面向能源市场应用的实时收益分配在线联盟博弈

Aitazaz Ali Raja 和 Sergio Grammatico

arXiv:2301.12280v1 [eess.SY] 28 Jan 2023

摘要——**受快速时间尺度下运行的市场启发，我们提出了一个针对时变联盟价值的在线联盟博弈框架，并提出实时收益分配机制。具体而言，我们设计了两种在线分布式算法，用于跟踪夏普利值和核心这两种联盟博弈论中研究最广泛的收益分配准则。我们证明，由所提出算法得到的收益分配轨迹会收敛到时变解的一个邻域。我们采用算子理论视角证明算法的收敛性。对实时本地电力市场和合作式能源预测市场的数值仿真展示了算法的性能：参与者获得的在线收益与静态收益（夏普利值和核心）之间差异很小；与市场参与者数量相关的机制可扩展性通过在线算法得到显著提升。**

I. 引言

当前正在进行一场技术变革，将电网、商业和交易平台等关键基础设施转变为高度动态的复杂系统。在这些领域中，不确定性下的预测性决策和运营规划传统上依赖于预测。通常，随着提前时间的增加，预测的可靠性会降低，尤其是对于在高度动态环境中运行的系统而言。因此，越接近事件发生时采取行动，做出不准确或错误决策的可能性就越低。此外，通信、传感、数据采集和计算等领域迅猛的技术进步，正使提前决策逐渐成为一种过时的方法。因此，我们需要能够利用实时数据流，并通过在线决策响应底层系统快速动态的方法和机制 [1]。

在高度动态的环境中运行的系统里，本文聚焦于实时市场。实时市场的采用在电力系统领域展现出巨大潜力 [2]。具体而言，用户侧分布式能源资源（DER）和需求响应（DR）项目的增加，使系统运营商能够利用这些资源实时提供供需平衡服务 [3]。与常规发电机组不同，DER 和 DR 的响应时间符合参与实时平衡市场的运行要求。在 [4], 中，作者为一种新近的市场范式——点对点（P2P）市场——建立了实时运行模型。点对点市场旨在实现小型产消者之间的可再生能源双边交易。随着提前时间缩短，预测准确性可以提高 [5], ；因此，在更接近交付时间时进行市场出清，可以减轻由可再生能源（RES）相关不确定性造成的潜在不平衡。在平衡市场和点对点市场中，出清机制的计算速度都是关键的促成因素。这类市场机制需要大量的信息交换和协商流程。因此，在实时市场中，市场出清所需的计算时间可能超过两个市场时段之间的间隔。

另一种在动态环境中运行、近年来受到学术界和业界广泛关注的市场，是数据市场 [6]。随着机器学习在各个商业和社会领域的兴起，对高质量训练数据的需求大幅增长。确保数据可用性的一种方式，是创建一个能够补偿数据提供者的市场。文献中针对数据市场提出了各种结构和机制，包括数据双边交易 [7] 以及用于风电功率预测的回归市场框架 [8]。一般而言，在众多数据集中为特定数据集赋值，本质上是一个组合问题。 [9]中的作者针对静态市场结构下特定机器学习算法的数据估值问题展开了研究。本文关注的是能够处理连续数据流的机制，即实时数据市场。在这一方向上， [10] 中的作者提出了一个用于训练数据买卖的实时数据市场，并提出了一种公平补偿数据提供者的机制。然而，他们的机制在线下计算补偿金额。在存在连续数据流以及数据估值具有组合复杂性的情况下，线下解决方案无法在与底层过程动态相匹配的时间尺度内执行。因此，本文采用博弈论方法，为以快速时间尺度运行的实时市场设计在线市场机制。我们以一般形式提出这些机制，使其适用于多个领域。对于 [10], 中的数据市场，在线形式能够使我们在连续数据流环境下更好地向市场参与者支付报酬。类似地，对于 [4], 中的实时点对点市场，我们可以采用基于合作博弈论的在线市场机制。合作博弈论为分析自利型智能体之间的交互提供了数学工具，并在报酬标准方面为公平性或稳定性提供了保证。从经济学角度来看，这些性质对于

Aitazaz Ali Raja 和 Sergio Grammatico 任职于荷兰代尔夫特理工大学 Delft Center for Systems and Control。（电子邮箱地址：a.a.raja@tudelft.nl；s.grammatico@tudelft.nl）。本研究部分得到 NWO 研究项目 P2P-TALES（资助编号：647.003.003）和 ERC 研究项目 COSMOS（802348）的支持。

收益分配机制而言都非常理想。

本文聚焦于一类特定的合作博弈，即可转移效用（TU）合作博弈。该博弈由一组代理 $\mathcal{I}$ 和一个特征函数 v 构成，后者为代理$S \subset \mathcal{I}$的每个可能联盟赋予一个价值 $v(S)$。总体而言，可转移效用合作博弈可表示为一对 $(\mathcal{I}, v)$ [11]。由合作博弈建模的多智能体决策问题出现在许多应用领域，例如能源系统 [12], [13] 和通信网络[14]。具体而言，我们研究以合作博弈建模的市场。联盟博弈论研究如何将合作产生的价值分配给各参与者。承担价值分配（收益）任务的两个关键解概念是夏普利值和核心。夏普利值关注公平性，即参与者的收益应体现其对博弈的影响。公平性的公理化刻画 [15]保证了这一性质。核心收益则确保没有参与者有动机退出联盟，从而体现稳定性。

我们研究了在动态联盟博弈环境下评估公平且稳定的收益分配问题，即分别评估夏普利值和核心收益。本质上，我们的工作处于时变优化与动态联盟博弈的交叉领域。在前一个方向上，文献 [16][17] 中提出的算法在强凸性假设下，能够以渐近误差界跟踪时变优化问题的最优解轨迹。动态联盟博弈中的收益分配问题也已在相关文献中得到研究。其中， [18]的作者刻画了联盟价值随时间变化且取决于先前事件时的核心分配。在 [19],中，Bauso和Timmer针对联盟价值在一个有界多面体内波动、且每个联盟随时间变化的平均价值已知的动态博弈，提出了收益分配规则。由于我们致力于设计迭代算法，与此最为接近的工作是 [20]中Nedich和Bauso的研究。该论文研究了一个博弈序列中的核心收益分配问题，并假设所有相应核心的交集非空。在相同的核心集交集非空假设下， [21] 的作者进一步推广了他们的工作。然而，在实时市场环境中，假设联盟价值仅在某个特定集合内演化，或假设我们掌握联盟价值随时间变化的平均值，并不合理。因此，上述工作对解集交集非空所作的假设，使其算法无法应用于实时市场。鉴于这些不足，本文放弃了关于联盟价值平均值已知以及解集交集非空的假设，从而在在线范式下构建联盟博弈，并进一步为实时市场环境提出解决方案。

实时市场被建模为合作博弈时，一个典型问题是均衡解的计算复杂度呈指数级增长，这通常使得精确计算核心和夏普利值变得不切实际。因此，我们提出在线分布式收益分配算法，不再于每个时刻计算精确解，而是跟踪连续变化的合作博弈的解，并将误差控制在渐近误差界内。在所有与能源相关的市场中，我们在此重点关注以高频运行的先进实时市场。在这类市场中，从开市到市场出清的时间间隔不足以离线计算合作博弈解。我们指出，传统的集中式批发市场则无需采用在线机制，在线机制对其也并不适用。

在列出我们的贡献之前，我们先通过一个示例进一步阐述这一设定。请注意，为了展示我们贡献的范围，这里以一般性设定介绍该示例。随后，我们将把与能源相关的市场模拟为这一激励性设定的一个具体案例。

激励性示例：我们考虑一种在线预测估值方案，该方案受 [22]和 [23],启发，旨在汇集不同所有者掌握的信息和专业知识，并生成综合预测。首先，我们介绍旨在预测某一事件（例如可再生能源发电 [24]）的预测市场。一般而言，在此类市场中，市场参与者（预测者）以概率分布的形式出售预测；随后，观察到该事件的真实结果，市场再根据各位专家预测的质量向其支付报酬。设有一个中央平台 $\mathcal{L}$，负责一项预测任务，例如预测风能发电。考虑一组 N 预测者 $\mathcal{I}$，他们具备此类预测的专业知识。为生成准确的预测，预测者会考虑各种因素，例如风速以及影响风能发电的总体天气状况。每位提供方 $i \in \mathcal{I}$ 都会向预测市场提交报价。为实现预测估值，将执行以下步骤：

