毫米波 MIMO 系统中六维位姿估计的射影几何视角

Shengqiang Shen*IEEE* 会员，Henk Wymeersch *IEEE* 高级会员

arXiv:2302.00227v2 [eess.SP] 2 Feb 2023

摘要

工作于 30–300 GHz 频段的毫米波（mmWave）系统是 5G 及超越 5G 的基础使能技术之一，能够提供大带宽，不仅支持高速率通信，也可提供精确定位服务，从而支持车辆定位等对精度要求较高的应用。由于用户设备可以在较小的占用空间内配置相对较大的天线阵列，因此得以确定用户方向。对完整用户姿态（联合估计三维位置和三维方向）的估计称为六维定位。传统上，利用天线阵列进行六维定位被认为十分困难，通常通过启发式方法与优化相结合来解决。本文揭示了到达角（AoA）和离开角（AoD）与计算机视觉中广为研究的透视投影模型之间的密切联系。借助这一联系，我们通过改编计算机视觉领域的先进方法来解决六维定位问题。具体而言，首先采用透视投影模型对两个问题进行建模并求解：利用来自多个单天线基站的到达角进行六维位姿估计，以及基于单基站毫米波通信的六维同步定位与建图。数值仿真表明，所提出的估计器性能接近理论性能界。此外，即使不存在视距（LoS）路径，或未知视距/非视距（NLoS）状态，所提出的同步定位与建图方法仍然有效。

索引词

出发角、到达角、姿态估计、同步定位与建图、天线阵列、毫米波通信。

Shengqiang Shen 任职于中国矿业大学信息与控制工程学院，中国徐州 221000（电子邮箱：sshen@cumt.edu.cn）。Henk Wymeersch 任职于瑞典哥德堡查尔姆斯理工大学电气工程系，邮编 41258（电子邮箱：henkw@chalmers.se）。

本研究部分由欧盟委员会通过 H2020 项目 Hexa-X（资助协议编号：101015956）以及瑞典研究委员会通过编号为 2018-03701 的资助予以支持。

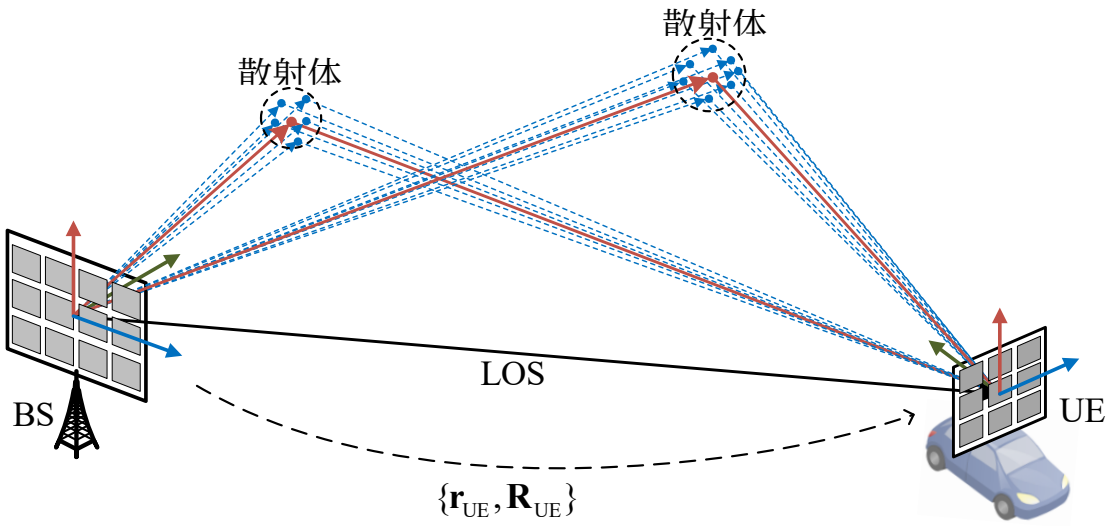


图1：3D MIMO系统示意图，包括一个位姿已知的基站、一个位姿未知的用户设备（位置$\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}$ 和方向$\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$），以及一个包含若干位置未知散射体的环境。

I. 引言

第五代（5G）网络的持续发展旨在拓展其在传统移动宽带之外的用途，并实现精确定位这一关键能力；预计多种新应用都将需要这一能力 [1], ，尤其是车辆应用 [2]。迈向5G演进的诸多发展包括支持侧链路、提升完整性、载波相位定位以及支持降低能力（RedCap）设备 [3], [4]。作为5G及超越5G的关键赋能组件之一，毫米波（mmWave）可提供巨大的带宽以实现高数据速率，并利用蜂窝技术而非独立基础设施提供精确定位服务。在毫米波MIMO系统中，用户设备上能够部署相对大型的天线阵列，从而除了估计用户位置 [5]之外，还能估计用户方向。完整的用户姿态信息不仅有助于提升通信系统的性能 [6], ，还可用于更高层次的应用[7], ，特别是智能交通系统中的驾驶辅助应用和编队行驶[8]。由于成本和/或尺寸限制，能够提供位姿信息的外部设备并非总是可用。因此，人们对利用天线阵列进行位置与方向联合估计（即姿态估计）的兴趣日益增加，本文将其称为六维定位 [9]。

六维定位通常考虑两种系统配置，即多基站和

单基站情况。在多基站情况下，用户试图利用相对于多个基站的位姿相关信息实现六维定位。对于这种情况，大多数工作 [10]–[12]侧重于位置估计，而对方向估计的研究相对较少。在[13], 中，作者假设位置已经估计出来，并利用到达角（AoA）研究了方向估计。然而，据我们所知，位置与方向联合估计仍有待研究。与此同时，对于单基站情况，随着研究的不断深入，许多工作已经对位置与方向联合估计问题进行了研究。得益于毫米波的大带宽和天线阵列，在单基站情况下，估计器利用多径提供的信息实现位置与方向联合估计。该主题的早期研究通常会限制自由度，或聚焦于平面场景。例如， [14]–[17]研究了单基站情况下的二维位置和一维方向。在这些工作中，对估计方法、时钟偏差和理论界等不同方面的分析日益深入。在 [18]–[20], 中，作者在同步条件下研究了三维位置和二维方向。直到最近， [21], [22]才对三维位置和三维方向进行了研究。在 [21], 中，作者针对存在视距（LoS）路径的非同步情况，研究了三维位置和三维方向，即六维定位，并分析了估计方法和理论界。在 [22], 中，作者研究了同步条件下硬件损伤对三维方向与三维位置联合估计的影响。然而，可以看出，针对不存在和存在视距路径的情况处理六维定位的统一框架仍然有待建立。

本文揭示了到达角和离开角与计算机视觉中经过深入研究的透视投影模型之间的密切联系 [23]。这一联系使我们能够通过改造计算机视觉领域最先进的方法来解决六维定位问题。具体而言，我们首先利用透视投影模型对两个问题进行建模并加以求解：基于多个基站到达角的六维位姿估计，以及基于单基站毫米波通信的六维同步定位与建图。主要贡献包括：

- 我们首先介绍天线阵列到达角/离开角的射影几何视角。我们将展示，这一几何视角将到达角/离开角与成熟的透视投影模型联系起来。借助该模型，我们推导出到达角/离开角与基站（BS）位置及用户设备（UE）位姿之间关系的显式表达式。

- 我们重点研究两种应用场景：利用到达角进行六维位姿估计，以及基于毫米波通信的SLAM。一方面，通过透视投影建模，我们提出两种利用到达角进行六维位姿估计的方法：一种是闭式方法，另一种是基于最小二乘（LS）原理的迭代方法。另一方面，对于基于毫米波通信的 SLAM，我们在透视投影建模的基础上，进一步利用极线模型对单基站、单用户设备场景下出发角、到达角与散射点之间的几何关系进行建模。基于这一建模，我们提出两种基于毫米波通信的 SLAM 算法：一种是闭式算法，另一种是迭代算法。

- 通过蒙特卡罗仿真评估所提出算法的性能，并评估结果与克拉美–罗界（CRB）的一致程度，以证明该方法的有效性。在三维传播环境中对所提出的方法进行了全面评估，验证了其在不同表面粗糙度下的性能。

本文其余部分安排如下：第 III 节介绍射影几何建模。第 III 节探讨两个应用场景，并给出所提出的方法以及推导得到的理论下界。第 IV 节给出蒙特卡罗数值比较。最后，第 V 节总结全文。

符号说明

本文引入单位向量 $\mathbf{e}_1 = [1\,0\,0]^{\mathrm{T}}$、$\mathbf{e}_2 = [0\,1\,0]^{\mathrm{T}}$ 和 $\mathbf{e}_3 = [0\,0\,1]^{\mathrm{T}}$。算子 $\bar{\cdot}$ 将笛卡尔坐标中的向量 $\mathbf{x}$ 转换为齐次坐标，即 $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^{\mathrm{T}},\ 1]^{\mathrm{T}}$。点 $\mathbf{x}$ 与 $\mathbf{y}$ 之间的直线记为 $\overrightarrow{\mathbf{xy}}$。算子 $\mathbf{x}_\times$ 生成一个斜对称矩阵

$$\mathbf{x}_\times = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

算子 $\cdot^\wedge$ 通过以下方式将一个 6×1 向量转换为 $\mathfrak{se}(3)$（$SE(3)$ 的李代数）中的一个元素

$$\left([\mathbf{y}^{\mathrm{T}}, \mathbf{x}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\right)^\wedge = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\times & \mathbf{y} \\ \mathbf{0}^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{3\times 1}. \tag{2}$$

我们还引入了简写 $[x_{\ell\in\{1,2,3\}}] = [x_1, x_2, x_3]$。

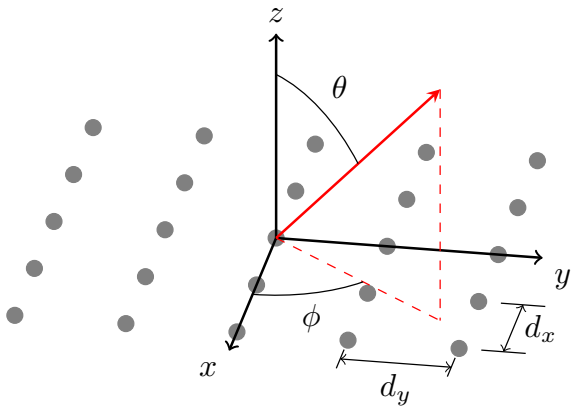


图2：均匀矩形阵列以及方位角 ϕ 和俯仰角 θ示意图。

II. 系统模型与问题表述

A. 一般系统模型

我们考虑如下场景：一个位置已知的单个毫米波多天线基站 $\mathbf{r}_{\mathrm{BS}}$，以及一个位置未知 $\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}$ 且方向未知 $\mathbf{R}_{\mathrm{UE}} \in SO$ 的单个多天线用户设备（3）。在下行传输中，假设基站与用户设备之间存在 $L \geq 1$ 条路径，则子载波 f_n 的信道（表示为 $\mathbf{H}[n] \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$）可表示为 [24]

$$\mathbf{H}[n] = \sum_{\ell \in \mathcal{S}_L} \alpha_\ell e^{-j2\pi\tau_\ell f_n} \mathbf{a}_{N_r}\left(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}\right) \mathbf{a}_{N_t}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{T},\ell}\right), \tag{3}$$

其中，α_ℓ 为 ℓ^{th} 信道增益，τ_ℓ 为 ℓ^{th} 传播时延，且

$$\mathcal{S}_L = \begin{cases} \{0, \ldots, L\} & \text{for LoS case,} \\ \{1, \ldots, L\} & \text{for NLoS case.} \end{cases} \tag{4}$$

传播时延与用户设备位置的关系为

$$\tau_\ell = \begin{cases} B + \|\mathbf{r}_{\mathrm{UE}} - \mathbf{r}_{\mathrm{BS}}\|/c & \ell = 0 \\ B + (\|\mathbf{p}_\ell - \mathbf{r}_{\mathrm{BS}}\| + \|\mathbf{p}_\ell - \mathbf{r}_{\mathrm{UE}}\|)/c & \ell > 0, \end{cases} \tag{5}$$

