arXiv:2301.13404v1 [econ.TH] 31 Jan 2023

不透明合同

Andreas Haupt 和 Zo¨e Hitzig*

2023年2月1日

摘要

企业能够获取大量关于市场参与者的数据。它们利用这些数据，针对具有特定特征的代理人制定合同，并以不透明的条款描述这些合同。针对这类做法，近期提出的法规旨在提高透明度，尤其是在数字市场中。为了了解合同中的不透明性何时出现，以及拟议法规可能产生的影响，我们研究了一种道德风险模型，其中风险中性的委托人面对一群连续分布的弱风险厌恶代理人。代理人之间存在一种可观察特征上的差异，该特征会影响委托人的收益。在一个 *described contract*中，委托人将代理人分成若干组，并向每组传达一种与产出挂钩的支付分布。在每组内，实际支付分布必须与传达合同相一致。如果委托人在事前向代理人传达实际合同，那么描述合同就是 *transparent*；否则就是 *opaque*。我们对委托人最优的描述合同给出了几何刻画，并提出了最优描述型机制具备透明性或不透明性的条件。

1 引言

企业可以获取大量有关消费者和员工的数据。它们利用这些数据，针对特定参与者量身定制合同和市场规则，并借助预测算法优化定价、支付和内容决策。

这类量身定制的规则往往以不透明的方式向市场参与者描述。网约车应用采用复杂的定价方案，并通过汇总统计数据影响司机对支付的预期。平台会为特定用户个性化定制内容，但对用户个人信息如何影响其所看到的内容只作有限描述。雇主制定了复杂的评定标准，用于确定员工薪酬和晋升，但向员工和潜在员工描述这些标准时可能并不完整。为应对这类做法，美国和欧盟近期出台的法律及拟议法规旨在提高消费与劳动力市场的透明度。[1]

*我们特别感谢 Eric Maskin、Ben Golub 和 ShengwuLi。我们也感谢 Benji Niswonger、Chang Liu、David Laibson、Ed Glaeser、Kathryn Holston、Jeremy Stein、Matthew Rabin、Mohammad Akbarpour、Shani Cohen、Yannai Gonczarowski 和 Zachary Wojtowicz。[1]例如，欧盟于2022年10月提出的《数字服务法》规定，平台必须在个性化市场中提供“关于所使用参数的清晰、有意义且统一的信息”。与此同时，在美国，2021年6月提出的《过滤气泡透明度法案》建议，任何“使用不透明算法的平台”都必须“告知平台用户，该平台使用不透明算法，并基于用户特定数据进行推断”。加利福尼亚州、纽约州以及其他少数几个州的新法律要求雇主公布所有招聘职位的薪资范围。

企业何时会提供不透明合同？不透明性如何影响消费者和员工？本文研究企业（以及其他委托人）如何为代理人设计和描述合同。在描述合同中，委托人会向不同代理人群体传达不同的合同。在每个群体内部，事后结果分布必须与事前传达的合同（可能是随机的）相一致。

最优描述合同解决了一种新颖的权衡。与透明合同相比，不透明合同通过在代理人的预期支付与实际支付之间制造差距，使委托人受益。但与此同时，当代理人风险厌恶时，不透明性会给合同引入新的不确定性，从而损害委托人的利益。委托人必须补偿代理人承担额外风险。

我们从一个风格化示例开始，介绍模型的关键要素。

1.1 引导性示例

一家企业计划为员工引入年终奖金，以激励他们更加努力。由于无法就努力程度订立合同，企业将向达到绩效目标的员工发放奖金。企业会履行事前告知员工的奖金方案——信守承诺对员工信任和留任至关重要，也有助于企业避免法律纠纷。

企业掌握了大量有关员工绩效的数据，因此能够估算向每位员工支付 x 美元奖金的有效成本。这些数据揭示了两个规模相同的部门中员工的相关趋势：激励部门 0 的员工成本更高——计入税款及其他行政和合规成本后，激励部门 0 的员工每增加一美元所需的成本是激励部门 1 员工的四倍。

假设员工对支付具有风险厌恶特性（x），且努力成本为二次函数（a）。具体而言，假设代理人的效用为 $u(a,\ x) = ax^{1/2} - 1/2a^2$，其中 a 是努力程度，也是代理人达到其绩效目标的概率。进一步假设企业是风险中性的，且每位员工达到绩效目标为企业创造的价值相同。那么，企业最优的部门范围奖金方案为：

> DIVISION 0
>
> 达到绩效目标的员工可获得 $1/3$ 的奖金。
>
> $(\hat{x}_0)$

> DIVISION 1
>
> 达到绩效目标的员工可获得 $4/3$ 的奖金。
>
> $(\hat{x}_1)$

即，$x_0 = \frac{1}{3}$ 和 $x_1 = 4/3.$。在这些奖金安排下，员工的最优行动为 $a_0 = 1/\sqrt{3}$ 和 $a_1 = 2/\sqrt{3}$。[2] 假设每位员工达到目标所创造的价值归一化为 1，则企业的收益为 $v = 1/2a_0(1 - x_0) + 1/2a_1(1 - 1/4x_1) = 1/\sqrt{3} \approx .55.$

现在假设企业转而决定作出全公司承诺，向所有员工提供相同的奖金方案。利用企业既能

[2]其中，a_0 和 a_1 分别由部门 0 和部门 1 员工效用函数关于 a 的一阶条件确定。

设计奖金方案，又能选择如何描述该方案这一点，他们可以采取更不透明的做法。他们可以这样说：

> ALL EMPLOYEES
>
> 达到绩效目标的员工平均可获得
> 奖金为 $9/8$。一半员工将获得 $1/4$ 的奖金，而
> 另一半员工将获得 2 的奖金。
>
> $(\hat{x}_{01})$

并实际执行该方案

$$x_{01} = \begin{cases} 1/4 & \text{if in Division 0} \\ 2 & \text{if in Division 1.} \end{cases}$$

在此方案下，假设员工面临的合同为 $1/4$ 或 2 的概率相同，即 $a = 1/2(1/4^{1/2}) + 1/2(2^{1/2})$。[3] 委托人的收益为$v = 1/2a(1-x_{01}(0))+1/2a(1-1/4x_{01}(1))_{-} = 5/8\,(1/4 + 1/\sqrt{2}) \approx .6.$ 因此，企业采用全公司统一的奖金方案，而不是分部门奖金方案，能够获得更好的结果。这是因为在不透明方案下，企业让所有员工采取相同行动，却向员工支付不同的报酬。与透明方案相比，部门 0 的员工在不透明方案下采取更高的行动，但获得的报酬更低；而部门 1 的员工采取较低的行动，却获得较高的报酬。总的来说，这对企业有利，因为企业可以让员工总体上采取更高的行动，同时向部门 1 中“成本较低”的员工支付比部门 0 中“成本较高”的员工更多的报酬。

请注意，企业从不透明方案中获得收益，前提是员工无法推断出他们的支付实际上取决于所属部门。虽然有些员工可能会试图推断企业如何决定谁拿较低的奖金、谁拿较高的奖金，但需要考虑的因素多得惊人——这可能取决于部门，也可能取决于地区、员工的职位是否面向客户、员工是否远程办公，等等。面对如此复杂的情况，一种适度的建模方法是假设员工只能如实接受企业的说法。

到目前为止，我们只考虑了两种可能性：在第一种“透明”方案中，企业向每个部门传达不同的合同；在第二种“不透明”方案中，企业向所有员工传达同一份合同。企业能否通过重组部门，进一步提高奖金方案的收益？也就是说，假设企业将部门 1 的部分员工调到部门 0，组成部门$0'$（由“昂贵”和“廉价”员工混合而成）以及部门 $1'$（全是“廉价”员工）。企业在新组建的部门内提供不透明方案，能否获得更高的收益？而且，何必止步于此——企业能否通过任意组合廉价和昂贵的代理人，将他们分成若干组，并向这些组传达不同的不透明合同，从而做得更好？在这个例子中，答案是否定的：企业无法通过向整个企业提供一份不透明合同而获得严格更高的收益。[4] 本文中的模型开发了一套工具，用于理解企业在此情境下的最优策略。

---

[3]其中，a 通过对所有员工的效用函数关于 a求一阶条件确定。[4]企业也可以将员工划分为若干部门或其他任何分组，只要保留整个企业的构成，就能获得最优收益。也就是说，企业可以创建两个部门：部门$0'$ 和 $1'$，其中每个部门$_{1\ 2}$ 的员工来自部门 0，另一半来自部门 1。精确的最优描述合同的计算见附录B——事实上，它与合同$\hat{x}_{01}$ 并没有太大区别。 $_{-}$

1.2 概述

前面的例子阐释了我们带有描述的道德风险模型的关键组成部分。委托人面对连续统个弱风险厌恶代理人，每个代理人都有一种与收益相关的可观测特征。委托人希望激励代理人付出努力，但努力对代理人而言成本高昂，且无法写入合同。因此，委托人提供以与努力相关的产出为条件的合同。

委托人选择一个描述合同，该合同包含三个要素。首先，委托人选择一个排序函数，根据代理人可观察到的特征，将代理人分配到不同的合同中。在引导性示例中，排序函数决定是将所有员工分在一起，还是将他们分配到不同的部门中，同时还决定每个部门中“便宜”和“昂贵”代理人的构成。其次，委托人选择一份合同，向每一组代理人传达。在该示例中，这些合同分别是透明合同中的陈述（$\hat{}x_0$，$\hat{}x_1$）和不透明合同中的陈述$\hat{}x_{01}$。最后，委托人为每个具体代理人选择一份合同来实际执行，并要求一致性：在每个组内，实际支付的分布必须与传达合同一致。在示例的透明方案中，实际合同（x_0，x_1）与传达合同（$\hat{}x_0$，$\hat{}x_1$）完全相同，因此显然是一致的。在示例的不透明方案中，实际合同 x_{01} 与传达合同$\hat{}x_{01}$ 一致，因为它产生了传达合同所规定的支付分布。