- 客户将预测任务 Y 发布到中央平台；
- 每位预测者 $i \in \mathcal{I}$ 发布其对已公布任务的预测 f_i；
- 平台使用汇总ˆ方法 [25] 整合这些预测，所得的汇总预测 f 将交付给客户；
- 事件发生后，客户宣布与其在决策中取得的改进相对应的奖励 γ。随后，对已发布预测的质量进行评估，并将奖励作为收益 $\boldsymbol{x}$公平地分配给各位预测者。

在我们的设定中，我们考虑具有快速动态的高频事件，因此需要在线预测估值方案。获取组合预测的过程，即协作预测，会在预测者之间形成一个在线合作博弈，可表示为三元组 $(\mathcal{I}, \mathcal{L}, v^k)$。实时估值的设定会产生一个时变价值函数 v^k，其中 $v^k(S)$ 表示客户通过联盟 $S \subset \mathcal{I}$ 的合作预测所获得的效用。事件发生后，预测者会根据认可其对该事件预测的个人贡献的标准，协商如何分配由此产生的价值。在图1中，我们展示了一种带有在线

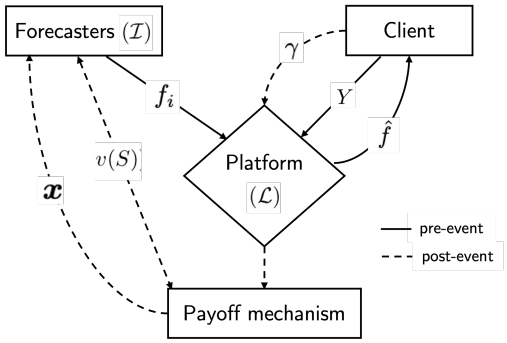

图1：协作预测市场中的在线数据估值方案概览。

收益分配机制的协作预测方案。在相关文献中，对于类似市场，夏普利值被用于离线环境下的收益分配 [26], [27] ，因为它符合公平的预测估值方案这一关键标准。有关该标准的更多细节，请参阅 [9]。本文针对联盟博弈中使用最广泛的收益分配方法，即核心和夏普利值，设计了在线算法。

贡献：

- 我们在联盟博弈论的背景下引入解的在线跟踪概念（夏普利值和核心）；
- 我们提出了一种新颖的分布式在线收益分配算法，以跟踪夏普利值，并使误差保持在渐近误差界内。我们还介绍了该算法的静态版本，该版本能够精确收敛到夏普利值（第三节）；
- 我们放宽了 [21] 序列合作博弈核心集的假设，并提出一种在线算法，以跟踪核心邻域内的收益分配。我们证明，所提出的算法具有渐近一致性，即在不存在动态变化时能够精确收敛到核心收益（第三节-B）；
- 我们引入算子理论分析，用于设计动态合作博弈领域的在线算法，从而能够推广现有结果。

我们注意到，尽管本文聚焦于能源相关实时市场的机制设计，但我们的解决方案也可应用于合作博弈论的其他领域。例如，文献 [12] 提出的基于社区的储能优化，可以通过在线方式处理，以减轻负荷和可再生能源发电不确定性的影响。同样，也可以为文献 [28]提出的网约车服务实现实时公平定价。

符号说明： $\mathbb{R}$ 和 $\mathbb{N}$ 分别表示实数集和自然数集。给定映射 $M\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$，$\mathrm{fix}(M) := \{x \in \mathbb{R}^n \mid x = M(x)\}$ 表示其不动点集合。Id 表示恒等算子。对于闭集 $C \subseteq \mathbb{R}^n$，映射 $\mathrm{proj}_C\colon \mathbb{R}^n \to C$ 表示到 C 上的投影，即 $\mathrm{proj}_C(x) = \arg\min_{y\in C} \|y - x\|$. 对于集合 S，其幂集记为 2^S。 $A \otimes B$表示矩阵 A 和 B. I_N 之间的 Kronecker积，B. I_N 表示维数为 $N \times N$的单位矩阵。对于 $x_i \in (1,\dots,N)$ $= [x_1^\top, \dots, x_N^\top]^\top$. x C x , , $x_N \in \mathbb{R}^n$，col( )) : dist(,) 表示到闭集 $C \subseteq \mathbb{R}^n$上的距离，即 $\mathrm{dist}(x, C) := \inf_{y\in C} \|y - x\|$。对于闭集 $C \subseteq \mathbb{R}^n$ 和 $N \in \mathbb{N}$，$C^N := \prod_{i=1}^N C_i$。

算子理论定义：若映射 $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ 满足 $\|T(x) - T(y)\| < \|x - y\|$，则称其为压缩映射，对所有 x，$y \in \mathbb{R}^n$均成立。

II. 合作博弈背景

下面介绍动态情境下合作博弈论所需的数学背景，并描述在线收益分配过程。

定义 *1*（动态合作博弈（*[20], 第 II-A 节*））：设 $\mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$ 为参与者集合。对于每个时刻 $k \in \mathbb{N}$，瞬时合作博弈是一个二元组 $\mathcal{G}^k = (\mathcal{I}, v^k)$，其中$v^k$ ： $2^{\mathcal{I}} \to \mathbb{R}$ 是一个特征函数，为每个联盟 $S \subseteq \mathcal{I}$赋予一个实数值 $v^k(S)$。动态合作博弈是瞬时博弈构成的序列，即 $\mathcal{G} = (\mathcal{I}, (v^k)_{k\in\mathbb{N}})$。□对于每个瞬时博弈，由联盟产生的价值必须作为收益 x_i^k分配给其成员，其中 x_i^k表示参与者 i 在价值 $v^k(\mathcal{I})$中所占的份额。目标是找到具有理想性质的收益向量，例如稳定性和公平性。与大联盟（即由所有参与者组成的联盟）的稳定性相关的解概念是核心，而公平性公理则由夏普利值 [15]满足。请注意，夏普利值不一定属于核心。我们先为每个参与者定义稳定收益向量的集合，即界定集，然后定义核心，核心是所有界定集的交集。

定义 *2*（界定集（*[20], 第 II-B 节*））：对于瞬时博弈 $\mathcal{G}^k = (\mathcal{I}, v^k)$ $k \in \mathbb{N}$，集合

$$\mathcal{X}_i(v^k) := \left\{ \begin{array}{l} x \in \mathbb{R}^N \mid \sum_{j\in\mathcal{I}} x_j = v^k(\mathcal{I}), \\ \qquad \sum_{j\in S} x_j \geq v^k(S), \forall S \subset \mathcal{I} \text{ s.t. } i \in S \end{array} \right\} \tag{1}$$

表示代理 $i \in S$ 的界定集。 □

瞬时合作博弈的核心定义如下。

定义 *3*（瞬时核心）：瞬时合作博弈 $\mathcal{G}^k = (\mathcal{I}, v^k)$ $k \in \mathbb{N}$ 的核心 $\mathcal{C}$ 是以下收益向量集合：

$$\mathcal{C}(v^k) := \left\{ \begin{array}{l} x \in \mathbb{R}^N \mid \sum_{i\in\mathcal{I}} x_i = v^k(\mathcal{I}), \\ \qquad \sum_{i\in S} x_i \geq v^k(S), \forall S \subseteq \mathcal{I} \end{array} \right\}, \tag{2}$$

□

下文将讨论核心解，并假设其非空。

假设 *1*：每个瞬时博弈 $(\mathcal{I}, v^k)$ 的核心均非空，即对于所有 $k \in \mathbb{N}$， $\mathcal{C}(v^k) \neq \varnothing$ 。□核心集的定义不符合公平性的概念；事实上，不同的核心分配对参与者的待遇各不相同。满足公平性公理（见 [15]）的唯一收益分配称为夏普利值。

定义 *4*（夏普利值）：对于合作博弈 $\mathcal{G}^k = (\mathcal{I}, v^k)$，令 Π 为大联盟 $\mathcal{I}$ 的所有 $(N!)$ 个排列的集合；对于参与者 $\sigma \in \Pi$ 的一种排序，令 $\mathcal{P}_i^\sigma$ 为 σ 中 i 的前驱者集合，其中 $\mathcal{P}_1^\sigma = \varnothing$。于是，对于每个

参与者 $i \in \mathcal{I}$，夏普利值 $\boldsymbol{\phi}(v)$ 为其分配收益 $\phi_i(v)$，其定义如下：

$$\phi_i(v^k) = \frac{1}{N!} \sum_{\sigma \in \Pi} (v^k(\mathcal{P}_i^\sigma \cup \{i\}) - v^k(\mathcal{P}_i^\sigma)). \tag{3}$$

□

这里，我们将式（3）中的项（$v^k(\mathcal{P}_i^\sigma \cup \{i\}) - v^k(\mathcal{P}_i^\sigma)$）称为增量边际贡献，它表示代理 i 加入联盟时所增加的价值。