其中，B 是用户设备的未知时钟偏差，$\mathbf{p}_\ell$ 是散射体的位置，并假设最多发生单次反射。[1] 此外，$N_r = N_{r,x}N_{r,y}$ 是用户设备阵列中的天线单元数量，其中沿局部 x 轴方向有$N_{r,x}$ 个天线单元，沿局部 y 轴方向有$N_{r,y}$ 个天线单元。

[1]由于毫米波传播特性，多次反射产生的接收功率可以忽略不计[14], [25]。

类似地，$N_t = N_{t,x}N_{t,y}$ 是基站阵列中的天线单元数量。我们关注平面天线阵列，并且不失一般性地考虑如图2所示的均匀矩形阵列。波前的角度信息（例如出发角/到达角）通常由方位角和俯仰角 $\boldsymbol{\psi} = [\phi, \theta]^{\mathrm{T}}$表示，这些角度确定了法向量

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \cos\phi \sin\theta \\ \sin\phi \sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix} \tag{6}$$

波前方向。因此，导向矢量 $\mathbf{a}_{N_r}(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}) \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ 定义为

$$\mathbf{a}_{N_r}\left(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}\right) = \mathfrak{a}_1\left(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}\right) \otimes \mathfrak{a}_2\left(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}\right), \tag{7}$$

with

$$\left[\mathfrak{a}_1\left(\boldsymbol{\psi}\right)\right]_m = e^{j\pi m \sin(\theta)\sin(\phi)},\ m \in \{0, \ldots, N_x\} \tag{8}$$

$$\left[\mathfrak{a}_2\left(\boldsymbol{\psi}\right)\right]_m = e^{j\pi m \sin(\theta)\cos(\phi)},\ m \in \{0, \ldots, N_y\}, \tag{9}$$

假设天线间距为半波长。出发角 $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{T},\ell} \in \mathbb{R}^{2\times 1}$ 和导向矢量$\mathbf{a}_{N_t}(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{T},\ell})$的定义方式类似。

B. 问题*1* – 毫米波 *MIMO* 快照 *SLAM*

目标是根据信道$\mathbf{H}[n]$的估计，同时估计用户设备位姿$\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}$,$\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$ 以及散射体的位置$\mathbf{p}_\ell$，$\ell \in \{1 \ldots, L\}$。基于毫米波通信的 SLAM 通常通过一系列多步流程 [14], [26]实现这一目标：

1) 根据观测到的导频信号，估计 $n \in \{1, \ldots, N_f\}$ 的信道矩阵$\mathbf{H}[n]$（这并非本文的核心内容，将在第 V 节讨论）；2) 对所有N_f 子载波，根据$\mathbf{H}[n]$ 估计（有效）参数向量$\mathbf{z}_\ell = [\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}, \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{T},\ell}, \tau_\ell, \alpha_\ell]^{\mathrm{T}}$；3) 根据参数向量集合 $\mathcal{Z} = \{\mathbf{z}_0, \ldots, \mathbf{z}_{\hat{L}}\}$估计用户设备位姿和散射体的位置，即 SLAM，其中 L 为检测到的路径数。

除非另有说明　否则，我们将假设我们不知道是否存在视距路径　.

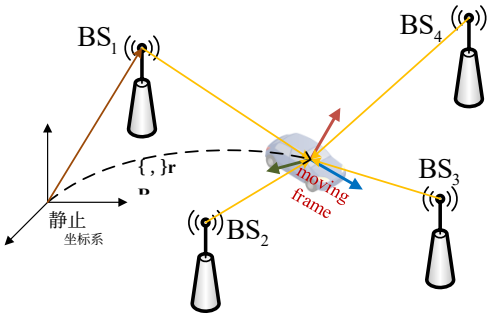


图 3：使用相对于 4 个基站的到达角进行六维位姿估计的示意图。

C. 问题 *2*——仅基于*AoA*的姿态估计

在这个问题中（如图 3 所示），目标是在纯视距传播条件下，基于窄带下行信号，根据多个位置已知的单天线基站对应的到达角，估计接收机姿态。在这种情况下，从基站 i 到用户设备的信道可简化为 $\boldsymbol{h}_i = \alpha_i \mathbf{a}_{N_r}(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\,i})$。目前有许多可用于估计到达角的算法，例如 MUSIC 算法 [27, 第 9.3 节2],。然而，基于到达角的姿态估计仅得到部分讨论，即只考虑位置估计或姿态估计，例如 [13], [28], 。因此，位置和方向的联合估计，也就是位姿估计，尚未得到充分讨论。

III. 计算机视觉背景及其与到达角和出发角的关系

本节将简要介绍计算机视觉中的基本结果，随后说明如何将这些结果应用于表达毫米波多输入多输出通信系统中的到达角和出发角。

A. 透视投影模型

考虑一个理想的透视相机，以及点 P，它在相机坐标系中的齐次坐标为 $\bar{\mathbf{x}}_{\mathrm{cam}} \in \mathbb{R}^4$，在系统坐标系中的齐次坐标为 $\bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^4$。这些坐标通过以下坐标变换相互关联：

$$\bar{\mathbf{x}}_{\mathrm{cam}} = \mathbf{T}\bar{\mathbf{x}}, \tag{10}$$

其中，矩阵 $\mathbf{T} \in SE(3)$ 属于特殊欧几里得群 $SE(3)$，并通过其逆矩阵定义

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{r} \\ \mathbf{0}_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix}, \tag{11}$$

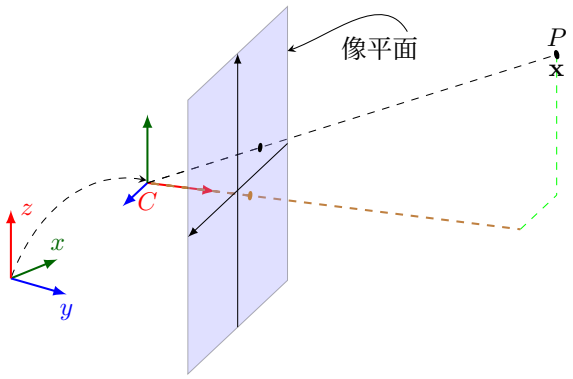


图4：位置为$\mathbf{r}$ 、方向为$\mathbf{R}$的相机的透视投影模型，展示了点 P的图像坐标$\mathbf{v}$ 。

其中， $\{\mathbf{r},\mathbf{R}\}$ 表示相机的位姿，由位移向量 $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$ 和旋转矩阵 $\mathbf{R} \in SO(3)$ 组成，如图4所示。

点 P 的图像坐标$\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ （见图4）由所谓的透视投影模型给出，如 [23, 第6节1]所示

$$s\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{P}\bar{\mathbf{x}}_{\text{cam}}, \tag{12}$$

其中， $\bar{}\mathbf{v}$ 是图像点$\mathbf{v}$的齐次坐标， s 是尺度因子（$s = 1/\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{\text{cam}}$），而$\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{3\times4}$ 是投影矩阵，定义如下：

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} h,0,0 \\ 0,h,0 \\ 0,0,1 \end{bmatrix} [\mathbf{I}_{3\times3}\ \mathbf{0}_{3\times1}], \tag{13}$$

其中， h是相机焦距（即像平面的距离）。

考虑式（10）–（12），并仅保留$\mathbf{v}$ $\bar{}$的前两个元素，可得三维点 P 的二维图像坐标 $\mathbf{v}$ 与其在系统坐标系中的三维坐标$\mathbf{x}$ 之间的简洁关系：

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{KT}\bar{\mathbf{x}}}{\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{T}\bar{\mathbf{x}}} \in \mathbb{R}^{2\times1}, \tag{14}$$

其中

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} h,0,0,0 \\ 0,h,0,0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times4}. \tag{15}$$

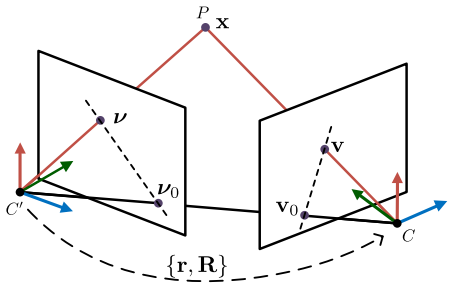


图 5：对极建模，涉及共同点 P（其系统坐标为$\mathbf{x}$）相对于两台相机（C，C'）的图像坐标。极点为$\mathbf{v}_0$ 和 $\boldsymbol{\nu}_0$。图中以虚线标出了两条极线。

B. 极线模型

现在考虑两个相机，分别记为 C和 C'，以及一个点 P。现在我们用 $\{\mathbf{r}, \mathbf{R}\}$ 表示相机 C 相对于相机 C' 的相对位姿（见图 5）。点 P对应两个图像坐标，分别记为 $\boldsymbol{\nu}$ 和 $\mathbf{v}$；它们通过相对位姿 $\{\mathbf{r},\mathbf{R}\}$相互关联。本节将描述这种关系。

两台相机的中心可以用一条直线连接。这条直线称为计算机视觉中的基线，它与像平面相交于两点，即$\mathbf{v}_0$ 和 $\boldsymbol{\nu}_0$，这两点称为极点。连接图像平面中一个图像点与极点的直线称为极线，例如直线 $\overrightarrow{\mathbf{v}_0\mathbf{v}}$。由此可知，对于一幅图像中的每个点$\mathbf{v}$，另一幅图像中都存在一条对应的极线 $\overrightarrow{\boldsymbol{\nu}_0\boldsymbol{\nu}}$。第二幅图像中与点$\mathbf{v}$匹配的任意点 $\boldsymbol{\nu}$ 都必须位于极线 $\overrightarrow{\boldsymbol{\nu}_0\boldsymbol{\nu}}$上。计算机视觉中，以上图像点之间的关系由极线模型描述，参见 [23, 第 9 节。6]

$$\bar{\boldsymbol{\nu}}^{\mathrm{T}}\mathbf{E}\bar{\mathbf{v}} = 0, \tag{16}$$

其中

$$\mathbf{E} = \mathbf{r}_{\times}\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3\times 3} \tag{17}$$

是所谓的本质矩阵。本质矩阵用于计算机视觉中，基于匹配图像点确定两台相机之间的相对位姿。

C. 出发角/到达角的射影几何视角

现在，我们可以将透视投影模型和极线模型与毫米波MIMO系统中的到达角和出发角联系起来。由于天线互易性，以下我们重点讨论接收端的到达角，而发射端的出发角也可得出类似结论。

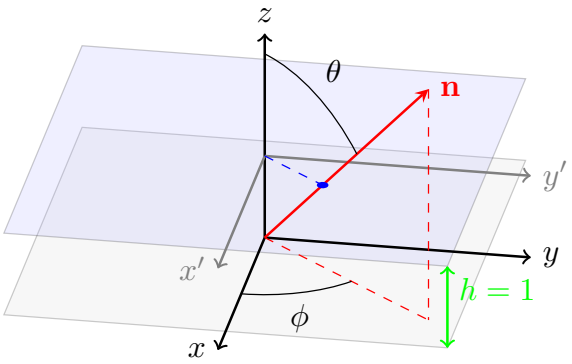


图6：均匀矩形阵列虚拟平面的示意图。

我们回顾一下，波前的角度信息（例如出发角/到达角）通常由方位角和俯仰角（ϕ, θ）表示，它们确定了法向量

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \cos\phi\sin\theta \\ \sin\phi\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix} \tag{18}$$

波前方向。现在考虑物理天线平面（例如阵列坐标系中的 XY平面）以及位于 $z = 1$、与XY平面平行的虚拟平面，如图6所示。显然，每个波前方向 $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^3$ 都可以一一映射到该平面上的一个二维点，即虚拟平面与穿过原点、沿波前方向的直线的交点 $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{2\times 1}$，用（齐次坐标表示）