委托人知道代理人会按照字面意思理解传达合同，并据此求解最优描述机制。我们重点关注最优描述合同透明的情形——也就是说，实际合同会在事前传达给代理人。在这种情况下，监管者施加透明度要求便是多余的，因为企业本身已有动力保持透明。描述合同不透明时，我们称之为不透明。一种特殊的不透明合同是完全粗化合同：若描述合同中只有一个传达合同，该合同便是完全粗化的。当最优描述合同为完全粗化合同时，委托人可能更容易实施该合同——例如，若引导性示例中的企业无权进一步重组各部门，那么它便只能在最优透明合同和最优完全粗略合同之间作出选择。[5]

在第 3 节中，我们对委托人的问题给出几何刻画。我们采用的方法依赖于 Aumann 和 Maschler （ 1995 ）以及说服与信息设计文献（ Kamenica 和 Gentzkow，2011 年及后续研究）中常见的凹化技术。这种技术使我们得以深入理解合同设计与信息设计相结合的问题，其中设计的两个部分会以非平凡的方式相互作用：最优产出依存支付方案（合同设计）取决于向其传达合同的代理人群体构成（信息设计），反之亦然。这一几何刻画使我们能够考察委托人的不透明性的价值，其定义为委托人的最优不透明机制与最优透明机制之间的差异。除了考察不透明性对委托人的价值外，我们还研究不透明性如何影响代理人福利。

在利用几何刻画推导出适用于应用的充分条件后，我们呈现了揭示本文核心权衡的结果。随着代理人的风险厌恶程度增加，不透明性的价值趋近于零。不透明性通过在代理人的预期支付与实际支付之间引入差额，为委托人带来益处

[5]在附录 C 中，我们研究了该问题的一个变体：委托人只能提供 *coarse* 合同，也就是说，这些合同可以根据代理人的特征将代理人分组，但具有某一特定特征的所有代理人都必须属于同一组。

，而这可能是有利可图的。但不透明性也会带来不确定性——当代理人厌恶风险时，必须以更高的支付来补偿这种不确定性。[6]

在经典的单代理道德风险问题中（Holmstr¨om，1979年；Grossman 和 Hart，1983年），委托人面临激励与保险之间的权衡：拉大不同产出对应的支付差距会促使代理人付出努力，但也会因合同引入额外风险而打消代理人的积极性。我们的设定与经典的合同环境唯一的不同之处在于，存在一个连续统代理人，且每位代理人都具有可观察特征；因此，有了这两个要素，委托人就有机会提供不透明合同。不透明性为这种权衡引入了一个新因素。在比较从透明合同转向不透明合同可能带来的收益时，委托人需要权衡三个方面：部分代理人采取更高行动所带来的激励增幅、部分代理人采取更低行动所导致的激励降幅，以及所有代理人风险厌恶程度所带来的风险降低。我们的结果表明，在极限情况下，风险降低带来的影响超过了激励方面的净收益。

接下来，在第4节中，我们将运用研究结果，探讨网约车平台上面向司机的按次付费方案的设计与沟通。在这里，委托人是网约车平台（如 Uber、Grab、滴滴），代理人则是司机。司机的可观察特征是他们在高需求时段还是低需求时段可以开车。司机需要付出成本进行隐性努力：他们必须从位于城市郊区的住所出发，开一段距离进城——开得越深入，接到网约车订单的机会就越大。企业选择按次付费方案，并决定是透明地沟通（说明需求如何影响每单支付），还是不透明地沟通。这项应用让我们能够详细展示模型的不同参数如何影响平台的最优策略。此外，它还表明，尽管不透明性平均而言比透明度更能提升司机福利，但总体上并非帕累托改进——这一发现出人意料，也蕴含着微妙的政策启示。

在结束本文之前，我们将在第5节讨论相关文献。这一讨论还会从“贝叶斯说服”范式的角度解读我们的模型和结果。第6节将简要总结，并提出未来研究的方向。

2 模型

存在一个连续统的代理人，每个人都采取一项有成本的行动 $a \in A$，该行动会影响委托人的收益。委托人无法观察行动，但能观察到能够提供有关该行动 a信息的产出 $q \in Q$，其分布遵循 $\pi : A \to \Delta(Q)$。我们用 $\pi(q \mid a)$表示某一特定产出 q 的概率，其中 $\sum_{q \in Q} \pi(q \mid a) = 1$。

每个代理人都在某一特定世界状态 $s \in S$下与委托人签订合同；该状态可被委托人观察到，而代理人是否能观察到则取决于具体应用。状态 s 在总体中的分布为分布 f，状态空间 S 是有限的。代理人最大化期望效用，并具有对称的冯·诺依曼—摩根斯坦效用函数 u：$A \times S \times X \to \mathbb{R}$，其中 X 是可行结果的集合。委托人是风险中性的，其目标函数为 v：$A \times S \times X \to \mathbb{R}$。

委托人选择一个描述合同，它有三个特征。描述合同的第一个特征是一组传达合同 $\hat{}g_k$：$Q \to \Delta(X)$，其中 K 是一个集合

[6]有关这一权衡的一个特别简单的说明，请参阅附录B；该附录将第 1.1 小节中的示例与一个几乎完全相同、但其中员工为风险中性的示例进行了比较。

，包含合同标签，且每个 $\hat{}g_k$ 都是一份合同。我们将给定传达合同 $\hat{}g_k$ 时结果的隐含概率分布记为 $P_{kq} := \mathbb{P}(\hat{}g_k(q))$。委托人还选择一条分配规则 $\sigma\colon S \to \Delta(K)$，根据代理人到达时所处的状态，将代理人分配给传达合同。我们将给定状态 s 时传达合同的分布记为 $\mu_s := \mathbb{P}(\cdot \mid s)$。最后，委托人为每个 $k \in K$ 选择一份实际合同$g_k\colon Q \times S \to \Delta(X)$，以规定在状态 s下获得合同 k 的代理人所对应的结果。我们将给定实际合同$g_k(q,\ s)$时诱导出的结果分布 记为 $P_{kqs} := \mathbb{P}(g_k(q,\ s))$。注意，实际合同 g_k的定义域为 $Q \times S$，而传达合同 $\hat{}g_k$ 的定义域为 Q.

委托人只向每位代理人传达一个合同 $\hat{}g_k$。事后，代理人可以观察到所有收到相同合同的代理人的输出和结果。也就是说，收到标记为 k 的合同的代理人可以看到所有收到标记为 k 的合同的代理人的输出和结果统计数据——他们可以看到一个包含 $\hat{}P_{kq}$ 的"数据库"。[7]

$\hat{}$ 由于收到合同 $\hat{}g_k$ 的代理人可以访问数据库 P_{kq}，委托人必须选择与传达合同一致的实际合同。为了定义一致性，我们先引入一个记号，表示输出为 q 时，标记为 k 的合同的结果分布。我们将此量称为观察到的结果分布。

定义 1。给定实际合同 $g_k(q, s)$，观察到的结果分布是一个概率分布

$$P_{kq} := \sum_{s \in S} P_{kqs} \frac{\mu_s(k) f(s)}{\sum_{s' \in S} \mu_{s'}(k) f(s')}.$$

如果实际合同所产生的结果分布（P_{kq}）与传达合同所隐含的结果分布相同，则该实际合同与传达合同一致。

定义 2（一致性）。实际合同 g_k 与传达合同 $\hat{}$合同 $\hat{}g_k$ 一致，当且仅当 $P_{kq} = P_{kq}$ 对所有 $q \in Q$均成立。

总之，委托人选择一个描述合同，其中包含一组相互一致的传达合同和实际合同，以及一个排序函数。

定义 *3*（描述合同）。描述合同 $((\hat{}g_k)_{k\in K}, (g_k)_{k\in K}, \sigma)$ 由传达合同 $\hat{}g_k(q)$、实际合同 $g_k(q, s)$ 以及分配规则 $\sigma\colon S \to \Delta(K)$ 构成，其中对于每个 $k \in K$，$g_k(q)$ 与 $\hat{}g_k(q, s)$ 一致。

下面的时间线总结并明确说明了博弈的时间安排：

1. 委托人选择一个描述合同 $((g_k)_{k\in K}, (\hat{}g_k)_{k\in K}, \sigma)$。

2. 对于状态 s 中的每个代理人 i，

   (a) 委托人以概率 $\mu_s(k)$ 传达合同 $\hat{}g_k$。(b) 代理人接受或拒绝合同。

   - 如果代理人拒绝，她获得的保留效用为 0。
   - 如果代理人接受，在假定机制为 $\hat{}g_k$ 的情况下，她会选择行动 a_k^*。

[7]另一种等效的解释是，将其视为一项众所周知的法律约束：如果委托人撒谎，她会受到某个第三方的惩罚；代理人知道这一点，委托人也知道代理人知道这一点.....如此等等。

(c) 结果 x 根据 $g_k(q,\ s)$ 实现。

3. 委托人和代理人的效用得以实现。获得合同 k 的代理人会观察到P_{kq}.

