2+\beta}}
\end{aligned}$$

注意，将导数设为零等价于求解下列函数的根:

$$\begin{aligned}
0\;=\;&2n_A(n_A-\beta n_B)\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B+\sigma_A^2+\sigma_B^2\right)-2\sigma_A^2(1+\beta)n_A(n_A-1)+2\sigma_B^2(1-\beta)\left(n_B^2+n_B(2n_A+\beta)-n_A\right)\\
=\;&2\sigma_B^2(1-\beta)n_B^2\\
&+\left(-2\beta n_A\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B+\sigma_A^2+\sigma_B^2\right)+2\sigma_B^2(1-\beta)(2n_A+\beta)\right)n_B\\
&+\left(2n_A^2\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B+\sigma_A^2+\sigma_B^2\right)-2\sigma_A^2(1+\beta)n_A(n_A-1)-2\sigma_B^2(1-\beta)n_A\right)
\end{aligned}$$

注意，由于 $\sigma_B > 0$ and $(1-\beta) > 0$，上述表达式是关于 n_B 的二次多项式，且首项系数为正（即 $2\sigma_B^2(1-\beta)$）。令 $n^{\text{lower}}, n^{\text{upper}}$ 表示该多项式的根。由于首项系数为正，对于任意 $n_B \in [n^{\text{lower}}, n^{\text{upper}}]$，分歧项的导数为负，这表明加入类型为 B 的新成员会减少分歧。同样，在此范围之外，导数为正，这表明新类型的 B 成员只会加剧团队的分歧。至此，证明完成。

□

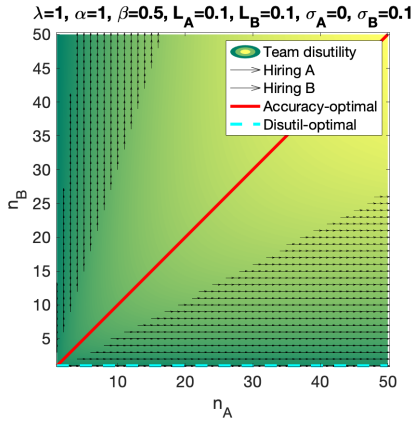

图 2：当 $\sigma_A = 0$，$\sigma_B > 0$ 时，$\lambda = 1$ 的团队组建动态可视化。仅当 n_B （$n_B \in [n^{\text{lower}}, n^{\text{upper}}]$）处于由二次多项式的根所确定的特定范围内时，增加一名 B 类型的新成员才有益。

4.3 中间 λ 值

对于 $0 < \lambda < 1$，团队效用损失可写为：

$$(1-\lambda)\left(\frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha)^2}\mathcal{L}^B + \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha)^2}\mathcal{L}^A + \frac{n_A^{2\alpha}\sigma_A^2 + n_B^{2\alpha}\sigma_B^2}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha)^2}\right)$$
$$+\lambda\left(\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right) + \frac{2n_An_B + 2n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sigma_A^2 + \frac{2n_An_B + 2n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\sigma_B^2\right) \tag{9}$$

接下来，我们探讨以下问题：给定 $0 < \lambda < 1$，初始组成为（n_A，0）的团队会如何增长，增长到什么程度？增长后的组成与准确性最优团队相比如何？我们观察到，对于任何严格为正的 λ 值，团队都无法加入适当数量的 B 类型成员，从而导致准确度低效。为便于阐述，本节始终假设 $\sigma_A = \sigma_B = 0$。

分析概要。 我们的理论分析重点是为 $\alpha = 1$ 和 $\beta \in \{0, 1\}$ 的边界情形推导闭式解 。研究这些特定情形很自然，因为 $\alpha = 1$ 对应一种有意义且常见的聚合机制（即简单平均法，这种方法在实践中经常使用，也被认为是一条良好的经验法则（Makridakis-Winkler'1983、Clemen-Winkler'1986、Clemen'1989、Armstrong'2001））。 $\beta \in \{0, 1\}$ 则体现了团队内部的冲突感知取决于类型的相对规模还是绝对 规模。对这些极端情形的分析带来了一些非平凡的观察，稍后将予以说明。对于 α 和 β 的其他取值，我们提供了模拟结果（图5），显示边界情形下观察到的影响仍然成立，但这些影响之间也会产生可能颇有意思的相互作用。

定理 1（效用最优构成 $\alpha = 1, \beta = 0$）。 考虑一个初始组成中有$n_A > 0$ 名 A 类型成员、且没有 B类型成员的团队。固定团队的 λ 。通过增加成员使团队效用最大化时，最优的 B类型成员人数等于 $n_B^* = {}^{\lambda}($

$\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\ n_A^2-\ 1-\lambda\ \mathcal{L}^A n_A\ )()()()$。
$-\lambda\ \mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\ n^A-\ 1-\lambda\ \mathcal{L}^B$

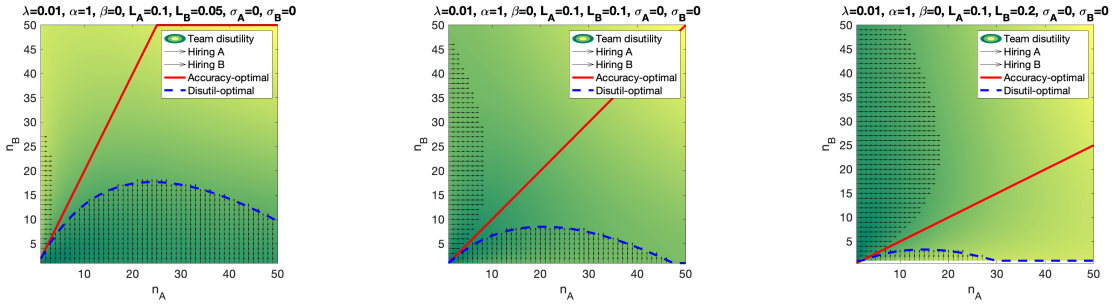

图3： λ （$\lambda = 0.01$）取中间值时团队组建动态的可视化。 $\alpha = 1$、 $\beta = 0$、$\mathcal{L}^A = 0.1$和 $\mathcal{L}^B = \{0.05, 0.1, 0.2\}$。团队增长动态可能会陷入局部最优，无法达到准确率最优组成。