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{n}}{(\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{n})} = \begin{bmatrix} \cos\phi\tan\theta \\ \sin\phi\tan\theta \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{19}$$

直线 $\overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathrm{BS}}\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}}$ 指定了直达路径在用户设备接收端的波前方向。类比相机，若将基站视为物点、将用户设备天线中心视为相机中心，引入虚拟平面后，$\mathbf{v}$ 可视为点$\mathbf{r}_{\mathrm{BS}}$ 沿直线 $\overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathrm{BS}}\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}}$在用户设备处投影到虚拟平面上的“投影”点，符合图4所示的透视投影模型。因此，进一步假设接收机在系统坐标系中的方向由$\mathbf{R}_{\mathrm{UE}} \in SO(3)$描述，那么根据式(14)，坐标v </style}为

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{K}\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}\bar{\mathbf{r}}_{\mathrm{BS}}}{\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}\bar{\mathbf{r}}_{\mathrm{BS}}} \in \mathbb{R}^{2\times 1}, \tag{20}$$

其中，矩阵$\mathbf{T}_{\mathrm{UE}} \in SE(3)$通过其逆矩阵定义

$$\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathrm{UE}} & \mathbf{r}_{\mathrm{UE}} \\ \mathbf{0}_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix}, \tag{21}$$

且$\mathbf{K}$ 在式（15）中定义，其中包含 $h = 1$。因此，根据式（18）–（20），我们利用透视投影模型，将角度信息（由$\mathbf{v}$、$\mathbf{n}$ 或 (θ, ϕ)表示）与基站位置$\mathbf{r}_{\mathrm{BS}}$及用户设备位姿$\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}$ 联系起来。对于出发角，我们也有类似的关系，即

$$\boldsymbol{\nu} = \frac{\mathbf{K}\mathbf{T}_{\mathrm{BS}}\bar{\mathbf{r}}_{\mathrm{UE}}}{\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{\mathrm{BS}}\bar{\mathbf{r}}_{\mathrm{UE}}} \in \mathbb{R}^{2\times 1}, \tag{22}$$

其中$\mathbf{T}_{\mathrm{BS}}$ 表示基站的位姿。

IV. 毫米波 MIMO 位姿估计的射影几何解法

基于关系式（20）和（22），我们现在可以用透视投影模型重新表述第 II-B 节和第 II-C 节中的问题，以便应用计算机视觉方法。我们先从问题 2 开始，因为它较为简单。

A. 问题 *2* 的解法——仅基于*AoA*的姿态估计

透视投影模型为我们提供了一种新的数学描述，可简化图 3 中的问题。根据到达角得到虚拟点后，该问题便转化为根据三维到二维点的对应关系（$\mathbf{r}_{\mathrm{BS},i}, \mathbf{v}_i$）、 $i = 1$、. . .、I 估计用户设备位姿，这与根据三维地标点到二维图像˜的对应关系估计相机位姿的问题类似。我们将观测矩阵记为 $\mathbf{V} = [\tilde{\mathbf{v}}1, \ldots, \tilde{\mathbf{v}}_I]$，其中包含根据式（19）将到达角（$\phi_i, \theta_i$）转换得到的观测虚拟点 $\tilde{\mathbf{v}}_i$， $i \in \{1, \ldots, I\}$。我们还引入 $\mathbf{V}(\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}) = [\mathbf{v}1, \ldots, \mathbf{v}_I]$，将其作为 $\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}$ 的函数，其中 $\mathbf{v}_i$ 由式（20）建模。基于这些表述，可以应用标准计算机视觉方法，包括闭式解，例如透视 n 点（PnP）算法 [29, 12；2], 以及以下迭代方法

$$\text{minimize} \quad \left\| \tilde{\mathbf{V}} - \mathbf{V}(\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}) \right\|_F^2 \tag{23a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{T}_{\mathrm{UE}} \in SE(3) \tag{23b}$$

为了求解$\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}$。问题（23）可以使用现成的相机算法工具箱求解，也可以使用闭式算法（例如 PnP 算法）进行初始化。

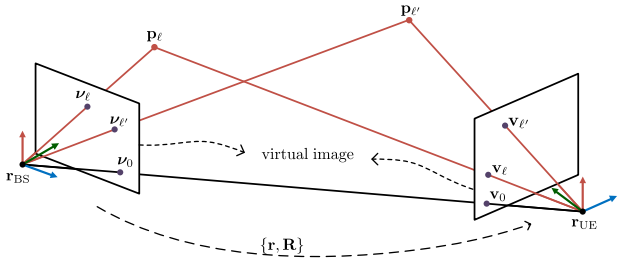


图 7：对极建模中的三维 MIMO 信道示意图。

最后，我们指出，由于位姿有六个自由度，且每个对应关系会产生两个约束，因此至少需要 $I = 3$ 个基准来估计位姿 [23, 第 7 节。3]。

B. 问题*1*的解——毫米波 *MIMO* 快照 *SLAM*

继续讨论问题1，我们关注第 II-B 节中的步骤 3，并假设到达角和出发角的估计值已知。为简化分析，我们将基站位姿设为$\mathbf{R}_{\mathrm{BS}} = \mathbf{I}_3$ 且 $\mathbf{r}_{\mathrm{BS}} = \mathbf{0}_{3\times 1}$，即将系统坐标系设置为与基站天线对齐，此时用户设备位姿由其相对于基站的相对位姿给出。我们对用户设备和基站天线阵列均应用透视投影模型，使每个散射点在各自的虚拟平面上形成一个虚拟点，如图 7 所示。可以看出：(i) 视距路径由基线表示，该基线与虚拟平面分别在$\mathbf{v}_0$（用户设备处）和 $\boldsymbol{\nu}_0$（基站处）相交；(ii) 每个散射点$\mathbf{p}_\ell$ 均“投影”为两个虚拟点，分别位于$\mathbf{v}_\ell$（用户设备处）和 $\boldsymbol{\nu}_\ell$（基站处）。因此，发射机、接收机与散射点之间的几何关系可以由第 III-B 节中的极线模型描述为：

$$\bar{\boldsymbol{\nu}}_\ell^{\mathrm{T}} \mathbf{E} \bar{\mathbf{v}}_\ell = 0, \quad \text{for } \ell \in \mathcal{S}_L, \tag{24}$$

其中，本质矩阵 $\mathbf{E} = (\mathbf{r}_{\mathrm{UE}})_\times \mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$ 完整描述了用户设备位姿。

现在我们着手解决 SLAM 问题，借鉴现有的计算机视觉方法，并在必要时进行修改。请注意，为了获得一种闭式 SLAM 方法（总结见算法 1），我们忽略了角度估计误差和信道增益估计值等影响。随后，可以将这些影响纳入适当的最大似然方法中，并使用我们的方法进行初始化。我们还忽略了式（3）中的路径可能并非全部可分辨这一影响。该影响将在第 V 节的数值结果中予以考虑。

~ ~我们从 AoA $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}$、AoD $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{T},\ell}$和时延 $\tilde{\tau}_\ell$的估计值开始，适用于 $\ell \in \mathcal{S}_L$。此处 ˜ 用于表示观测（输入），而 ˆ 用于表示估计值（输出）。

算法 1 闭式算法概述

输入： $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{R},\ell}$ $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{T},\ell}$, $\tilde{\tau}_\ell$, 对于 $\ell \in \mathcal{S}_L$

基于（19）获取 $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_\ell$ 和 $\tilde{\mathbf{v}}_\ell$

估计本质矩阵 $\hat{\mathbf{E}}$基于 $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_\ell$，以及 $\tilde{\mathbf{v}}_\ell$

估计 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{UE}}$, 以及$\hat{\mathbf{n}}_r$ 基于 $\hat{\mathbf{E}}$

基于 $\check{\mathbf{p}}_\ell$ 的三角测量 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{UE}}$, $\hat{\mathbf{n}}_\mathbf{r}$, $\tilde{\mathbf{v}}_\ell$和 $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_\ell$

对 $\hat{s}$ (25) 进行度量重建，并恢复 $\hat{\mathbf{p}}_\ell$ 和 $\hat{\mathbf{r}}_{\mathrm{UE}}$,

1) 阶段 *1*：根据 *AoD* 和 *AoA* 估计虚拟点和本质矩阵：$\tilde{}$ $\tilde{}$首先，我们将 AoD 和 AoA 的估计值转换为虚拟点，即根据式 (19)，将 $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{R},\ell}$ 和 $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{T},\ell}$ 转换为$\mathbf{v}_\ell$ 和 $\boldsymbol{\nu}_\ell$，适用于 $\ell \in \mathcal{S}_L$。然后，根据多组$\mathbf{v}_\ell$ 和 $\boldsymbol{\nu}_\ell$，可以使用例如 [30], [31]中给出的算法来估计本质矩阵$\mathbf{E}$ 。

ˆ2) 阶段 *2*：根据估计值计算相对用户设备位姿$\mathbf{E}$*:* 此步骤可通过对$\mathbf{E}$ 应用第 9.6.2 节和第 9.6.3]节中的基于奇异值分解的算法 [23,来实现，从而估计方向$\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$ 以及位置$\mathbf{n_r} = \mathbf{r}_{\mathrm{UE}}/\|\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}\|$的法向量。请注意，在此步骤中，用户设备的位置只能估计到一个尺度因子，因此位置只能估计到单位向量$\mathbf{n_r}$。

3) 阶段 *3*：通过三角测量计算 *3D* 散射点：根据$\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$、$\hat{\mathbf{n}}_\mathbf{r}$、 $\tilde{\mathbf{v}}_\ell$和 $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_\ell$，例如，可以使用第 12.2] 节中的齐次方法 [23, 来估计散射位置（同样只能估计到一个尺度因子），并将其记为 $\check{\mathbf{p}}_\ell, \ell \in \{1, \ldots, L\}$。

4) 阶段 *4*：尺度恢复：为了恢复尺度因子，从而完整恢复相对用户设备位姿和散射位置，计算机视觉方法需要了解场景的整体尺度。由于在毫米波 MIMO 位姿估计中无法做到这一点，我们转而依赖估计得到的传播时延。我们引入估计时延向量， $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$ 其中$\breve{}$ $\breve{}$ $[\tilde{\boldsymbol{\tau}}]_\ell = \tilde{\tau}_\ell$, $\ell \in \mathcal{S}_L$，以及相应的缩放路径长度向量 $[\mathbf{d}]_\ell = d_\ell$, $\ell \in \mathcal{S}_L$，和$\breve{d}_\ell = \|\check{\mathbf{p}}_\ell\| + \|\check{\mathbf{p}}_\ell - \hat{\mathbf{n}}_\mathbf{r}\|$。在正确的缩放 s 下，我们回顾一下 $\tilde{\tau}_\ell = s\breve{d}_\ell/c + B$。为消除$\breve{}$时钟偏差，我们引入差分测量 $\mathbf{D}\tilde{\boldsymbol{\tau}}$ 和 $\mathbf{Dd}$，其中 $\mathbf{D}$ 是一个 $|\mathcal{S}_L| \times |\mathcal{S}_L|$二进制矩阵。该矩阵构造为 $\mathbf{D} = \mathbf{I}_{|\mathcal{S}_L|} - \mathbf{D}'$，其中 $\mathbf{D}'$ 在主对角线之外恰好有一个“1”

每一行，　　的位置。[2] 于是，$\mathbf{D}\tilde{\boldsymbol{\tau}} = s\mathbf{D}\breve{\mathbf{d}}/c$，因此可求得缩放因子：

$$\hat{s} = \frac{c}{\left|\mathcal{S}_L\right|} \sum_{\ell \in \mathcal{S}_L} \frac{[\mathbf{D}_s \tilde{\boldsymbol{\tau}}]_\ell}{[\mathbf{D}_s \breve{\mathbf{d}}]_\ell}. \tag{25}$$