委托人的规划可以写为：[8]

$$\max_{(\hat{g}_k)_{k\in K},(g_k)_{k\in K},\sigma} \mathbb{E}_{s\sim f,\, k\sim\mu_s}[v(a_k^*, g_k(q(a_k^*), s), s)] \tag{1}$$

约束条件为

$$\hat{P}_{kq} = P_{kq} \text{ for all } k \in K, q \in Q \tag{Consistency}$$
$$a_k^* \in \arg\max_a \mathbb{E}[u(a, \hat{g}_k(q(a)), s)] \text{ for all } k \in K \tag{IC}$$
$$0 \leq \mathbb{E}[u(a_k^*, \hat{g}_k(q(a_k^*)), s)] \text{ for all } k \in K. \tag{IR}$$

我们将求解该规划的描述合同称为最优描述合同。在某些情况下，委托人的最优描述合同并非唯一。在这种情况下，我们假设委托人选择使代理人福利最大化的最优描述合同。该假设简化了论述，并且是刻画第3.3节代理人福利所必需的。我们的分析将聚焦于最优描述合同的性质。总而言之，最优描述合同与代理人的行动（a_k^*）共同构成一个（福利最大化的）子博弈完美均衡。

请注意，在博弈的最后阶段（步骤 3），委托人和代理人实际获得的效用都取决于由 $g_k(q,\ s)$ 确定的实际结果集合。这一模型特征意味着，当代理人在博弈步骤 2b 中作出决定时，他们对自身结果的了解可能不如委托人充分。若实际合同事前传达给代理人，我们就称该描述合同为透明的。当描述合同中，代理人的状态与其被分配到的合同标签之间存在一一对应关系时，便属于这种情况。换言之，若对每位代理人而言，传达合同所隐含的结果分布与实际合同中的结果相同，则该描述合同是透明的。

定义4 (透明描述合同)。 描述合同 $((\hat{g}_k)_{k\in K},(g_k)_{k\in K},\sigma)$是透明的，当且仅当 σ: $S \to \Delta(K)$ 是一个双射函数。

我们将透明描述机制与不透明描述机制进行对比。

定义5 (不透明描述合同)。 描述合同$((\hat{g}_k)_{k\in K},(g_k)_{k\in K},\sigma)$ 是不透明的，当它不透明时。

在不透明的描述型机制中，委托人利用了这样一个事实：他们面对的是一个代理人群体，因此可以用不同详略程度来描述机制，而不算“说谎”。委托人受一致性约束，但除此之外仍有自由，例如，可以随机地描述某个代理人的实际合同，即使该合同实际上是确定性的。我们将在以下情形中关注某种特定的不透明描述型机制：

[8]用求和形式表示，委托人的期望效用为：

$$\sum_{s\in S}\sum_{k\in K} v(a_k^*, g_k(q(a_k^*), s), s)\mu_s(k)f(s).$$

在我们的理论分析和应用中，委托人何时会向所有代理人传达相同的机制？当委托人向所有代理人传达相同的合同时，我们称这种描述型机制为完全粗化。

定义 6 （完全粗化的描述式合同）。 描述合同 $((\hat{g}_k)_{k\in K}, (g_k)_{k\in K}, \sigma)$若 $|K| = 1$，则称其为完全粗化的。

在附录 C 中，我们将研究委托人必须遵守额外的无任意差别待遇约束时，委托人最优的描述型合同。该约束规定，对于任意两个处于相同状态 s 的代理人 i， j ，委托人必须传达相同的机制 $\hat{g}_k$，即 $\sigma(s)$ 是单射。[9]

3 最优描述合同的性质

委托人的问题可以理解为合同设计与信息设计的联合问题，其中这两个部分以非平凡的方式相互作用。尽管如此，我们仍可通过一种凹化论证来刻画最优描述合同下委托人和代理人的效用；这种论证类似于 Aumann 和 Maschler（1995年）提出的方法，以及 Kamenica 和 Gentzkow（2011年）为研究“说服”而改造的方法。

本节将注意力限定在代理人的效用不依赖于状态的情形。

假设 1. 代理人的效用与状态无关，即对于所有$s \in S, a \in A, x \in A$， $u(a, s, x) = u(a, x)$。

3.1 几何刻画

我们将委托人的价值函数 $V\colon \Delta(S) \to \mathbb{R}$ 定义为：当委托人只能向所有代理人传达一份合同时，目标函数的取值（即委托人受限于完全粗化的描述合同）。请注意，当委托人在完全粗化合同中进行选择时， σ 的值域只有一个元素，因此只有一个实际合同 g_k 和一份传达合同 $\hat{g}_k$，我们分别将其记为 g和$\hat{g}$。也就是说，仅考虑完全粗化合同时，唯一的实际合同为 $g(q, s) := g_k(q, s)$，唯一的传达合同为$\hat{g}(q) := \hat{g}_k(q)$。

定义 7 （委托人价值函数）。委托人价值函数定义为

$$V(f) := \max \left\{ \mathbb{E}_{s\sim f}[v(a^*, g(q(a^*), s), s)] \;\middle|\; \begin{array}{l} g\colon Q \times S \to \Delta(X) \\ a^* \in \arg\max_a \mathbb{E}[u(a, \hat{g}(q(a)))] \\ 0 \le \mathbb{E}[u(a^*, \hat{g}(q(a^*)))] \end{array} \right\}. \tag{2}$$

接下来，我们介绍委托人价值函数的凹闭包，如图1左侧的图像所示。该图展示了状态为二元的情形，因此我们可以用其中一个状态的概率来表示一个分布 f 。因此，特定的概率分布 $f \in \Delta(S)$ 可用 x 轴上的一个点表示。

[9]出于可行性或公平性考虑，应用中可能会出现 *no-aribitrary-differential-treatment* 约束。例如，在第 1.1 小节的引导性示例中，如果部门 0 和部门 1 实际上是位于不同司法管辖区的不同地区办事处，那么可能无法将合同传达给由两个地区的员工组成的组。又或者，如果员工成本存在差异的根本原因实际上是两个部门的职位描述不同，那么让职位描述相同的员工获得不同的合同，可能会被认为是不公平的。

定义 8 (委托人价值函数的凹闭包**)**。 委托人价值函数的凹闭包是

$$\overline{V}(f) \coloneqq \sup\{z \mid (f,z) \in \mathrm{co}(V)\} \tag{3}$$

其中，$\mathrm{co}(V)$ 是价值函数 V 图像的凸包。

在我们的第一个刻画结果中，我们证明，委托人在总体分布 f 下的价值函数的凹闭包 $V(f)$，等于委托人在最优描述合同下的效用。这一结果背后的逻辑与“说服”模型（Kamenica 和 Gentzkow，2011年）中的逻辑相似，但在分析和解释上都存在一些表面之下的重要差异——我们在此指出两点，并将在第5节回到这一讨论。

第一个关键差异是，在说服模型中，价值函数的凹闭包代表委托人（或“发送者”）通过选择单一对象（“统计实验”）所获得的效用；而在这里，价值函数的凹闭包代表委托人通过选择两个对象（组的构成和产出依存支付方案）所获得的效用。此处的价值函数代表委托人从某种可被视为信息政策的安排（将代理人分配到各组）and 以及合同选择中获得的效用。合同选择如何与最优信息方案相互作用，并非显而易见。

其次，请注意这对委托人的承诺意味着什么：在说服模型中，委托人（发送方）必须承诺采用某种统计实验——这一假设可能只适用于有限范围的设定，因为遵循统计实验通常难以监控，甚至无法监控。与此同时，在我们的描述式签约模型中，一致性要求相当于一种标准形式的承诺：委托人只需承诺一个（可能是随机的）传达合同，这与经典合同理论中对任何（可能是随机的）合同所作的承诺一样容易监控。[10]

定理1。 给定一个分布 $f \in \Delta(S)$，在最优描述合同下，委托人的效用位于委托人价值函数的凹闭包上，取值为 $V(f)$。

证明。 考虑价值函数凹闭包上的任意一点 $\overline{V}^* = V(f)$。我们证明关于该点的两个结论：(i) 存在一个描述合同 $(g_k, \hat{}g_k, \sigma)$，能够实现 V^*，并且；(ii) 不存在任何描述合同，能在 f 处为委托人带来高于 $(g_k, \hat{}g_k, \sigma)$ 的效用。

我们先证明（i）。如果 $\overline{V}(f) = \underline{V}(f)$，那么根据 $V(f)$ 的定义，最优的完全粗化的描述式合同可实现 V^*。如果 $\overline{V}(f) \neq \underline{V}(f)$，那么存在一个极大凸子集 $I \subseteq \Delta(S)$，使得 $f \in I$ 且 $\overline{V}(f) \neq V(f)$。我们将集合 I 的边界记为 ∂I。根据 Carath´eodory 定理，存在一个至多包含 $|S|$ 个边界点的集合 $\{\partial_1, \partial_2, \ldots, \partial_{|S|}\} \subseteq \partial I$，使得

$$\overline{V}(f) = \sum_{k=1}^{|S|} \lambda_k V(\partial_k) \qquad\qquad f = \sum_{k=1}^{|S|} \lambda_k \partial_k.$$

我们可以将每个边界点 $\partial_k \in \Delta(S)$ 解读为在合同为 k 的条件下的状态分布 s。

[10]从这个意义上说，我们的结果与 Lin and Liu（2022）相关。我们将在第5节回到说服、不透明性和承诺这一主题，并从说服的视角讨论对我们的模型和结果的一种诠释。

