利用丹齐格-沃尔夫分解法协调价格响应型需求的基于市场方法

Foad Najafi[1]

, Matthias Fripp

夏威夷大学马诺阿分校电气工程系， 夏威夷州檀香山多尔街 2540 号

摘要——随着分布式发电（DG）和需求响应（DR）负荷在电力系统中的占比不断提高，人们提出了基于博弈论框架的新方法，以解决价格响应设备（PRD）的协调问题。PRD 被建模为自利型参与者，试图根据价格优化其用电量。本文首次提出一种基于 Dantzig-Wolfe（DW）分解法的新算法，以分布式方式解决自利型 PRD 的协调问题。利用 Dantzig-Wolfe 分解的分布式特性，可将 PRD 的自利算法建模为 DW 的子问题；而负责收集 PRD 能源消耗数据（即其能源报价）的协调器（或电网运营商）则求解 DW 主问题，并据此计算价格信号。该算法速度快，因为 DW 中的子问题（可能涉及数百万个 PRD）可以同时求解。此外，根据 DW 理论，如果 PRD 子问题是凸的，则可保证在有限次迭代内达到最优点（即纳什均衡）。研究通过对 8 个参与家庭进行仿真来评估该模型。每户配备两类负荷：作为可中断负荷示例的电动汽车（EV），以及作为恒温控制负荷（TCA）示例的电热水器（EWH）。结果表明，当算法达到最优点时，发电成本和用户支付（依据发电边际成本计算）均会降低。此外，总负荷的峰均比（PAR）也显著下降。

关键词：需求　　侧管理（DSM）、分布式优化、丹齐格-沃尔夫算法、价格响应设备（PRD）、电器协 调度

1. 引言

每天都有新的可再生和不可再生分布式发电（DG）电源接入电力系统。公用事业规模储能系统和需求响应（DR）负荷也在不断增加。随着这些现代发电/用电单元的加入，5G 等快速且可靠的通信技术应运而生，为电力系统中的发电侧与用电侧提供了双向通信通道。这些变化给电力系统带来了前所未有的挑战和机遇[1], [2]。为应对这些挑战并利用新的机遇，人们提出了将需求与发电进行联合管理的方法。需求/发电协同管理为现代智能电网带来了诸多优势，例如平衡供需、提高可再生能源的接纳比例，以及利用 DG 和 DR 提供频率和电压调节等辅助服务。

文献中已经提出了许多电器联合协调策略[3], [4]。其中，价格响应设备（PRD）的集体协调正日益受到重视。PRD协调是一种基于市场的方法。除了上述优势之外，基于市场的方法还可以激励发电侧和用电侧共同努力，实现智能电网范式的目标。换言之，PRD协调能够将经济学中所定义的自由市场体系的各种优势引入能源管理系统。这些优势包括通过为剩余能源建立市场来提高可再生能源的接纳比例，通过提供电压和频率调节、削峰等辅助服务来稳定电网，以及降低发电成本等。[5], [6]协调 PRD 的策略之一是通过中央控制器实现[7], [8]。在这些方法中，控制器向电器发送控制信号，以实现特定目标，例如填谷或发电成本最小化。

PRD协调的一项主要划分是集中式协调与分布式协调[9]。集中式

[1] 通讯作者邮箱：fnajafi@hawaii.edu

控制方法过去之所以有益，是因为当时电网中既没有有效的通信方式，也没有价格响应型或需求响应型电器。然而，随着电池、电动汽车和温控设备等PRD占比不断增加，集中式控制方法将失去找到最优解的机会，也会失去创建自由市场、让供需自由协商的机会。为克服这些不良结果，许多研究提出了灵活需求的分布式协调方法 [10], [11]。

1.1 本文的研究范式

本文提出了一种分布式市场化电器协调算法。我们将 PRD 建模为理性且自主的个体，他们试图将局部成本降至最低（求解各自的私人优化问题）。PRD 包括电动汽车（EV），作为可中断负荷的示例，以及电热水器（EWH），作为温控设备（TCA）的示例。电器只通过向聚合商发送其消费计划（能源报价）并接收相应的价格信号来进行通信。电器之间不共享任何信息；我们假设它们各自都不具备市场力，也不会组成联盟来操纵算法，使其有利于自身。

本文的主要创新之处如下：

（a）纳入对优质服务与降低成本之间权衡的个人偏好；（b）协调电动汽车和用户侧电池等设备，这些设备对价格可能呈现全有或全无的响应（而且它们很可能经常处于临界状态，因此协调它们至关重要）；（c）该方法可扩展至纳入任意数量、具有任意有效价格响应的设备。

2. 相关研究

本节回顾了应对电器协调问题的方法，其中每个个体的响应对于决策都至关重要。这些方法可能具有不同的目标，例如发电成本最小化、填谷或削峰。尽管这些目标各不相同，但最终结果密切相关。也就是说，针对一个目标寻求最优解，将为另一个目标带来近似最优解。例如，寻求发电成本最小化 [12] 会产生平坦的负荷曲线（填谷或需求降低） [13]–[17]。虽然电网运营商可能具有不同的目标，而这些目标之间可能密切相关，如 [18], [19], 所述，

需求响应负荷可以通过两种不同的方式建模：1- 遵循运营商的目标 [20] （直接负荷控制（DLC））。2- 遵循自我收益优化算法 [12]，以市场化方式根据价格信号竞价购买能量。

尽管实现电网运营商的目标能够直接为运营商带来收益（降低发电成本），但也能以折扣或抵扣额度的形式为终端用户带来间接收益。然而，这些间接收益虽然有利，却未必能让终端用户获得最优结果。为了实现最优决策、获得最大收益，终端用户需要付出更多努力，这可能会阻止他们加入此类项目。

因此，基于市场的方法对终端用户更具吸引力，因为它们能让用户获得最终收益和选择自由。在将 PRD 建模为自利且相互竞争的单元这一领域，关于 PRD 分布式基于市场协调的主要研究脉络之一，采用了博弈论框架[12], [17], [21]–[24]。

[25], [26] 基于均值场博弈（MFG）方法。在 MFG 方法中，智能体的个体响应并非决策的必需条件。然而，决策的关键因素是所有智能体的总体（平均）响应。在这种方法中，每个电器都会对价格信号作出响应，并将电器群体近似为无限大。他们证明，当电器的成本函数中使用二次项时，其模型能够达到ε-纳什均衡。

在 [27], 中，作者提出了一种利用均值场博弈（MFG）对大规模温控负荷（TCL）群体进行调度的分布式方法。价格响应型理性智能体规划其能源消耗，并参与频率服务市场。

Gan 等人 [17] 提出了一种利用电动汽车的弹性能量需求进行填谷的分散式优化模型。他们制定了一种电动汽车调度算法，其目标是填平负荷低谷。电动汽车会响应控制信号算法。该算法通过迭代求解，直到获得最优解