最后，分别通过 $\hat{\mathbf{r}}_{\mathrm{UE}} = \hat{s}\hat{\mathbf{n}}_{\mathbf{r}}$ 和 $\hat{\mathbf{p}}_\ell = \hat{s}\breve{\mathbf{p}}_\ell$ 恢复接收机和散射点的位置。

C. 问题*1*——讨论、变体与改进

1) 无视距知识时的可辨识性：极线模型还给出了使用出发角、到达角和传播时延的估计值进行 SLAM 所需的最少不同散射点数量：估计本质矩阵至少需要五对不同的虚拟点对应关系 [29, 第 13.3 节2] ，例如使用五点算法（简要介绍见附录 A，更多详情请参阅 [30], [31] ）。因此，为了利用出发角、到达角和传播时延的估计值解决六维用户设备位姿和三维散射位置估计的 SLAM 问题，估计器在视距和非视距场景下分别需要四个和五个不同的散射点。

2）已知视距时的可辨识性：如果我们知道视距路径存在，则可以进一步改进这些方法（参见附录 B），并将散射点的数量减少至一个，这与文献中的做法一致 [21]。需要注意的是，在这种情况下，式（25）中$\mathbf{d}$ 内对应于视距路径的元素为常数 1，这是因为缩放路径长度经过归一化，使得缩放视距距离为范数 1。

3）迭代精化：除上述由一系列步骤组成的闭式解外，我们还基于加权最小二乘（LS）原理提出了一种直接估计方法，其表达式为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\Theta}} &= \arg\min_{\boldsymbol{\Theta}} \mathcal{L}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\Theta}), \\ &s.t.\ \mathbf{T}_{\mathrm{UE}} \in SE(3) \end{aligned} \tag{26}$$

其中，参数集为 $\boldsymbol{\Theta} = \{\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}, \mathbf{P}\}$，$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \ldots, \mathbf{p}_L]$，观测向量为$\mathbf{y}$ =vec（$\mathbf{y}_{\ell \in \mathcal{S}_L}$），其中$\mathbf{y}_\ell = \left[\tilde{\boldsymbol{\nu}}_\ell^{\mathrm{T}}, \tilde{\mathbf{v}}_\ell^{\mathrm{T}}, \tilde{\tau}_\ell\right]^{\mathrm{T}}$。在式（26）中，目标函数 $\mathcal{L}$（$\mathbf{y}$ $\boldsymbol{\Theta}$）定义为

$$\begin{aligned} &\mathcal{L}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\Theta}) = \\ &\sum_{\ell \in \mathcal{S}_L} w_{1,\ell} \|\tilde{\boldsymbol{\nu}}_\ell - \boldsymbol{\nu}_\ell\|^2 + w_{2,\ell} \|\tilde{\mathbf{v}}_\ell - \mathbf{v}_\ell\|^2 + w_{3,\ell} \left[\mathbf{D}_s(\tilde{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\tau})\right]_\ell^2, \end{aligned} \tag{27}$$

[2]在该 s UE 与基站同步的特殊情况下，B 已知为 0，因此可以使用 $\mathbf{D} = \mathbf{I}_{|\mathcal{S}_L|}$。

其中，w_i对于 $i \in \{1,2,3\}$是权重因子，应适当反映估计精度$\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{R},\,\ell}$, $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{T},\,\ell}$和 $\tilde{\tau}_{\ell}$。(26) 中的约束意味着 $\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_{\mathrm{UE}} = \mathbf{I}$，$\det(\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}) = +1$。考虑到 $SE(3)$ 是一个流形，可以通过在相应流形 [32] 上采用高斯-牛顿方法求解 (26) 的优化问题，从而将上述优化问题转化为流形上的无约束优化问题，并通过迭代过程求解。每次迭代的更新步骤为 [33, 式 7。196]

$$\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}^{t+1} = \exp\left(\left(\kappa_{\mathbf{T}}^{t}\boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{T}}^{t}\right)^{\wedge}\right)\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}^{t}, \tag{28}$$

$$\mathbf{p}_{\ell}^{t+1} = \mathbf{p}_{\ell}^{t} + \kappa_{\mathbf{p}_\ell}^{t}\boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{p}_\ell}^{t} \quad \ell \in \{1,\ldots,L\} \tag{29}$$

其中，$\kappa_{\mathbf{T}}^{t} > 0$ 和 $\kappa_{\mathbf{p}_\ell}^{t} > 0$ 分别控制$\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}$ 和$\mathbf{p}_\ell$的增量步长。在（28）中，更新方向的计算方式为

$$[\boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{T}}, \boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{p}_1}, \ldots, \boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{p}_L}]^{\mathrm{T}} = (\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\boldsymbol{\mu})^{\dagger}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}) \tag{30}$$

其中，$(\cdot)^{\dagger}$ 是由 [34, 式 7.32]定义的加权伪逆

$$(\mathbf{J})^{\dagger} = (\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{J})^{-1}\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}, \tag{31}$$

$\mathbf{W} = \mathrm{diag}(\mathrm{vec}(\mathbf{w}^{\ell\in\mathcal{S}_L}))$，$\mathbf{w}_\ell = [w_{1,\ell}, w_{1,\ell}, w_{2,\ell}, w_{2,\ell}, w_{3,\ell}]^{\mathrm{T}}$ $\boldsymbol{\mu} = \mathrm{vec}(\boldsymbol{\mu}_{\ell\in\mathcal{S}_L}) \in \mathbb{R}^{5|\mathcal{S}_L|\times 1}$，其中 $\boldsymbol{\mu}_\ell = \left[\boldsymbol{\nu}_\ell^{\mathrm{T}}, \mathbf{v}_\ell^{\mathrm{T}},\ [\mathbf{D}_s\boldsymbol{\tau}]_\ell\right]^{\mathrm{T}}$，$\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\boldsymbol{\mu} = [\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}_{\ell\in\mathcal{S}_L}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{5|\mathcal{S}_L|\times(6+3L)}$，其中 $\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\boldsymbol{\mu}_\ell = \left[\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\nu}_\ell, \nabla_{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}\mathbf{v}_\ell,\ \left[\mathbf{D}_s\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}\right]_\ell\right]^{\mathrm{T}}$是 $\boldsymbol{\mu}_\ell$ 相对于 $\boldsymbol{\Theta}$的梯度。涉及的导数见附录 C。此外，高斯-牛顿法的初始化可通过先前给出的闭式解实现。

4) 计算复杂度：对于使用一组 5 条路径的闭式算法，在阶段 1 中，虚拟点的计算复杂度为 $\mathcal{O}(2\times 7)$。此外，本质矩阵的计算主要取决于式（38）的奇异值分解，以及通过矩阵求逆和奇异值分解计算 10 个三阶多项式方程的解。这两次奇异值分解和矩阵求逆的复杂度分别为 $\mathcal{O}(5\times 9^2)$、$\mathcal{O}(10^3)$ 和 $\mathcal{O}(10^3)$。在阶段 2 中，基于奇异值分解的算法主要涉及一次奇异值分解和一次矩阵乘法，其复杂度分别为 $\mathcal{O}(3^3)$和 $\mathcal{O}(3^3)$。在阶段 3 中，每条路径的齐次方法计算主要取决于对一个 4×4 矩阵进行奇异值分解，其复杂度为 $\mathcal{O}(5\times 4^3)$。在阶段 4 中，尺度因子的计算复杂度为$\mathcal{O}(21)$。因此，对于 5 条路径，复杂度主要由阶段 1 中本质矩阵的估计决定。

为处理超过 5 条路径的情况，我们采用 RANSAC。在该策略中， [30], 首先随机抽取若干个样本，每个样本包含五组对应点。然后对每个样本应用五点算法，并使用Sampson距离 [23, 第 11.4 节3]对估计得到的本质矩阵进行评分。最终选择得分最佳的估计结果。

最后，对于迭代精化，复杂度主要由伪逆的计算决定，每次迭代的复杂度为 $\mathcal{O}((6+3|\mathcal{S}_L|)(5|\mathcal{S}_L|)^2)$。

V. 数值结果

本节对第二节所述两个问题中所提出的估计器的性能进行数值分析。

A. 误差度量

$^{\circ}$用于度量估计残差误差的误差向量定义为 $\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\Theta},\ \boldsymbol{\Theta}) = \left[\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{r}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{p}}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$其中 $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{r}} = {}^{\circ}\mathbf{r}_{\mathrm{UE}} - \mathbf{r}_{\mathrm{UE}}$, $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{u}} = \log(\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}\, {}^{\circ}\mathbf{R}^{-1}{}_{\mathrm{UE}})^{\vee}$，以及 $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{p}} = \mathrm{vec}({}^{\circ}\mathbf{P} - \mathbf{P})$，其中$\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{u}}$ 用于衡量$\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$ 与 $\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$ [35]之间的方向误差向量。估计器的性能通过均方根误差（RMSE）衡量，其定义如下

$$\mathrm{RMSE}_{\mathbf{r}} = \sqrt{\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{r}}\right\}} \tag{32}$$

$$\mathrm{RMSE}_{\mathbf{u}} = \sqrt{\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{u}}\right\}} \tag{33}$$

$$\mathrm{RMSE}_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{p}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{p}}\right\}}, \tag{34}$$

其中， $\mathbb{E}\{\cdot\}$为期望算子。

B. 问题*2*——仅基于*AoA*的姿态估计

在本节中，我们评估第四-A节提出的方法，用于根据来自多个单天线基站的信号确定用户设备的位姿。

1）场景： 为了评估利用多个基站的到达角进行位姿估计的问题，我们考虑一个场景，其中 4 个单天线基站分别位于$\mathbf{r}_{\mathrm{BS},\,1} = [-24, -20, 8.5]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$、$\mathbf{r}_{\mathrm{BS},\,2} = [25, -25, 9]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$、$\mathbf{r}_{\mathrm{BS},\,3} = [-22, 20, 8]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$ 和$\mathbf{r}_{\mathrm{BS},\,4} = [23, 25, 10]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$。用户设备配备了一个由 10×10 个阵元组成、阵元间距为半波长的均匀矩形阵列。载波频率为 28 GHz，并为 i^{th} 基站分配了频率为 $s_i(t) = e^{j2\pi f_{s,\,i} t}$ 且 $f_{s,\,i} = 100 + 50i$ Hz 的基带发射信号。信噪比（SNR）定义为 $\mathrm{SNR} = |s_i|^2/\sigma_s^2$，其中 σ_s^2 为加性高斯噪声的方差。在接收机侧，

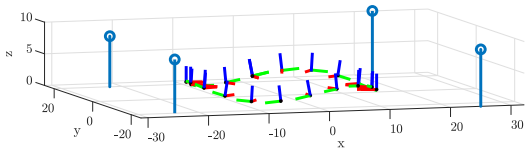
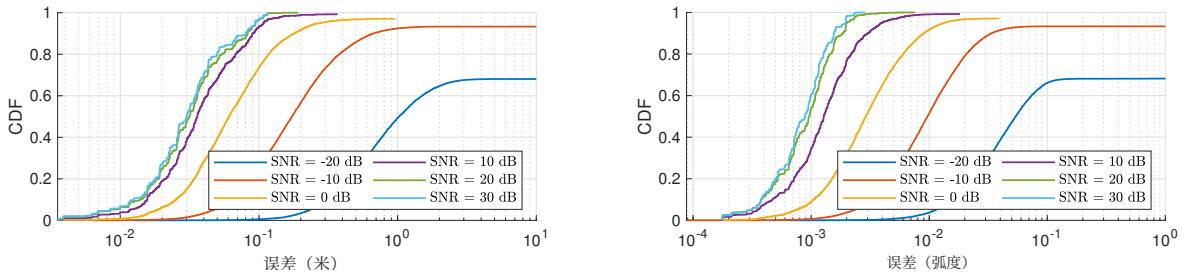


图 8：接收机的仿真设置。路径上每个采样点处的三个不同颜色的正交归一向量（红色、绿色和蓝色向量分别表示 x 轴、 y 轴和 z 轴）表示接收机的坐标系。杆状物表示基站。