我们定义一个排序函数 σ: $S \to \Delta(K)$，使得给定状态 s (μ_s) 时的合同分布满足[11])

$$\mu_s(k) = \frac{\lambda_k \partial_k(s)}{f(s)}.$$

对于每个分布 ∂_k，考虑完全粗化的传达合同 $\hat{}g_k$，并将与 $\hat{}g_k$ 一致的完全粗化合同所对应的（唯一）实际合同记为 g_k。我们声称，(σ，($\hat{}g_k$)$_{k\in K}$，(g_k)$_{k\in K}$) 定义了一个描述合同，其委托人效用为 $V(f)$。这是一个描述合同，即 $\hat{}g_k$ 与 g_k 一致，直接源于以下事实：作为完全粗化合同的传达合同和描述合同，$\hat{}g_k$ 与 g_k 是一致的。

接下来，我们证明该描述合同为委托人带来 $V(f)$ 的委托人效用。注意，根据 $\overline{V}$ 的定义，合同 ($\hat{}g_k$, g_k) 产生效用 $V(\partial_k)$。由于委托人是风险中性的，我们可以逐合同地表示委托人的效用，

$$\begin{aligned}\sum_{k\in K}\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k)V(\partial_k) &= \sum_{k\in K}\sum_{s\in S} f(s)\frac{\lambda_k\partial_k(s)}{f(s)}V(\partial_k)\\ &= \sum_{k\in K}\lambda_k V(\partial_k)\sum_{s\in S}\partial_k(s) = \sum_{k\in K}\lambda_k V(\partial_k) = \overline{V}(f).\end{aligned}$$

接下来我们证明命题（ii）。考虑任意一个带来委托人效用 $V \in \mathbb{R}$ 的描述合同 (($\hat{}g_k$)$_{k\in K}$, (g_k)$_{k\in K}$, σ)。在 S 上引入概率分布，用于描述向其传达合同 $\hat{}g_k$ 的代理人的构成：

$$\rho_k(s) \coloneqq \frac{f(s)\mu_s(k)}{\sum_{s\in s} f(s)\mu_s(k)}.$$

注意，委托人从获得传达合同 $\hat{}g_k$ 的代理人群体 $\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k)$ 中获得的效用，不一定高于针对该群体的最优完全粗化合同所带来的委托人效用，$V(\rho_k)$。这是定义使然——每个 $\hat{}g_k$ 都是一个“粗化”合同，因为向获得 k 的代理人群体传达的是同一份合同。因此，针对代理人群体 $\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k)$ 的最优粗化合同，给委托人带来的效用必然不低于任意合同 $\hat{}g_k$。因此，$V \le \sum_{k\in K}\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k)V(\rho_k)$。注意，($\rho_k, V(\rho_k)$) 位于 V 的图像中，并且

$$\sum_{k\in K}\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k) = \sum_{s\in S} f(s)\left(\sum_{k\in K}\mu_s(k)\right) = \sum_{s\in S} f(s) = 1,$$

因此，$f(s)\mu_s(k)$ 是凸组合中的权重。由凹闭包的定义可知，$V^{-} \le V(f)$。定理1很有力，因为通常求解委托人的最优完全粗化合同会比求解委托人的最优描述合同容易。这是因为，求解最优描述合同需要进行嵌套优化，即针对代理人划分为各组的所有可能方式，对最优合同进行优化。与此同时，最优粗化合同是针对一种代理人分组划分的最优合同。

[11]要证明这是一个概率分布，请注意：$\sum_{k\in K}\mu_s(k) = \sum_{k\in K}\frac{\lambda_k\partial_k(s)}{f(s)} = \frac{\sum_{k\in K}\lambda_k\partial_k(s)}{f(s)} = \frac{f(s)}{f(s)} = 1.$

接下来，我们定义另一个对象，它能进一步帮助理解最优描述合同，而无需对所有代理人划分对应的最优合同进行优化。委托人价值函数的极值闭包是 V 的图像凸包的上确界，且仅在“极端”分布处求值；在这些分布中，整个总体都属于同一状态。

定义 9（委托人价值函数的极值闭包）。 委托人价值函数的极值闭包为

$$V^T(f) \coloneqq \sup\{z \mid (f,z) \in \operatorname{co}(V(f')\colon f' \in I)\}, \tag{4}$$

其中 $I = \{\delta_s\colon \quad s \in S\} \subset \Delta(S)$ 是所有 $s \in S$. 处点质量分布的集合

在图1左侧可以看到，当状态为二元时，委托人价值函数极值闭包的凹闭包是一条连接 $V(0)$ 和 $V(1)$ 的直线。 委托人价值函数的极值闭包给出了委托人在最优透明合同下的效用。

命题1。 给定一个分布 $f \in \Delta(S)$，委托人在最优透明合同下的效用为 $V^T(f)$，即委托人价值函数的极值闭包在 f 处的取值。

证明。 我们分两步进行。考虑任意一点 $V^T(f)$，并证明：(i) 存在一个透明合同可以达到该点；(ii) 不存在效用更高的透明合同。

我们先证明 (i)。根据 V^T 的定义，点 $V^T(f)$ 可以分解为 $V^T(f) = \sum_{s\in S} \lambda_s V(\delta_s)$，其中每个 δ_s 都是 s 处的点质量分布。由于该凸组合是极端的，必有 $\lambda_s = f(s)$。根据委托人价值函数的定义，每个 $V(\delta_s)$ 都是总体分布为 δ_s 时，委托人在最优完全粗略合同 $\hat{}g_s$ 下的效用。因此，考虑这样一个描述合同：每个 $\hat{}g_s$ 都是 δ_s 处的完全粗化合同，每个 g_s 都是与 $\hat{}g_s$. 相一致的（唯一）实际合同。定义 $\sigma\colon \ S \to \Delta(K)$，使得

$$\mu_s(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } s = k \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{5}$$

注意，这个 σ 是双射。对于传达合同 $\hat{}g_s$，若其在 δ_s 处是完全粗化合同，且 $\sigma\colon \ S \to \Delta(K)$ 是满足 (5) 的双射排序函数（即将每个状态 s 映射到合同 $\hat{}g_s$），则该描述合同的价值为 $V^T(f)$

$$\begin{aligned} \sum_{k\in K}\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k)V(\delta_k) &= \sum_{s\in S} f(s) \sum_{k\in K} \mu_s(k)V(\delta_k) \\ &= \sum_{s\in S} f(s) \sum_{k\in K} \mu_s(k)V(\delta_k) = \sum_{s\in S} f(s)V(\delta_s) = \sum_{s\in S} \lambda_s V(f_s). \end{aligned}$$

接下来，我们证明(ii)——不存在任何透明合同，能够在f处实现高于 $V^T(f)$。 考虑一个透明合同，其形式为$((\hat{}g_s)_{s\in S},\ (g_s)_{s\in S},\ \sigma)$。由于该合同是透明的，对于每个 $s \in S$，都存在唯一的 $k \in K$，使得 $\mu_s(k) = 1$。注意，这会导致分布 $\mu_k(s)$集中在单个 $s \in S$上。因此，每个$\hat{}g_s$ 和 g_s 都必须对应于这些退化分布上的最优粗化合同。由此，每份合同的价值至多为 $\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k)V(\delta_k)$，其中

同样， δ_k 表示在 k处的点质量分布。总之，委托人从所有组中获得的价值为

$$\sum_{k\in K}\sum_{s\in S} f(s)\mu_s(k)V(\delta_k) = \sum_{s\in S} f(s)\mu_s(s)V(\delta_s) \leq V^T(f),$$

其中，这一界限源于凸组合取自 V 的图像上的点。这条命题很有价值，因为它与定理1结合后，使我们无需直接计算最优描述合同，就能深入了解最优描述合同。求解最优透明合同比求解最优描述合同容易得多：只需为 $|S|$ 组求解最优合同，无需搜索组的各种可能组合。

回顾一下：我们定义了三个对象，即委托人价值函数、委托人价值函数的闭包，以及委托人价值函数的极值闭包。图1左侧展示了这三个对象，它们分别给出委托人在最优完全粗化合同（定义 7）、最优描述合同（定理1）和最优透明合同（命题1）下的效用。

迄今为止的刻画结果为我们提供了一些工具，有助于理解委托人一方的问题——这些工具将使我们能够了解最优描述合同的形态，以及委托人能够提供不透明合同所获得的收益。鉴于我们旨在理解监管问题，我们还需要工具来理解代理人一方的问题——委托人的最优描述型机制会如何影响代理人福利?