由式（3）可知，为了计算自己的 Shapley收益，代理需要知道所有可能联盟的价值；这对于许多现实世界应用而言并不实际，也使分布式计算失去意义。为了设计分布式算法，我们找出这样的排列 $\sigma \in \Pi$：代理 i 仅凭自身联盟的合作博弈价值，就能计算所有参与者的增量边际贡献。这些排列的特点是，i 在第一位加入联盟。为了进一步说明，我们给出以下示例。

示例1：考虑一个三人合作博弈（$\{a, b, c\}, v$）。在此，代理 a 仅凭自身联盟的价值，就能计算排列（a, b, c）和（a, c, b）对应的增量边际贡献，分别为（$v(\{a\}, v(\{a, b\} - v(\{a\}, v(\{a, b, c\} - v(\{a, b\})$ 和（$v(\{a\}, v(\{a, c\} - v(\{a\}, v(\{a, b, c\} - v(\{a, c\})$）。然而，对于排列（$b, c, a$），增量边际贡献为（$v(\{b\}, v(\{b, c\} - v(\{b\}, v(\{a, b, c\} - v(\{b, c\})$；要计算这些贡献，代理 a 需要知道 $v(\{b, c\})$ 的值。这是不合理的，因为联盟（b, c）并非其所属的联盟。□

为了利用例1中的观察，接下来，我们定义边际贡献向量 $\hat{\boldsymbol{m}}_i$，它是对应于那些代理 i 能够以最少信息进行评估的排列的增量边际贡献向量的平均值。

定义5（边际贡献向量）：令 $\pi_i \subset \Pi$ 为大联盟 $\mathcal{I}$ 的排列集合，其中代理 i 位于首位。对于每个排列 $\sigma \in \Pi$，令 $\boldsymbol{m}_\sigma \in \mathbb{R}^N$ 为增量边际贡献向量，其第 j 个元素为 $m_j^\sigma = v^k(\mathcal{P}_j^\sigma \cup \{j\}) - v^k(\mathcal{P}_j^\sigma)$。那么，对于每个代理 $i \in \mathcal{I}$，边际贡献向量为

$$\hat{\boldsymbol{m}}_i = \frac{1}{(N-1)!} \sum_{\sigma \in \pi_i} \boldsymbol{m}_\sigma. \tag{4}$$

□

现在，用边际贡献向量表示，夏普利值变为 $\boldsymbol{\phi}(v) = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{I}} \hat{\boldsymbol{m}}_i$。

接下来，我们注意到，对于动态联盟博弈，解也会随时间变化，并且两种解的复杂度，即式（2）中的核心和式（3）中的夏普利值，都会随参与者数量呈指数级增长。因此，无法保证收敛到每个瞬时博弈的解收益向量，尤其是在高度动态的场景中，例如实时应用；在这些场景下，计算和通信瓶颈可能会妨碍对解轨迹的精确跟踪。因此，在下文中，我们提出一种分布式在线算法来跟踪夏普利值，并给出渐近误差的界限，其中渐近误差定义为所评估的收益向量与夏普利值之间的“距离”。此外，我们还设计了一种分布式在线算法，为核心集的跟踪提供渐近误差界限。

在一种分布式在线收益分配方法中，代理 i依据某项准则提出收益分配 $\boldsymbol{x}_i \in \mathbb{R}^N$。该分配过程旨在达成核心中的共同认可收益（共识）。

定义 6（共识集）：共识集 $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}^{N^2}$定义如下：

$$\mathcal{A} := \{\mathrm{col}(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_N) \in \mathbb{R}^{N^2} \mid \boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{x}_j, \forall i, j \in \mathcal{I}\}. \tag{5}$$

□

接下来，我们首先考虑计算收益向量轨迹的问题，使其收敛到夏普利值，并且误差有界，即 $\lim_{k\to\infty} \sup \|\boldsymbol{x}^k - \boldsymbol{\Phi}^k\|$ 较小。然后，我们讨论跟踪核心集的问题，使得 $\lim_{k\to\infty} \sup \mathrm{dist}(\boldsymbol{x}^k, \mathcal{A} \cap \mathcal{C}(v^k))$较小。

III. 分布式在线收益分配

本节针对在线合作博弈提出一种收益分配方法，其中，特征函数v 随时间 k 快速变化，因此，无法通过计算获得每个瞬时博弈的精确解。因此，我们的目标是设计一种分布式算法，计算出能够较好跟踪某个解的收益轨迹。需要指出的是，我们分析的是最保守的情形，即参与者每个样本 v^k只进行一次迭代。根据市场的提前时间，每个样本进行多次迭代可以提升跟踪性能。

设参与者集合 $\mathcal{I} = \{1, \ldots, N\}$ 在每个离散时间步 $k \in \mathbb{N}$ 同步提出效用分配方案，即每个参与者 $i \in \mathcal{I}$ 提出一个收益分配 $\boldsymbol{x}_i^k \in \mathbb{R}^N$，其中第 j 个元素表示由参与者 i 在步骤 $k \in \mathbb{N}$ 提出的、分配给参与者 j 的份额。

设参与者通过由图 $G^k = (\mathcal{I}, \mathcal{E}^k)$ 表示的时变网络进行通信，其中 $(j, i) \in \mathcal{E}^k$ 表示参与者 i 和 j 在迭代 k 时之间存在一条活跃链路，此时二者称为邻居。因此，参与者 i 在迭代 k 时的邻居集合定义为$\mathcal{N}_i^k := \{j \in \mathcal{I} | (i, j) \in \mathcal{E}^k\}$。我们假设每次迭代 k 时通信图均为连通图。通信图 G^k 中的边通过邻接矩阵 $W^k = [w_{i,j}^k]$赋权，其元素 $w_{i,j}^k$ 表示参与者 i 对参与者 j提出的收益分配 $\boldsymbol{x}_j^k$ 所赋的权重。注意，对于某些 j，$w_{i,j}^k = 0$ 意味着 $j \notin \mathcal{N}_i^k$，因此参与者 i 的状态独立于参与者 j的状态。我们假设邻接矩阵是双随机矩阵，且对角元素为正，如假设3 [29, 所设。假设 2, 3]。

假设 2（随机邻接矩阵）：对于所有 $k \geq 0$，通信图 G^k 的邻接矩阵 $W^k = [w_{i,j}^k]$ 满足以下条件：

1) It is symmetric and doubly stochastic, i.e., $\sum_{j=1}^N w_{i,j} = \sum_{i=1}^N w_{i,j} = 1$;

2）其对角元素严格为正，即 $w_{i,\,i}^{k}>0$，$\forall i\in\mathcal{I}$；

3) $\exists\,\gamma>0$ 使得 $w_{i,\,j}^{k}\geq\gamma$ 只要 $w_{i,\,j}^{k}>0$。 □

假设2确保参与者彼此之间进行足够频繁的通信，并且对最终的分配具有足够的影响力。最后，我们提出如下形式的分布式离散时间算法：

$$\boldsymbol{x}_i^{k+1}=M_i^k(\boldsymbol{x}_i^k),$$

其中，$\boldsymbol{x}_i^k\in\mathbb{R}^N$ 是代理 i对所有参与者收益分配的估计，M_i^k 是一个时变更新算子。我们可以将上述针对所有参与者的迭代写成集体紧凑形式：

$$\boldsymbol{x}^{k+1}=\boldsymbol{M}^k(\boldsymbol{x}^k),\tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{M}^k(\boldsymbol{x})$: $=\mathrm{col}(M_1^k(\boldsymbol{x}_1).....,\ M_N^k(\boldsymbol{x}_N))$。接下来，我们假设时变算子 $\boldsymbol{M}^k$ 在式（6）中的不动点的时间变化受到有界约束。

假设*3*（有界时间变化）：令 $(\boldsymbol{M}^k)_{k\in\mathbb{N}}$为式（6）中的算子序列。两个连续算子的不动点之间的距离有界，即，$\sup_{k\in\mathbb{N}}\sup_{(\bar{\boldsymbol{x}}^k,\bar{\boldsymbol{x}}^{k+1})\in\mathrm{fix}(\boldsymbol{M}^k)\times\mathrm{fix}(\boldsymbol{M}^{k+1})}\ ||\bar{\boldsymbol{x}}^{k-1}-\bar{\boldsymbol{x}}^k||\leq\delta$, </style}对某个 $\delta>0$成立。□