（a）位置估计误差　　（b）方向估计误差

图 9：仅基于到达角的位姿估计问题在不同信噪比下的位姿估计误差累积分布函数。

使用 MUSIC 算法 [27, 第 9.3 节2] 估计到达角，然后通过最小方差无失真响应波束成形 [27, 第 6.2 节1]识别发射信号频率，从而实现到达角估计值与对应基站的关联。最后，使用 P3P 算法 [36] 根据到达角估计值转换得到的虚拟点估计位姿。为了评估所提估计器的性能，我们考虑一条在 xy 平面呈圆形轨迹、在 z 方向呈正弦轨迹的路径，如图 8 所示。xy平面内圆形轨迹的半径为 15 m，正弦轨迹的振幅为 1 m。圆心位于 $[0, 0, 1.5]^{\mathrm{T}}$ m 处。路径从坐标 $[0, 15, 1.5]^{\mathrm{T}}$ m 处出发，沿 z 方向作正弦振荡，并在三个周期内完成。

2）结果：我们评估了所提出的估计器在不同信噪比下的表现，并评估了沿路径的位姿估计值。图 9 展示了位姿误差的累积分布函数（CDF）。图中显示，当信噪比为 $= 0$ dB 时，我们的算法在约 95% 的采样位置处收敛；而当信噪比为 $= -20$ dB 时，这一比例降至 70%。因此，正如预期的那样，接收机的信噪比较低时，覆盖率会下降。此外，可以看出，估计器的性能会随着信噪比的提高而提升，但性能增益会随信噪比提高而减小。

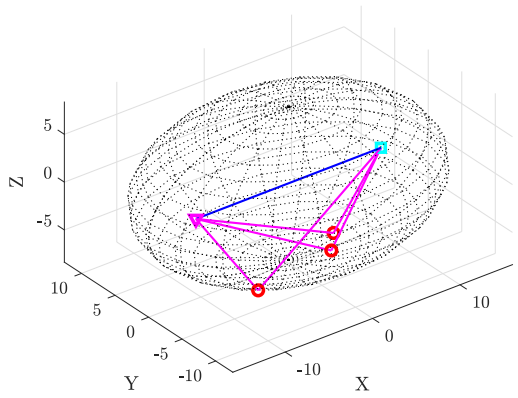
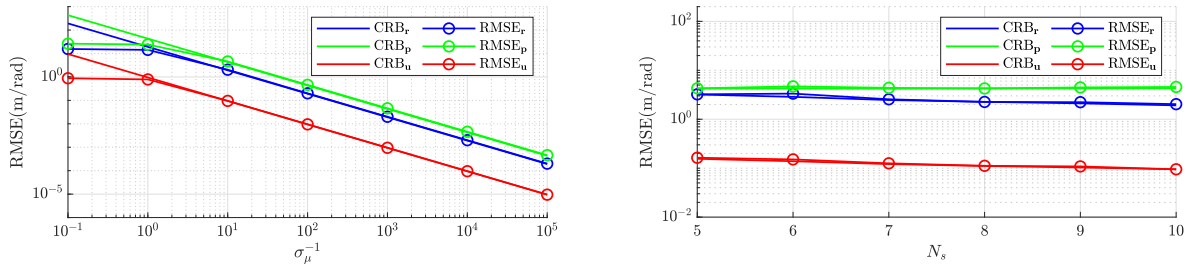


图10：三维椭球信道模型的仿真设置，用于验证IV-B节中方法对于毫米波 MIMO 快照 SLAM 问题的紧致性。用户设备和基站（分别以三角形和正方形表示）是椭球的焦点。



（a）均方根误差随信噪比 σ_μ^{-1}的变化。

（b）均方根误差随散射点数量 N_s的变化。

图11：位置、方向以及散射体位置的均方根误差分别随（a） σ_μ^{-1}和（b） N_s的变化。

C. 问题*1* – 毫米波 *MIMO* 快照 *SLAM*：验证估计器的紧致性

在本节中，在给定参数向量估计值 $\hat{\mathbf{z}}_\ell$ 的假设下，我们通过将式（26）给出的所提算法与理论界进行比较（其推导见 [35] ），来评估该算法的渐近紧致性。

1）场景：我们首先考虑一种三维几何随机信道模型 [37]，如图 10 所示，其中 N_s 个散射点随机生成在一个椭球表面上。椭球的主轴设为 $[16, 12, 8]^{\mathrm{T}}$ m。用户设备和基站分别放置在焦点处，并相向而置。接收机的视场设为 $4\pi/9$ rad。假设观测参数向量为 $\mathbf{y} = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{w}_{\boldsymbol{\mu}}$，其中 $\mathbf{w}_{\boldsymbol{\mu}} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma_\mu^2 \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_{N_s})$，且$\boldsymbol{\Sigma} = \mathrm{diag}([1, 1, 1, 1, 10^{-15}]^{\mathrm{T}})$的单位对于虚拟点为 1，对于到达时间为 s^2 。该设置用于根据 Tensor-ESPRIT算法给出的估计均方误差，表征不同分量之间的数量级关系。

2）结果：首先，在图 11a 中，我们展示了闭式（记为 CF）和迭代算法（记为 LS）解的位置、方向和散射位置均方根误差随 σ_μ^{-1}变化的情况，其中包含 $N_s = 10$ 个散射点。对于最小二乘法， ℓ^{th} 路径的权重设为 $\mathbf{w}_\ell = |\alpha_\ell|^2[1,1,1,1,10^{15}]^{\mathrm{T}}$。请注意，由于无法恢复估计散射体与真实散射体之间的关联，计算均方根误差时，散射体的关联方式选为使每个散射体的估计误差最小。结果表明，对于较大的信噪比，所提出的估计器确实渐近达到下界。在这种情况下，所有类型误差的均方根误差均与信噪比成反比降低，即所提出的算法能够根据观测参数向量高精度地估计用户设备位姿和散射体位置。接下来，我们在图 11b 中展示位置、方向和散射位置的均方根误差随散射体数量 N_s 变化的情况，其中 $\sigma_\mu^{-1} = 10$。同样，我们看到均方根误差与其对应下界之间紧密吻合；然而，性能相对于 N_s 几乎保持不变。这是预期的，因为尽管估计器的观测数量随散射点数量增加，但待估参数的数量也随之增加。

D. 概率 题目 *1* – 毫米波 *MIMO* 快照 *SLAM*：深入性能评估 *n*

In 本节中，我们在 [18 给出的仿真设置下评估估计器].

1) 场景：我们考虑一个由两个表面组成的场景，分别表示建筑物表面和地面表面，如图 12 所示。建筑立面的中心位于 $[10,10,5]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$ 处，立面长度为 20 m，立面高度为 10 m，方向为 $[0,1,0]^{\mathrm{T}}$。地面表面位于 $[10,0,0]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$ 处，方向为 $[0,0,1]^{\mathrm{T}}$，表面尺寸为 $20\times 20\,\mathrm{m}^2$。基站和用户设备的位置分别设为 $\mathbf{r}_{\mathrm{BS}} = [20,0,8]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$ 和 $\mathbf{r}_{\mathrm{UE}} = [0,0,2]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}$，而它们的方向为

$$\mathbf{R}_{\mathrm{BS}} = \begin{bmatrix} 0, & 0, & -1 \\ 1, & 0, & 0 \\ 0, & -1, & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{\mathrm{UE}} = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 1 \\ -1, & 0, & 0 \\ 0, & -1, & 0 \end{bmatrix}, \tag{35}$$

彼此相向。基站和用户设备均配备了均匀矩形阵列，阵元间距为半波长10×10，载波频率为 28 GHz。对于 k^{th} 立面，生成了$L_k = 100$ 个散射体（总计$L = 200$ 个），其位置$\mathbf{p}_\ell$ 根据 [18], [19], [26], [38], 附录 D 中所述的模型随机生成。该模型由 $\beta \in \mathbb{N}$参数化，用于描述散射的方向性（即， β 越大表示散射方向性越强）

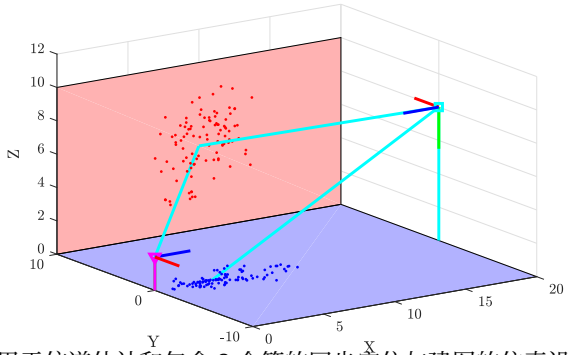


图 12：用于信道估计和包含 2 个簇的同步定位与建图的仿真设置。

根据 [18], [19],，我们假设在 n^{th}子载波上接收到的导频信号为

$$\mathbf{Y}[n] = \mathbf{H}[n]\mathbf{X}[n] + \mathbf{W}[n], \tag{36}$$

其中，$\mathbf{W}[n]$ 表示加性高斯噪声，而$\mathbf{X}[n]$ 的选取满足（$\mathbf{X}[n]$）（$\mathbf{X}[n]$）^{H} =$\mathbf{I}$。于是，信道估计值为 $\hat{}\mathbf{H}[n]$ = $\mathbf{Y}[n]$（$\mathbf{X}[n]$）^{H} [18]。将所有 N_f 个子载波的信道估计值堆叠并重新排列后，可得到信道估计值的张量表示，其形式为

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \boldsymbol{\mathcal{H}} + \boldsymbol{\mathcal{W}} \in \mathbb{C}^{N_{r,x} \times N_{r,y} \times N_{t,x} \times N_{t,y} \times N_f}. \tag{37}$$

在式（37）中，张量$\boldsymbol{\mathcal{H}}$ 表示信道的真实值，张量$\boldsymbol{\mathcal{W}}$ 表示 $\hat{}\boldsymbol{\mathcal{H}}$中包含的估计误差，该误差服从高斯分布。信噪比定义为 SNR = $\|\boldsymbol{\mathcal{H}}\|_F^2/\|\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\mathcal{H}}}\|_F$，其中 $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\mathcal{H}}}$ 为$\boldsymbol{\mathcal{W}}$的协方差。使用 MATLAB 软件包 Tensorlab [39] 执行张量 $\hat{}$ ESPRIT算法 [18], [19] ，以从$\boldsymbol{\mathcal{H}}$中估计参数向量集 $\mathcal{Z}$ 。路径数量通过最小描述长度（MDL） [40], 进行估计，该估计数量 L 通常远小于 L，后者表示有效散射路径的数量。随后，对估计得到的 $\mathcal{Z}$ 应用所提出的迭代方法以实现同步定位与建图，并以闭式解进行初始化。

2）结果：首先，在图 13 中，我们展示了 $\beta = 10$ 在不同信噪比下的估计误差累积分布函数。为便于比较，图中列出了闭式估计和最小二乘估计的性能，并分别记为 CF 和 LS。在异步条件下，图 13 的上、下两行分别展示了视距和非视距情况下的性能。我们观察到，在视距和非视距情况下，最小二乘算法的性能均优于闭式方法。该图还表明，最小二乘算法可达到 1 m 和 0.03 rad 的精度，或