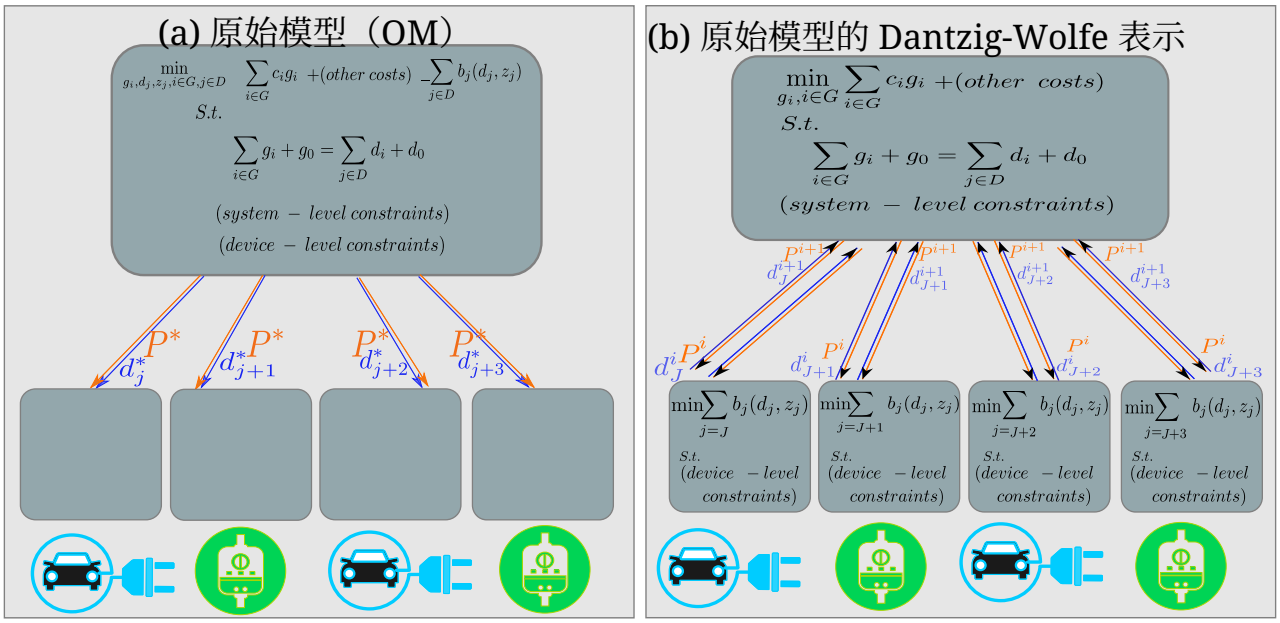

图 *1(a)* 带有 *PRD* 的原始机组组合（一步求解）；*(b)* 原始模型的 *Dantzig-Wolfe* 分解（算法经过两次迭代）

。这种方法的问题在于，它需要基于市场。也就是说，电器（此处为电动汽车）应遵循电网目标（填谷），而非追求自身收益，即尽量降低自身成本。换言之，个体用户遵循的是运营商的目标，也就是填谷。尽管这可能对用户整体有利，但研究并未说明每位用户如何从这种方法中受益，也未说明采用这种方法是否能降低能量成本。

文献 [23] 提出了一种分布式方法，以实现自利型插电式电动汽车（PEV）之间的纳什均衡（NE）。为达到纳什均衡，作者提出了一种迭代算法：每次迭代中，PEV 根据基于所有其他 PEV 平均报价生成的价格信号作出响应。其目标是使每辆电动汽车的负荷曲线尽可能接近其他所有电动汽车的负荷曲线。然而，虽然文中假设电动汽车以成本最小化为目标，但仍需说明它们如何实现发电成本或用户支付费用的最小化。

文献 [28] 提出了一种用于插电式电动汽车控制的分散式算法，可在发电成本以及过载和电池退化所带来的成本之间取得平衡。研究表明，在温和条件下，该算法能够收敛到插电式电动汽车之间社会认可的协调。文献 [29]提出了一种即时计费方案，以转移峰时负荷。

电器被建模为自私单元。作者针对不同场景提出了不同方法，以达到纳什均衡（NE），例如负荷受到集中式或分布式控制时。

Rivera 等人 [19] 提出了一种基于交替方向乘子法（ADMM）的电动汽车调度分布式优化方法。他们提供了一个通用的多目标优化平台，其成本函数是聚合商目标与本地用户目标的加权和。利用这一通用平台，他们针对两个不同目标求解电动汽车协调问题，即填谷和成本最小化。随着电动汽车车队规模增加，问题规模呈线性增长。然而，所提出的多目标函数是终端用户与运营商目标的加权和。因此，根据权重取值，可能会对终端用户或运营商造成不公平的偏向。

采用 [19], 作者在 [30] 中提出的交替方向乘子法（ADMM），提出了一种电动汽车车队协调方法：局部目标函数对电动汽车的充电时段进行最优调度，而在更高层级，宏观负荷区域聚合商（MLAA）为分布式能源资源提供发电曲线。该方法在最优点达到瓦尔拉斯均衡 [31]。

Depaola 等人 [12] 提出了一种基于博弈论框架的迭代式 PRD协调。他们

从理论上证明了该方法能够达到最优点（纳什均衡）。他们还证明，每次迭代都会降低电力发电成本。然而，他们的方法非常耗时，因为 PRD 是逐个求解问题并更新系统运营商的（非同步方式）。如果网络中存在许多 PRD，这种方法可能会非常耗时。他们提出了一种更快的半最优算法来弥补这一问题，但其结果与均衡略有偏差。

Mohsenian 等人 [18] 提出了一种针对竞争性资源的博弈论方法。所有参与者都在电网中彼此通信，并且了解彼此的行为（不具备隐私性）。其目标是实现用户之间的纳什均衡；当目标是成本最小化时，这相当于达到全局最小值。这种方法的问题在于所有用户彼此相连。这种拓扑结构带来了两个问题：1）隐私：由于所有用户都必须了解其他所有人的行为，因此每个用户的隐私都受到威胁。此外，每个用户能够获取更多信息，也会增加可疑行为发生的可能性。2）对高带宽和更强计算能力的需求：将每个用户的数据发送给所有其他用户，需要投入高昂的基础设施成本，并且需要较高的带宽。同时，在现实环境中，每条连接链路上的延迟都可能降低每次迭代的速度。

3. 所提方法

3.1 原始方法（OM）

虽然上述方法试图通过博弈论框架寻找纳什均衡（最优点），但另一种方法是建立一个综合优化问题，其中包含电力发电成本以及终端用户 PRD 的局部目标（即其用电成本的一部分），如图 1 (a) 所示。需要注意的是，这与多目标优化不同。图 1 (a) 中的问题描述了机组组合问题与 PRD 自身收益最大化问题的联合优化。其目标是找到价格信号和能源报价（决策变量），使用户支付和发电成本最小化。

在运营商完全了解每个电器偏好的情况下。（注：在本文中，我们假设 PRD 是理性智能体，其偏好可通过求解个人优化问题获得。）因此，只要了解它们如何在给定价格下求解优化问题，就能找到一个最优解，使发电成本和终端用户局部目标同时达到最小。在这种最优状态下，电网运营商和终端用户都希望维持当前的发电量/用电量（因为它们处于最优点或纳什均衡）。然而，这种形式的问题难以求解，原因有二：首先，问题规模会非常庞大；其次，电网运营商需要掌握每户每个电器偏好的所有信息。在下一节中，我们将提出一种利用 Dantzig-Wolfe（DW）分解法求解此类问题的方法。

3.2 原始模型的 Dantzig-Wolfe 表示

DW [32] 最初用于求解大规模线性规划问题。它将大问题分解为一个主问题和若干子问题。各子问题在独立的计算机上分别并行求解，并在每次迭代时将初步结果报告给运行主问题的计算机。同时，原始模型的块角结构高度稀疏。也就是说，设备J的问题独立于设备$J+1$。这些问题仅通过一个连接约束相连（该约束要求模型中的总发电量等于总用电量）。原始模型的上述结构使其非常适合采用 DW 求解。

图 1 (b) 展示了该算法主要结构的概要。它是一种迭代算法，直到达到所需精度或结果不再进一步改善为止。

在所提方法中，PRD 的目标被建模为 DW 的子问题，而机组组合目标则作为 DW 的主问题。主问题（机组组合）的解是为每个用户提出的负荷曲线（能源报价），以及根据电力发电边际成本确定的相应价格。PRD 局部优化的结果是基于主问题所提价格的负荷曲线（即用户在机组组合给定的建议价格下愿意消耗的能源曲线）。这一迭代过程会持续进行，直到电网

运营商（求解机组组合主问题）和本地 PRD（求解子问题）不再根据对方的提议（PRD 一方的能源报价和机组组合一方的价格）改变自身行为，因为算法已达到最优点。

使用 DW 求解此类通用问题有诸多优点：1）该方法能够得到最优解。虽然这看起来显而易见，但前文提出的许多电器协调算法无法为市场双方找到最优调度计划，其中一方必须作出牺牲，以满足另一方的需求。2）速度快。由于大部分优化工作都由 PRD 一侧在本地同步完成，因此每次迭代都很快。此外，所需的唯一信息分别是机组组合一侧和 PRD 一侧提供的价格信号和能源报价。与 [12], [18], 中提出的每次只由一个电器求解问题的算法相比，同步更新快得多。3）保护隐私。电器只与电网运营商共享有关其消费计划的信息，而且仅向机组组合一侧共享。这种方法还可防止电器之间的不可信联盟根据自身收益操纵主问题的结果。该方法与 [82], [84], 中提出的、要求所有电器共享信息的方法形成对比。4）这是一种基于市场的算法。该算法的首要目标是通过市场实现供需平衡。这为将分布式发电（包括可再生能源）更广泛地纳入电力系统铺平了道路。

本章的结构如下：第4章解释DW的基本原理。在第5.1章中，提出了适用于电网运营商的简化机组组合模型，以及适用于电器（电动汽车和电热水器）的自利算法。第6章讨论了实施该算法的结果。