我们注意到，假设3约束的是时变算子的不动点集的时间变化，而不是连续时间最优点之间的欧几里得距离，即 $||\bar{\boldsymbol{x}}^{k-1}-\bar{\boldsymbol{x}}^k||\leq\delta$，后者是时变优化 [16, 假设 1], [31, 定理 1]中的标准形式。接下来，我们提出一种在线收益分配算法，其中设计算子 M_i^k，使其不动点集为Shapley收益，即，$\mathrm{fix}(M_i^k)=\boldsymbol{\phi}(v^k)$。我们注意到，在Shapley收益分配的语境下，假设3与合作博弈的动态性相关，并意味着Shapley值从一个时间步到下一个时间步的变化有界。

A. 夏普利分配的在线跟踪

我们通过时变算子来构建夏普利值的分布式跟踪问题，并给出收敛结果。静态合作博弈中夏普利值的计算问题可以表述为一个无约束凸优化问题，其目标是就夏普利值达成共识，即

$$\min_{\boldsymbol{x}}\frac{1}{2}\sum_{i\in\mathcal{I}}\left\|\boldsymbol{x}-\hat{m}_i\right\|^2,\tag{7}$$

其中，$\hat{}m_i$ 是式（4）中的边际贡献向量。这里，我们考虑在时变网络上运行的动态联盟博弈，并设计一种分布式范式下的算法，因此边际贡献向量也随时间变化。每个代理 i最小化一个局部目标函数$f_i^k=\frac{1}{2}\left\|\boldsymbol{x}_i-\hat{}m_i^k\right\|^2$。为求解由此产生的优化问题，代理 i 可以采用基于梯度的算法。令 $\boldsymbol{y}_i^k:=\sum_{j=1}^N w_{i,j}\boldsymbol{x}_j$，则状态更新为

$$\boldsymbol{x}_i^{k+1}=\boldsymbol{y}_i^k-\alpha\nabla f_i^k(\boldsymbol{y}_i^k).$$

从算子理论的角度来看，我们可以将（6）中的算子 $\boldsymbol{M}^k$ 定义为梯度步算子与一致性算子的复合，即 $\boldsymbol{M}^k=(\mathrm{Id}-\alpha\nabla f^k)\circ\boldsymbol{W}^k$，其中 $\boldsymbol{W}^k:=W^k\otimes I_N$ 表示一个邻接矩阵。我们注意到，对于强凸函数 f，算子 $\boldsymbol{M}$ 是一个压缩映射；我们将在后文利用这一事实证明所提出算法的收敛性。

假设 *4*（压缩映射）：对于所有 $k\in\mathbb{N}$，式 (6) 中的算子$\boldsymbol{M}^k$满足 $\boldsymbol{M}^k\in\mathcal{M}$，其中 $\mathcal{M}$是一个压缩算子族，其压缩因子为 $L_k\in(0,\,1)$。

□

最后，紧凑且简化后的迭代形式如下：

$$\boldsymbol{x}^{k+1}=(1-\alpha)\boldsymbol{W}^k\boldsymbol{x}^k+\alpha\hat{\boldsymbol{m}}^k.\tag{8}$$

[32] 中的作者提出了一种基于算子 $\boldsymbol{M}$ 静态版本的迭代方法，即 $\boldsymbol{z}^+=\boldsymbol{M}\boldsymbol{z}$，并证明该方法实现了非精确收敛，相对于共识优化器 $\bar{\boldsymbol{z}}$，其渐近误差界为$O(\alpha)$。在我们的设定中，$\bar{\boldsymbol{z}}$ 指夏普利值 $\boldsymbol{\phi}$。这里，我们在步长 α 满足相同条件的情况下，针对在线设定推导了一个界，该界以 $O(\alpha)$ 邻域表示，如引理 1] 中的定义所示[32, 。需要指出的是，在线联盟博弈中的解意味着收益分配轨迹收敛到时变夏普利值的一个邻域，正如式 (8) 的以下收敛结果所示。

定理*1*（在线夏普利分配的收敛性）：令假设 2– 4 成立。从任意 $\boldsymbol{x}^0\in\mathbb{R}^{N^2}$开始，由迭代(8)生成的误差范数 $||\boldsymbol{x}^k-\boldsymbol{\Phi}^k||$ 满足以下界：

$$\|\boldsymbol{x}^k-\boldsymbol{\Phi}^k\|\leqslant\hat{L}_k\|\boldsymbol{x}^0-\boldsymbol{\Phi}^0\|+\frac{1-(\bar{L}_k)^{k-1}}{1-\bar{L}_k}\delta+O(\alpha),$$

其中，$\hat{}L_k:=\prod_{i=1}^{k-1}L_i$，$\bar{L}_k=\max_k L_k$，且 $\boldsymbol{\Phi}^k:=\boldsymbol{\phi}^k\otimes\mathbf{1}_N$ 是式(3)中的夏普利值，其中 $O(\alpha)$如 [32, 引理 1]所述。因此，我们有$\lim_{k\to\infty}\|\boldsymbol{x}^k-\boldsymbol{\Phi}^k\|\leqslant\frac{1}{1-\bar{L}_k}\delta+O(\alpha)$。□ ——

定理1的结果表明，序列$(\boldsymbol{x}^k)_{k\in\mathbb{N}}$跟踪夏普利值的轨迹，其误差界线性依赖于参数 δ。该参数来源于假设3，并与定义1中动态合作博弈的夏普利分配的时间变化性有关。我们在附录中给出定理1的证明。

我们注意到，如果合作博弈是静态的，那么采用 [33, 定理 1] 中的设定，可以设计一种收敛至夏普利分配的分布式算法。下面给出静态情形的一个推论。

推论*1*（收敛至夏普利分配）：设假设2和假设4成立。设假设3在 $\delta=0$条件下成立。那么，从任意 $\boldsymbol{x}^0\in\mathbb{R}^{N^2}$出发，由迭代生成的序列$(\boldsymbol{x}^k)_{k=0}^{\infty}$

$$\boldsymbol{x}^{k+1}=(1-\alpha_k)\boldsymbol{W}^k\boldsymbol{x}^k+\alpha_k\hat{\boldsymbol{m}}^k,$$

收敛至式（3）中的夏普利值，即 $\boldsymbol{x}^k\to\boldsymbol{\Phi}$，其中$(\alpha_k)_{k\in\mathbb{N}}\in(0,1)$，且 $\alpha_k\to0$，$\sum_{k\in\mathbb{N}}\alpha_k=+\infty$,$\sum_{k\in\mathbb{N}}|\alpha_{k+1}-\alpha_k|<+\infty$。□

讨论：联盟博弈论所提供的解决方案具有有趣的数学性质，但其计算复杂性对其在现实世界应用中的使用构成了挑战。由于夏普利值的评估

需要计算参与者集合的所有可能排列的值，因此计算时间会随着参与者数量的增加而呈指数增长。这一挑战使得在几乎实时的情况下使用夏普利收益分配变得不切实际。在这一方向上，文献（3）中所提出算法的分布式结构，通过在参与者之间合理分配计算负担，缓解了计算时间过长的问题。此外，该算法使参与者能够自主决策，从而使协商过程更加民主化，而这正是自由市场的一项重要特征。

对于合作博弈，通过夏普利值分配收益可以保证公平性。然而，这并不能确保大联盟 $\mathcal{I}$的稳定性，即夏普利值不一定属于式 (2) 中的核心。因此，如果没有外部力量鼓励形成联盟结构，那么 Shapley收益可能无法为参与者加入合作博弈提供充分的激励。因此，亟需设计一种分布式算法，用于在线跟踪动态联盟博弈中的核心。

B. 核心分配的在线跟踪

现在，我们来讨论在线联盟博弈中跟踪式 (2) 所示核心解的问题。由于在动态博弈中，核心是一个随时间变化的集合，因此该问题可转化为分布式跟踪时变集合。对于代理 i, 核心集 $\mathcal{C}(v^k)$ 的跟踪问题可表述为一个无约束时变凸优化问题，其目标是最小化该代理的收益分配估计值与其在式 (1) 中的界定集之间的距离。数学上，每个参与者 i都有一个目标函数

$$f_i^k = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{x}_i^k - \quad \mathcal{X}_i\ v^k \quad \boldsymbol{x}_i^k\ \|^2 + : \hat{} \ \frac{\gamma}{2}\|\boldsymbol{x}_i^k - \boldsymbol{x}_i^{k-1}\|^2 \qquad \gamma > 0$$

$\bar{\text{p}}\text{roj}_{()}(\hat{}\ )\ \hat{}$，其中 。因此，该优化问题可写为以下形式:

$$\begin{cases} \min\limits_{\boldsymbol{x}_i} \ \frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{x}}_i^k - \text{proj}_{\mathcal{X}_i(v^k)}(\hat{\boldsymbol{x}}_i^k)\|^2 + \frac{\gamma}{2}\|\hat{\boldsymbol{x}}_i^k - \boldsymbol{x}_i^{k-1}\|^2 \\ \text{s.t. } \hat{\boldsymbol{x}}_i^k = \sum_{j=1}^N w_{i,j}^k \boldsymbol{x}_j^k \end{cases} \tag{9}$$