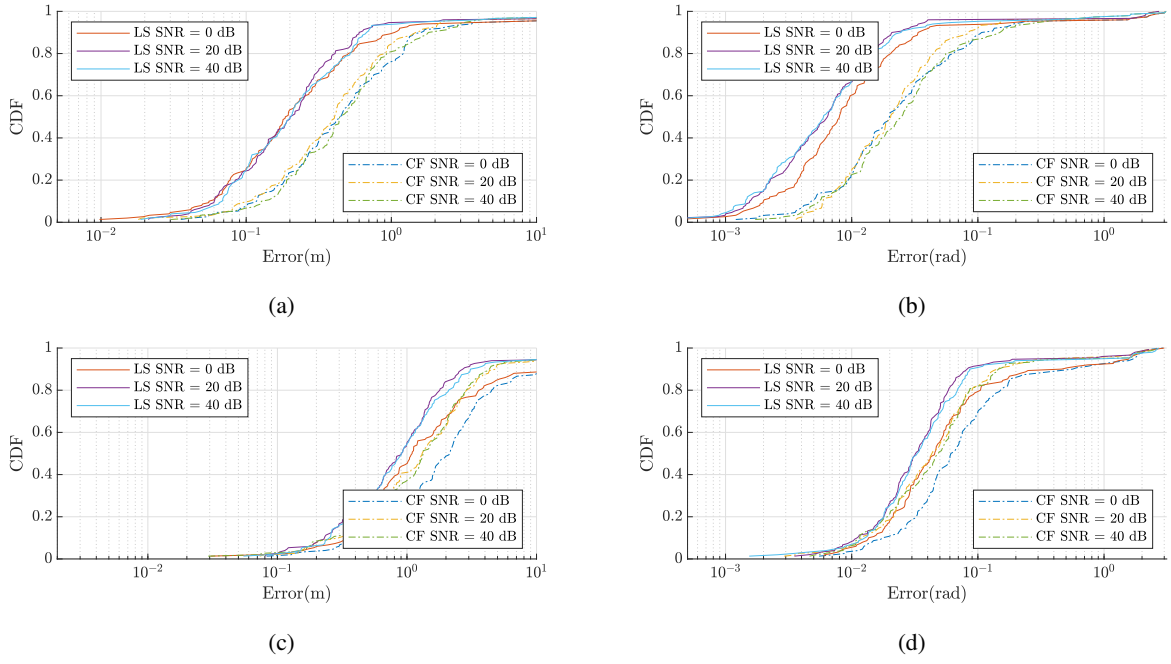


图 13：闭式（CF）和最小二乘（LS）解在不同信噪比下的位姿误差累积分布函数。位置误差见 (a) 和 (c)，方向误差见 (b) 和 (d)。上、下两行分别展示视距和非视距情况下的性能。

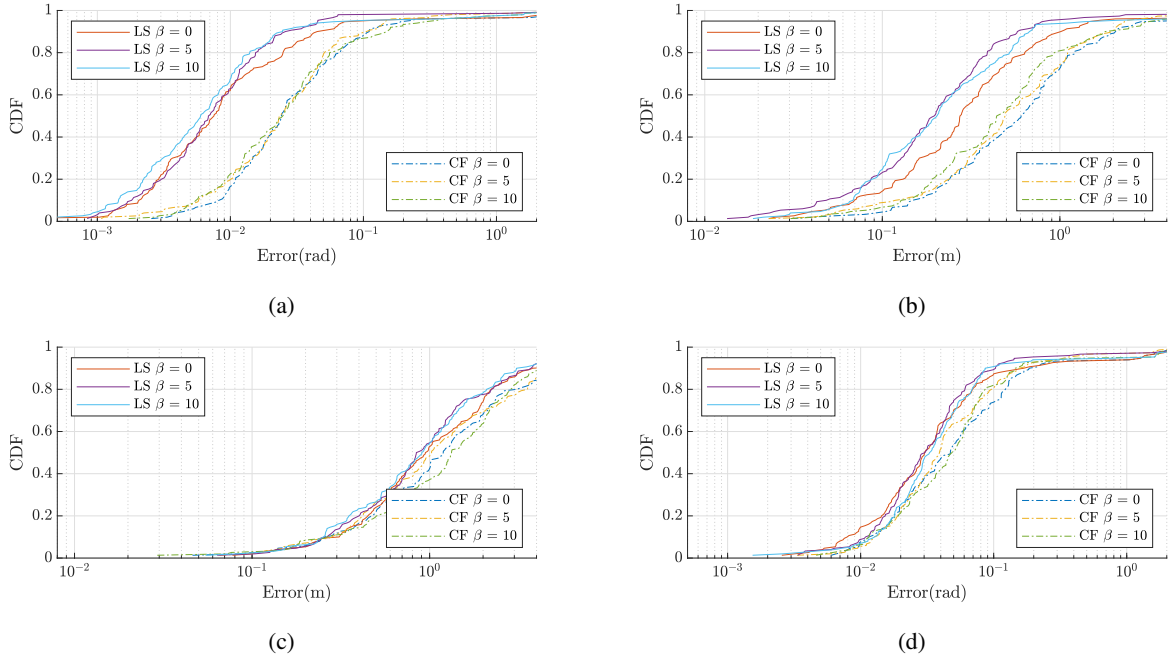


图 14：闭式（CF）和最小二乘（LS）解在不同方向性 β 下的位姿误差累积分布函数。位置误差见 (a) 和 (c)，方向误差见 (b) 和 (d)。上、下两行分别展示视距和非视距情况下的性能。

在视距信道存在时，约 90% 的情况下表现更佳；而在视距不存在时，约 90% 的情况下精度为 3 m 和 0.1 rad。还可以看出，随着信噪比增加，性能并未显著提升，这意味着信噪比并非决定性能的主导因素。这是因为˜最小二乘和闭式算法都使用估计参数集 $\mathcal{Z}$，该参数集以有效散射点的形式提供，分辨率有限，因此性能主要˜受 $\mathcal{Z}$精度的限制。接下来，我们在图 14 中展示不同方向性 β取值下、信噪比为 $= 40$ dB 时估计误差的累积分布函数。这里同样可以看到，最小二乘方法优于闭式方法。该图进一步表明，在视距信道存在时，最小二乘算法在约 90% 的情况下可达到 1 m 和 0.03 rad 或更高的精度；而在视距不存在时，约 90% 的情况下精度为 3 m 和 0.1 rad。图 14 所示结果反映出，当视距信道存在时，β 对性能的影响较小。

VI. 结论

本文研究如何利用天线阵列估计完整的六维用户姿态（即三维位置与三维方向），并从射影几何视角探讨 5G 及超越 5G 定位场景中的出发角和到达角。为此，首先采用计算机视觉中的透视投影模型，根据接收机姿态对方向角信息进行建模。随后，基于透视投影模型研究两个位姿估计问题：利用来自多个基站的到达角进行六维位姿估计，以及基于单基站毫米波通信的六维同步定位与建图。特别地，我们表明，采用透视投影模型对六维同步定位与建图问题建模后，还可以进一步通过极线模型进行建模。针对每个问题，我们提出两种估计算法：一种是闭式算法，另一种是基于最小二乘原理的迭代算法。仿真结果证实了所提算法的有效性，并表明即使在没有视距路径的情况下，也能够实现可靠的用户六维定位；而存在视距路径时，性能会显著提升。

附录 A

用于估计本质矩阵的五点算法简介

MATRIX

根据 (16)，对于五组对应点 $\{(\bar{}\mathbf{v}_i, \bar{\boldsymbol{\nu}}_i)\}$，我们有

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_1^{\mathrm{T}} \otimes \bar{\boldsymbol{\nu}}_1^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{v}}_5^{\mathrm{T}} \otimes \bar{\boldsymbol{\nu}}_5^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}\in\mathbf{R}^{5\times 9}} \mathrm{vec}(\mathbf{E}) = \mathbf{0} \tag{38}$$

其中 $\mathrm{vec}(\mathbf{E}) = \left[\boldsymbol{\epsilon}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\epsilon}_2^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\epsilon}_3^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$。(38) 表明 $\mathrm{vec}(\mathbf{E})$ 是$\mathbf{A}$的右零空间，其基向量 $\mathrm{vec}(\mathbf{E}_i)$，$i \in \{1, \ldots 4\}$ 可通过奇异值分解得到。由于$\mathbf{E}$ 仅在尺度上存在不确定性，因此对于某些系数 $\mathcal{C} = (x, y, z)$，有 $\mathbf{E} = x\mathbf{E}_1 + y\mathbf{E}_2 + z\mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4$,。此外，以下约束，

$$\det(\mathbf{E}) = 0 \tag{39}$$

and

$$\mathbf{E}\mathbf{E}^{\mathrm{T}}\mathbf{E} - \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\mathbf{E}\mathbf{E}^{\mathrm{T}})\mathbf{E} = \mathbf{0}_3, \tag{40}$$

用于构建关于 $\mathcal{C}$ 的 10 个三次多项式方程。通常，可从多项式方程中得到 $K \leq 10$ 组 $\mathcal{C}$ 的实数解。由于五点算法与 RANSAC 策略结合使用，为了仅保留最优解，会使用除选定的五组对应点以外的其余对应关系来评估这些 K 个解。

附录 B

利用视距路径知识进行估计

关于视距路径存在性的先验知识可以提升同步定位与建图的性能，因为视距信道对应的出发角和到达角在极线几何中由极点具体表示。为简化起见，本节中我们省略$\mathbf{R}_{\mathrm{UE}}$ 的下标。正如 [41, 第 2 节2], 所指出的，极点 $\boldsymbol{\nu}_0$ 和$\mathbf{v}_0$ 具有以下两个性质

$$\bar{\boldsymbol{\nu}}_0 = \mathbf{r}_{\mathrm{UE}} \tag{41}$$

$$\bar{\mathbf{v}}_0 = -\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}, \tag{42}$$

其中这两个等式均定义在尺度因子意义下。这两个性质可用于部分恢复位姿。一方面，根据（41）可以恢复$\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}$ 的方向；

另一方面，（42）表明，旋转后的向量$\mathbf{R}\bar{\mathbf{v}}_0$ 指定了$-\bar{\boldsymbol{\nu}}_0$的方向，据此可以部分恢复$\mathbf{R}$ 。为说明这一点，将（41）代入（42）并在左侧乘以$\mathbf{R}$，可得，在尺度因子意义下，

$$-\bar{\boldsymbol{\nu}}_0 = \mathbf{R}\bar{\mathbf{v}}_0. \tag{43}$$

接下来，根据摆动-扭转参数化 [42, 第 5], 节，旋转 R 分解为 $\mathrm{R} = \mathrm{R}_{\perp}\mathrm{R}_{\parallel}$，其中 $\mathrm{R}_{\parallel} = \exp\left(\theta(\mathrm{n}_{\parallel})_{\times}\right)$ 是绕任意单位向量 $\mathrm{n}_{\parallel}$ 旋转任意角度 θ的旋转矩阵，而 $\mathrm{R}_{\perp} = \exp((\mathrm{u}_{\perp})_{\times})$ 是旋转向量 $\mathrm{u}_{\perp}$ 所在平面上的旋转矩阵，该平面垂直于 $\mathrm{n}_{\parallel}$，即 $\mathrm{u}_{\perp}^{\mathrm{T}}\mathrm{n}_{\parallel} = 0$。注意，对于任意 θ，均有 $\mathrm{n}_{\parallel} = \mathrm{R}_{\parallel}\mathrm{n}_{\parallel}$。那么，若选择 $\mathrm{n}_{\parallel} = \bar{\mathrm{v}}_{\parallel}{}^{0}\mathrm{v}_{0\parallel}$，对于任意 θ，式 (43) 可改写为

$$-\bar{\boldsymbol{\nu}}_0 = \mathbf{R}_{\perp}\mathbf{R}_{\parallel}\bar{\mathbf{v}}_0 \tag{44}$$

$$= \mathbf{R}_{\perp}\bar{\mathbf{v}}_0. \tag{45}$$

由于 $\mathbf{R}_{\perp}$ 将 $\bar{\mathbf{v}}_0$ 转向 $-\bar{\boldsymbol{\nu}}_0$的方向，因此旋转轴 $\mathbf{R}_{\perp}$ 为 $\frac{\bar{\nu}_0 \times \bar{\mathrm{v}}_{\parallel} \bar{\nu}_0 \times \bar{\mathrm{v}}_{0\parallel}}{}$，旋转角则为$\bar{\mathbf{v}}_0$与 $-\bar{\boldsymbol{\nu}}_0$之间的夹角，因此有 [43, 式 3]

$$\mathbf{u}_{\perp} = \frac{\bar{\boldsymbol{\nu}}_0 \times \bar{\mathbf{v}}_0}{\|\bar{\boldsymbol{\nu}}_0 \times \bar{\mathbf{v}}_0\|} \arccos \frac{-\bar{\mathbf{v}}_0^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\nu}}_0}{\|\bar{\mathbf{v}}_0\|\|\bar{\boldsymbol{\nu}}_0\|}, \tag{46}$$