4. 机组组合与价格响应设备联合成本最小化问题

4.1 价格响应设备参与下的电力系统运行

含 PRD 的电力系统机组组合问题的一些关键要素可表示为

$$\min_{\mathbf{g}_i,\mathbf{d}_j,\mathbf{z}_j,i\in G,j\in D} \sum_{i\in G} c_i(\mathbf{g}_i) + (\text{other costs}) - \sum_{j\in D} b_j(\mathbf{d}_j,\mathbf{z}_j)$$
$$\text{s. t.} \sum_{i\in G} \mathbf{g}_i + \mathbf{g}_0 = \sum_{j\in D} \mathbf{d}_j + \mathbf{d}_0 \quad (1)$$
$$\text{(and other system-level constraints)}$$
$$\text{(and device-level constraints)}$$

在此模型中，G是所有可控电厂的集合，D是价格响应设备的集合。主要决策变量是电厂i的功率输出（$\mathbf{g}_i$），以及设备j的用电量（$\mathbf{d}_j$）。这些向量在次日的每个小时各有一个元素。$\mathbf{z}_j$ 是一个向量，包含设备 j 必须做出的所有其他决策，例如每小时的温度或充电水平。$\mathbf{d}_j$ 和$\mathbf{z}_j$ 共同构成设备j次日的完整运行计划。函数 ci 表示电厂i的发电成本。函数b_j 表示设备j的所有者按照指定运行计划行事时获得的收益，并将其折算为美元金额，即客户为执行该计划愿意支付的最高金额。此处展示的唯一约束是：次日计划的总发电量加上不可控发电量$\mathbf{g}_0$（例如分布式太阳能发电量），必须等于价格响应设备的总需求加上非价格响应市场的需求$\mathbf{d}_0$。

为简洁起见，我们省略了许多其他项：发电厂的启动、停机和运行成本；每座发电厂最小和最大出力水平的约束；最小开机和停机时间；以及正常运行或故障情况下的输电线路负载 [34]–[40]。这些内容可在未来的工作中纳入。

如果我们将问题（1）拆分为发电成本函数 $C(\mathbf{D})$ 和消费收益函数 B(**D**)，如下所示：

$$C(\mathbf{D}) = \min_{\mathbf{g}_i,i\in GK} \sum_{i\in G} c_i(\mathbf{g_i}) + (\text{other system-level costs})$$
$$\text{such that} \sum_{i\in G} \mathbf{g}_i + \mathbf{g}_0 = \mathbf{D} + \mathbf{d}_0 \quad (2)$$
（以及其他系统级约束）

$$B(\mathbf{D}) = \max_{\mathbf{d}_j,\mathbf{z}_j,j\in D} \sum_{j\in D} b_j(\mathbf{d}_j,\mathbf{z}_j)$$
$$\text{such that} \sum_{j\in D} \mathbf{d}_j = \mathbf{D} \quad (3)$$
(device-level constraints)

于是，问题 (1) 简化为

$$\min_{\mathbf{D}} C(\mathbf{D}) - B(\mathbf{D}) \tag{4}$$

换言之，系统运营商必须找到一个消费计划 **D**，使其能够以最低净成本得到满足，其中净成本定义为系统生产成本函数 C**(D)** 减去客户收益 B**(D)**。

5. 基于丹齐格-沃尔夫分解的协调机制

对于大型电力系统，将 PRD 的收益问题详情传达给中央协调器可能颇具挑战。即使中央协调器掌握这些详情，包含数百万个 PRD 的整个机组组合问题也很可能过于庞大，无法在单台计算机上求解。本文提出一种分布式迭代协调机制，该机制基于机组组合问题的 Dantzig-Wolfe 分解，并依靠 PRD 计算该问题中各自负责的部分。

含 PRD 的机组组合问题具有两个使这一方法成为可能的特性。首先，除总产量必须等于总消费量这一要求外，PRD 的局部优化问题可以与主要的机组组合问题分离。其次，PRD 的私有优化问题通常是凸的（往往是线性的），例如选择每小时的消费水平，以便在夜间为电池充电并使其充满。这些特性既适用于各个 PRD 的优化问题，也适用于总体消费收益问题；后者是每个 PRD 各自独立的问题之和。

Dantzig-Wolfe 分解是一种广为人知的迭代技术，可用于求解这类规模过大、无法直接在单台计算机上表示的优化问题 [32], [33], [41]–[43]。因此，对于包含数百万个 PRD 的机组组合问题，这是一个不错的选择。Dantzig-Wolfe 分解还具有一些显著的保证：每次迭代都会得到更好的解；在线性子问题的情况下，算法会在有限时间内收敛；在每次迭代中，原始与对偶目标值之差可用于衡量与最优性的距离；若在收敛前中断，算法始终能提供一个可行解。

Dantzig-Wolfe 分解依赖于关于凸规划的两个事实：(1) 任何可行解都可以表示为该规划极点的凸组合（加权平均值）（也就是说，可行域是由一组称为问题“极点”的点所构成的凸包内部的全部空间）；(2) 该规划的目标函数（净成本）始终可以表示为各极点处目标值的凸组合（也就是说，目标函数是这些相同点处目标值的凸包）。

这些事实使我们能够将消费收益函数重新表述为消费问题各极点上的权重之和：

$$\begin{aligned} B(\mathbf{D}) = \max_{w_k} & \sum_{k\in K} w_k b_k \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{D} = \sum_{k\in K} w_k \mathbf{d}_k \\ & w_k \geq 0, \quad \forall\, k \in K \\ & \sum_{k\in K} w_k = 1 \end{aligned} \tag{5}$$

其中，K 是所有可行点的集合，k 是 K 中的一个索引，$\mathbf{d}_k$ 表示点 k 处的需求，b_k 表示该点处的收益函数值，即 $b_k = B(\mathbf{d}_k)$，而 w_k 表示赋予点 k 的权重。基于此，我们可以将问题 (4) 重写为 Dantzig-Wolfe 主问题：

$$\begin{aligned} \min_{w_k:\, k\in K} C(\mathbf{D}) - B(\mathbf{D}) = C\left(\sum_{k\in K} w_k \mathbf{d}_k\right) - \sum_{k\in K} w_k b_k \\ \text{s.t.} \sum_{k\in K} w_k = 1 \end{aligned} . \tag{6}$$

在此公式中，主问题旨在构造消费计划 **D**——即消费问题各极点的凸组合，使其能够以最低净成本得到满足；净成本定义为系统生产成本函数 C**(D)** 减去客户收益 B**(D)**。

通常无法枚举集合 K 中的所有元素。相反，Dantzig-Wolfe 分解会逐步构建一个子集 K'，该子集定义了最优解 [32] 附近的可行空间。此子集通过在主问题（如式（6）所示）与需求侧子问题之间迭代构建：

$$\min_{\mathbf{D}} \mathbf{p}^T \mathbf{D} - B(\mathbf{D}) \tag{7}$$

此处，**p**是一个分时电价向量。在上一次迭代中，这些电价被设定为主问题 (6) 中满足新增负荷的边际成本（例如，负荷供给约束的对偶值）。当使用这些电价求解消费子问题 (7) 时，

该子问题会找到在这些电价下的最佳消费计划 $\mathbf{D}$ 。该解必须是消费问题的一个极点，因此会得到另一个点 $\mathbf{d}_k$ 和效益值 $b_k = B(\mathbf{d}_k)$，并将其加入极点集合K'。

这一过程持续进行，直到不存在能够改进问题解的新极点，此时问题便收敛到最优消费计划 [32]。如果 $B(\mathbf{D})$ 是线性规划（或等价于线性规划），则其极点数量有限，因此可在有限时间内实现收敛。另一方面，非线性凸规划等价于具有无限多个极点的线性规划。在这种情况下，解会在每一步得到改进，并渐近逼近最优解。

因此，含 PRD 的机组组合问题可按如下方式求解。在每次迭代中，主问题 (6) 从此前报告的所有需求向量中选出最佳组合，并向消费子问题提供暂定价格；随后，消费子问题给出一个需求向量，该向量可在净成本（成本减去收益）相同或更低的情况下得到满足。具体而言，

1. 中央协调器对价格做出初始估计 $\mathbf{p}^{(0)}$.2. 以分布式方式求解消费子问题 (7)：a. 中央协调器将价格向量 $\mathbf{p}_k$ 发送给 PRD。b. 所有 PRD 求解各自的子问题，并返回 $\mathbf{d}_{jk}$ 和 b_{jk}。它们分别是其消费计划，以及对该计划收益的估计（即，他们愿意为遵循此计划支付的金额）。为简便起见或出于隐私保护考虑，收益可以指定为任意偏移量，且该偏移量在所有迭代中保持不变。[2]c. 将各个 PRD 的 $\mathbf{d}_{j,k}$ 和 $b_{j,k}$ 向量相加，得到系统范围内的消费计划 $\mathbf{d}_k$ 和效益值 b_k。