(9)中的优化问题可以通过基于前向算子 $\text{Id} - \alpha\nabla f_i$ 的迭代求解；对于强凸且强光滑的函数 f_i, 该算子是一个压缩映射。在我们的设置中，对于每个时间步 $k \in \mathbb{N}$，代理 i按如下方式更新其状态:

$$\boldsymbol{x}_i^{k+1} = (1-\alpha-\alpha\gamma)\hat{\boldsymbol{x}}_i^k + \alpha\text{proj}_{\mathcal{X}_i(v^k)}(\hat{\boldsymbol{x}}_i^k) + \alpha\gamma\boldsymbol{x}_i^{k-1}, \tag{10}$$

其中， $\mathcal{X}_i$ 是式 (1) 中的界定集。在堆叠向量表示法中，作用于式 (9) 的前向算子与一致性算子复合，即 $(\text{Id}-\nabla f)\circ\boldsymbol{W}(\cdot)$。我们进一步将式 (10) 中的迭代推广为：用假设 4 中的压缩映射替换投影算子 proj(·)。这种推广使参与者能够选择任意压缩算子 T_i^k 来评估收益 $\boldsymbol{x}_i^k$。为保持一致性，我们要求 T_i^k 的不动点集是式 (1) 中的界定集，即 $\text{fix}(T_i^k) = \mathcal{X}_i\ v^k \quad \boldsymbol{T}^k = \bigcap_{i=1}^N \mathcal{X}_i\ v^k = \mathcal{C}\ v^k$ ()。因此，fix( ) ( ) ( )，即瞬时核心集。压缩映射性质使我们能够证明状态 $\boldsymbol{x}^k$ 收敛至集合 $\mathcal{A}\cap\mathcal{C}^N$，其误差至多为一个指定的误差界。具体而言，我们提出以下在线分配协议:

$$\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{T}^k(\boldsymbol{W}^k\boldsymbol{x}^k), \tag{11}$$

其中，算子 $\boldsymbol{M}^k := \boldsymbol{T}^k(\boldsymbol{W}^k(\cdot))$ 如迭代(6)所示，是与通过时变通信网络跟踪的时变核心集相对应的一系列时变压缩算子。这种用算子表示在线跟踪的形式，使我们能够利用算子理论中的现有结果，并通过去除 [20]和 [21] 中关于时变核心的交集非空这一假设，推广其中的算法。此外，算子理论分析使我们的证明保持简短而优雅。接下来，我们将形式化核心分配在线跟踪的收敛结果。

定理*2*（在线核心收益分配）：设假设 1–4 成立。然后，从任意 $\boldsymbol{x}^0 \in \mathbb{R}^{N^2}$出发，由迭代(6)生成的误差范数 $||\boldsymbol{x}^k - \bar{\boldsymbol{x}}^k||$ 满足以下界:

$$\|\boldsymbol{x}^k - \bar{\boldsymbol{x}}^k\| \leqslant \hat{L}_k\|\boldsymbol{x}_0 - \bar{\boldsymbol{x}}_0\| + \frac{1-(\bar{L}_k)^{k-1}}{1-\bar{L}_k}\delta,$$

其中 $\hat{}L_k = \prod_{i=1}^{k-1} L_i$, $\bar{L}_k = \max_k L_k$ 和 $\bar{\boldsymbol{x}}^k \in \mathcal{A}\cap\mathcal{C}^N(v^K)$，其中 $\mathcal{A}$ 如式(5)所示， $\mathcal{C}$ 为核心(2)。因此，有 $\lim_{k\to\infty}\|\boldsymbol{x}^k - \bar{\boldsymbol{x}}^k\| \leq \frac{\delta}{1-\bar{L}_k}$. —— □

我们在附录中给出定理2的证明。请注意，我们研究的是动态联盟博弈中核心的跟踪问题，因此定理2的结果表明，序列 $(\boldsymbol{x}^k)_{k\in\mathbb{N}}$ 收敛到核心集的一个邻域，该邻域取决于假设3中的参数 δ，该参数限制了联盟博弈随时间的变化。对于核心跟踪问题，可以通过假设两个连续时刻的核心交集非空来限制博弈的变化，即 $\mathcal{C}(v^{k-1}) \cap \mathcal{C}(v^k) \neq \varnothing$。请注意，如果博弈是静态的，那么式(11)中的迭代将收敛到核心集中的公共点，即采用该算法的参与者将就核心收益分配达成共识。因此，式(11)中的在线收益分配协议是渐近一致的 [16], ，这是在线算法的一项重要特性。

讨论：要使用式（11）中的收益分配算法，每个代理只需了解式（1）中自身的界定集，而该界定集可根据其自身联盟的取值进行评估。因此，这种通过界定集进行的协商能够维护主体间隐私。假设参与者了解自身的联盟是合理的。

我们注意到，在时变凸优化背景下，在线跟踪的集中式版本由 Simonetto 在 [34] 中提出。然而，用于跟踪核心收益的集中式方法无法体现自主自利主体之间的交互场景。此外，由于核心中的不同收益会区别对待参与者，集中式评估需要参与者信任中心实体，这在许多现实世界应用中并不可取，例如点对点能源交易 [21]。因此，我们提出了式（11）中的分布式方法，使参与者能够自主跟踪核心收益分配。

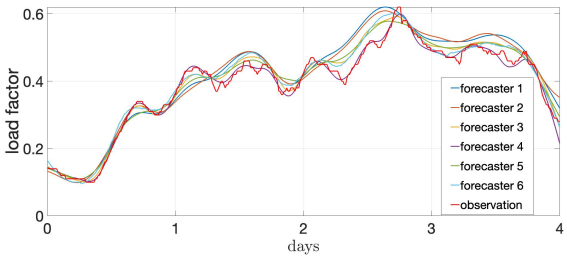

图 2：提前时间为 5 分钟的参与者风能发电量预测及相应的观测值。

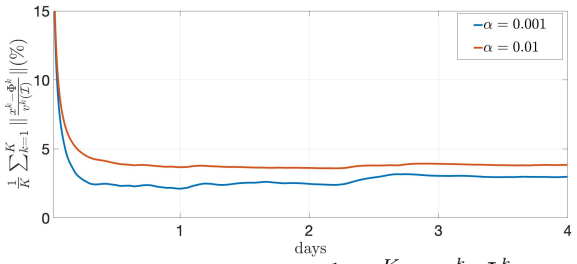

图 3：平均累积跟踪误差的轨迹 $\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left\|\frac{\boldsymbol{x}^k - \boldsymbol{\Phi}^k}{v^k(\mathcal{I})}\right\|(\%)$，其中 $\boldsymbol{\Phi}$ 为夏普利分配。

有趣的是，对于夏普利值属于核心的博弈类别（例如凸博弈），通过式（8）中的迭代在线跟踪夏普利值，也会隐式地跟踪核心；反之亦然，通过式（11）中的算法亦可实现。

IV. 实时市场应用

本节通过数值示例展示两个实时市场场景，即预测市场和本地电力市场，并将它们建模为动态联盟博弈。在第一个场景中，我们展示在线数据估值方案中夏普利值的分布式跟踪；在第二个场景中，我们模拟实时本地电力市场，并跟踪时变的核心收益，将其作为在线市场解决方案。

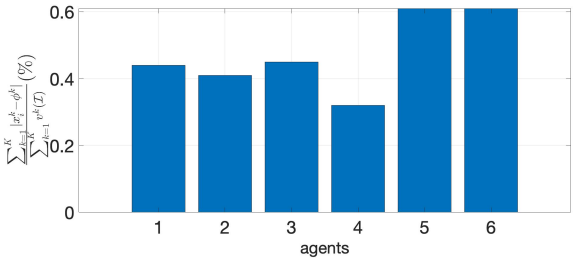

图 4：在线PD获得的收益与夏普利收益之间的差异 $|\boldsymbol{x}_i^k - \boldsymbol{\phi}^k|$，该差异与市场中产生的总价值成正比 $\sum_{k=1}^{K} v^k(\mathcal{I})$。

A. 协作式预测市场

我们针对风力发电应用，模拟第 I 节所述的近实时协作式预测市场。为与目前风力发电预测中最广泛采用的做法保持一致，我们在此对点预测进行交易，而非概率预测 [35]。通常，风能预测面向数小时后的时间范围。然而，如果系统中的风电渗透率达到较高水平，为保障系统安全，还必须提供提前时间为 1 至 30 分钟的预测。电力系统的多种运行操作都需要这类短期至近实时预测，例如，输电系统运营商（TSO）需要借此持续保持电力系统平衡；（海上）风电场控制器将其用作输入；风储系统运行也需要这类预测，以提供系统调节[36]。因此，我们基于在线联盟博弈，设计了一种面向近实时风能预测的市场化预测系统。