其具有两个自由度 [42, 第 5]节。可以看出，仅根据视距路径的到达角和出发角，可以恢复由$\mathbf{u}_{\perp}$ 指定的两个自由度，但无法恢复剩余的自由度 θ（即$\mathbf{R} = \exp((\mathbf{u}_{\perp})_{\times}) \exp\left(\theta(\mathbf{n}_{\parallel})_{\times}\right)$，其中仅 θ 仍未知）。为此，我们利用散射路径提供的信息。基于以下事实：根据式（16）得到 $\bar{\boldsymbol{\nu}}^{\mathrm{T}}\mathbf{E}\bar{\mathbf{v}} = 0$，根据式（17）得到$\mathbf{E} = (\mathbf{r}_{\mathrm{UE}})_{\times}\mathbf{R}$，以及关系式（41），与该散射点 l^{th} 相关的另一组对应关系（$\boldsymbol{\nu}_l$,$\mathbf{v}_l$）可得

$$\begin{aligned}
&\bar{\boldsymbol{\nu}}_l^{\mathrm{T}}(\bar{\boldsymbol{\nu}}_0)_{\times}\mathbf{R}\bar{\mathbf{v}}_l = \bar{\boldsymbol{\nu}}_l^{\mathrm{T}}(\bar{\boldsymbol{\nu}}_0)_{\times}\mathbf{R}_{\perp}\mathbf{R}_{\parallel}\bar{\mathbf{v}}_l = \boldsymbol{\mathfrak{v}}_l^{\mathrm{T}} \exp(\theta(\mathbf{n}_{\parallel})_{\times})\bar{\mathbf{v}}_l \\
=&\boldsymbol{\mathfrak{v}}_l^{\mathrm{T}}\bar{\mathbf{v}}_l + \boldsymbol{\mathfrak{v}}_l^{\mathrm{T}}(\mathbf{n}_{\parallel})_{\times}\bar{\mathbf{v}}_l \sin\theta + \boldsymbol{\mathfrak{v}}_l^{\mathrm{T}}(\mathbf{n}_{\parallel})_{\times}^2(1-\cos\theta)\bar{\mathbf{v}}_l && (47)\\
=&\boldsymbol{\mathfrak{v}}_l^{\mathrm{T}}(\mathbf{n}_{\parallel})_{\times}\bar{\mathbf{v}}_l \sin\theta + \boldsymbol{\mathfrak{v}}_l^{\mathrm{T}}\bar{\mathbf{v}}_l \cos\theta && (48)\\
=&\mathbf{n}_l^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 1 \end{bmatrix} = 0. && (49)
\end{aligned}$$

其中 $\mathfrak{v}_l^{\mathrm{T}} = \bar{\boldsymbol{\nu}}_l^{\mathrm{T}}(\bar{\boldsymbol{\nu}}_0)_\times \mathbf{R}_\perp$，并且

$$\mathfrak{n}_l = \begin{bmatrix} \mathfrak{v}_l^{\mathrm{T}} \bar{\mathbf{v}}_l \\ \mathfrak{v}_l^{\mathrm{T}} (\mathbf{n}_\parallel \times \mathbf{v}_l) \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{50}$$

式 (47) 成立，这是因为罗德里格旋转公式可表示为:

$$\exp(\theta \mathbf{n}_\times) = \mathbf{I} + \mathbf{n}_\times \sin\theta + \mathbf{n}_\times^2 (1 - \cos\theta), \tag{51}$$

而式 (48) 成立，这是由$\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$与$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a}^{\mathrm{T}}\mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a}^{\mathrm{T}}\mathbf{b})\mathbf{c}$ 的叉积性质，以及由式 (45) 得到的等式 $\mathfrak{v}_l^{\mathrm{T}} \mathbf{n}_\parallel = 0$ 所致。可以看出， θ 对应于以原点为圆心的单位圆与由法向量$\mathfrak{n}_l$ 和原点确定的直线的交点。两者有两个交点，因此有两个值 θ_i、 $i \in \{1, 2\}$，从而得到$\mathbf{R}$的两个估计值。首先注意到，旋转后的向量$\mathbf{R}\bar{}\mathbf{v}_l$ 位于极平面内，并且

$$(\mathbf{R}|_{\theta_1} \bar{\mathbf{v}}_l) \times (\mathbf{R}|_{\theta_1} \mathbf{n}_\parallel) = (\mathbf{R}|_{\theta_2} \mathbf{n}_\parallel) \times (\mathbf{R}|_{\theta_2} \bar{\mathbf{v}}_l), \tag{52}$$

$$\mathbf{R}|_{\theta_1} \mathbf{n}_\parallel = \mathbf{R}|_{\theta_2} \mathbf{n}_\parallel, \tag{53}$$

其中$\mathbf{R}|_\theta \doteq \mathbf{R}_\perp \exp(\theta(\mathbf{n}_\parallel)_\times)$，因此，这两个估计值可用向量$\mathbf{R}|_{\theta_1}\bar{}\mathbf{v}_l$和$\mathbf{R}|_{\theta_2}\bar{}\mathbf{v}_l$ 来表示；它们在极平面内关于$\mathbf{R}\mathbf{n}_\parallel$ 互为反射。因此，我们可以为 θ 选择合适的值，使得 $\bar{\boldsymbol{\nu}}_0 \times \bar{\boldsymbol{\nu}}_l$ 与 $\bar{\boldsymbol{\nu}}_0 \times (\mathbf{R}\bar{}\mathbf{v}_l)$ 符号相同。由此，只需再增加一个散射点，就足以唯一确定旋转矩阵。

依次应用 (41) 和 (47) 可用于估计位姿，直至一个尺度因子。然而，在这种方法中，$\mathbf{r}_{\mathrm{UE}}$ 的方向估计完全基于对视距信道的观测，而散射路径的观测并未对该估计作出贡献。为了解决这一问题，并使估计与现有算法兼容，我们可以将约束 (41) 和 (42) 转换为一组额外的对应关系$\mathcal{S} = \{(\mathbf{e}_1, \bar{}\mathbf{v}_0), (\mathbf{e}_2, \bar{}\mathbf{v}_0), (\mathbf{e}_3, \bar{}\mathbf{v}_0), (\bar{\boldsymbol{\nu}}_0, \mathbf{e}_1), (\bar{\boldsymbol{\nu}}_0, \mathbf{e}_2), (\bar{\boldsymbol{\nu}}_0, \mathbf{e}_3)\}$，随后可将其与散射路径的虚拟点一同输入现有算法。

APPENDIX C
GRADIENTS IN THE GAUSS-NEWTON METHOD

τ_ℓ 相对于 $\boldsymbol{\Theta}$ 的梯度为

$$\nabla_{\boldsymbol{\Theta}} \tau_\ell = \frac{1}{c}\Big(\frac{\mathbf{p}_\ell^{\mathrm{T}}}{\|\mathbf{p}_\ell\|} \nabla_{\boldsymbol{\Theta}} \mathbf{p}_\ell + \frac{\mathbf{p}_{\ell,u}^{\mathrm{T}}}{\|\mathbf{p}_{\ell,u}\|} \nabla_{\boldsymbol{\Theta}} \mathbf{p}_{\ell,u} \Big), \tag{54}$$

其中 $\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\mathbf{p}_\ell = \left[\nabla^{\mathrm{T}}_{\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}}\mathbf{p}_\ell、\ \nabla^{\mathrm{T}}_{\mathbf{p}_1}\mathbf{p}_\ell、\ \ldots\ldots、\ \nabla^{\mathrm{T}}_{\mathbf{p}_L}\mathbf{p}_\ell\right],\quad \nabla_{\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}}\mathbf{p}_\ell = \mathbf{0}_{3\times 6},$

$$\nabla_{\mathbf{p}_i}\mathbf{p}_\ell = \begin{cases} \mathbf{I}_3 & \text{if } \ell = i \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & \text{if } \ell \neq i \end{cases}, \tag{55}$$

$\bar{\mathbf{p}}_{\ell,\ u} = \mathbf{T}_{\mathrm{UE}}\bar{\mathbf{p}}_\ell$，以及

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}}\mathbf{p}_{\ell,u} &= \nabla_{\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}}\left(\left[\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3\right]^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}\bar{\mathbf{p}}_\ell\right) \\ &= \left[\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3\right]^{\mathrm{T}}\bar{\mathbf{p}}_\ell^{\odot} \end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{p}_i}\mathbf{p}_{\ell,u} &= \nabla_{\mathbf{p}_i}\left(\left[\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3\right]^{\mathrm{T}}\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}\bar{\mathbf{p}}_\ell\right) \\ &= \begin{cases} \mathbf{R}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{UE}} & \text{if } \ell = i \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & \text{if } \ell \neq i \end{cases}. \end{aligned} \tag{57}$$

其中，相对于$\mathbf{T}_{\mathrm{UE}}$ 的梯度通过无穷小扰动 [33,第 7 节1], 计算，算子 $(\cdot)^{\odot}$ 为

$$\left(\left[\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}},\eta\right]^{\mathrm{T}}\right)^{\odot} = \begin{bmatrix} \eta\mathbf{I}_3 & -\boldsymbol{\xi}_{\times} \\ \mathbf{0}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}, \tag{58}$$

$\boldsymbol{\nu}_\ell$ 和 $\mathbf{v}_\ell$ 相对于 $\boldsymbol{\Theta}$ 的梯度为

$$\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\boldsymbol{\nu}_\ell = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{e}_2^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\left(\frac{\mathbf{I}_3}{\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{p}_\ell} - \frac{\mathbf{p}_\ell\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}}{(\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{p}_\ell)^2}\right)\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\mathbf{p}_\ell, \tag{59}$$

and

$$\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\mathbf{v}_\ell = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{e}_2^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\left(\frac{\mathbf{I}_3}{\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{p}_{\ell,u}} - \frac{\mathbf{p}_{\ell,u}\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}}{(\mathbf{e}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{p}_{\ell,u})^2}\right)\nabla_{\boldsymbol{\Theta}}\mathbf{p}_{\ell,u}, \tag{60}$$

分别。

APPENDIX D
GENERATIVE MODEL FOR THE SCATTER LOCATIONS

散射点位置通过对$\mathbf{p}_\ell$ 的概率密度函数进行马尔可夫链蒙特卡罗（MCMC）采样来合成，该概率密度函数由 [18], [19], [26], [38] 给出

$$p_k(\mathbf{p}_\ell|\mathbf{r}_{\mathrm{UE}},\mathbf{r}_{\mathrm{BS}}) \propto \begin{cases} R_k(\mathbf{p}_\ell,\mathbf{r}_{\mathrm{UE}},\mathbf{r}_{\mathrm{BS}},\beta) & \text{if } \mathbf{p}_\ell \in \mathcal{S}_k \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{61}$$

其中， $\mathcal{S}_k$ 对于 $i \in \{1,2\}$ 表示 k^{th} 立面的空间，模式函数 $R_k(\mathbf{p}_\ell, \mathbf{r}_{\text{UE}}, \mathbf{r}_{\text{BS}}, \beta)$ 为 [44]

$$R_k(\mathbf{p}_\ell, \mathbf{r}_{\text{UE}}, \mathbf{r}_{\text{BS}}, \beta) \propto \begin{cases} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_s}{d_i^2 d_s^2} & \text{if } \beta = 0 \\ \frac{\cos\theta_i (1+\cos\psi_b)^\beta}{F_\beta d_i^2 d_s^2} & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{62}$$