证明。回顾 t 注意，当 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = 0$时，团队目标函数 (9) 中的分歧项可简化为 o:

$$\frac{1}{(n_A + n_B)} \sum_{i,j \in T} d(i,j) = \frac{2n_A n_B}{(n_A + n_B)} \left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right)$$

对右侧关于 n_B求导，得到： $2\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right)$ $n_A(n_A+n_B)-n_A n_B$ $(n_A+n_B)^2$ $=2\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right)$ $\frac{n_A^2}{(n_A+n_B)^2}$。注意，上式始终为正，且随 n_B增大而减小。因此，如果成本函数（分歧与损失的 λ加权和）存在零点，那么该零点必定位于准确率导数的零点之前，也就是 $n_A \frac{\mathcal{L}^A}{\mathcal{L}^B}$之前。要确定零点的具体位置，可以写成：

—

$$\begin{aligned}
& 2\lambda\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right)\frac{n_A^2}{(n_A+n_B)^2} + (1-\lambda)\left(\frac{2n_B n_A}{(n_A+n_B)^3}\mathcal{L}^B + \frac{-2n_A^2}{(n_A+n_B)^3}\mathcal{L}^A\right) = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & 2\lambda\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right) n_A(n_A+n_B) + (1-\lambda)\left(2n_B\mathcal{L}^B - 2n_A\mathcal{L}^A\right) = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & n_B = \frac{2\lambda(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B)n_A^2 - 2(1-\lambda)\mathcal{L}^A n_A}{-2\lambda(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B)n^A - 2(1-\lambda)\mathcal{L}^B}.
\end{aligned}$$

□

图3展示了当 $\alpha = 1$、 $\beta = 0$时，以及在（$\mathcal{L}^A$， $\mathcal{L}^B$）的几种不同制度下， $\lambda = 0.02$ 的团队增长动态。请注意，团队组建动态可能会陷入局部效用最优，无法达到准确率最优组成。此外，团队构成对其初始组成高度敏感——这可视为一种路径依赖，具体形式化表述如下方推论所示。

推论1 （ $\alpha = 1$、 $\beta = 0$条件下团队增长动态的收敛）。考虑初始组成为（n_A、 n_B）的团队。不失一般性，假设 $n_B \leq n_A$。令 $n_B^* = {}^{2\lambda}$（ $\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B$ n_A^2-2 $1-\lambda$ $\mathcal{L}^A n_A$ ） （） （） （）。无论各类型智能体以何种顺序到达，团队增长动态都会收敛至（n_A'、 n_B'），其中 -2λ $\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B$ n^A+2 $1-\lambda$ $\mathcal{L}^B$

- $n_A' = n_A$ 且 $n_B' = n_B^*$， 若 $n_B \leq n_B^*$ （效用最优构成）。
- $n_A' = n_A$ 且 $n_B' = n_B$， 否则（次优组成）。

定理2 （效用最优构成，适用于 $\alpha = 1, \beta = 1$）。 考虑一支团队，其初始组成中有$n_A > 0$ 名 A 类型的成员，且没有 B类型的成员。为该团队固定 λ 。通过添加成员使团队效用最大化时， 最优的 B类型成员人数等于 $n_B^* = n_A {}^{\lambda(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B)}$ λ $\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B$ $-1-\lambda$ $\mathcal{L}^A$ （） （） （）。

证明。 回顾当 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = 0$时， 团队目标函数（9）中的分歧项可简化为$2n_A n_B(n_A+n_B)^2$ $\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right)$。对该函数关于 n_B 求导，可得：

$$2\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right)\frac{n_A(n_A+n_B)^2 - 2n_A n_B(n_A+n_B)}{(n_A+n_B)^4} = 2\left(\mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B\right)\frac{n_A(n_A-n_B)}{(n_A+n_B)^3}$$

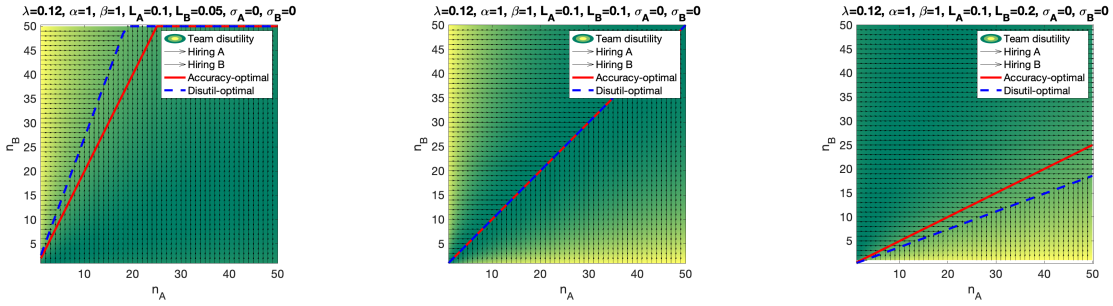

图4：当 λ （$\lambda = 0.12$）取中间值时，团队组建动态的可视化。 $\alpha = 1$、 $\beta = 1$、$\mathcal{L}^A = 0.1$、$\mathcal{L}^B = \{0.05, 0.1, 0.2\}$ 以及 $\text{var}(\epsilon) = 0$。团队组建动态收敛至效用最优点，未能达到准确率最优组成。

注意，上式始终为正，并且只要 $n_B \leq n_A$，就会随 n_B 增大而减小。因此，如果成本函数（分歧与损失的 λ 加权和）存在零点，则该零点必定位于 $n_A \frac{\mathcal{L}^A}{\mathcal{L}^B}$ 之前。为准确确定零点所在位置，我们可以写成：

$$
\begin{aligned}
& 2\lambda\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\right)\frac{n_A(n_A-n_B)}{(n_A+n_B)^3}+(1-\lambda)\left(\frac{2n_Bn_A}{(n_A+n_B)^3}\mathcal{L}^B+\frac{-2n_A^2}{(n_A+n_B)^3}\mathcal{L}^A\right)=0 \\
\Leftrightarrow\quad & 2\lambda\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\right)n_A(n_A-n_B)+(1-\lambda)\left(2n_Bn_A\mathcal{L}^B-2n_A^2\mathcal{L}^A\right)=0 \\
\Leftrightarrow\quad & 2\lambda\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B\right)(n_A-n_B)+(1-\lambda)\left(2n_B\mathcal{L}^B-2n_A\mathcal{L}^A\right)=0 \\
\Leftrightarrow\quad & n_B=n_A\frac{2\lambda(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B)-2(1-\lambda)\mathcal{L}^A}{2\lambda(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B)-2(1-\lambda)\mathcal{L}^B}.
\end{aligned}
$$