1) 问题设定： 考虑客户平台 $\mathcal{L}$ （例如输电系统运营商、风电场所有者、能源交易商等），该平台利用风能预测来优化高度动态环境中的决策。客户组织一个协作式预测市场，任务是在时刻 k 预测时间 $k+m$ 的风能发电量 Y^k，其中 m 的时间尺度为几分钟。我们考虑 N 名预测者（参与者），他们在客户平台上注册，以参与近实时协作式预测市场。每名预测者 $i \in \mathcal{I}$ 在时刻 k 发布点预测 f_i^{k+m}，该预测是对 Y^{k+m} 的条件期望。随后，客户使用线性汇总来评估汇总预测 $\hat{} f_{\mathcal{I}} = \sum_{i\in\mathcal{I}} \frac{1}{|\mathcal{I}|} f_i$。事件发生并观测到实际风能发电量 ω 后，客户平台评估该汇总预测的质量。随后，客户宣布将根据各预测者预测的质量，在预测者之间分配奖励 ϕ。

在相关文献中，最常用的预测质量评估标准是所谓的评分规则 [37]。在我们的工作中，我们使用绝对误差（AE）作为评分规则，用于评估点预测。设预测者 i 报告的预测为 f_i，实际结果为 ω，则其 AE 定义为 $\mathrm{AE}_i = |f_i - \omega|$.

现在，我们可以将这个协作预测市场表述为一个合作博弈：令联盟 $S \subset \mathcal{I}$ 的价值为其组合预测的 (1−AE)，即 $v(S) = 1 - |f_S - \omega|$。每位预测者都会评估自身各个联盟的价值，并利用（8）中的在线协议分布式地跟踪夏普利收益。该收益代表每位预测者在按夏普利值评估的奖励中所占的份额。请注意，我们将夏普利值计算为收益因子，它对应于代理将获得的货币收益。收益因子与货币收益之间的对应关系取决于具体应用，并取决于客户通过协作预测获得的货币效用增益。例如，在我们的风能预测示例中，收益可以对应于通过优化风水电站的联合运行而提升的效用，或通过避免市场中的不平衡费用而提升的效用。为聚焦于市场机制，我们不考虑货币收益，并指出纳入货币收益不会影响最终解的性质。

2) 仿真研究： 为说明协作预测市场，我们考虑一位客户建立了一个微型市场，任务是以5分钟的提前时间预测德国的风能发电量。让6名预测者（参与者）在客户平台上注册，以提供预测报告。每位预测者在时间 以点预测的形式发布其

风力发电预测，提前时间为 $k+5$ 分钟。随后，客户汇总所报告的预测，以生成协作预测，并利用（8）中的机制进行实时收益分配。让该市场连续运行4天，以创建一个时间序列。此处，我们使用合成数据模拟预测者的预测，这些预测基于Spotrenewables提供的预测和实际测量值生成，并对其进行插值，以获得2022年5月25日至28日期间所需的分辨率。图2展示了参与者的预测及相应观测值，以容量因子的形式表示，即在4天期间相对于风力发电厂理论最大值进行归一化。所生成预测的高准确度模拟了近实时预测效果。接下来，在图3中，我们展示了对于不同 α 值，算法（8）的跟踪性能。我们通过在每个时刻k 评估市场博弈的在线收益和Shapley收益（静态情形）来计算跟踪误差，表示为 $\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\|\boldsymbol{x}^k-\boldsymbol{\Phi}^k\|$。换言之，我们报告在线收益与Shapley收益之间归一化差异的范数，并将其随时间 K累积。对于 α的两个取值，该累积跟踪误差均小于4%。通常，对于短期至近实时的能源相关市场，预测准确度较高，并且从一个时间步到下一个时间步的变化较小。因此，在此类设置下，我们的算法展现出良好的性能。需要强调的是，我们算法的跟踪性能取决于底层问题的动态特性。特征函数$v^k(S)$的突变可能会显著增加跟踪误差。图4展示了四天内预测者收益与Shapley收益之间的差异。

B. 实时本地电力市场

在本小节中，我们模拟一种实时本地能源交易，其电力市场设置受 [4] 启发。在我们提出的设置中，产消者和消费者参与在社区内建立的本地电力市场，在内部交易能源，而不是与电网交易。此类市场设置在经济上可行，基于以下假设：买方对能源的估值高于电网购电价格，且不高于电网售电价格。类似地，卖方选择的估值低于电网售电价格。我们指出，这些假设在文献中很常见[38]。传统上，电力市场采用日前模式组织，并通过一些日内安排实现平衡目的。然而，由于可再生能源和消费者负荷存在不确定性，在社区层面，远早于交付时间进行市场出清，会给负责系统安全的系统运营商带来相当大的困难。缓解不确定性影响的一种方法是将市场安排在接近交付时间时进行。为此，我们基于动态联盟博弈论，为实时市场模型设计了一种在线市场机制。动态表述纳入了随时间变化的能源需求和可再生能源发电。在这种市场设置中，理想情况下，目标是最大化本地电力市场的社会福利，并在参与者之间分配由此产生的总收益，使收益属于式（2）中的核心。然而，在一个

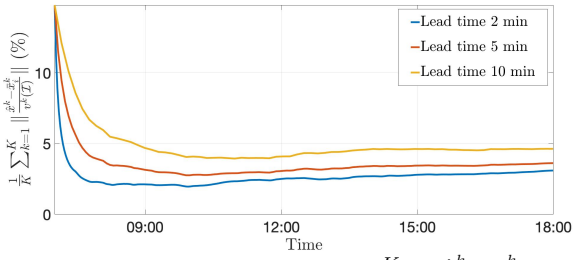

图 5：平均累积跟踪误差的轨迹 $\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\|\hat{\boldsymbol{x}}^k-\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}{}^k\|$，其中 $\hat{\boldsymbol{x}}=\frac{1}{N}\sum_{i\in\mathcal{I}}\boldsymbol{x}_i$ 和 $\bar{\boldsymbol{x}}_i$ 为核心分配。

在实时出清设置中，无法精确计算核心中的收益，因此我们通过式（11）中的在线机制对其进行跟踪。

1) 问题设定：我们考虑能源社区 $\mathcal{I}$ 中包含 N 个参与者的简化设定，其中部分参与者配备了可再生能源发电设备（产消者）。我们通过求解线性优化问题，计算每个联盟 $S\subseteq\mathcal{I}$ 在某一时刻 k 的联盟价值。在每个 k，某个参与者要么属于买方集合 $\mathcal{S}_b$，要么属于卖方集合 $\mathcal{S}_s$，其中，$\mathcal{S}_b\cup\mathcal{S}_s=S$。设参与者 i 在某一时刻 k 的能源需求或发电量为 E_i^k，相应的效用函数系数为 p_i^k。在此，我们将卖方的效用函数系数设为负值，即当 $i\in\mathcal{I}_s$ 时，$p_i<0$。对于每个联盟 $S\subseteq\mathcal{I}$，我们按如下方式计算联盟价值 $v^k(S)$：

$$v^k(S)=\begin{cases}\max\limits_{(E_i)_{i\in S}}\sum\limits_{i\in S}p_i^kE_i^k\\ \text{s.t.}\quad 0\le(E_i^k)_{i\in S}\le(\bar{E}_i{}^k)_{i\in S}\\ \qquad\sum\limits_{i\in S_s}E_i^k-\sum\limits_{i\in S_b}E_i^k=0.\end{cases}\tag{12}$$

(11)中的约束分别表示卖方和买方的瞬时发电量与用电限制，以及功率平衡。需要指出的是，只有混合联盟（即同时包含买方和卖方的联盟）才会产生价值，这一事实降低了计算负担。在市场的每个时刻，每个代理都会根据（1）计算其界定集，然后通过（11）中的在线协议提出收益。为了计算界定集，参与者只需计算各自联盟的价值，这需要掌握单个联盟价值的信息。我们假设本地市场建立在先进范式之上，并结合面向能源系统（如 [39]）的未来数据市场。这使参与者能够获取计算界定集所需的信息。在市场运行的第一个时刻，参与者将全部价值$v(\mathcal{I})$分配给自己，这符合其理性且自利的本性。这里的目标是最大化本地电力市场的社会福利，然后在参与者之间分配所得金额，使收益符合核心。请注意，未满足需求和未利用发电量将与电网进行交易。