3. 中央协调器将新的需求曲线$\mathbf{d}_k$ 及其效益值b_k 加入到极点K'集合中，并求解主问题 (6)，从先前报告的极点中选取新的组合。如果达到最优性阈值或迭代次数上限，则该过程终止。否则，目标函数和定价结果会略有改善，中央协调器将新的价格$\mathbf{p}_{k+1}$ 设为负荷供给约束的对偶值。然后该过程返回步骤 2。

4. 在迭代结束时，系统协调器将最终的非零权重 w_k 报告给 PRD（也可能报告给家庭或馈线协调器）。随后，这些权重将与先前从各个 PRD 接收的负荷报价相乘。然后，将所得负荷水平分配为各个 PRD 应使用的电力。如果问题收敛，则在最终价格下，这些负荷向量对于各个 PRD 以及整个系统而言都是最优的。如果过程在收敛前停止，则最终价格和负荷向量仍可确定为可行的，并且相较于起始点，无论对系统还是对各个 PRD 都有所改善。

重要的是，该机制可以选择 PRD 先前需求报价的任意组合，而不局限于已报价的确切负荷曲线。对于高度价格敏感型设备，与试图寻找恰当价格以诱导出恰当需求的方法相比，这具有显著优势：(1) 如果电动汽车或客户自有电池等高度价格敏感的 PRD 在多个小时处于边际状态，它们将通过套利消除任何价格差异；这是因为即使小时之间存在极其微小的价格差异，也会导致这些小时之间的负荷大幅转移。因此，在这些设备处于边际状态的期间，有效价格可能保持平坦，无法发出实现特定负荷形状（例如填谷或跟随可再生能源）的信号。相反，还需要数量信号，例如此处提供的信号。(2) 在实践中，基于价格的协调机制通常通过小步调整价格，直到供需平衡。然而，对于无限价格敏感型设备，这种方法并不可行，因为即使

2 对于直接收益在所有可行运行计划之间都不发生变化的设备（例如无论价格如何变化都始终充满电的电动汽车），可以将任何可行计划的收益报告为零。对于不同方案的收益各不相同，收益函数的值也应相应地发生同等幅度的变化。

无穷小变化会导致所有负荷朝一个方向或另一个方向大幅波动；这会使这些方法不断振荡，无法收敛到唯一正确的价格向量（而且如上所述，即使它们找到了正确的价格向量，也无法仅凭这一点得出正确的消耗向量）。在我们下文介绍的研究中，Dantzig-Wolfe机制对于价格高度敏感的设备表现良好：它从均衡点两侧选取需求向量的组合，并迅速趋于收敛。

还应注意，消费子问题可以自然地划分为针对每台设备的独立子问题。随后，只需将价格传递给所有单个设备，让它们分别求解各自的子问题部分，再汇总它们返回的负荷向量和效益值，即可求解主子问题。这使得在实际应用中能够实现高度并行化计算和高效通信。例如，主问题可以由中央协调器求解，而节点协调器负责管理各条配电线路，家庭协调器则负责管理每户中的各个PRD。层级结构中的每一层设备只需向下一级的设备或协调器发送价格向量，然后汇总收到的需求向量和收益。这样一来，每一层的数据量都能缩减几个数量级，因此各层所需带宽极少（只需足以与下一级的几十个单元通信即可）。还值得注意的是，该方法无需任何修改即可纳入高度异质的 PRD，即任何对价格具有凸（理性）响应的设备。

5.1 价格响应设备（PRD）模型

在文献中，负荷分为不可移时负荷、可移时负荷和恒温控制设备（TCA）[44]。不可移时（不可中断）负荷是指必须立即向其供能的负荷。电视机或炉灶属于不可移时负荷。可中断电器是指无需立即使用能量的电器，因为它们配有电池，或每天、每周只需使用一次，且无须紧急使用。电动汽车、洗碗机和烘干机属于这一类。恒温控制设备的能源消耗取决于温度（环境温度或用户设定的温度）。其工作温度（设定温度）可能受环境温度影响，也可能受能量输入/输出的影响，后者分别通过能量消耗或加热/制冷元件补充能量实现。在许多研究中，例如 [18] ，能源管理任务只考虑不可中断负荷和可中断负荷。然而，由于不可移时负荷对任何控制指令（无论来自直接负荷控制还是优化）都没有响应，因此在不失一般性的前提下，可以将其从问题中移除。由于一篇论文不可能展示所有类型负荷的动态响应，而且它们的行为在一定程度上相似，因此选取可移时负荷中的电动汽车和恒温控制设备中的电热水器，作为负荷曲线的代表样本。本节介绍参与市场竞价的 PRD 自收益模型，即电热水器和电动汽车。

5.1.1 电热水器模型

以下给出了电热水器（EWH）的自益模型，其目标是将成本降至最低。该模型基于第 1 节和 [5] 中建立的模型，以线性规划的形式实现日前优化。它是双目标模型，即尝试在成本节约与不适之间取得平衡。在本研究中，我们假设能够完美预知热水需求，并据此优化电力消耗。未来的工作中，我们可以考虑电热水器根据热水使用量的随机预测，像此处所示那样购买电力向量，相关讨论见第 1 节和 [5]。

公式（8）给出了双目标成本函数，旨在将电力使用成本和使用该程序可能导致的不适成本（加热不足的水）降至最低。

$$\min_{\boldsymbol{E}^{\mathrm{in}}\in\mathbb{R}^{24}} \sum_{h\in I} p_h^{\mathrm{p}} E_h^{\mathrm{in}} + p^{\mathrm{s}} E_h^{\mathrm{short}} \tag{8}$$

公式（9）对电热水器的热力学行为进行建模。

$$T_{d,h}^{\mathrm{tank}} = T_{h-1}^{\mathrm{tank}} + \frac{\left(E_h^{\mathrm{in}} - E_h^{\mathrm{w}}\right)}{c^{\mathrm{tank}}} - r^{\mathrm{loss}} \cdot \left(T_h^{\mathrm{tank}} - t_h^{\mathrm{amb}}\right) \tag{9}$$

在公式（10）中，从电网获取的最大能量被限制为电热水器的能量输入容量。

$$E_h^{\mathrm{in}} \le e^{\max} \tag{10}$$

公式 (11) 和 (12) 分别对温度和能量缺口进行建模。它们计算计划可能导致的加热不足的水量。

$$T_h^{\mathrm{short}} \ge t^{\min} - T_h^{\mathrm{tank}} \tag{11}$$

$$E_h^{\text{short}} = e_h^{\text{des}} \frac{T_h^{\text{short}}}{\left(t^{\min} - t_h^{\text{in}}\right)} \tag{12}$$

求解该问题后，编号为 j 的 PRD 会在第 k 次迭代中报告其消耗向量 $\mathbf{d}_{j,k} = [E_0^{\text{in}}, E_1^{\text{in}}, E_2^{\text{in}}, \ldots\ldots, E_{23}^{\text{in}}]$。它还会计算收益 $b_{j,k}$，其数值等于缺口罚金乘以消耗的热水量（该数值可能因计划适应不同电价而随迭代变化）。根据定义，这就是客户愿意为将获得的热水支付的金额，进而也是其愿意为用于生产这些热水的电力支付的金额。

5.1.2 电动汽车模型

电动汽车采用一种简单的成本最小化算法。用户预先设定电动汽车可充电的小时（停车时段）。这些小时通过每小时的最大充电速率表示。即，e_h^{max} 对于小时h。e^{des} 是充电时段结束时所需的能量（即当天所需的总能量）。接下来，成本最小化规划的作用是找出为车辆充电时成本最低的时段。

成本函数如方程（13）所示。目标很简单，就是使用户的电力成本最小化。

$$\text{the anmin}_{\boldsymbol{E}^{\text{in}} \in \mathbb{R}^{24}} \sum_{h \in I} p_h^{\text{p}} E_h^{\text{in}} \tag{13}$$

在该方程中，I是未来一天内所有小时的集合，p_h^{p} 是这些小时各自的电力（暂定）价格，而E_h^{in} 是决策变量，表示每小时用于充电的能量。

充电时段通过方程（14）建模：

$$E_h^{in} \leq e_h^{max} \tag{14}$$

在充电时段内加入电池的总能量必须等于所需的总能量。方程（15）给出了这一约束。

$$\sum_{h \in I} E_h^{\text{in}} = e^{\text{des}} \tag{15}$$

我们使用一个简单的算法来求解这个线性规划：

- 选择一天中可以充电的小时（$e_h max > 0$）。
- 按价格从低到高排列这些小时；若价格相同，则按时间从早到晚排列。
- 从列表中的第一个小时开始，在每个小时增加足够的充电量，以达到 $e_{\text{目标值}}$；或者以 $e_h{}_{max}$ 的速率充电，取两者中较小者。