□

图4展示了当 $\lambda = 0.02$ 满足 $\alpha = 1$、 $\beta = 1$，且（$\mathcal{L}^A$、 $\mathcal{L}^B$）处于若干不同制度下时的团队增长动态。团队组建动态仍然收敛至效用最优点，未能达到准确率最优组成。不过，请注意$\beta = 0$ 和 $\beta = 1$两种情况下低效模式的差异。

推论2 (（当 $\alpha = 1$、 $\beta = 1$时团队增长动态的收敛）。 考虑一个初始组成为$(n_A$、 $n_B)$的团队。令 $n_B^* = n_A{}^{\lambda}(\frac{\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B-1-\lambda\ \mathcal{L}^A}{\lambda\ \mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B-1-\lambda\ \mathcal{L}^B})()()()$。无论各类型智能体~~以何种顺序到达~~，团队增长动态都会收敛至$(n'_A$、 $n'_B)$，其中

- $n'_A = n_A \ \textit{and}\ n'_B = n_B^* \ \textit{if}\ n_B \leq n_B^*.$
- $n'_A = n_B\frac{\lambda(\mathcal{L}^B+\mathcal{L}^A)-(1-\lambda)\mathcal{L}^B}{\lambda(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B)-(1-\lambda)\mathcal{L}^A}\ \textit{and}\ n'_B = n_B\ \textit{otherwise.}$

图5展示了当 α 较高时 $\lambda = 0.05$ 的团队增长动态。总体而言，我们观察到，较高的 α 会对增加团队中某一类型的代表性是否有益设定一个下界，即所需的代表性较低类型成员人数。此外，较大的 β 值会促使占主导地位的多数吸纳更多自身成员以减少分歧——即使这会牺牲准确性。

4.4 分析要点

低效的路径依赖性。通过本节的分析，我们观察到，团队的初始构成对其最终组成发挥着重要作用。以图5（b）为例，可以看到不同作用产生的影响：团队的初始构成决定了团队会（a）维持初始构成，（b）增加代表性不足类型的成员，以提升准确性，还是（c）继续增加代表性较高类型的成员，从而压过代表性不足的类型。尽管具体动态取决于我们的模型，但这类一般性观察对于更广泛意义上的组织团队具有重要启示：初始构成会显著影响团队的增长方向。

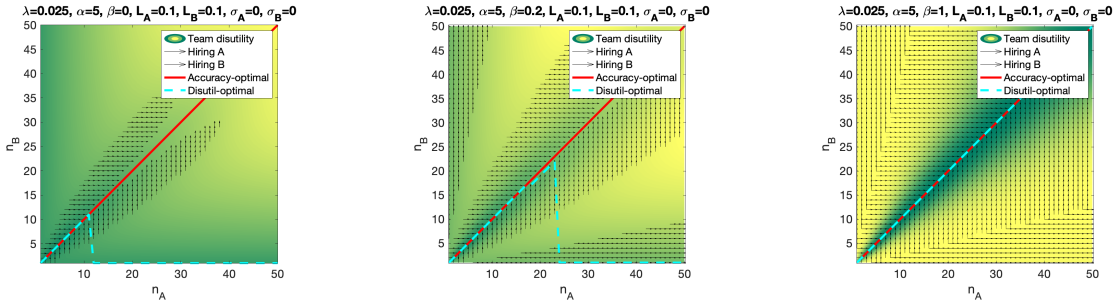

图5：当 λ （$\lambda = 0.025$）、 $\alpha = 5$、$\beta = \{0, 0.2, 1\}$、 $\mathcal{L}^A = 0.1$、 $\mathcal{L}^B = 0.1$ 和 $\sigma_A = \sigma_B = 0$取中间值时，团队组建动态的可视化。当 α 较高时，只有在增加代表性较低类型的成员会对准确性产生不可忽略的影响时，这种增加才有益；因此，该类型的成员数量必须达到一定下界，才开始增加。(a) 由于 $\beta = 0$，代表性较低群体的成员数量存在上界。(b,c) 当 β 取较大值时，如果多数群体占据足够优势，增加多数群体成员可以减少分歧，因此是有益的（即使这会降低准确性）。

聚合机制的作用。另一个值得关注的方面是，改变聚合参数 α 会如何影响团队增长动态，以及团队吸纳各群体成员的动机。这也从更广泛的角度揭示了聚合影响群体构成决策的一些机制。在其他情境中，也能看到聚合机制与新成员加入动态之间存在关联，这些情境与此有有趣的相似之处。例如，尽管立法机构不同于问题解决团队，但哥伦比亚特区和波多黎各等实体获得州地位的前景，在美国众议院和美国参议院中的发展方式各不相同，这一点颇有启发性：众议院按人口比例进行聚合，而参议院则在各州之间一视同仁。这正体现了聚合机制的差异会导致新成员加入（在此情形下通过取得州地位）相关政治局势的差异。

5 扩展

距离和准确性损失的其他定义。在整个分析中，我们假设距离函数和损失函数采用简单的二次形式。很容易证明，我们的主要结果（即团队构成起初会趋向于提高准确性，但不会达到最优表现）对于更一般的函数形式同样成立。考虑一个距离度量 $\delta(.,.)$，用于刻画团队成员之间的分歧；再考虑一个损失函数 $\ell(.,.)$，用于刻画团队的预测损失。为简便起见，假设 ℓ 和 d 均连续且可微。为方便起见，定义以下符号：

$$\tilde{\delta}(n_A, n_B) := \lambda \times \frac{1}{(n_A + n_B)^\beta} \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}\left[\delta(f_A(\mathbf{x}), f_B(\mathbf{x}))\right] \quad \text{and} \quad \tilde{\ell}(n_A, n_B) := \mathbb{E}_{\mathbf{x}\sim P}\left[\ell(\mathcal{G}_{n_A,n_B}(\mathbf{x}), y)\right].$$