2) 仿真研究：在数值仿真中，我们考虑一个由10名参与者组成的小型本地电力市场，其中卖方代理配备光伏系统，买方为消费者。我们使用来自英国名为“用户主导的网络革命”（CLNR）智能-

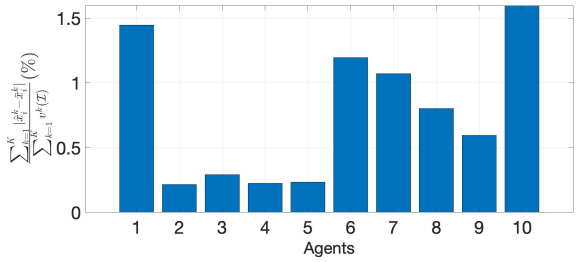

图 6：在线收益分配与核心收益之间的差异 $|\hat{\boldsymbol{x}}_i^k - \bar{\boldsymbol{x}}_i{}^k|$，该核心收益与市场生成的总价值 $\sum_{k=1}^{K} v^k(\mathcal{I})$ 成正比，提前时间为五分钟。

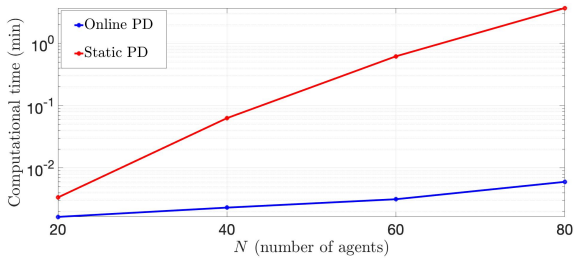

图 7：代理 i 执行在线收益分配（PD）和静态收益分配时的计算时间。

电网示范项目的真实数据，数据记录了光伏发电量和消费者负荷，采样间隔为10分钟 [40]。我们分析提前时间为 $k+2, k+5$和 $k+10$ 分钟时的市场出清。对于2分钟和5分钟的提前时间，我们对CLNR的数据进行插值，以达到所需的分辨率。此外，为展示算法的有效性，我们仅考虑白天光伏发电量较大的时段。在每个市场实例中，卖方代理公布可交易的能源量及其要价，而买方代理则公布其能源需求和支付意愿。收到报价和需求后，参与者协商分配市场的最优福利 $v^k(N)$，见式（12）。我们注意到，在在线场景中，我们跟踪代理之间对核心收益的共识，而非要求其精确收敛到该收益。因此，由于算法采用分布式形式，各代理在每个市场时刻提出的收益提案可能不同，因此需要一种标准来分配各方共同认可的收益。在这项仿真研究中，我们选择所有提案的平均值来分配收益$\hat{}\boldsymbol{x}$，其中$\hat{}\boldsymbol{x} = \frac{1}{N}\sum_{i\in\mathcal{I}} \boldsymbol{x}_i$。为评估跟踪误差，我们令算法收敛到对核心收益分配的共识，即$\hat{}\boldsymbol{x}_i = \hat{}\boldsymbol{x}_j$ 对所有 $i, j \in \mathcal{I}$均成立。最后，我们在图5中报告平均累积跟踪误差 $\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} \| \hat{\boldsymbol{x}}^k - \bar{\boldsymbol{x}}_i{}^k \|$，以展示算法跟踪核心的能力。由于提前时间为10分钟时，相较于提前时间为2分钟时，市场条件（发电量和负荷）在不同市场出清实例之间变化更大，因此前一种情况下的跟踪误差更高。这一观察结果与定理2的结论一致。值得注意的是，在我们的市场设置中，即使提前时间为10分钟，累积跟踪误差仍低于5%。接下来，我们在图6中展示提前时间为5分钟时各代理的收益与核心收益之间的差值。该差值最多仅为1.6%，这支持了实时市场中在线收益分配在财务上的可行性。最后，为了比较不同市场规模下在线收益分配与静态情形的计算时间，我们对文献 [41] 中提出的双边点对点市场进行时变版本的仿真。图 7 展示了，在快节奏市场中，精确计算核心收益并不可行。

V. 结论

本文提出了一种在线联盟博弈中的实时收益分配方法，其目标是跟踪收益分配解的共识，即夏普利值和核心。我们证明，在线合作博弈范式为在快速动态环境中运行的协作系统建模提供了有前景的工具，例如实时市场。基于压缩算子提出的分布式算法能够充分跟踪收益分配解。局部电力市场和协作式预测市场的示例展示了能源相关应用的广泛范围，这些应用均可通过所提出的在线框架建模。数值仿真说明了在线协议的优势，并表明在合作博弈价值有界变差的条件下，在线收益与相应精确解之间的总体差异可以控制在合理范围内。因此，对于适合用合作博弈建模的实时市场，在线算法能够有效应对可扩展性问题。

接下来，我们计划构建一个竞赛平台，用于测试所提出的在线市场机制的性能以及参与者在实际场景中的行为。这样的设置应能为该机制的实际应用提供有益的见解。我们工作的一项有趣延伸，是将长期预测纳入在线形式化模型，从而为高波动性事件提供更好的性能。

附录

为证明定理1和定理2中分别所述的式（8）和（10）中的迭代收敛性，我们首先给出有关压缩算子的有用结果。

引理*1*（*[34], 定理3.1*）：设 $\{M^k\}_{k\in\mathbb{N}}$ 是一列压缩算子，其对应的压缩因子为 $\{L^k\}_{k\in\mathbb{N}}$，满足 $\mathrm{fix}(M^K)$ $_{k\in\mathbb{N}} \neq \varnothing$。设假设3成立。则由 $x^{k+1} := M^k(x^k)$ 生成的误差范数 $||x^k - \bar{x}^k||$ 收敛为：

$$\|x^k - \bar{x}^k\| \leqslant \hat{L}_k \|x_0 - \bar{x}_0\| + \frac{1-(\bar{L}_k)^{k-1}}{1-\bar{L}_k}\delta,$$

其中 $\bar{x}^k \in \mathrm{fix}(M^k)$，$\hat{}L_k = \prod_{i=1}^{k-1} L_i$ 且 $\bar{L}_k = \max_k L_k$. □

引理*2*（双随机矩阵（*[42], 命题5*））：若W 是双随机矩阵，则假设2下由矩阵 $W \otimes I_n$ 定义的线性算子相对于混合向量范数$\|\cdot\|_{2,\ 2}$是拟压缩映射。□

引理*3*（压缩映射与拟压缩算子的复合（*[43], 命题4.49*）：设 $T_1 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ 是一个压缩算子，且 $T_2 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ 是关于同一范数 $\|\cdot\|$ 的拟压缩，并且$\mathrm{fix}(T_1) \cap \mathrm{fix}(T_2) \neq \varnothing$。那么，复合映射 $T_1 \circ T_2$ 是一个压缩映射，且$\mathrm{fix}(T_1 \circ T_2) = \mathrm{fix}(T_1) \cap \mathrm{fix}(T_2)$。□

有了这些结果，我们现在可以给出定理1和定理2的证明。

证明：（定理1）将（8）中的迭代表述为$\boldsymbol{x}^{k+1}=\boldsymbol{M}^{k}(\boldsymbol{x}^{k})$，其中 $\boldsymbol{M}^{k}:=(\mathrm{Id}-\alpha\nabla f^{k})\circ\boldsymbol{W}^{k}$。根据引理2和引理3，$(\boldsymbol{x}^{k})_{k\in\mathbb{N}}$ 生成了一个压缩算子序列。对于时不变情形，即 $\boldsymbol{z}^{k+1}=\boldsymbol{M}\boldsymbol{z}^{k}$ 根据 [32,引理 1] $\boldsymbol{z}^{k}\to\bar{\boldsymbol{z}}$ 可得 $\|\boldsymbol{z}^{k}-\bar{\boldsymbol{z}}\|=O(\alpha)$，其中 $\bar{\boldsymbol{z}}$ 是问题（7）的优化器，即 $\bar{\boldsymbol{z}}=\boldsymbol{\phi}(v)=\frac{1}{N}\sum_{i\in\mathcal{I}}\hat{}\boldsymbol{m}_{i}$。现在，对于时变情形，在假设3下，$\boldsymbol{M}^{k}$ 的时间变化是有界的，因此应用引理1即可完成证明。

■

证明：（定理2）对于（11）中的迭代，根据引理2可知，$\mathrm{fix}(\boldsymbol{T}^{k}\circ\boldsymbol{W}^{k})=\mathrm{fix}(\boldsymbol{T}^{k})\cap\mathrm{fix}(\boldsymbol{W}^{k})=C^{N}(v^{k})\cap\mathcal{A}$。根据引理2和引理3，（11）中的迭代生成了一个时变压缩算子序列。在假设3下，$\boldsymbol{T}^{k}$ 的时间变化是有界的，因此应用引理1即可完成证明。