选定最优充电计划后，电动汽车模型会返回消耗向量 **the** $\mathbf{d}_{j,k} = [E_0^{\text{in}}, E_1^{\text{in}}, E_2^{\text{in}}, \ldots, E_{23}^{\text{in}}]$。使用该算法时，电动汽车始终会充满电，因此无论采用哪种充电计划，其收益都相同。因此，在每次迭代中，每辆电动汽车的收益 $b_{j,k}$ 均报告为零。

5.2 聚合消费效益问题

对于本文所述的 Dantzig-Wolfe 迭代，消费子问题 (7) 被视为一个涵盖系统中所有 PRD 的单一问题。实现方法很简单：向所有热水器模型和电动汽车模型提供相同的价格向量 $\mathbf{p}^p = \mathbf{p}_k$，分别求解每个 PRD 的模型，然后将所有 PRD 的消费计划相加：

$$\mathbf{d}_k = \sum_{j \in J} \mathbf{d}_{j,k} \ , and \ \ b_k = \sum_{j \in J} b_{j,k} \tag{16}$$

随后将这些信息报告给中央协调器。

主问题的最后一次迭代结束后，根据各设备先前的报价，将主问题 (6) 得出的最终权重 w_k 分配回 PRD：

$$\mathbf{d}_j^* = \sum_{k=1}^{N} w_k \mathbf{d}_{j,k} \tag{17}$$

这可以通过将权重报告给设备本身来实现，也可以由家庭或电路协调器计算 $\mathbf{d}_{j,*}$ 并将其报告给设备 j，作为其已购入的电力数量。

通过这种分配，所有 PRD 消耗的总电力与系统级主问题中预期或构建的总量相匹配：

$$\mathbf{D} = \sum_{k=1}^{N} w_k \mathbf{d}_k = \sum_{k=1}^{N} w_k \sum_{j \in D} \mathbf{d}_{j,k}$$
$$= \sum_{j \in D} \sum_{k=1}^{N} w_k \mathbf{d}_{j(k)} = \sum_{j \in D} \mathbf{d}_j^* \quad (18)$$

该框架假设所有 PRD 对价格均具有凸响应，因此不采用为从单个设备中征集的极点（报价）分配不同权重的方案。未来的工作可以纳入具有整数决策的设备（例如，启动后必须运行完整周期的洗碗机或洗衣机）。一种有前景的方案是在馈线（社区）层面微调各 PRD 的权重：对于整数型价格响应设备，要求其权重为整数；同时调整馈线上所有 PRD 的权重，使馈线总量尽可能接近系统请求的总负荷。

5.3 电力系统模型

本文采用一个简单的电力生产模型。我们忽略不可调度发电 $\mathbf{g}_0$ 和非价格响应负荷 $\mathbf{d}_0$, ，因此式（2）的负荷平衡约束变为

$$\sum_{i \in G} \mathbf{g}_i = \mathbf{D} = \sum_{k \in K} w_k \mathbf{d}_k \quad (19)$$

我们还假设系统具有二次生产成本，因此利用可用发电机生产电力 **D** 的最低成本为

$$C(\mathbf{D}) = \sum_{h=1}^{24} a D_h^2 \quad (20)$$

其中，D_h 是需求向量**D**中对应小时h的元素。

这些假设构成了一个简单的系统，每小时的边际成本（$2aD_h$）易于计算。不过，本文所示的方法具有足够的通用性，可适用于任何凸供给侧，例如线性规划，其中边际成本是每小时负荷平衡约束的对偶值。

5.4 最优性差距

到 Dantzig-Wolfe 迭代的第 N 步时，系统中的 PRD 已揭示以下极点（可行消费量向量）：

$$\mathbf{d}_k, \quad k \in K' = 1..N \quad (21)$$

其中，N 是我们已完成的迭代/报价次数，而 $\mathbf{d}_k$ 是第 k 步中所有 PRD 的总消费报价。每个极点对应的客户收益（即他们愿意为该向量支付的最高金额，可能经过常数偏移）为

$$b_k, \quad k \in K' = 1..N \quad (22)$$

其中，b_k 是一个标量，表示各个 PRD 报告的所有收益之和。

由于 EV 和 EWH 模型的可行域是凸的，因此这些报价可以进行任意加权组合。因此，主问题构造出一个消费计划（负荷向量），该计划是先前报价的加权和：

$$\mathbf{D} = \sum_{k=1}^{N} w_k \mathbf{d}_k \quad (23)$$

其中，**D**是构造出的报价（向量，每个小时 h对应一个元素）。

该构造报价的总收益为 $B(\mathbf{D})$，其中

$$B(\mathbf{D}) \geq B'(\mathbf{D}) = \sum_{i=1}^{N} w_k b_k \quad (24)$$

中央协调器并不直接知道 $B(\mathbf{D})$，但经过多次迭代，约化形式表示 $B'(\mathbf{D})$ 将收敛到 $B(\mathbf{D})$ [32] 的实际值。如前文所述，如果 PRD 子问题是线性规划（本文即是如此），这一过程将在有限时间内完成；如果 PRD 问题是凸但非线性的，则会渐近完成 [108]。

Dantzig-Wolfe 分解在每次迭代中都会给出一个最优性差距，该差距可以看作两个度量值之差：S^{best}（目标函数的最佳可能值）和 S^{known}（截至目前找到的最佳目标值）。

在第 k 轮，主问题将 $C(\mathbf{D}) - B'(\mathbf{D})$ 最小化。此时目标函数的值为

$$S^{\text{known}} = C(\mathbf{D}_k) - B'(\mathbf{D}_k) \quad (25)$$

其中，$\mathbf{D}_k$ 表示主问题在第 k 轮选定的 **D** 的值。

S^{known} 是目标函数的一个下界，因为已知该值可以实现。在

主问题是保守的。它是真实$B(\mathbf{D})$函数上各点的加权组合，因此必定小于或等于负荷为$\mathbf{D}_k$时的真实$B(\mathbf{D}_k)$，因为$B(\mathbf{D}_k)$是凸的。$C(\mathbf{D}_k)$同样可以实现，因为它是实际的生产成本函数。

在第k轮求解主问题后，中央协调器向客户提供暂定价格 $\mathbf{p}_k$ ，客户据此提出每小时总购电量$\mathbf{d}_k$。他们还报告称，这些电力为其带来的收益为b_k。

子问题的解 $\mathbf{d}_k$ （收益为 b_k）是最优的，这意味着其他所有$\mathbf{d}$ 取值都会产生相同或更差的目标值，即

$$B(\mathbf{d}) - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d} \le b_k - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d}_k \qquad (26)$$

对所有$\mathbf{d}$均成立，
因此

$$B(\mathbf{d}) \le b_k - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d}_k + \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d} \qquad (27)$$

主问题的解为$\mathbf{D}_k$，生产成本为C（$\mathbf{D}_k$），增量生产成本为$\mathbf{p}_k$，即$\mathbf{p}_k$ 是C（$\mathbf{d}$）在$\mathbf{D}_k$处的梯度。由于C（$\mathbf{d}$）是向下凸的，因此它必定位于该点切平面之上，所以

$$C(\mathbf{d}) \ge C(\mathbf{D}_k) + \mathbf{p}_k \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{D}_k) \qquad (28)$$

对于所有可能的需求向量 d 均成立。

将方程（27）从（28）中相减，得到

$$C(\mathbf{D}) - B(\mathbf{D}) \ge C(\mathbf{D}_k) - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{D}_k - b_k + \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d}_k (29)$$

so

$$S^{\text{best}} = C(\mathbf{D}_k) - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{D}_k - b_k + \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d}_k \qquad (30)$$

因此，最优性差距为

$$\begin{aligned} S^{\text{known}} - S^{\text{best}} &= C(\mathbf{D}_k) - B'(\mathbf{D}_k) \\ &- C(\mathbf{D}_k) + \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{D}_k + b_k - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d}_k \\ &= [b_k - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{d}_k] - [B'(\mathbf{D}_k) - \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{D}_k] \end{aligned} \qquad (31)$$

对于本文，我们始终执行24次迭代，并且仅将最优性差距用作信息性诊断指标。不过，在未来的工作中，我们可以持续迭代，直到差距低于固定限值，或低于直接成本的固定比例 $C(\mathbf{D}_k)$。