按照命题1证明中的类似推理，我们可以证明如下结论：

命题3 （非正式表述）。 考虑一个团队，其初始组成是 $n_A > 0$ 名 *A*类成员，且没有 *B*类成员。固定团队的 λ 。假设 δ （$.,.$）和 ℓ （$.,.$）均可微，且满足以下条件：

˜1. δ（$n_A, .$）关于代表性较低群体成员的数量 n_B 凹且递增。*˜2.* ℓ（$n_A, .$）起初递减且为凸函数，但之后转为递增并保持递增。

因此，使团队效用最大化的最优*B*型成员增加数量严格小于n_A。

证明概要。注意，第一个条件意味着 $\frac{\partial}{\partial n_B}\tilde{\delta}(n_A,.)$ 为正且递减（其渐近线为 $c \geq 0$）。此外，第二个条件意味着 $\frac{\partial}{\partial n_B}\tilde{\ell}(n_A,.)$ 起初为负，但会在某处达到零，此后保持为正。和的导数等于各项导数之和，因此团队异议函数关于 n_B 的导数等于$\lambda \times \frac{\partial}{\partial n_B}\tilde{\delta}(n_A,.) + (1-\lambda) \times \frac{\partial}{\partial n_B}\tilde{\ell}(n_A,.)$。因此，如果上述导数存在零点，该零点必位于准确率损失项的零点之前。

□

~ ~我们指出，通过适当选择 δ 和 ℓ，A类成员的效用最大化人数可以任意接近实现准确性最优所需的人数。

两个以上的预测类型。在第 4 节的分析中，我们假设智能体属于两种类型之一： A 或 B。正如附录 A.1 所示，我们的推导可以直接推广到三种类型（A、B和 C），其中 $f^*(\mathbf{x}) = \theta^A(\mathbf{x}) + \theta^B(\mathbf{x}) + \theta^C(\mathbf{x})$。下方的图 6 展示了三种准确性相同的预测类型（$\mathcal{L}^A = \mathcal{L}^B = \mathcal{L}^C = 0.1$）下的团队增长动态，其中 $\lambda = 0.025$、 $\alpha = 5$和 $\beta = 0.1$。

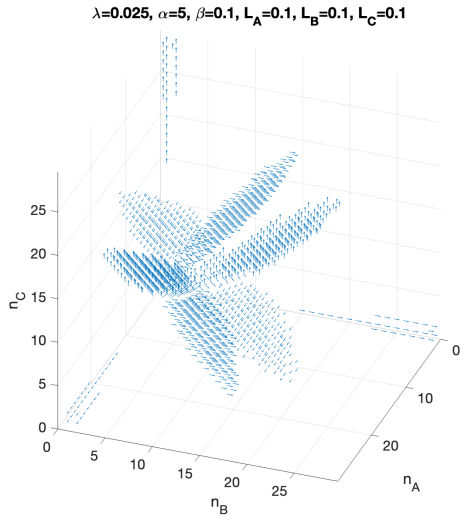

图1：三种类型下团队组建动态的可视化。其趋势与两种类型时相似。

有偏准确率增益评估的作用。我们始终假设团队能够完美地（即没有偏差和噪声地）估算增加一名各类型新成员所带来的准确性增益。虽然先前研究中普遍采用这一假设，但在现实中，此类评估可能存在偏差（例如过于乐观或悲观），也可能带有噪声。这里，我们通过图 7 中的示例来考察有偏的情况。（附录中的图 11 展示了评估同时存在偏差和噪声的情况。）在不存在偏差的情况下（图 7，(b)），我们观察到，团队一旦达到准确率最优组成，就不再继续增长。此外，同时增加一名 A类成员和一名 B类成员无法提升团队效用。然而，当准确率增益评估被高估时（图 7，(c)），同样的团队可能会继续增长，超出准确性最优组合，并可能发现增加任意 类型的新成员都有益处。例如，可比较 (40，40) 处的动态。相反，当准确率增益评估被低估时（图 7，(a)），团队增长动态会陷入准确性次优组成。

6 结论

本研究提出了一个风格化模型，用于分析信息多样性与亲和偏差之间存在张力时的团队增长动态。我们的分析得出了若干关于亲和偏差对团队构成低效的影响（即使亲和偏差的正权重任意小，也会导致低效），以及聚合机制和团队规模所起调节作用的关键观察结果。此外，研究还表明，团队的增长动态会使其从某些初始构成走向最优性，而从另一些初始构成偏离最优性。我们的发现提出了若干可切实采取的举措，以改善团队增长动态。具体而言，它

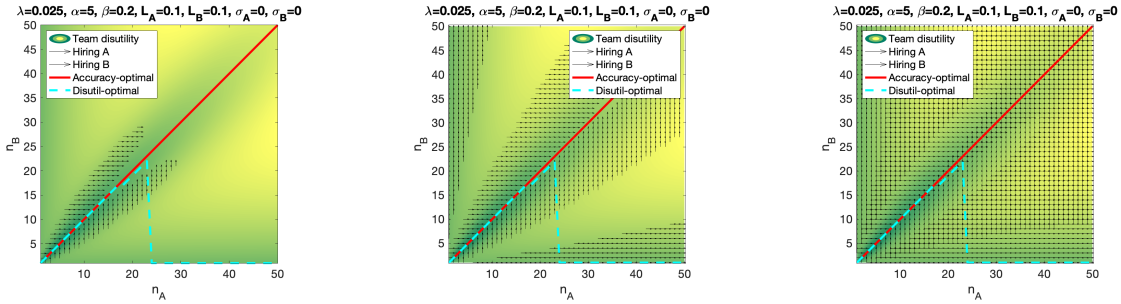

图 7：当效用增益的评估存在偏差时团队增长动态的可视化——这种偏差由加性偏差项表示，其值为：(a) 0。12（低估增益）；(b) 0（无偏估计）；(c) -0.12（高估）。(a) 团队可能无法达到准确性最优状态；(c) 团队则可能发展到超出该状态。

表明，仅仅认识到多样性对团队性能的积极影响，并不足以激励高绩效团队组建起来。但社会规划者可以通过调整团队初始构成，或调整用于解决意见冲突的聚合机制，积极影响团队增长动态。