因此，接下来我们定义三个关于代理人效用的对象，它们与刚刚为委托人定义的三个对象类似。代理人价值函数是委托人最优的完全粗化描述型机制下代理人的福利，其中，对于行动 a_k、实际合同 g_k 和排序函数 $\sigma(s)$，代理人福利是代理人事后效用的平均值，即

$$\sum_{s\in S}\sum_{k\in K} u(a_k, g_k(q,s))\mu_s(k)f(s).$$

定义10（代理人价值函数）。 代理人价值函数定义如下

$$U(f) \coloneqq \max\left\{ \mathbb{E}_{s\sim f}[u(a^*, g(q(a^*),s),s)] \;\middle|\; \begin{array}{l} g\colon Q\times S\to\Delta(X) \\ a^*\in \arg\max_a \mathbb{E}[u(a,\hat{g}(q(a)))] \\ 0\leq \mathbb{E}[u(a^*,\hat{g}(q(a^*)))] \end{array} \right\}. \tag{6}$$

代理人价值函数是委托人选择最优粗略描述型合同下代理人的福利。接下来我们定义代理人隐含价值函数。

定义11（代理人隐含价值函数）。 记 $\mathcal{I}$ 为满足 $V(f)\neq V(f)$ 的 $I\subseteq\Delta(S)$ 的（按包含关系）极大凸子集。代理人的隐含价值函数为

$$\tilde{U}(f) = \begin{cases} U(f) & \forall I\in\mathcal{I}: f\notin I \\ \max\{z \mid (f,z)\in \mathrm{co}(U|_{\partial I})\} & \exists I\in\mathcal{I}\colon f\in I, \end{cases}$$

其中， ∂I 表示集合 I 的边界。

图1右侧展示了代理人的隐含价值函数，以及委托人的价值函数。回想一下，该图呈现的是状态为二元的情形，我们用某个状态的概率来表示分布 f 。这里

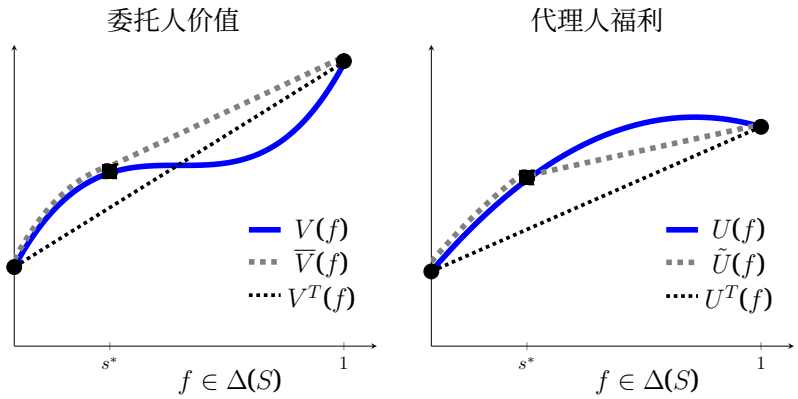

图1：最优合同、完全粗化合同和透明合同下的委托人价值与代理人福利，$|S| = 2$。

委托人价值函数的闭包中有两个重要区间：在区间$f \in [s^*, 1]$，委托人的价值函数等于其闭包（$V(f) = \overline{V}(f)$）；在区间 $f \in [0, s^*]$，委托人的价值函数不等于其闭包。因此，在这种情况下，存在一个极大子集 I，使得 $V(f) \neq \overline{V}(f)$，该子集为 $I = [0, s^*]$（因此 $\mathcal{I} = \{I\}$）。

这些区间定义了代理人隐含价值函数：在区间 $f \in [s^*, 1]$，即 $f \notin I$ 上，代理人隐含价值函数由代理人价值函数 $U(f)$ 给出；在区间 $f \in [0, s^*]$，即 $f \in I$ 上，代理人的隐含价值函数由 U 的图像在集合 I. 的边界处取值后的凸包给出

与委托人的目标函数类似，我们接下来定义代理人价值函数的极值闭包。在图1所示的二元状态情形中，极值闭包是一条连接点 $U(0)$ 和 $U(1)$ 的直线。一般而言，代理人价值函数的极值闭包是通过取仅在点 δ_s 上定义的隐含价值函数图像的凸包的上确界得到的；也就是说，这些点代表某个 $s \in S$. 处的点质量分布

定义12（代理人价值函数的极值闭包）。代理人价值函数的极值闭包为

$$U^T(f) \coloneqq \sup\{z \mid (f, z) \in \operatorname{co}(U(f') \colon f' \in I)\}, \tag{7}$$

其中 $I = \{\delta_s \colon \ s \in S\} \subset \Delta(S)$ 是所有 $s \in S$. 上的点质量分布集合 δ_s

类似于定理1和命题1，接下来的命题证明，在 f 处，代理人的隐含价值函数等于委托人最优描述合同下代理人的福利；而在 f 处，代理人价值函数的极值闭包等于委托人最优透明合同下代理人的福利。

命题2. 给定分布 $f \in \Delta(S)$，最优描述机制下的代理人福利为 $U(f)$，最优透明机制下的代理人福利为 $U^T(f)$。

由于命题2中两个陈述的证明与委托人相应结论的证明类似，因此可参见附录A。

请注意，在应用中，人们可能会关注事后代理人效用分布的许多统计量。福利（即事后代理人效用的期望）或许是最自然的统计量，但方差等其他统计量也可能有助于深入了解不透明性如何影响公平性。值得注意的是，我们的几何刻画方法之所以奏效，恰恰是因为我们只关注代理人福利，而它是个体代理人效用的线性函数。命题2中的刻画依赖于代理人福利的线性性质，这与定理1和命题1中的刻画依赖于委托人的风险中性是同一道理。

3.2 何时不透明性最优?

我们强调过，当状态空间 S 较大时，求解最优描述合同可能很困难。在应用中，了解最优描述合同是否具有某些特定性质或许就足够了，例如最优描述合同是不透明还是透明。我们的几何刻画直接导出了一系列充分条件，可用于检验最优描述合同是否具有特定性质。我们先给出一个推论，它基于对最优描述合同下委托人效用的刻画（定理1）。

推论1。如果 V 是全局弱凹的，即对所有 $f \in \Delta(S)$，均有 $\frac{\partial^2 V}{\partial f^2} \leq 0$，那么存在一个完全粗化的最优描述合同。

根据定理1中的刻画，我们知道，价值函数等于其凹闭包，当且仅当存在一个完全粗化的最优描述合同。这直接给出了推论1：一个使最优描述合同完全粗化的充分条件，该条件仅取决于价值函数 $V(f)$，而非其闭包。

请注意，如果存在一个完全粗化的最优描述合同，那么最优合同集合就是无限的。委托人可以选择一个 σ，使代理人划分中的每个划分单元内代理人特征的构成与分布 f相同。这在最优描述合同透明时并非如此。如果存在一个透明的最优描述合同，那么它就是唯一的最优描述合同。这是因为只有一个排序函数 σ 能够生成与最优透明合同相对应的划分——划分 $\{\{s\}\colon\ s \in\}$.

同样，我们可以利用委托人最优透明合同的几何刻画，得到委托人最优描述机制透明的充分条件。

推论2。如果 $V(f)$ 是全局弱凸的，即对于所有 $f \in \Delta(S)$，均有 $\frac{\partial^2 V}{\partial f^2} \geq 0$，那么最优描述合同就是透明的。

推论1和推论2的一个直接推论是，只需了解 Δ（S）的某个区域内委托人的粗化值函数的凹性，就能判断最优描述合同是否为粗化合同，透明度也同理。

推论 3. 如果 V 在某个 $f^* \in \Delta(S)$的邻域内是凸的，那么就不存在完全粗化的最优描述合同。如果 V 在某个 $f^* \in \Delta(S)$的邻域内是凹的，那么就不存在透明的最优描述合同。

3.3 不透明性的价值

除了推导出可用于判断最优描述合同是否透明或完全粗化的充分条件外，我们还可以利用几何刻画来理解委托人通过获得不透明的机会能够得到多少收益。为说明这一点，我们注意到，最优透明合同是一组合同，这些合同是经典委托代理模型（存在道德风险）的解。因此，最优描述合同与最优透明合同之间的差异，有助于我们了解：面对许多具有不同且可观察的收益相关特征的代理人时，委托人如何通过联合设计合同以及向其传达合同的代理人群体而获益。这有助于预测在哪些设定下合同最可能是不透明的；此外，在实施不透明方案可能成本高昂的设定下，还可以说明不透明性对委托人而言是否值得。

形式上，在 $f \in \Delta(S)$ 处的不透明性的价值 是 f处的最优描述合同与 f处的最优透明合同之间的差值，即 $V(f) - V^T(f)$。

我们证明，在一大类问题中，随着代理人变得更加风险厌恶，不透明性的价值会降低。为此，我们将讨论限定在契约理论文献所研究的一类特定效用函数上。

假设 2. 代理人效用 $u(a, x)$ 可以写成 $h(a)\tilde{u}(x) - c(a)$，其中 $\tilde{u}$ 是实值、连续、递增且凹的，$c(a)$ 是连续的，而 $k(a)$ 是连续且严格为正的。

在这些假设下，任何最优描述型机制中的实际合同都是确定性的。

引理 1. 假设假设 *2* 成立。那么，在任何最优描述合同$((\hat{g}_k)_{k\in K}, (g_k)_{k\in K}, \sigma)$中，对于每个 $k \in K$，实际合同 $g_k(q, s)$ 都是确定性的，即 $g_k : Q \times S \to X$. 由此可知，在任何透明合同中，对每个 $k \in K$，所传达的$\hat{g}_k$: 也都是确定性的。

这个引理直接源自 Holmstr¨om（1979年）和 Grossman 和 Hart（1983年）针对单代理人道德风险问题的研究结果。他们的论证表明，任何随机合同都被某个确定性合同所支配。这是因为，在典型道德风险问题中，委托人面临着提供激励与提供保险之间的权衡：对可观察产出支付更高的金额会带来更强的激励，但也会扩大代理人所参与的彩票中各结果之间的差距。在假设 2 下，随机合同——即针对特定产出提供彩票的合同——会增加代理人的风险，却不会改善激励。相同的论证也适用于我们设定中的实际合同 $g_k(q, s)$。

尽管在选择实际 合同时，我们模型中的委托人所面临的权衡与单代理人设定中的完全相同，但委托人选择描述合同会引入一种不同的激励与保险之间的权衡。当委托人面对连续统代理人，并且有权描述合同时，如果不透明性具有价值，那么它也会平均而言 改善激励，同时给所有代理人带来风险。因此，不透明性的价值需要权衡三个方面：部分代理人采取高于最优透明合同下行动所带来的激励收益 、部分代理人采取低于最优透明合同下行动所带来的激励损失 ，以及因传达合同中引入更多不确定性（即从代理人的角度看不确定性增加）而产生的保险损失 。