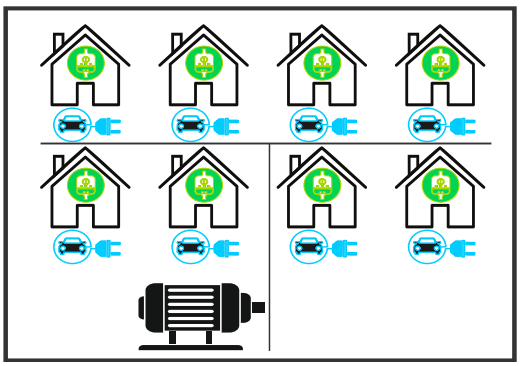

图2 电网结构

6. 结果

6.1 网络结构与问题假设

智能电网的结构如图2所示。该网络为八个家庭供电（共16个电器）。所有负荷均通过一条公共线路连接到电网运营商。在不失一般性的前提下，假设所有单元均由一台分布式发电机（DG）供电，该发电机为所有负荷供电。由于唯一的能量来源是一台可调度机组，且没有会影响发电成本的可再生能源，因此所有小时的边际成本都相同。此外，在该机组组合问题中，不考虑电压和频率调节等电能质量约束，重点在于经济调度。

6.2 负荷类型：

本文假设发电机归所有消费者所有。这意味着运营商仅充当协调器，不寻求自身收益。每位客户支付使用发电机组的运行成本，该成本等于其用电曲线乘以协调器提出的价格。每户仅向协调器发送其能源报价，邻居之间互不知晓彼此的用电模式。

每个家庭都会响应日前价格信号，并发送其网络中所有设备（电动汽车和电热水器）的总能源消耗。如上所述，可参与竞价过程的负荷包括可转移负荷和TCA负荷。为缩小研究范围，我们从可转移负荷中选取电动汽车，并从 TCA负荷中选取电热水器。因此，在本研究中，每个家庭都会响应价格信号，以优化其电动汽车和电热水器的性能

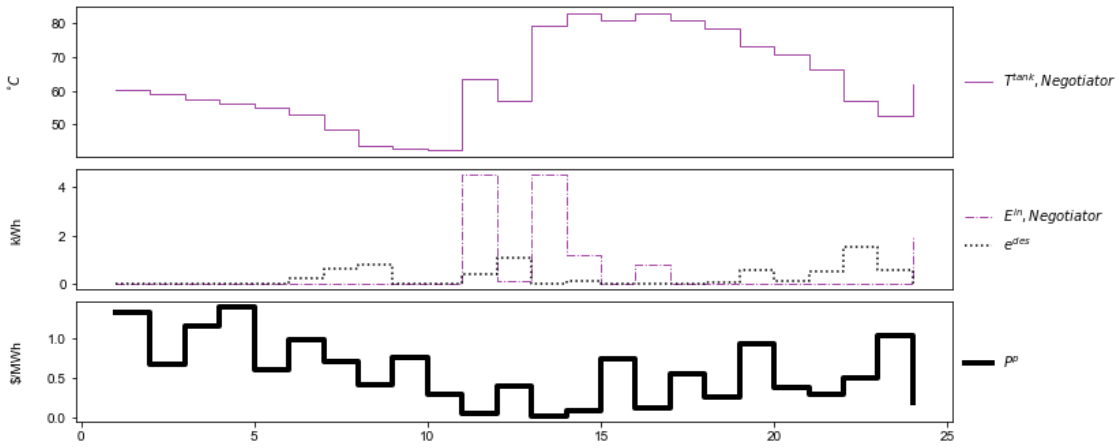

图*3* 电热水器对广播价格的响应

。为简化问题，负荷曲线中移除了所有其他负荷（包括其他不可移时负荷、可移时负荷和温控设备）。

在这个假设情景中，各小时的发电成本相同（因为不存在可再生能源

发电量），且仅存在需求响应负荷，因此理想的总负荷和价格信号在所有时段都应保持平稳。不过，当前模型可以轻松修改，以纳入可再生能源的不可中断负荷。

6.3 单个电器对价格信号的响应及其收益

如前一节所述，本次仿真仅考虑两类电器。此外，负荷分为三大类：1—不可移时负荷、2—可移时负荷，以及3—

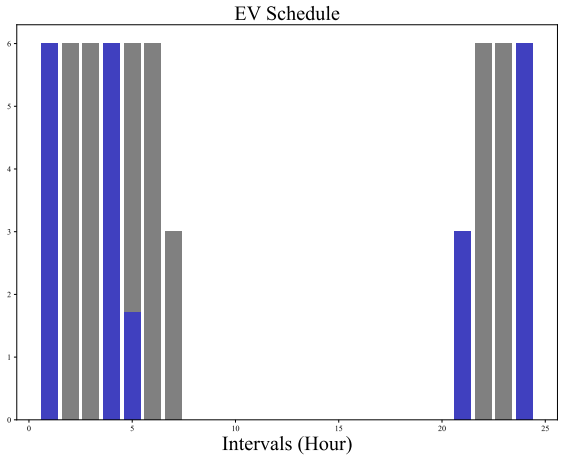

图*4* 电动汽车对广播价格的响应

温控设备。不可移时负荷不会对价格作出响应，其负荷是固定的。因此，为了简化分析并聚焦于本文的论点，我们从负荷曲线中移除了不可移时负荷。本节将重点考察单个电动汽车和电热水器的性能，并展示它们如何通过运行第5.1节提出的优化，响应价格信号并自利地尽可能提高自身收益。

6.3.1 电热水器响应

图3展示了电热水器在一轮优化中对协调器发出的价格信号的响应。根据该价格和对用户能量消耗的预测，电热水器会给出最优解（使自身收益最大化）。电热水器的决策变量——能量使用量——将作为代表电热水器的能源报价发送给聚合商。图中第三部分以黑色显示价格信号。同时，电热水器会预测用户的能量提取量。该预测可以通过分析历史数据并采用机器学习方法得出。本文假设预测是完美的（非概率性的），并在图中间部分以黑色虚线表示。图中展示了通过求解第5.1.1节所述优化问题得到的主要变量。第一部分根据预测显示热水器的实际温度。中间部分的粉色虚线表示电热水器计划使用的能量输入。这一变量会在每轮问题求解后发送给协调器。关于电热水器优化模型的详细讨论见 [5]。

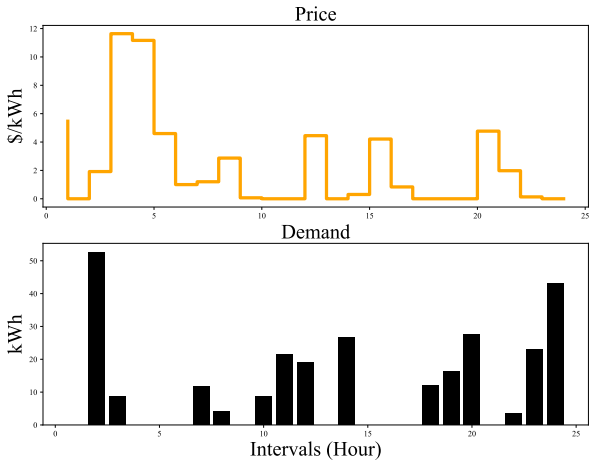

图5 初始负荷与价格曲线

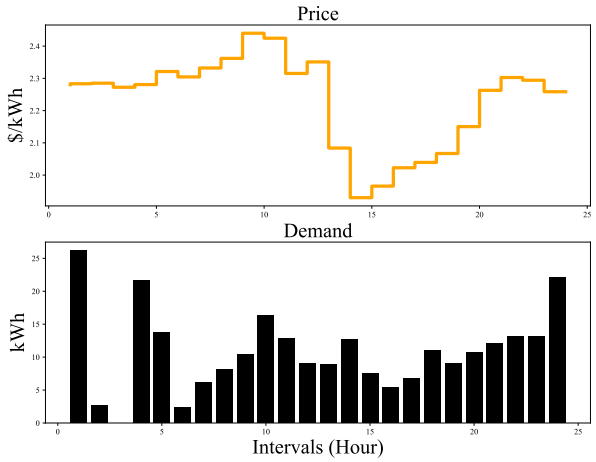

图6 最终负荷与价格曲线

6.3.2 电动汽车响应

图4展示了电动汽车对价格信号的响应。灰色柱形表示电动汽车每小时可吸收的能量。可用性为零的时段表示车辆正在运行，无法在这些时段充电。蓝色柱形表示根据第6.3.2节所述优化结果，电动汽车将吸收的能量。与电热水器响应类似，能量输入是电动汽车的决策变量（蓝色柱形），并作为电动汽车的能源报价发送给协调器。例如，这辆电动汽车在第1、4、21和24小时以满负荷吸收能量，在第5小时则以三分之一的容量运行。