最后，我们讨论模型的局限性，并概述未来研究的重要方向。**策略考量**。 我们的模型考虑了整个团队提高总效用的激励，但未涵盖其他类型的激励，包括个体激励。个体代理人在考虑是否加入团队时，其决定可能受到团队中现有同类型成员比例的影响。例如，如果团队中现有类型为 B 的成员数量低于某个阈值，类型为 B 的代理人可能会拒绝加入。已经加入团队的智能体可能会因预期自己的观点将被聚合而有动机夸大自己的观点。在这种情况下，采用非简单平均的加权投票方案，或许既能提高团队的准确性，也能促进真实性。我们将对这类激励的探索留作未来研究的重要方向。**意见形成过程**。 我们的模型没有从微观层面解释团队成员相互交流和审议时，意见动态与共识形成如何产生。虽然我们研究的一些聚合函数（例如简单平均）可以被视为简单意见形成动态的结果，但我们将把对团队中意见演变进行更详细描述纳入模型，留待未来研究。

最后但同样重要的是，我们的分析还依赖于对团队形成过程的一系列额外简化抽象，包括：(1) 假设不同类型的智能体各自独立地建立世界预测模型；(2) 将准确性视为衡量团队绩效的恰当指标；(3) 假设团队能够准确估计多样性增加带来的绩效增益；以及 (4) 假设$\lambda, \alpha,$ 和 β 在不同类型和团队构成之间保持不变。未来若有研究放宽其中一些假设，将会很有意思；不过，我们模型的简洁性使其能够成为一种有用的概念隐喻，揭示以效用为中心、旨在提升信息多样性的动机所固有的局限：要让多样化团队得以组建并蓬勃发展，仅仅承认信息多样性带来的绩效增益，并不足以奏效。

参考文献

Jon Scott Armstrong。2001年。预测原理：研究者与从业者手册。第30卷。Springer。Kenneth J. Arrow、Robert Forsythe、Michael Gorham、Robert Hahn、Robin Hanson、John O. Ledyard、Saul Levmore、Robert Litan、Paul Milgrom、Forrest D. Nelson等。2008年。预测市场的前景。Roy Batchelor和Pami Dua。1995年。预测者多样性与组合预测的益处。《管理科学》41卷1期（1995年），68–75页。Anna Bogomolnaia和Matthew O. Jackson。2002年。享乐型联盟结构的稳定性。《博弈与经济行为》38卷2期（2002年），201–230页。Smaranda Boroș、Nicoleta Meslec、Petru L Curșeu和Wilco Emons。2010年。合作之难：多元文化群体中的冲突解决策略。《管理心理学杂志》（2010年）。Ronald S. Burt。2004年。结构洞与好点子。《美国社会学杂志》110卷2期（2004年），349–399页。Jennifer A. Chatman和Francis J. Flynn。2001年。人口统计异质性对工作团队合作规范的形成及其后果的影响。《管理学会杂志》44卷5期（2001年），956–974页。Prithviraj Chattopadhyay。1999年。超越直接且对称的效应：人口统计差异性对组织公民行为的影响。《管理学会杂志》42卷3期（1999年），273–287页。Robert T. Clemen。1989年。组合预测：综述与注释书目。《国际预测杂志》5卷4期（1989年），559–583页。Clintin P. Davis-Stober、David V. Budescu、Stephen B. Broomell和Jason Dana。2015年。最具智慧的群体的构成。《决策分析》12卷3期（2015年），130–143页。Priscilla M. Elsass和Laura M. Graves。1997年。决策群体中的人口统计多样性：女性和有色人种的经历。《管理学会评论》22卷4期（1997年），946–973页。Yves R.F. Guillaume、Jeremy F. Dawson、Lilian Otaye-Ebede、Stephen A. Woods和Michael A. West。2017年。善用组织中的人口统计差异：什么因素会调节职场多样性的影响？《组织行为杂志》38卷2期（2017年），276–303页。M. Higashi和N. Yamamura。1993年。什么决定动物群体规模？内部人与外部人冲突及其解决。《美国博物学家》142卷3期（1993年），553–563页。Lu Hong和Scott E. Page。2004年。由多样化问题解决者组成的群体能够胜过由高能力问题解决者组成的群体。《美国国家科学院院刊》101卷46期（2004年），16385–16389页。Lu Hong和Scott E. Page。2020年。多样性、准确性和群体规模对集体准确性的贡献。集体准确性（*2020*年*10*月*15*日）（2020年）。Jess Huang、Alexis Krivkovich、Irina Starikova、Lareina Yee和Delia Zanoschi。2019年。《职场女性》2019年。旧金山：摘自麦肯锡公司网站：*https://www.mckinsey. com/featured-insights/genderequality/women-in-the-workplace*（2019年）。Susan E. Jackson、Joan F. Brett、Valerie I. Sessa、Dawn M. Cooper、Johan A. Julin和Karl Peyronnin。1991年。一些差异确实会产生影响：个体差异性和群体异质性与招聘、晋升及人员流动的相关性。《应用心理学杂志》76卷5期（1991年），675页。Karen A. Jehn、Clint Chadwick和Sherry M.B. Thatcher。1997年。同意还是不同意：价值观一致性、个体人口统计差异性和冲突对工作群体结果的影响。国际

*j*期刊 *o f conflict* 管理 *gment* (1997).