■

参考文献

[1] E. Dall’Anese、A. Simonetto、S. Becker 和 L. Madden，“信息流中的优化与学习：时变算法及其应用”，《*IEEE*信号处理杂志》，第 37 卷第 3 期，第 71–83 页，2020 年。[2] Q. Wang、C. Zhang、Y. Ding、G. Xydis、J. Wang 和 J. Østergaard，“用于整合分布式能源资源和需求响应的实时电力市场综述”，《应用能源》，第 138 卷，第 695–706 页，2015 年。[3] S. Pineda 和 A. J. Conejo，“利用电力期权对冲发电商的金融风险”，《现代电力系统与清洁能源杂志》，第 1 卷第 2 期，第 101–109 页，2013 年。[4]Z. Guo、P. Pinson、S. Chen、Q. Yang 和 Z. Yang，“实时点对点电力市场机制的在线优化”，《*IEEE*智能电网汇刊》，第 12 卷第 5 期，第 4151–4163 页，2021年。[5]T. Nielsen、H. Madsen、H. A. Nielsen、P. Pinson、G. Kariniotakis、N. Siebert、I. Marti、M. Lange、U. Focken、L. V. Bremen，等，“采用先进统计方法的短期风电功率预测”，载于《*2006*年欧洲风能大会（*EWEC 2006*）》，2006 年，第 9 页起。[6] D. Bergemann 和 A. Bonatti，“信息市场：导论”，《经济学年度评论》，第 11 卷，第 85–107 页，2019 年。[7] M. Rasouli 和 M. I. Jordan，“数据共享市场”，2021年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2107. 08630[8] L. Han、P. Pinson 和 J. Kazempour，“为风电功率预测交易数据：采用 LASSO 正则化的回归市场”，《电力系统研究》，第 212 卷，文章编号 108442，2022 年。[9] A. Ghorbani 和 J. Zou，“数据 Shapley：机器学习数据的公平估值”，载于《国际机器学习会议》。PMLR，2019年，第 2242–2251 页。[10] A. Agarwal、M. Dahleh 和 T. Sarkar，“数据市场：一种算法解决方案”，载于《论文集》*2019*年*ACM*经济学与计算会议，2019年，第701–726页。[11] R. B. Myerson，《博弈论》。哈佛大学出版社，2013年。[12] L. Han、T. Morstyn和M. McCulloch，“利用合作博弈论构建产消者联盟以节约能源成本”，载于*2018*年电力系统计算会议（*PSCC*）。IEEE，2018年，第1–7页。[13] P. Chakraborty、E. Baeyens、K. Poolla、P. P. Khargonekar和P. Varaiya，“智能电网中的储能共享：一种联盟博弈方法”，*IEEE*智能电网汇刊，第10卷，第4期，第4379–4390页，2018年。[14]W. Saad、Z. Han、M. Debbah、A. Hjørungnes和T. Bas.ar，“通信网络的联盟博弈论”，*IEEE*信号处理杂志，第26卷，第5期，第77–97页，2009年。[15] L. S. Shapley，“n人博弈的一个值”，博弈论贡献，第2卷，第28期，第307–317页，1953年。[16] A. Simonetto、E. Dall’Anese、S. Paternain、G. Leus和G. B. Giannakis，“时变凸优化：时间结构化算法及其应用”，*IEEE*会议录，第108卷，第11期，第2032–2048页，2020年。[17] A. Simonetto和G. Leus，“分布式异步时变约束优化”，会议记录——阿西洛马信号、系统与计算机会议，第2015年4月卷，第1期，第2142–2146页，2015年。[18]E. Lehrer和M. Scarsini，“动态合作博弈的核心”，动态博弈与应用，第3卷，第3期，第359–373页，2013年。[19] D. Bauso和J. Timmer，“鲁棒动态合作博弈”，国际博弈论杂志，第38卷，第1期，第23–36页，2009年。[20]A. Nedich和D. Bauso，“动态联盟TU博弈：参与者之间邻居间的分布式讨价还价”，*IEEE Transactionson Automatic Control*，第58卷，第6期，第1363–1376页，2013年。[21]A. A. Raja和S. Grammatico，“时变网络上的鲁棒联盟博弈收益分配”，*IEEE*网络系统控制汇刊，2021年。[22] D. M. Kilgour和Y. Gerchak，“利用竞争性评分规则 elicitation 概率”，决策分析，第1卷，第2期，第108–113页，2004年。[23] A. A. Raja、P. Pinson、J. Kazempour和S. Grammatico，“预测交易市场：一种投注机制”，*arXiv*预印本 *arXiv:2205.02668*，2022年。[24] M. Shamsi和P. Cuffe，“可再生能源概率预测的预测市场”，*IEEE*可持续能源汇刊，第13卷，第2期，第1244–1253页，2021年。[25] K. F. Wallis，“结合密度预测和区间预测：一个适度的提议”，牛津经济学与统计学通报，第67卷，第983–994页，2005年。[26] R. Jia、D. Dao、B. Wang、F. A. Hubis、N. M. Gurel、B. Li、C. Zhang、C. J. Spanos和D. Song，“面向近邻算法的高效任务特定数据估值”，载于第*45*届超大规模数据国际会议

基础（*VLDB*）。ACM，2019年，第1610–1623页。[27] A. Agarwal、M. Dahleh和T. Sarkar，“数据市场：一种算法解决方案”，载于*ACM EC 2019——2019*年*ACM*经济学与计算会议论文集，2019年，第701–726页。[在线]。可访问：https://doi.org/10.1145/3328526.3329589[28] S. Shao、A. Mittal、R. Twumasi-Boakye和A. Gupta，“具有非对称需求和行程时间的网约车服务公平定价”，*IEEE*网络系统控制汇刊，2021年。[29] A. Nedic、A. Olshevsky和W. Shi，“在时变图上实现分布式优化的几何收敛”，*SIAM*优化杂志，第27卷，第4期，第2597–2633页，2017年。[30] A. Nedic、A. Ozdaglar和P. A. Parrilo，“多智能体网络中的约束共识与优化”，*IEEE Transactions on Automatic Control*，第55卷，第4期，第922–938页，2010年。[31]A. Simonetto、A. Koppel、A. Mokhtari、G. Leus和A. Ribeiro，“时变凸优化的预测校正方法”，载于*2015*年第*49*届阿西洛马信号、系统与计算机会议。IEEE，2015年，第666–670页。[32]K. Yuan、Q. Ling和W. Yin，“关于去中心化梯度下降的收敛性”，*SIAM*优化杂志，第26卷，第3期，第1835–1854页，2016年。[33]I. Yamada和N. Ogura，“某些拟非扩张映射的不动点集上的变分不等式问题混合最速下降法”，2005年。[34]A. Simonetto，“通过时变平均算子进行时变凸优化”，2017年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/pdf/1704.07338.pdf[35] P. Pinson、H. Madsen、H. A. Nielsen、G. Papaefthymiou和B. Kl¨ockl，“从概率预测到短期风力发电的统计情景”，《风能：风力发电转换技术进展与应用国际期刊》，第12卷，第1期，第51–62页，2009年。[36] P. Pinson，“利用广义logit-正态分布进行风力发电超短期概率预测”，《英国皇家统计学会会刊：*C*辑（应用统计）》，第61卷，第4期，第555–576页，2012年。[37]T. Gneiting，“点预测的制定与评估”，美国统计学会会刊，第106卷，第494期，第746–762页，2011年。[38]L. Han、T. Morstyn和M. McCulloch，“利用合作博弈论通过能源管理激励产消者联盟”，*IEEE*电力系统汇刊，第34卷，第1期，第303–313页，2018年。[39]C. Goncalves、P. Pinson和R. J. Bessa，“迈向可再生能源预测数据市场”，*IEEE*可持续能源汇刊，第12卷，第1期，第533–542页，2020年。[40]CLNR，“用户主导的网络革命”，http: // w w w.networkrevolution.co.uk/resources/project-data/，2012年，访问日期：2022年5月30日。[41]A. A. Raja和S. Grammatico，“面向住宅产消者的公平点对点电力市场模型”，载于*2021*年 *IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT Europe)*。IEEE，2021年，第 1–5 页。[42] D. Fullmer 和 A. S. Morse，“计算有限个拟压缩映射族的公共不动点的分布式算法”，*IEEE Transactions onAutomaticControl*，第 63 卷，第 9 期，第 2833–2843 页，2018年。[43] H. H. Bauschke 和 P. L. Combettes，希尔伯特空间中的凸分析和单调算子理论，第 2 版。Springer，2017年。