6.4 价格与总需求曲线

在一个所有小时的边际成本都相同（因为该问题没有可再生能源来源）且没有固定负荷的问题中，最终总负荷和价格曲线的理想情形是呈水平直线，即峰均比（PAR）为 1。因此，要评估 DW 算法的性能，我们必须考察所得的总负荷和价格曲线与水平直线相差多远。

图5和图6分别展示了第0步和最后一步的价格信号及总负荷（对该价格的响应）。也就是说，每个电器都会针对该价格进行局部自利优化，并将其计划能量使用量作为能源报价反馈。如图所示，初始需求仅集中在特定时段（如前所述，本研究仅使用电动汽车和电热水器）。这意味着，根据预期电力发电边际成本（基于能源消耗）生成的价格将不再代表发电边际成本。原因在于，PRD会改变其行为以最大化收益

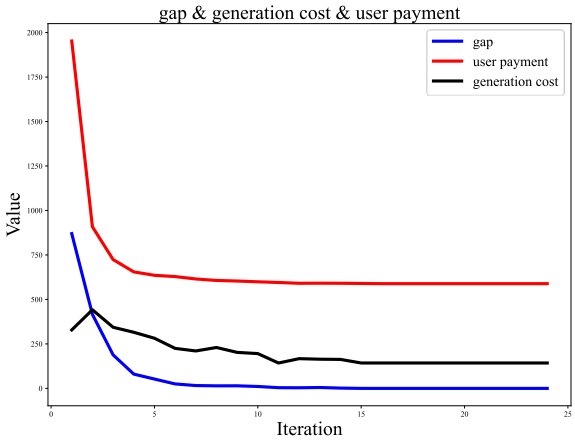

图7 差距、发电成本与用户支付

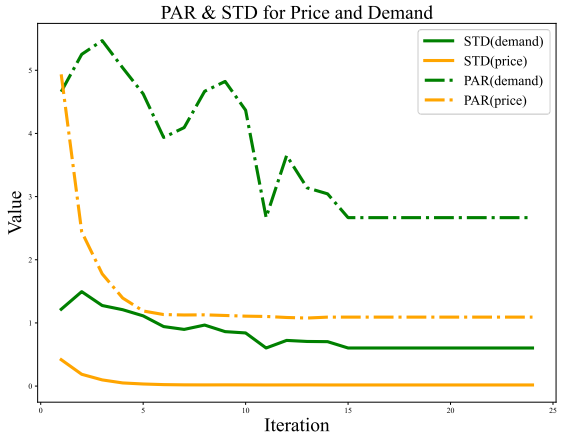

图8 价格与总需求的峰均比和标准差

（这意味着它们会将用电量转移到价格较低的时段）。这种集中会导致原本预计使用较少的时段出现较高的发电成本。如图所示，初始价格在凌晨3点至6点之间较高。这使得这些昂贵时段的能源消耗较低，而峰值时段则记录到54 KWh，导致成本较高。因此，如果协调器仅依据当前预期能源消耗来生成价格，算法将永远无法收敛，并会出现反复振荡的响应。

然而，这正是 DW 算法发挥重要作用的地方。DW 会在每个优化步骤中，从先前报告的各个点之间找到最优点。例如，在优化的第三步中，通过对第一轮和第二轮的出价进行插值，得出的第三步结果会优于前两步。其他步骤也同样如此。例如，在第 n 步中，算法可以获取模型在前 n−1 个点上的行为信息。这意味着它能找到第 n 步的解，至少与前一步一样好，甚至更好。该算法会重复执行，直到系统不再有进一步改善。

图6显示了迭代算法完成优化后的价格和总需求。峰均比显著降低，峰值负荷从 54 KW 降至 26 KW。需要指出的是，在此次仿真中，所有负荷都具有价格响应性。在更贴近现实的场景中，如果部分负荷对价格没有响应，那么峰均比的降幅将小于所有负荷都具有价格响应性时的降幅。如图6所示，价格信号对应的峰均比从 4.7 显著降至 2.6。

6.5 迭代进展

如前所述，在每次迭代中，协调器都会向每户的每个电器发送价格信号。随后，每台设备根据广播的价格信号，在本地求解一个优化问题，以最大化自身收益。当优化达到一定程度后，价格信号广播出去时，所有电器都不再更改其报价。这表明网络已达到全局最优或纳什均衡。图5展示了 DW 随迭代推进的过程。在迭代初期，价格和总需求的波动都很大。此时，价格和总需求的峰均比约为 4.7。随着迭代的推进，峰均比和标准差（STD）逐渐降低。在第 5 次迭代及之后，峰均比降至约 1.1。然而，这种波动仍足以促使负荷响应并改变其用电量。到第 15 次迭代时，负荷对价格的响应不再发生变化。也就是说，算法达到这样一个状态：没有电器希望更改其消费计划（纳什均衡的定义）。这表明算法实现了其首要目标：向每位用户提出价格/能源报价，使其不愿改变自身行为。下一节将讨论该算法的最优性。

6.6 用户支付、发电成本与最优性差距

发电成本和用户总支付分别以红色和黑色显示在图7中。用户支付是该时段的电价乘以总用电量后的总和。发电成本根据公式 (20) 计算。如图7所示，算法开始时，发电成本和用户支付都很高。随着协商（算法迭代）的推进，发电成本和用户支付都会降低。当价格信号发布后，所有电器的消费计划都不再改变（用博弈论的术语来说，它们达到了纳什均衡）。通过公式 (28) 定义的差距以蓝色显示在图7中。差距表示可能得到的最佳答案与当前已知的最佳答案之间的距离。随着算法推进，算法会更新这两个变量的值。在优化后期（本次仿真中的第 15 次迭代），这两个变量之间的距离（差距）保持不变，不再有进一步改进（达到最优点）。或者，正如上一节所述，算法在第 15 次迭代时达到纳什均衡。

7. 结论

随着可再生能源和分布式发电在电力系统中的占比不断提高，越来越需要一种协调算法来实现发电量与用电量之间的均衡。推动智能电网范式目标的一种有效方式，是为这些服务建立市场。因此，本文提出了一种基于市场的协调算法。然而，由于 PRD 的能源消耗会对哪怕极其微小的价格信号变化迅速作出响应，而且缺乏有关各个 PRD 偏好的信息，协调 PRD 可能极具挑战性

。即使尝试获取这些信息，也会危及用户隐私。

为解决这一问题，首先建立一个通用优化问题，同时最小化发电成本和 PRD 的付款。求解此类问题可确保达到一个最优点（或纳什均衡）。然而，由于不了解终端用户的行为，求解如此庞大的问题是不可能的。此外，即使掌握了这些信息（即了解每位用户的选择），求解如此庞大的问题也会耗费大量计算资源（如果能够求解的话）。因此，我们需要一种算法，既能求解如此庞大的问题，又无需获取用户的隐私信息即可达到最优点。

首先，将通用问题拆分为主问题（由运营商求解）和子问题（由电器求解），便无需了解每个电器的偏好。电器只需向运营商申报其能源使用量，作为能源报价。其次，由于优化过程采用分布式方式，算法的迭代速度会非常快。第三，算法的建模方式可确保在有限次迭代内收敛。同时求解子问题并以分布式方式进行处理，使得协调数千台设备成为可能，且不会降低速度。

鉴于基于分布式价格的协调算法具有上述所有优点，本文提出了一种基于 Dantzig-Wolfe 分解的算法。结果部分表明，所提方法仅用 15 步便达到了最优点，同时降低了分布式发电机组和 PRD 的成本，使各方都没有意愿改变自身行为（达到均衡）。

本研究提出了一种仅含一台发电机的简单机组组合模型。该项目的下一步是构建更为详尽的机组组合模型，并在优化模型中纳入发电量和输电约束。鉴于所提算法的高效性和速度，未来有望高效、最优地求解包含 PRD 的大型机组组合问题。