Hao Jia、Stergios Skaperdas 和 Samarth Vaidya。2013。竞赛函数：理论基础与估计问题。《国际产业组织杂志》31，3（2013），211–222。Catherine Kirchmeyer。1993。多元文化任务小组：少数群体贡献水平较低的原因。小组研究24，1（1993），127–148。Catherine Kirchmeyer 和 Aaron Cohen。1992。多元文化群体：建设性冲突中的绩效与反应。《群体与组织管理》17，2（1992），153–170。P.J. Lamberson 和 Scott E. Page。2012。最优预测群体。《管理科学》58，4（2012），805–810。Poppy Lauretta McLeod 和 Sharon Alisa Lobel。1992。族裔多样性对小组创意生成的影响。。载于《管理学会会议论文集》，第1992卷。管理学会，纽约州布赖尔克利夫庄园 10510，227–231。Gerald J. Lobo 和 R.D. Nair。1990。结合判断性预测与统计预测：收益预测中的应用。《决策科学》21，2（1990），446–460。Albert E. Mannes、Richard P. Larrick 和 Jack B. Soll。2012。群体智慧的社会心理学。（2012）。Horace McCormick。2015。职场无意识偏见的实际影响。北卡罗来纳大学高管发展中心、凯南-弗拉格勒商学院。*DIRECCI´ON*（2015）。Miller McPherson、Lynn Smith-Lovin 和 James M. Cook。2001。同类相吸：社会网络中的同质性。《社会学年度评论》27，1（2001），415–444。Frances J. Milliken 和 Luis L. Martins。1996。寻找共同脉络：理解组织群体中多样性的多重影响。《管理学会评论》21，2（1996），402–433。Michal E. Mor Barak、David A. Cherin 和 Sherry Berkman。1998。多样性氛围中的组织与个人维度：员工认知中的族裔和性别差异。《应用行为科学杂志》34，1（1998），82–104。Himani Oberai 和 Ila Mehrotra Anand。2018。无意识偏见：无意识思维。《国际人力资源管理文摘》（2018）。Charles A. O'Reilly III、David F. Caldwell 和 William P. Barnett。1989。工作群体人口构成、社会整合与人员流动。《行政科学季刊》（1989），21–37。Scott E. Page。2008。《差异：多样性如何造就更好的群体、企业、学校和社会》。普林斯顿大学出版社。Scott E. Page。2019。《多样性红利》。载于《多样性红利》。普林斯顿大学出版社。Lisa Hope Pelled。1996。人口统计多样性、冲突与工作群体结果：中介过程理论。《组织科学》7，6（1996），615–631。Lisa Hope Pelled、Kathleen M. Eisenhardt 和 Katherine R. Xin。1999。探索黑箱：分析工作群体多样性、冲突与绩效。《行政科学季刊》44，1（1999），1–28。Katherine W. Phillips、Katie A. Liljenquist 和 Margaret A. Neale。2009。付出的痛苦是否值得收获？与社会特征不同的新成员达成一致的优势与弊端。《人格与社会心理学通报》35，3（2009），336–350。Valerie I. Sessa 和 Susan E. Jackson。1995。决策团队中的多样性：并非所有差异都同等重要。（1995）。Stergios Skaperdas。1996。竞赛成功函数。《经济理论》7，2（1996），283–290。

James Surowiecki。2005年。群体的智慧。Anchor。James R. Terborg、Carl H. Castore 和 John A. DeNinno。1975。群体构成对群体绩效和凝聚力影响的纵向实地调查。 技术报告。普渡大学拉斐特分校。Anne S. Tsui、Terri D. Egan 和 Charles A. O’Reilly III。1992。与众不同：关系人口统计学与组织依附。《行政科学季刊》(1992), 549–579。Warren E. Watson、Kamalesh Kumar 和 Larry K. Michaelsen。1993。文化多样性对互动过程和绩效的影响：比较同质任务群体与多元任务群体。《管理学会杂志》36, 3 (1993), 590–602。Justin Wolfers 和 Eric Zitzewitz。2004年。预测市场。《经济展望杂志》18, 2 (2004), 107–126。Todd R. Zenger 和 Barbara S. Lawrence。1989。组织人口统计学：年龄和任职年限分布的差异化影响对技术沟通的作用。《管理学会杂志》32, 2 (1989), 353–376。

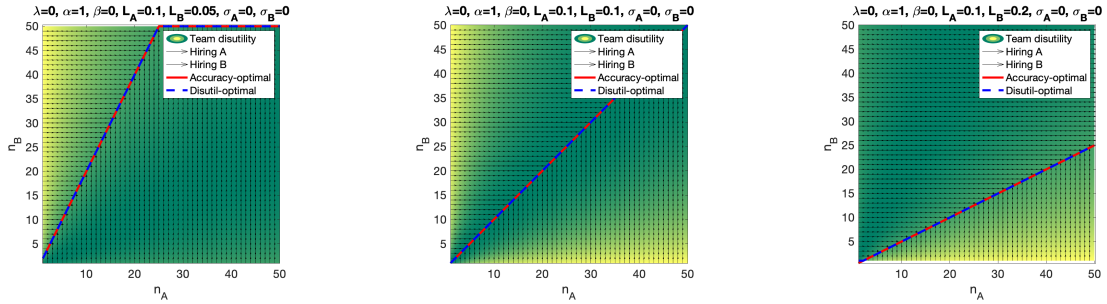

图 8：当 $\alpha = 1$ 且 $\sigma_A = \sigma_B = 0$ 时，$\lambda = 0$ 的团队组建动态可视化。（请注意，在此设定下，$n_B^* = \left(\frac{\mathcal{L}^A}{\mathcal{L}^B}\right)^{1/\alpha} n_A$。）团队组建动态收敛至准确率/效用最优组成。

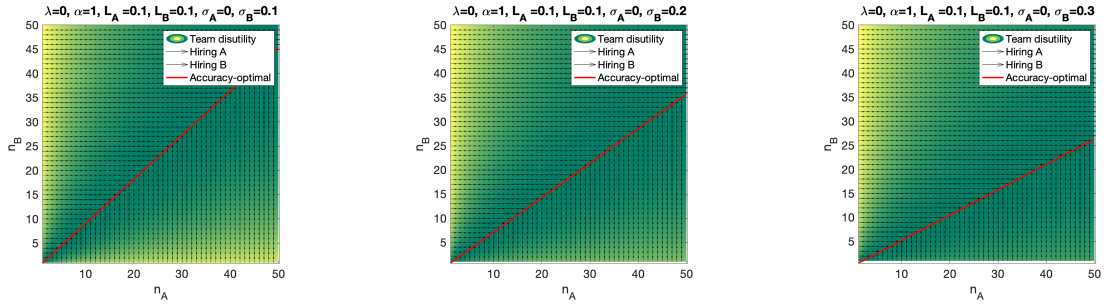

图 9：当 $\alpha = 1$、$\sigma_A = 0$、$\sigma_B \in \{0.1, 0.2, 0.3\}$ 时，$\lambda = 0$ 的团队组建动态可视化。尽管每种类型的个体成员都带有噪声，但同时添加一名 A 类新成员和一名 B 类型的新成员从来都不会带来益处。