在下一个命题中，我们考虑风险厌恶参数为 ρ, $\tilde{u}(x) = 1 - e^{-\rho x}$ 的常数绝对风险厌恶效用函数。提及关于u_ρ的委托人价值函数时，我们将使用下标 V_ρ。

命题 3. 假设假设 *2* 成立。那么，随着代理人变得越来越风险厌恶，不透明性的价值 $V_\rho(f) - V_\rho^T(f)$ 趋于零，即

$$\lim_{\rho\to\infty} \overline{V}_\rho(f) - V_\rho^T(f) = 0.$$

证明。 令 $f \in \Delta(S)$ 为类型分布。令 $(\hat{g}, g)$ 为最优的完全粗化合同。我们证明，存在一个透明合同 $\tilde{g}_s$，其委托人效用趋近于 $(\hat{g}, g)$ 的委托人效用。

定义透明合同 $\tilde{g}_s(q)$：它是在实际合同 $g(q,s)$ 的基础上，为每个 q 和 s 增加一笔支付，使代理人在彩票 $\hat{g}_s(q)$ 与 $g_s(q,s)$ 之间无差异。根据引理 1，$g_s(q,s)$ 必须是确定性的。注意，在这些合同下，代理人选择的行动与在粗化合同 $\hat{g}$ 下相同。委托人需要向代理人支付的转移支付金额满足 $\mathbb{E}[\tilde{u}_\rho(\hat{g}(q(a)))] = \mathbb{E}[\tilde{u}_\rho(\tilde{g}(q(a)) + x)]$。注意，第二个期望中的唯一随机性来自 q_0。我们证明，对于任意$x > 0$，存在 R，使得对所有 $\rho > R$,

$$\mathbb{E}[\tilde{u}_\rho(\tilde{g}(q(a)))] < \mathbb{E}[\tilde{u}_\rho(\tilde{g}(q(a)) + x)]. \tag{8}$$

这意味着，要使代理人无差异所需的额外支付金额趋于零。我们证明了一个关于彩票的更一般命题，它蕴含了对于彩票$l = \hat{g}(q(a))$和 $l_i = g_s(q,\ s)$，式 (8) 成立。

断言 2. 对于每个复合彩票 $l = \sum_{i=1}^m p_i \cdot l_i$、每个 $i = 1$、2、.....、m 以及每个$x > 0$，都存在 R，使得对于所有 $\rho \geq R$，$\mathbb{E}[\tilde{u}_\rho(l)] < \mathbb{E}[\tilde{u}_\rho(l_i + x)]$,，其中 $l_i + x$ 表示以确定性将 *x* 加到 l_i 的所有元素上。

这一结果意味着，风险厌恶程度足够高的代理人会接受彩票中最差的部分，再加上任意固定的正数。由于我们可以化简复合彩票，因此不失一般性地假设 l_i 是确定性的，而 l 是一个（非复合）彩票。于是有

$$\begin{aligned} 1 - \exp(-\rho(l_i + x)) > \sum_{j=1}^n p_i(1 - \exp(-\rho l_j)) &\iff \exp(-\rho(l_i + x)) < \sum_{j=1}^n p_i \exp(-\rho l_j) \\ &\iff 1 < \sum_{j=1}^n p_i \exp(-\rho(l_j - l_i - x)). \end{aligned}$$

请注意，根据假设，至少有一个项 $l_j - l_i - x$ 必须为负（即对应于 $j = i$ 的那一项），这意味着当 ρ 足够大时，相应的加项 $p_i\exp(\rho x)$ 将大于 1。由于其他所有加项均非负，这就证明了该断言。 ■

鉴于监管讨论中关注算法透明度，了解最优描述合同（可能是不透明的）下代理人福利与最优透明合同下代理人福利的比较也很有价值。接下来，我们考察不透明性带来的福利增益，即分布 $f \in \Delta(S)$ 下最优描述合同对应的代理人福利与分布 f 下最优透明合同对应的代理人福利之差，也就是 $\tilde{U}(f) - U^T(f)$。我们提出以下充分条件，它是命题2的一个推论。

推论 4。 如果 $U(f)$ 是全局弱凹的，那么不透明性带来的福利增益弱为正。如果 $U(f)$ 是全局弱凸的，那么不透明性带来的代理人福利增益弱为负。

4 应用：网约车支付的设计与沟通

接下来，我们转向一个应用：网约车平台（委托人）选择如何联合设计并向司机（代理人）描述支付方案。

我们聚焦于这一设定，因为网约车平台会利用大量数据来设定支付方案，并针对不同司机调整沟通方式。一位评论者这样总结网约车平台与司机之间的沟通做法：“平台利用对司机的了解，以及对界面和交易条款的掌控，引导司机的行为朝着自己希望的方向发展。”[12]

4.1 设定

我们考虑位于城市郊区的司机，她们付出努力 a 驶入城市，以提高接到乘客的概率。不失一般性，设 a 为司机付出努力 a 后接到乘客的概率。由于难以核实，平台无法就驶入城市的距离 (a) 订立合同。与司机努力相关的二元可缔约产出 $q \in \{0,1\}$ 是司机是否接到乘客 $(q=1)$。因此，平台以产出为条件向司机支付的合同形式为每单支付，金额为 g。

我们假设司机在金钱方面是风险厌恶的（采用平方根效用），且努力 a 是二次的。司机的效用为 $u(a, g) = a\sqrt{g} - \frac{1}{2}a^2$.

平台拥有大量关于司机的数据。平台感兴趣的一项司机特征 s 是：司机往往在高需求（$s=h$）时段还是低需求（$s=\ell$）时段驾驶。低状态以概率 $f(\ell) = \alpha$发生。

平台是风险中性的，且状态以下述方式影响其效用函数。当司机完成一笔网约车订单时，平台获得 b_s 并向司机支付 $\tau_s g$，其中b_s 和 τ_s 是取决于状态的常数。因此，平台在状态 s 下的目标为 $v(a, g, s) = a(b_s - \tau_s g)$，其中 b_s，$\tau_s > 0$ 对所有 s.

“生产率”参数 b_s 可以理解为平台在状态 s下收取的佣金。例如，如果 $b_\ell = 1$ 和 $b_h > 1$，这意味着平台可以在高需求时段收取更高的佣金——如果平台向乘客收取高峰定价，却没有按比例提高司机报酬，就可能出现这种情况。[13] 与此同时，“有效支付”参数 τ_s 可以理解为每单向司机支付 $\$g$ 所产生的有效成本。例如，如果 $\tau_\ell > \tau_h$，这意味着，在低需求状态下，每单向司机支付 $\$g$ 的成本高于在高需求状态下每单向司机支付 $\$g$ 的成本。如果平台运营所在的司法管辖区规定,

[12] https://www.nytimes.com/interactive/2017/04/02/technology/uber-drivers-psychological-tricks.html[13]尽管很难找到有关网约车平台定价策略的明确公开信息，但已有大量资料表明，平台司机的报酬不会随乘客票价的激增按比例增加。参见例如 https://www.washingtonpost.com/technology/2021/06/09/uber-lyft-drivers-price-hike/ 。

平台必须向司机补偿怠速时间，纽约市就是如此。[14] 如果平台必须为司机的怠速时间支付费用，那么当需求较低时（$s = \ell$），平台每单支付的金额会高于仅支付每单金额 $\$g$。

平台会选择支付方案及其相关消息策略，以激励司机（尤其是缺乏经验的司机）开车进入城市。传达合同是对支付方案的概述性说明，可能会作为提醒发送，以激励司机上路。例如，平台可以发送如下消息："您所在地区的司机目前平均每单收入为 10 美元。"或者，平台也可以更具体地向两类司机发送不同的消息：对$s = h$ 司机，平台可以说："由于您通常会在需求旺盛时开车，因此每单可赚取 15 美元。"

除了选择传达合同外，平台还可以策略性地将代理人分配到不同的群组中，使同一群组的代理人收到相同的消息。平台可以错开通知时间，让不同代理人群体在不同时间收到不同的消息。出于法律原因，平台不能说谎——其传达的支付规则必须与各组实际执行的支付规则保持一致。

从监管视角来看，了解平台何时提供透明的描述合同很有价值。在这种情况下，最低限度的法律要求——"一致性"——足以促使平台向代理人说明其支付方案的全部信息，因此再提出透明度要求便是多此一举。

4.2 讨论

假设在两种状态下支付给司机的金额相同，并且在需求较高时（$s = h$），司机的生产效率更高（$b_h > b_\ell$）。司机努力价值的差异源于平台能够向乘客收取动态加价——需求旺盛时，平台可以向乘客收取更高的网约车订单费用。

备注 1. 假设 $\tau_\ell = \tau_h$ 和 $b_\ell < b_h$。那么，最优描述合同是透明的。

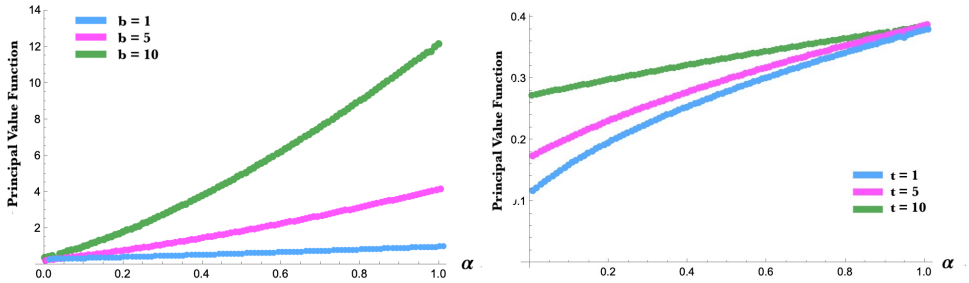

图 2：委托人价值函数：$\tau = 1$，$b \in \{1, 5, 10\}$（左）；$b = 1$，$\tau \in \{1, 5, 10\}$（右）