8. 致谢

本研究部分由 Ulupono Initiative 和 Blue Planet Foundation 提供的资助支持。

9. 参考文献

[1] Q. Qdr，“电力市场中需求响应的收益及实现这些收益的建议”，美国能源部，美国华盛顿特区，技术报告，第2006卷，2006年。[2] H. Hui、Y. Ding、Q. Shi、F. Li、Y. Song和J. Yan，“基于5G网络的智能电网物联网需求响应：应用潜力综述”，《应用能源》，第257卷，第113972页，2020年。[3] R. Teng和T. Yamazaki，“基于负荷曲线的智能家居电器协调”，*IEEE*消费者电子学汇刊，第65卷，第1期，第38–46页，2018年。[4] M. D. de Souza Dutra和N. Alguacil，“通过需求响应实现居民用户的最优协调：一种精确的分布式框架”，《应用能源》，第279卷，第115851页，2020年。[5] F. Najafi和M. Fripp，“利用混合整数线性规划对基于舒适度的电热水器模型进行随机优化”，《可持续能源技术与评估》，第42卷，第100834页，2020年。[6] Y. Shi、H. D. Tuan、A. v Savkin、C.-T. Lin、J. G. Zhu和H. V. Poor，“智能电网中需求响应与含可再生能源最优潮流联合协调的分布式模型预测控制”，《应用能源》，第290卷，第116701页，2021年。[7] J. Peppanen和S. Grijalva，“利用粒子群优化进行社区电动汽车充电调度”，载于*2014*年*IEEE*电力与能源学会全体会议 | 会议与博览会，2014年，第1–5页。[8] M. R. V. Moghadam、R. Zhang和R. T. B. Ma，“智能电网中通过实时定价实现应急管理的需求响应”，载于*2014*年*IEEE*智能电网通信国际会议（*SmartGridComm*），2014年，第632–637页。[9] A. Barbato、A. Capone、L. Chen、F. Martignon和S. Paris，“面向智能电网的分布式需求侧管理框架”，《计算机通信》，第57卷，第13–24页，2015年。[10] Y. Xu、W. Liu和J. Gong，“电力系统稳定的多智能体负荷削减算法”，*IEEE*电力系统汇刊，第26卷，第4期，第2006–2014页，2011年。[11] D. Setlhaolo和X. Xia，“带电池储能系统的家用电器最优调度与协调”，《能源与建筑》，第94卷，第61–70页，2015年。

[12] A. de Paola、D. Angeli和G. Strbac，“电力市场中灵活需求分布式协调的基于价格的方案”，*IEEE* 智能电网汇刊，第8卷，第6期，第3104–3116页，2017年。[13] Z. Ma、D. Callaway和I. Hiskens，“大规模插电式电动汽车群体的分散式充电控制：纳什确定性等价原理的应用”，载于*2010*年*IEEE*国际控制应用会议，2010年，第191–195页。[14] L. Gan、U. Topcu和S. H. Low，“具有离散充电速率的电动汽车充电随机分布式协议”，载于*2012*年*IEEE*电力与能源学会全体会议，2012年，第1–8页。[15] L. Jian、Y. Zheng和Z. Shao，“大规模电动汽车集中协调充电的高效填谷策略”，《应用能源》，第186卷，第46–55页，2017年。[16] J. Liu和C. Zhong，“电动汽车储能与分布式可再生能源协调的经济评估”，《能源》，第186卷，第115821页，2019年。[17] L. Gan、U. Topcu和S. H. Low，“电动汽车充电的最优分散式协议”，*IEEE*电力系统汇刊，第28卷，第2期，第940–951页，2012年。[18] A.-H. Mohsenian-Rad、V. W. S. Wong、J. Jatskevich、R. Schober和A. Leon-Garcia，“基于博弈论能源消耗调度的面向未来智能电网的自主需求侧管理”，*IEEE* 智能电网汇刊，第1卷，第3期，第320–331页，2010年。[19] J. Rivera、C. Goebel和H. A. Jacobsen，“面向电动汽车聚合商的分布式凸优化”，*IEEE* 智能电网汇刊，第8卷，第4期，第1852–1863页，2017年7月，doi: 10.1109/TSG.2015.2509030。[20] Z. Ma、D. S. Callaway和I. A. Hiskens，“大规模插电式电动汽车群体的分散式充电控制”，*IEEE*控制系统技术汇刊，第21卷，第1期，第67–78页，2011年。[21] P. Samadi、H. Mohsenian-Rad、R. Schober和V. W. S. Wong，“利用机制设计实现面向未来智能电网的高级需求侧管理”，*IEEE* 智能电网汇刊，第3卷，第3期，第1170–1180页，2012年，doi: 10.1109/TSG.2012.2203341。[22] A. de Paola、V. Trovato、D. Angeli、G. Strbac和A. de Paola，“一种平均场博弈方法，用于“在能量-频率响应市场中运行的温控负荷的分布式控制。”[23] Z. Ma、D. S. Callaway 和 I. A. Hiskens，“大规模插电式电动汽车群体的分散式充电控制”，*IEEE*控制系统技术汇刊，第 21 卷，第 1 期，第 67–78 页，2013，doi: 10.1109/TCST.2011.2174059。[24] R. Tang、S. Wang 和 H. Li，“基于博弈论的交互式需求侧管理：针对智能电网基于价格的需求响应中的动态定价做出响应”，《应用能源》，第 250 卷，130，2019，118 页。[25] A. C. Kizilkale、S. Mannor 和 P. E. Caines，“智能电网中的大规模实时竞价：一种平均场框架”，载于*2012*年*IEEE*第*51*届决策与控制会议（*CDC*），2012，第 3680–3687 页。[26] A. C. Kizilkale、R. Salhab 和 R. P. Malhamé，“基于平均场博弈的智能电网负荷大规模协调的积分控制表述”，*Automatica*，第 100 卷，第 312–322 页，2019。[27] A. de Paola、V. Trovato、D. Angeli 和 G. Strbac，“采用平均场博弈方法，对同时参与能量-频率响应市场的温控负荷进行分布式控制”，*IEEE* 智能电网汇刊，第 10 卷，第 6 期，第 5987–5999 页，2019。[28] Z. Ma、S. Zou、L. Ran、X. Shi 和 I. A. Hiskens，“大规模插电式电动汽车充电的高效分散式协调”，*Automatica*，第 69 卷，第 35–47 页，2016。[29] H. Chen、Y. Li、R. H. Y. Louie 和 B. Vucetic，“基于能源消耗调度和瞬时负荷计费的自主需求侧管理：一种聚合博弈方法”，*IEEE* 智能电网汇刊，第 5 卷，1754，2014，第 4 期，第 1744 页。[30] A. Papavasiliou、S. S. Oren 和 R. P. O’Neill，“风电并网的备用需求：一种基于情景的随机规划框架”，*IEEE*电力系统汇刊，第 26 卷，第 4 期，第 2197–2206 页，2011。[31] F. Gul 和 E. Stacchetti，“ 具有总替代品的瓦尔拉斯均衡”，《经济理论杂志》，第 87 卷，第 1 期，第 95–124 页，1999。[32] G. B. Dantzig 和 P. Wolfe，“线性规划的分解算法”，《计量经济学》，第 767–778 页，1961。

[33] G. Dantzig，线性规划及其扩展。普林斯顿大学出版社，2016。[34] P. Beraldi、D. Conforti、C. Triki 和 A. Violi，“意大利电力市场中的约束竞价出清”，比利时、法国和意大利运筹学学会季刊，第 2 卷，第 1 期，第 35–51 页，2004。[35] T. Alvey、D. Goodwin、X. Ma、D. Streiffert 和 D. Sun，“新西兰批发电力市场的安全约束竞价出清系统”，*IEEE*电力系统汇刊，第 13 卷，第 2 期，第 340–346 页，1998。[36] L. Wu 、 M. Shahidehpour 和 T. Li，“随机安全约束机组组合”，*IEEE*电力系统汇刊，第 22 卷，第 2 期，第 800–811 页，2007。[37] M. Shahidehopour 和 Y. Fu，“Benders分解：将Benders分解应用于电力系统”，*IEEE*电力与能源杂志，第 3 卷，第 2 期，第 20–21 页，2005。[38] E. Ela 和 M. O’Malley，“采用随机安全约束机组组合的日前能源市场概率加权节点边际电价和备用容量价格”，2012。[39] A. Papavasiliou 和 S. S. Oren，“输电受限网络中高风电渗透率下的多区域随机机组组合”，《运筹学》，第 61 卷，第 3 期，第 578–592 页，2013。[40] F. D. Galiana、F. Bouffard、J. M. Arroyo 和 J. F. Restrepo，“耦合能源以及一次、二次和三次备用的调度与定价”，《*IEEE*会刊》，第 93 卷，第 11 期，第 1970–1983 页，2005。[41] P. Wentges，“线性混合整数规划的加权Dantzig-Wolfe分解”，《国际运筹学汇刊》，第 4 卷，162，1997，第 2 期，第 151 页。[42] M. E. Lübbecke 和 J. Desrosiers，“列生成专题选讲”，《运筹学》，第 53 卷，第 6 期，第 1007–1023 页，2005。[43] A. Grothey，“非线性非凸优化问题的分解方法”，Citeseer，2001。[44] M. C. Bozchalui、S. A. Hashmi、H. Hassen、C. A. Canizares 和 K. Bhattacharya，“智能电网中住宅能源枢纽的最优运行”，第 3 卷，第 4 期，第 1755–1766 页，DOI: 10.1109/TSG.2012.2212032。