A 省略的技术材料

A.1 扩展至三种类型

三种类型的误差分解。 当 $\lambda = 0$ 时，团队的均方误差可分解为偏差项和方差项，如下所示。所有期望均是相对于（$\mathbf{x}$ y）$\sim P$和 $\epsilon_g \sim \mathcal{N}(0,\ \sigma_g^2)$（对于 $g \in \{A, B, C\}$）而言。为简便起见，我们假设所有特征均已标准化，使得对于所有 i，$\mathbb{E}\left[x_i^2\right] = 1$。

$$
\begin{aligned}
& \mathbb{E}\left[(\mathcal{G}_T(\mathbf{x}) - y)^2\right] = \mathbb{E}\left[(\mathcal{G}_T(\mathbf{x}) - f^*(\mathbf{x}))^2\right] \\
= \ & \mathbb{E}\left[\left(\frac{n_A^\alpha}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha}\theta^A(\mathbf{x}) + \frac{n_B^\alpha}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha}\theta^B(\mathbf{x}) + \frac{n_C^\alpha}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha}\theta^C(\mathbf{x}) + \frac{n_A^\alpha \epsilon_A + n_B^\alpha \epsilon_B + n_C^\alpha \epsilon_C}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha} - f^*(\mathbf{x})\right)^2\right] \\
= \ & \mathbb{E}\left[\left(\frac{n_A^\alpha}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha}\left(\theta^A(\mathbf{x}) - f^*(\mathbf{x})\right) + \frac{n_B^\alpha}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha}\left(\theta^B(\mathbf{x}) - f^*(\mathbf{x})\right) + \frac{n_C^\alpha}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha}\left(\theta^C(\mathbf{x}) - f^*(\mathbf{x})\right) + \frac{n_A^\alpha \epsilon_A + n_B^\alpha \epsilon_B + n_C^\alpha \epsilon_C}{n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha}\right)^2\right] \\
= \ & \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha)^2}(\mathcal{L}^A + \sigma_A^2) + \frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha)^2}(\mathcal{L}^B + \sigma_B^2) + \frac{n_C^{2\alpha}}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha)^2}(\mathcal{L}^C + \sigma_C^2) \\
& + \frac{n_B^\alpha n_C^\alpha}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})^2\right] + \frac{n_A^\alpha n_C^\alpha}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\theta^B(\mathbf{x})^2\right] + \frac{n_A^\alpha n_B^\alpha}{(n_A^\alpha + n_B^\alpha + n_C^\alpha)^2}\mathbb{E}\left[\theta^C(\mathbf{x})^2\right],
\end{aligned}
$$

其中在最后一行中，我们使用了 $\mathrm{cov}(x_i, x_j) = 0$ 对所有 $j \neq i$ 均成立这一事实。我们知道 $\mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})\theta^B(\mathbf{x})\right] = \mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})\theta^C(\mathbf{x})\right] = \mathbb{E}\left[\theta^C(\mathbf{x})\theta^B(\mathbf{x})\right] = 0$。此外，由于噪声项相互独立，我们有 $\mathbb{E}\left[\epsilon_A \epsilon_B\right] = \mathbb{E}\left[\epsilon_A \epsilon_C\right] = \mathbb{E}\left[\epsilon_C \epsilon_B\right] = 0$。接下来，我们将这些项 $\mathbb{E}\left[\theta^g(\mathbf{x})^2\right]$ 转换为损失项 $\mathcal{L}^g$ 的组合，如下所示：

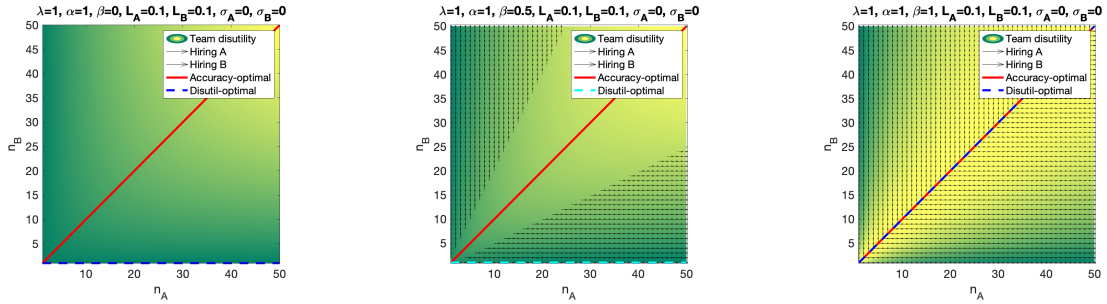

图10：当 $\lambda = 1$ 时，不同 β 取值下团队组建动态的可视化结果（其他 $\mathcal{L}^A$，$\mathcal{L}^B$取值下的趋势相似）。增加一名代表性不足类型的团队成员永远不会带来好处。只有当 β 足够大时，增加一名多数类型的新成员才会改善团队效用损失。

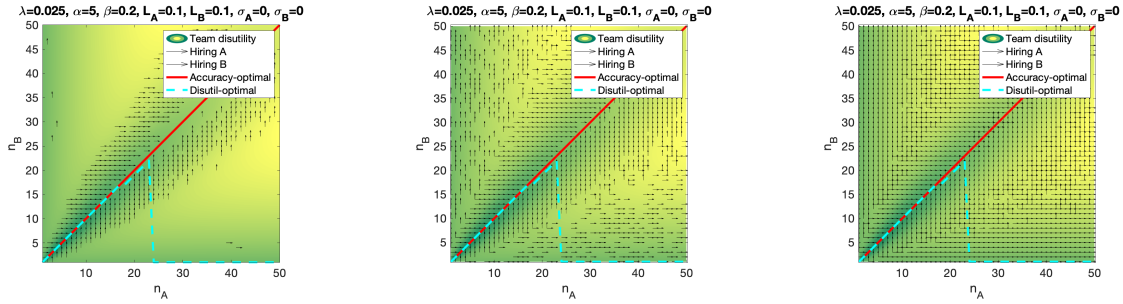

图11：准确性增益评估存在偏差时，团队增长动态的可视化结果。在决定是否增加一名新成员时，团队对准确性增益的评估会受到偏差项的影响，该偏差项等于：(a) 0.003（低估准确性增益）；(b) 0（准确性增益的无偏估计）；(c)-0.003 （高估准确性增益）。当准确性增益的估计存在偏差时，团队规模可能超过准确性最优组合；在某些组合下，增加任何类型的成员都可能有益。

如下。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^A &= \mathbb{E}\left[\left(f^*(\mathbf{x}) - \theta^A(\mathbf{x})\right)^2\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\left(\theta^B(\mathbf{x}) + \theta^C(\mathbf{x})\right)^2\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\theta^B(\mathbf{x})^2\right] + \mathbb{E}\left[\theta^C(\mathbf{x})^2\right] \end{aligned} \tag{10}$$