在此情况下，平台的最优描述合同是透明且粗粒度的，图 2 显示，对于 $b_h \in \{1, 5, 10\}$，委托人价值函数是全局弱凸的。在这种情况下，平台会明确地对在高需求时段驾驶的司机说："如果你

[14] https://www.theverge.com/2019/2/1/18206737/nyc-driver-wage-law-uber-lyft-via-juno

在需求高时驾驶，你的报酬将为 $X。”而对于在低需求时段驾驶的司机，平台会说：“如果你在需求低时驾驶，你的报酬将为 $Y。”这是因为平台希望激励司机在需求高时上路，而在合同中引入额外的不确定性并无益处。

接下来，假设司机之间唯一的差异是向他们支付报酬的有效成本。

备注 2. 假设 $b_\ell = b_h$ 和 $\tau_\ell > \tau_h$. 那么最优描述机制是完全粗化的。

在这种情况下，平台的最优策略是对支付作出不透明描述，而不提及支付实际上将如何取决于需求。这样一来，低需求状态下的司机会认为自己有一定机会获得更高的支付，因此委托人无需承担额外的逐美元成本，就能诱使他们采取更高水平的行动。如图 2 所示，对于 $\tau \in \{1, 5, 10\}$.，委托人价值函数整体上是凹的

5 相关文献

本文与知情委托人情境下机制设计的相关文献，以及联合信息设计与机制设计的模型联系最为密切。

在经典知情委托人问题中，委托人拥有代理人所不具备的私人信息。代理人将委托人对合同的公告视为有关委托人私人信息的信号，并求解该信号博弈的贝叶斯—纳什均衡。知情委托人问题最初是在筛选情境中提出的（Myerson，1983年；Maskin 和 Tirole，1990，1992），此后也在存在道德风险的情境下得到研究（Beaudry，1994；Inderst，2001；Mekonnen，2021；Clark，2021）。

我们的设定与这类模型相似之处在于，委托人掌握代理人所不知道的信息——在这里，委托人的私人信息涉及合同本身。但我们的模型也不同于知情委托人问题：代理人会“照单全收”委托人的公告，但须满足一致性条件。也就是说，代理人不会把合同视为有关委托人私人信息的“信号”。在某些我们感兴趣的设定中，代理人甚至可能不知道自己掌握的信息少于委托人；对此，我们将讨论与无意识情形下的契约模型的联系（Filiz-Ozbay，2012；Auster，2013）。在其他促使我们开展这项研究的设定中，可能影响代理人对合同内容之信念的因素太多了——以第4节的例子为例，网约车平台司机知道平台会利用其海量数据来计算定价方案，却无法描述平台的类型空间，也无法形成对此的信念。与附加产品定价（Ellison，2005）和隐蔽属性（Gabaix 和 Laibson，2006）的模型类似，如果委托人没有提及代理人所处环境中的某项相关特征，代理人就根本不会想到它。因此，这一模型在精神上与诅咒均衡相似。在诅咒均衡中，博弈参与者不会根据另一方行动所包含的信息来更新自己的信念（Eyster 和 Rabin，2005；Esponda，2008）。在我们的模型中，代理人不会根据委托人选择描述方式所包含的“信息”进行条件化——她不会求解信号博弈中的均衡。

关于说服和信息设计的文献也假设代理人（或“接收者”）不会对委托人（或“发送者”）的策略进行策略性思考——他们不必这样做，因为

委托人会承诺采用关于状态的信号结构（综述请参见 Bergemann and Morris（2019））。代理人收到有关未知状态的信号，根据自己对委托人所承诺的信号结构的了解，更新对该状态的信念，并采取行动。尽管我们的分析采用了这类文献中的相同方法，但我们在实质内容和解释上都与之不同。

首先，在纯信息设计中，委托人通过改变代理人的信念，而不是改变其支付方式，来改变代理人采取特定行动所获得的效用。在我们的模型中，委托人同时设计支付和代理人所拥有的"信息"。尽管已有日益增多的文献致力于构建将信息设计与机制设计相结合的模型（Dworczak，2020；Boleslavsky 和 Kim，2018；Bergemann 等，2022；Kwak（2022）），但这些论文研究的是这样一种委托人：她能够设计代理人关于环境中某一外生特征的信息。例如，Kwak（2022）特别研究了一个道德风险问题，其中一个外生的未知状态与代理人的行动共同影响产出。委托人可以针对这一未知状态设计一项实验，从而控制代理人对其环境的信念。相比之下，在我们的模型中，委托人控制的是代理人对合同本身的信念。

此外，我们的模型在解释上也不同于信息设计模型。在我们的模型中，代理人不知道委托人已经承诺采用某种信号结构，也不会根据贝叶斯法则，在将该信号结构纳入考量的情况下更新自己的信念。相反，在我们的模型中，特定代理人在作出决策时唯一考虑的是传达给她的（可能具有随机性的）合同 $\hat{}g_k(q)$。由于委托人的实际合同 $\hat{}g_k(q,s)$ 必须与传达合同保持一致，这一事实约束了该问题，使委托人在描述方面拥有一定灵活性，但又不处于一个"什么都可以"的环境中。

尽管存在这些差异，我们在此进行的分析完全可以通过说服的视角来理解，这一点并不令人意外。事实上，我们的问题等价于一个"说服式契约"问题：代理人对一个未知状态持有先验信念 s，而委托人承诺一份合同 $\psi(m,\ q,\ s)$ 和一个信号结构$\phi : M \to \Delta(S)$。代理人观察到信号实现 $m \sim \phi(s)$ 后，便会考虑委托人的承诺，并据此形成对自己所面临合同的后验信念。这并非我们提出的模型，原因有二：它无法很好地刻画我们关注的情境中代理人对其环境往往有限的理解；而且它依赖于委托人能够承诺信号结构这一假设。因此，与我们的模型最为接近的说服模型是 Lin and Liu（2022），该文推导出在何种条件下，可以毫无损失地用"可信性"要求取代承诺假设。他们的可信性要求与我们的一致性要求相似（但不涉及支付）：如果委托人无法通过篡改信号、同时保持信号分布不变而获利，那么披露政策就是可信的。

6 结论

本文将描述型合同引入一个道德风险框架，其中委托人与连续统代理人签订合同。我们对最优描述合同进行了几何刻画，并给出了其具有透明度以及相反地具有不透明性的条件。我们展示了不透明性如何改变激励与保险之间的经典契约权衡：不透明性可能在代理人的预期支付与实际支付之间造成一个（平均而言）有利差额。

在未来的研究中，我们希望更好地理解不透明性对代理人的影响，因为要求提高透明度的法规，往往基于透明度会如何影响消费者和劳动者等代理人的论据。本文只考察了代理人福利，但与透明机制相比，不透明合同会导致事后代理人结果存在更大的异质性。因此，如果监管者关心具有不同特征的代理人是否受到“平等对待”，那么允许采用描述型机制将不利于实现这一目标（相较于透明合同或统一合同）。此外，不透明合同虽然可能带来更高的平均福利，也可能导致代理人违反事后个体理性约束。即使代理人没有违反事后理性约束，他们仍会受到“误导”，因为在描述型机制下，他们的事后效用不同于假如他们知晓委托人所掌握的一切有关预期支付时的事后效用。

参考资料

Aumann, Robert J 和 迈克尔·马施勒，《存在不完全信息的重复博弈》，麻省理工学院出版社，1995年。**Auster, Sarah**，“非对称认知与道德风险”，《博弈与经济行为》，2013年，*82*，503–521。**Beaudry, Paul**，“为何知情委托人可能将租金留给代理人”，《国际经济评论》，1994年，第821–832页。**Bergemann, Dirk 和 Stephen Morris**，“信息设计：统一视角”，《经济文献杂志》，2019年，*57* (1)，44–95。**，Tibor Heumann 和 Stephen Morris**，“说服式筛选”，2022年。**Boleslavsky, Raphael 和 Kyungmin Kim**，“贝叶斯说服与道德风险”，可见 *SSRN 2913669*，2018年。**Clark, Daniel**，“存在代理人道德风险时的知情委托人”，未发表手稿，2021年。**Dworczak, Piotr**，“售后市场中的机制设计：临界值机制”，《计量经济学》，2020年，*88* (6)，2629–2661。**Ellison, Glenn**，“附加产品定价模型”，《经济学季刊》，2005年，*120* (2)，585–637。**Esponda, Ignacio**，“存在逆向选择的经济体中的行为均衡”，《美国经济评论》，2008年，*98* (4)，1269–91。**Eyster, Erik 和 Matthew Rabin**，“诅咒均衡”，《计量经济学》，2005年，*73* (5)，1623–1672。**Filiz-Ozbay, Emel**，“将无认知纳入契约理论”，《博弈与经济行为》，2012年，*76* (1)，181–194。

Xavier Gabaix 和 David Laibson，“隐蔽属性、消费者短视与竞争市场中的信息压制”，《经济学季刊》，2006年，*121* (2)，505–540。**Sanford J. Grossman 和 Oliver D. Hart**，“委托—代理问题分析”，载于《计量经济学》，施普林格，1983年，第302–340页。**Holmstr¨om, Bengt**，“道德风险与可观察性”，《贝尔经济学杂志》，1979年，第74–91页。**Roman Inderst**，“作为信号工具的激励机制”，《经济行为与组织杂志》，2001年，*44* (4)，455–465。**Emir Kamenica 和 Matthew Gentzkow**，“贝叶斯说服”，《美国经济评论》，2011年，*101* (6)，2590–2615。**Changhyun Kwak**，“道德风险下的最优信息披露”，可见 *SSRN 4170318*，2022年。**Xiao Lin 和 Ce Liu**，“可信说服”，*arXiv* 预印本 *arXiv:2205.03495*，2022年。**Eric Maskin 和 Jean Tirole**，“存在知情委托人时的委托—代理关系：私人价值情形”，《计量经济学：计量经济学会杂志》，1990年，第379–409页。**和**，“存在知情委托人时的委托—代理关系，II：共同价值”，《计量经济学：计量经济学会杂志》，1992年，第1–42页。

Teddy Mekonnen，《知情委托人、道德风险与有限责任》，《经济理论公报》，2021年，*9* (1), 119–142.