在 (62) 中， $d_i = \|\mathbf{r}_{\text{BS}} - \mathbf{p}_\ell\|$、 $d_s = \|\mathbf{r}_{\text{UE}} - \mathbf{p}_\ell\|$，角度 θ_i和 θ_s分别是相对于$\mathbf{p}_\ell$的入射方向和散射方向， ψ_b 表示$\mathbf{p}_\ell$处反射方向与散射方向之间的夹角， $\beta \in \mathbb{N}$ 描述$\mathbf{p}_\ell$处散射的方向性，而归一化因子 F_β 为

$$F_\beta = \frac{1}{2^\beta} \sum_{j=0}^{\beta} \binom{\beta}{j} \cdot I_j \tag{63}$$

and

$$I_j = \frac{2\pi}{j+1} \Big[\cos\theta_i \sum_{w=0}^{\frac{j-1}{2}} \binom{2w}{w} \cdot \frac{\sin^{2w}\theta_i}{2^{2w}} \Big]^{\left(\frac{1-(-1)^j}{2}\right)}. \tag{64}$$

本文采用指数衰减模型[45]对 ℓ^{th} 路径的信道增益 α_ℓ 进行建模。具体而言， k^{th} 簇的功率设为 $P_k = e^{-\frac{\tau_k}{D_c}} 10^{\frac{Z_k}{10}}$，其中$Z_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_Z^2)$， τ_k是由 k^{th} 立面产生的镜面反射时延。此外，在k^{th} 簇内， n^{th} 散射体的信道增益为

$$\alpha_{k,n} = \frac{P'_{k,n}}{\sum_i^N P'_{k,i}} P_k, \tag{65}$$

其中， $P'_{k,n} = e^{-\frac{\tau_k}{D_s}} 10^{\frac{U_n}{10}}$, $U_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma_U^2)$ 和 $\tau_{k,n}$是与 n^{th}在 k^{th} 立面内的散射体相关的时延。根据 [45], 中给出的参数，选择其值使得 $D_c = 25.9$ ns、$\sigma_Z = 1$ dB、 $D_s = 16.9$ ns 和 $\sigma_U = 6$ dB。

参考文献

[1] M. S¨aily、O. N. Yilmaz、D. S. Michalopoulos、E. P´erez、R. Keating 和 J. Schaepperle，《迈向6G的定位技术趋势与解决方案》，载于*IEEE*个人、室内和移动无线电通信国际研讨会（*PIMRC*），2021年。[2] G. Association 等，《5G汽车愿景，5GPPP；白皮书》。[3] J. Nikonowicz、A. Mahmood、M. I. Ashraf、E. Bj¨ornson 和 M. Gidlund，《5G-Advanced室内定位趋势：厘米级精度面临的挑战与解决方案》，*arXiv*预印本 *arXiv:2209.01183*，2022年。[4] W. Chen、J. Montojo、J. Lee、M. Shafi 和 Y. Kim，《3GPP中的5G-Advanced标准化》，*IEEE*通信杂志，2022年。[5] H. Chen、H. Sarieddeen、T. Ballal、H. Wymeersch、M.-S. Alouini 和 T. Y. Al-Naffouri，《面向6G通信系统的太赫兹频段定位教程》，*IEEE*通信调查与教程，2022年。

[6] J. Zhao、F. Gao、Q. Wu、S. Jin、Y. Wu 和 W. Jia，《大规模天线阵列支持的无人机搭载卫星通信移动中波束跟踪》，IEEE《通信领域精选期刊》，第36卷，第2期，第363–375页，2018年。[7] J. Struye、F. Lemic 和 J. Famaey，《面向移动交互式虚拟现实、实现连续覆盖的毫米波波束成形》，arXiv预印本 arXiv:2105.11793，2021年。[8] S. Bartoletti、H. Wymeersch、T. Mach、O. Brunneg˚ard、D. Giustiniano、P. Hammarberg、M. F. Keskin、J. O. Lacruz、S. M. Razavi、J. R¨onnblom、F. Tufvesson、J. Widmer 和 N. B. Melazzi，《5G及后续技术中的车辆安全应用定位与感知》，IEEE通信杂志，第59卷，第11期，第15–21页，2021年。[9] A. Shastri、N. Valecha、E. Bashirov、H. Tataria、M. Lentmaier、F. Tufvesson、M. Rossi 和 P. Casari，《基于毫米波设备的定位与无设备感知技术及应用综述》，IEEE通信调查与教程，2022年。[10] N. Garcia、H. Wymeersch、E. G. Larsson、A. M. Haimovich 和 M. Coulon，《大规模MIMO的直接定位》，IEEE《信号处理汇刊》，第65卷，第10期，第2475–2487页，2017年。[11] O. Kanhere 和 T. S. Rappaport，《面向未来蜂窝通信的位置定位：5G及后续技术》，IEEE通信杂志，第59卷，第1期，第70–75页，2021年。[12] G. Kwon、A. Conti、H. Park 和 M. Z. Win，《毫米波网络中的联合通信与定位》，IEEE信号处理精选主题期刊，第15卷，第6期，第1439–1454页，2021年。[13] M. A. Nazari、G. Seco-Granados、P. Johannisson 和 H. Wymeersch，《利用多个5G毫米波基站进行三维姿态估计》，载于 ICC 2021——IEEE国际通信会议，2021年，第1–6页。[14] A. Shahmansoori、G. E. Garcia、G. Destino、G. Seco-Granados 和 H. Wymeersch，《5G系统中通过毫米波MIMO进行位置与姿态估计》，IEEE《无线通信汇刊》，第17卷，第3期，第1822–1835页，2018年。[15] J. Li、M. F. Da Costa 和 U. Mitra，《通过原子范数最小化，在毫米波MIMO OFDM系统中联合定位与姿态估计》，arXiv预印本 arXiv:2203.00892，2022年。[16] R. Mendrzik、H. Wymeersch、G. Bauch 和 Z. Abu-Shaban，《利用非视距分量在5G毫米波MIMO中进行位置与姿态估计》，IEEE《无线通信汇刊》，第18卷，第1期，第93–107页，2019年。[17] A. Kakkavas、M. H. Casta˜neda Garc´ıa、R. A. Stirling-Gallacher 和 J. A. Nossek，《单锚点毫米波定位的性能极限》，IEEE《无线通信汇刊》，第18卷，第11期，第5196–5210页，2019年。[18] F. Wen、J. Kulmer、K. Witrisal 和 H. Wymeersch，《利用弥散多径进行5G定位与制图》，IEEE《无线通信汇刊》，第20卷，第2期，第1164–1174页，2021年。[19] F. Wen 和 H. Wymeersch，《利用弥散多径进行5G同步、定位与制图》，IEEE无线通信快报，第10卷，第1期，第43–47页，2021年。[20] A. Guerra、F. Guidi 和 D. Dardari，《利用大规模阵列进行单锚点定位与方向估计的性能极限：MIMO与波束成形之比较》，IEEE《无线通信汇刊》，第17卷，第8期，第5241–5255页，2018年。[21] M. A. Nazari、G. Seco-Granados、P. Johannisson 和 H. Wymeersch，《利用单个基站的快照观测进行毫米波六维无线电定位》，arXiv预印本 arXiv:2204.05189，2022年。[22] H. Chen、M. F. Keskin、S. R. Aghdam、H. Kim、S. Lindberg、A. Wolfgang、T. E. Abrudan、T. Eriksson 和 H. Wymeersch，《硬件损伤条件下6G联合定位与通信的建模与分析》，arXiv预印本 arXiv:2301.01042，2023 年。[23] R. Hartley 和 A. Zisserman，《计算机视觉中的多视图几何》，剑桥大学出版社，2003年。[24] Z. Abu-Shaban、X. Zhou、T. Abhayapala、G. Seco-Granados 和 H. Wymeersch，《上行链路与下行链路的误差界

5G 毫米波系统中的三维定位，”IEEE《无线通信汇刊》，第 17 卷，第 8 期，第 4939–4954 页，2018 年。[25] H. Deng 和 A. Sayeed，“使用稀疏波束空间特征进行毫米波 MIMO 信道建模与用户定位”，载于 2014 年 IEEE 第 15 届无线通信信号处理进展国际研讨会（SPAWC），2014 年，第 130–134 页。[26] Y. Ge、F. Wen、H. Kim、M. Zhu、F. Jiang、S. Kim、L. Svensson 和 H. Wymeersch，“采用聚类与分配方法及弥散多径的 5G 同步定位与建图”，《传感器》，第 20 卷，第 16 期，2020 年。[27] H. L. Van Trees，《最优阵列处理：检测、估计与调制理论》第 IV 部分。John Wiley & Sons，2002 年。[28] B. Jachimczyk、D. Dziak 和 W. J. Kulesza，“基于到达角测距技术新不确定性模型的超宽带三维实时定位系统定制”，《传感器》，第 17 卷，第 2 期，2017 年。[29] W. F¨orstner 和 B. P. Wrobel，《摄影测量计算机视觉》。施普林格，2016 年。[30] D. Nist´er，“五点相对位姿问题的高效解法”，IEEE《模式分析与机器智能汇刊》，第 26 卷，第 6 期，第 756–770 页，2004 年。[31] Z. Kukelova、M. Bujnak 和 T. Pajdla，“五点和六点相对位姿问题的多项式特征值解”。载于英国机器视觉会议，第 2 卷，第 5 期，2008 年，第 2008 页。[32] P.-A. Absil、R. Mahony 和 R. Sepulchre，《矩阵流形上的优化算法》。普林斯顿大学出版社，2009 年。[33] T. D. Barfoot，《机器人状态估计》。剑桥大学出版社，2017 年。[34] B. Siciliano、O. Khatib 和 T. Kr¨oger，《施普林格机器人学手册》。施普林格，2008 年，第 200 卷。[35] S. Shen、S. Li 和 H. Steendam，“采用多个发光二极管和多个光电探测器的可见光系统中的位置与姿态联合估计”，IEEE《通信领域精选期刊》，第 38 卷，第 8 期，第 1866–1879 页，2020 年。[36] X.-S. Gao、X.-R. Hou、J. Tang 和 H.-F. Cheng，“透视三点问题的完整解分类”，IEEE《模式分析与机器智能汇刊》，第 25 卷，第 8 期，第 930–943 页，2003 年。[37] H. Jiang、M. Mukherjee、J. Zhou 和 J. Lloret，“6G 无线通信的信道建模与特性”，IEEE《网络》，第 35 卷，第 1 期，第 296–303 页，2021 年。[38] J. Kulmer，“利用多径减少基础设施的高精度定位”，博士学位论文，格拉茨技术大学，第 3 卷，2019 年。[39] N. Vervliet、O. Debals、L. Sorber、M. Van Barel 和 L. De Lathauwer，2016 年。 [在线]。网址：http://www.tensorlab.net[40] T. Yokota、N. Lee 和 A. Cichocki，“利用高阶奇异值分解和信息准则进行稳健的多线性张量秩估计”，IEEE《信号处理汇刊》，第 65 卷，第 5 期，第 1196–1206 页，2017 年。[41] O. D. Faugeras 和 S. Maybank，“由点匹配恢复运动：解的多重性”，《国际计算机视觉期刊》，第 4 卷，第 3 期，第 225–246 页，1990 年。[42] F. S. Grassia，“使用指数映射进行实用的旋转参数化”，《图形工具期刊》，第 3 卷，第 3 期，第 29–48 页，1998 年。[43] M. Kallmann，“结合身体姿态控制的解析逆运动学”，《计算机动画与虚拟世界》，第 19 卷，第 2 期，第 79–91 页，2008 年。[44] V. Degli-Esposti、F. Fuschini、E. M. Vitucci 和 G. Falciasecca，“建筑物散射的测量与建模”，IEEE《天线与传播汇刊》，第 55 卷，第 1 期，第 143–153 页，2007 年。[45] M. K. Samimi 和 T. S. Rappaport，“面向 5G 无线系统设计的三维毫米波统计信道模型”，IEEE《微波理论与技术汇刊》，第 64 卷，第 7 期，第 2207–2225 页，2016 年。