其中，在最后一行中，我们用到了以下事实：对于所有 i，$\mathbb{E}\left[x_i^2\right] = 1$。用类似的推理可得：

$$\mathcal{L}^B = \mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})^2\right] + \mathbb{E}\left[\theta^C(\mathbf{x})^2\right] \tag{11}$$

$$\mathcal{L}^C = \mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})^2\right] + \mathbb{E}\left[\theta^B(\mathbf{x})^2\right] \tag{12}$$

将式（10）、（11）和（12）合并，可得：

$$\mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})^2\right] = \mathcal{L}^B + \mathcal{L}^C - \mathcal{L}^A \tag{13}$$

$$\mathbb{E}\left[\theta^B(\mathbf{x})^2\right] = \mathcal{L}^A + \mathcal{L}^C - \mathcal{L}^B \tag{14}$$

$$\mathbb{E}\left[\theta^C(\mathbf{x})^2\right] = \mathcal{L}^A + \mathcal{L}^B - \mathcal{L}^C \tag{15}$$

Pluggi 将上述三个方程代入误差分解表达式（），可得 ：

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[(\mathcal{G}_T(\mathbf{x})-y)^2\right] &= \frac{n_A^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha+n_C^\alpha)^2}(\mathcal{L}^A+\sigma_A^2)+\frac{n_B^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha+n_C^\alpha)^2}(\mathcal{L}^B+\sigma_B^2)+\frac{n_C^{2\alpha}}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha+n_C^\alpha)^2}(\mathcal{L}^C+\sigma_C^2)\\ &+\frac{n_B^\alpha n_C^\alpha}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha+n_C^\alpha)^2}\left(\mathcal{L}^B+\mathcal{L}^C-\mathcal{L}^A\right)\\ &+\frac{n_A^\alpha n_C^\alpha}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha+n_C^\alpha)^2}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^C-\mathcal{L}^B\right)\\ &+\frac{n_A^\alpha n_B^\alpha}{(n_A^\alpha+n_B^\alpha+n_C^\alpha)^2}\left(\mathcal{L}^A+\mathcal{L}^B-\mathcal{L}^C\right),\end{aligned}$$

三种类型的分歧项推导。当 $\lambda=1$时，分歧率可计算如下（所有期望均相对于（$\mathbf{x}$ y）$\sim P$和ϵ_g，$\epsilon'_g\sim\mathcal{N}(0,\ \sigma_g^2)$，其中 $g\in\{A,B,C\}$）：

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\sum_{i,j\in T}d(i,j)=\frac{1}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\sum_{i,j\in T}\mathbb{E}\left[(\theta_i(\mathbf{x})+\epsilon_i-\theta_j(\mathbf{x})-\epsilon_j)^2\right]\\ =\ &\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})+\epsilon^A-\theta^B(\mathbf{x})-\epsilon^B)^2\right]\\ &+\frac{2n_An_C}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})+\epsilon^A-\theta^C(\mathbf{x})-\epsilon^C)^2\right]\\ &+\frac{2n_Cn_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^C(\mathbf{x})+\epsilon^C-\theta^B(\mathbf{x})-\epsilon^B)^2\right]\\ &+\frac{n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_A-\epsilon'_A)^2\right]+\frac{n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_B-\epsilon'_B)^2\right]+\frac{n_C(n_C-1)}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_C-\epsilon'_C)^2\right]\\ =\ &\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})-\theta^B(\mathbf{x}))^2\right]+\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon^A-\epsilon^B)^2\right]\\ &+\frac{2n_An_C}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})-\theta^C(\mathbf{x}))^2\right]+\frac{2n_An_C}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon^A-\epsilon^C)^2\right]\\ &+\frac{2n_Cn_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^C(\mathbf{x})-\theta^B(\mathbf{x}))^2\right]+\frac{2n_Cn_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon^C-\epsilon^B)^2\right]\\ &+\frac{n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_A-\epsilon'_A)^2\right]+\frac{n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_B-\epsilon'_B)^2\right]+\frac{n_C(n_C-1)}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\epsilon_C-\epsilon'_C)^2\right]\\ =\ &\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})-\theta^B(\mathbf{x})+f^*(\mathbf{x})-f^*(\mathbf{x}))^2\right]\\ &+\frac{2n_An_C}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^A(\mathbf{x})-\theta^C(\mathbf{x})+f^*(\mathbf{x})-f^*(\mathbf{x}))^2\right]\\ &+\frac{2n_Cn_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[(\theta^C(\mathbf{x})-\theta^B(\mathbf{x})+f^*(\mathbf{x})-f^*(\mathbf{x}))^2\right]\\ &+\frac{2n_A(n_B+n_C)+2n_A(n_A-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[\epsilon_A^2\right]+\frac{2n_B(n_A+n_C)+2n_B(n_B-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[\epsilon_B^2\right]+\frac{2n_C(n_A+n_B)+2n_C(n_C-1)}{(n_A+n_B)^{1+\beta}}\mathbb{E}\left[\epsilon_B^2\right]\\ =\ &\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\left(\mathcal{L}^B+\mathcal{L}^A+\mathbb{E}\left[\theta^C(\mathbf{x})^2\right]\right)\\ &+\frac{2n_An_C}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\left(\mathcal{L}^C+\mathcal{L}^A+\mathbb{E}\left[\theta^B(\mathbf{x})^2\right]\right)\\ &+\frac{2n_Cn_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\left(\mathcal{L}^B+\mathcal{L}^C+\mathbb{E}\left[\theta^A(\mathbf{x})^2\right]\right)\\ &+\text{noise terms as above}\\ =\ &\frac{2n_An_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\left(2\mathcal{L}^A+2\mathcal{L}^B-\mathcal{L}^C\right)\\ &+\frac{2n_An_C}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\left(2\mathcal{L}^A+2\mathcal{L}^C-\mathcal{L}^B\right)\\ &+\frac{2n_Cn_B}{(n_A+n_B+n_C)^{1+\beta}}\left(2\mathcal{L}^A+2\mathcal{L}^B-\mathcal{L}^C\right)\\ &+\text{noise terms as above}\end{aligned}$$