Roger B. Myerson，《知情委托人的机制设计》，《计量经济学》：计量经济学会期刊，1983年，第1767–1797页。

A 证明

命题2的证明。证明。考虑任意一点（f，U^*），其中 $U^* = U(f)$。若 $U(f) = U(f)$，则根据定义，$U(f)$ 描述了最优完全粗化合同下的代理人平均福利。由于 $U(f) = U(f)$ 蕴含 $V(f) = V(f)$，因此在该点，委托人的最优描述机制是完全粗化的（由定理1可知）。

接下来，考虑满足以下条件的点 $f \in \Delta(S)$：存在一个包含点 f 的极大凸子集 $I \subseteq \Delta(S)$，以及点 f'：$V(f') \neq V(f')$。将集合 I 的边界记为 ∂I。根据 Carathéodory 定理，存在一个至多包含 $|S|$ 个边界点的集合 $\{\partial_1, \partial_2, \ldots, \partial_{|S|}\}$，使得

$$\tilde{U}(f) = \sum_{k=1}^{|S|} \lambda_k U(\partial_k).$$

注意，每个边界点 ∂_k 都与分布 ∂_k对应的委托人最优完全粗化合同相关联。将 g_k 记为 ∂_k处的最优完全粗化合同，将 g_k 记为

与 g_k一致的（唯一）实际合同。现在定义 σ： $S \to \Delta(K)$，使得 $\mu_s(k)$满足

$$\mu_s(k) = \frac{\lambda_k \partial_k(s)}{f(s)}.$$

请注意，这个 σ 的选择只是委托人无差异的多个选择之一。不过，它能带来最大的代理人效用。

我们现在证明，按定义，所描述的合同 $(\hat{g}_k)_{k\in K}$，$(g_k)_{k\in K}$，σ) 使代理人获得 $\tilde{}$福利 $U(f)$。请注意，根据 U 的定义，合同 $(\hat{g}_k,\ g_k)$ 产生的福利为 $U(\partial_k)$（因为这些 $(\hat{g}_k,\ g_k)$ 是委托人最优的完全粗略合同）。因此，代理人福利可以写为：

$$\begin{aligned}
\sum_{s\in S}\sum_{k\in K} u(a_k, g_k(q,s))\mu_s(k)f(s) &= \sum_{s\in S}\sum_{k\in K} U(\partial_k)\mu_s(k)f(s) \\
&= \sum_{s\in S}\sum_{k\in K} U(\partial_k)\frac{\lambda_k\partial_k(s)}{f(s)}f(s) \\
&= \sum_{k\in K} U(\partial_k)\lambda_k \sum_{s\in S}\partial_k(s) \\
&= \sum_{k\in K} U(\partial_k)\lambda_k \\
&= \tilde{U}(f)
\end{aligned}$$

根据定理1，我们知道，$(\hat{g}_k)_{k\in K}$，$(g_k)_{k\in K}$，σ)（其中每个 $\hat{g}_k$ 是 ∂_k 处的最优完全粗化合同，且 σ 如上文所定义）是委托人最优的描述型合同。

■

B 引导性示例：风险厌恶的作用

为了与附录B中的引导性示例形成对比，我们在此给出完全相同的示例，但代理人是风险中性的。

一家计划为员工引入年终奖金的企业。企业将向达到绩效目标的员工提供奖金方案，并承诺遵守事前告知的方案（无论是因为法律原因必须作出承诺，还是因为他们认为履行承诺对员工留任很重要）。

企业拥有大量关于员工绩效的数据，使高管能够估算向每位员工支付 x 美元奖金的有效成本。这些数据揭示了不同部门员工的趋势：激励部门 0 的员工成本更高——计入税款、行政成本、合规成本和后续利润后，激励部门 0 的员工每投入一美元，成本是激励部门 1 员工的四倍。

假设员工在金钱方面是风险中性的，其效用函数为 $u(a,\ x) = ax - \frac{1}{2}a^2$，其中 a 代表努力（以及他们达到绩效目标的概率）。那么，假设：各部门规模相同，企业是风险中性的，每位员工达到绩效目标给企业带来的价值相同，则企业最优的部门范围奖金方案应当是

Division 0
达到绩效目标的员工可获得 1/2 的奖金。
$(\hat{x}_0)$

Division 1
达到绩效目标的员工可获得 2 的奖金。
$(\hat{x}_1)$

并实际发放奖金 $x_0 = \frac{1}{2}$ 和 $x_1 = 2$。假设每位员工达到目标的价值归一化为 1，企业通过奖金计划获得的总收益为 $v = \frac{1}{2}a_0(1 - x_0) + \frac{1}{2}a_1(1 - \frac{1}{4}x_1) = \frac{1}{2}(x_0)(\frac{1}{2})(1 - x_0) + \frac{1}{2}(x_1)(\frac{1}{2})(1 - \frac{1}{4}x_1) = 5/8$。员工的最优行动由其效用关于 a 的一阶条件决定。

现在假设企业决定改为做出全公司承诺。利用企业既可以设计奖金方案，又可以选择如何表述这一点，他们可以采取更不透明的做法。他们可以这样说：

All Employees
达到绩效目标的员工可获得平均 奖金为 2。
$(\hat{x}_{01})$

并且事实上执行该方案

$$x_{01} = \begin{cases} 0 & \text{if in Division 0} \\ 4 & \text{if in Division 1.} \end{cases}$$

在这一方案下，假设员工面对的合同以相同概率为 0 或 4，所有员工都会采取相同的行动（$a = 2$）。委托人的收益为 $v = 1/2a(1 - x_{01}(0)) + 1/2a(1 - 1/4x_{01}(1)) = 1.$

因此，企业可以通过引入全企业范围的奖金方案，而非分部门奖金方案，获得更好的结果。请注意，这一结论基于以下假设：（i）员工相信企业会履行其采用随机方案的承诺；（ii）员工无法得知，事实上 0 部门员工将获得较低的奖金，而 1 部门员工将获得较高的奖金。

请注意，在这个例子中，代理人是风险中性的，引入最优不透明方案所带来的收益，大于第 1.1 小节中代理人风险厌恶的例子里引入最优不透明方案所带来的收益。这是因为不透明方案给合同引入了不确定性——这种不确定性对委托人有利，因为它使委托人能够在代理人对结果的预期与其实际结果之间制造落差；但它也会损害委托人的利益，因为不确定性会导致风险厌恶型代理人采取较低的行动。当代理人风险中性时，这种权衡便不复存在。

C 无任意差别待遇

在满足无任意差别待遇的描述合同中，如果委托人向代理人 i 和 j 传达不同的机制，且 $i \neq j$，那么代理人必定具有不同的特征。禁止任意差别待遇约束可以被视为一项公平性要求。其基本思想是，如果两个代理人在s（即其可观察特征）方面没有差异，那么他们都应获得相同的传达合同 $\hat{}g_k$.

定义 13. 描述合同$((\hat{}g_k)_{k\in K},(g_k)_{k\in K},\sigma)$ 满足无任意差别待遇，当且仅当 σ 是单射。

请注意，如果 σ 是单射，那么 $g_k(s,q) = g_k(q)$。也就是说，无需说明实际合同如何同时取决于 k 和 s，因为根据 σ，每个 s都映射到唯一的组 k 。

我们为满足无任意差别待遇的委托人最优描述合同提供了几何刻画。

定义 14 （正交凹闭包）。 函数 V 的正交凹闭包 V^{orth} 定义如下

$$\overline{V}^{\mathrm{ort}} := \sup\left\{z \mid (F,z) \in \mathrm{co}^{\mathrm{ort}}(\mathrm{Graph}(V))\right\},$$

其中 co^{ort}（图像(V)）是 V的图像的正交凸包，即

$$\mathrm{co}^{\mathrm{ort}}(\mathrm{Graph}(V)) := \left\{\sum_j \lambda_j V(F_j) \colon \sum_j \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, \lambda_i, \lambda_j > 0 \Rightarrow \langle F_i, F_j\rangle = 0\right\}.$$

V的图像的正交凸包，仅包含由 V中所有非零系数对应的向量彼此正交的凸组合所构成的凸包。

命题 4. 对于给定的分布 $f \in \Delta(S)$，满足无任意差别待遇的最优描述机制的价值位于委托人价值函数的正交凹闭包上。