自适应套期保值期限与套期保值绩效估计

Wang Haoyu[a]，Junpeng Di[b]，Qing Han[b]

a. 厦门大学，管理学院，厦门 b. 上海社会科学院，经济研究所，上海

摘要

本研究构建了一种基于经验模态分解（EMD）方法的自适应套期保值方法，用于提取自适应套期保值期限，并建立了一种用于稳健套期保值绩效估计的时间序列交叉验证方法。基于方差缩减准则和风险价值（VaR）准则，我们发现，样本内套期保值绩效估计与样本外套期保值绩效估计并不一致。与最小方差套期保值方法相比，EMD套期保值方法族在风险价值准则下表现更优。特定时间尺度上的现货和期货合约匹配度，是决定相应套期保值期限内套期保值绩效的关键因素。

关键词：自适应套期保值期限、经验模态分解、套期保值绩效估计、时间序列交叉验证
JEL分类：C14；C51；G13

1. 引言

套期保值绩效是套期保值者最关心的问题。在套期保值绩效的诸多决定因素中，套期保值期限是主要因素。Geppert（1995年）和Chen等人（2004年）率先研究了这一主题，后者尤其指出了合约时间序列频率与套期保值期限之间的关系。Lien和Shrestha（2007年）进一步拓展了这一思路，引入小波方法，将合约时间序列分解为与套期保值期限相对应的不同时间尺度。他们发现，与传统方法相比，根据最小方差准则，小波套期保值方法并未表现出更优的绩效，因此，该方法主要用于解决静态套期保值策略的样本缩减问题。

一些研究拓展了小波方法的应用范围（Conlon 和 Cotter，2012年；Sultan 等人，2019年）。

小波方法将合约时间序列分解为特定频率的时间序列，其频率通常是 2 的倍数。这种人为的先验设定忽略并扭曲了合约时间序列的内在频率结构，而这种结构背后反映的是交易者行为和经济基本面（Fryzlewicz 等，2006年；2013年）。直接提取合约的内在频率结构更加直观、合理。这样做不会扭曲合约所包含的信息，因此，在信息扭曲较少的情况下，套期保值绩效也会更好。基于这一思路，本研究引入了一种自适应滤波方法——经验模态分解（EMD），它能够提取合约时间序列的内在频率结构。自适应套期保值期限被定义为这一内在频率结构的周期。我们使用经验模态分解方法分析现货和期货合约的匹配度，并检验其是否是套期保值绩效的主要决定因素。我们得到与Lien和Shrestha（2007年）相同的结果，即按照方差缩减准则，时频方法在确定套期保值绩效方面并不优于传统方法。然而，我们发现，基于EMD的对冲方法在依据风险价值（VaR）准则估计套期保值绩效方面优于传统方法。

套期保值绩效估计，尤其是样本外绩效估计，是一个核心议题，但鲜有研究对此进行全面讨论（Cotter 和 Hanley，2006年；Lien，2006年、2010年、2012年；Wang 等，2015年）。在大多数文献中，样本外绩效估计通过将合约时间序列随机划分为训练区间和测试区间，在训练区间内计算套期保值比率，并在测试区间内估计该比率的表现来完成（Salvador 和 Arago，2013年；Xu 和 Lien，2020年；Lai，2021年）。这种惯用方法在样本划分的初始设置中带有随机性，甚至存在数据窥探，因此会导致结果不稳健和样本局限问题，因为历史价格时间序列只是众多随机路径中的一次实现。基于机器学习中的交叉验证方法，本研究构建了一种用于套期保值绩效估计的时间序列交叉验证方法，该方法能够解决随机划分样本的问题，并提高估计的稳健性。通过这种方法，我们证实

thLien 和 Shrestha（2007年）提出的时频套期保值方法在方差缩减准则上并未表现出优势。我们还分析了该方法在风险价值准则上的表现，发现 EMD方法族表现优异。

本研究对现有文献有四项主要贡献。第一，提出了一种自适应套期保值方法，该方法通过提取合约频率结构生成自适应套期保值期限。第二，提出了一种用于套期保值绩效估计的时间序列交叉验证方法，可避免任意划分训练和测试时间序列所导致的估计偏差。第三，发现样本内与样本外套期保值绩效估计结果并不一致，并拓展了Lien和Shrestha（2007）提出的时频方法的应用。第四，发现套期保值绩效的关键决定因素，是相应自适应套期保值期限内现货和期货合约的匹配度。

本研究其余部分安排如下。第 2 节介绍本研究的方法论。第 3 节展示样本内和样本外表现的实证结果。第 4 节得出结论。

2. 方法论

本节介绍传统套期保值方法，随后引入一种时频套期保值方法——小波套期保值方法（Lien 和 Shrestha，2007），该方法为时频方法提供了基本模式。接着，我们提出经验模态分解套期保值方法，以提取合约的频率结构，并将其定义为自适应套期保值期限。我们基于机器学习中的交叉验证方法和传统套期保值绩效估计，构建了用于估计套期保值绩效和路径绩效的时间序列交叉验证方法。

2.1. 传统方法

传统方法包括最小套期保值方法及其衍生方法，包括误差修正方法（Chen，2004年）和扩展误差修正方法（2005年）。

2.1.1. 最小方差套期保值方法

T套期保值组合由 C_S 单位的现货多头头寸和 C_F

单位的期货空头头寸构成，套期保值期限为从时间 0 到时间 T。套期保值组合的价值为

$$V_{H,t} = C_S S_t - C_F F_t,$$

其中，S_t 和 F_t 分别表示时刻 t 的现货价格和期货价格。套期保值期间套期保值组合价值的变化为

$$\Delta V_H = C_S \Delta S_T - C_F \Delta F_T,$$

其中，$\Delta S_T = S_T - S_0$ 和 $\Delta F_T = F_T - F_0$。

最小方差套期保值旨在使 ΔV_H的方差最小化，套期保值比率为

$$h = \frac{cov(\Delta S, \Delta F)}{var(\Delta F)}.$$

通过求解以下函数可得该套期保值比率：

$$\min_h var(\Delta S - h\Delta F),$$

其中，$\mathrm{h} = C_F/C_S$。

在实证研究中，最优套期保值比率通过以下回归进行估计

$$\Delta S = a + \beta \Delta F + e,$$

其中，参数 β 是估计得到的最优套期保值比率h。

最优套期保值比率由现货价格变动与期货价格之间的协方差、期货价格变动的方差以及套期保值期限决定。其中，只有套期保值期限由套期保值者决定，并且实证表明它对套期保值比率有很大影响。

2.1.2. ECM套期保值方法

Chen等人（2004年）分析了套期保值期限对套期保值比率和套期保值绩效的影响。他们发现，短期和长期的套期保值绩效存在显著差异。在长期，套期保值比率趋于收敛至等于1的朴素套期保值比率；而在短期，套期保值比率通常低于朴素套期保值比率。为综合考虑这些套期保值比率，他们构建了一个误差修正模型，

$$\Delta S_t = a + \beta \Delta F_t + \alpha_S S_{t-1} + \alpha_F F_{t-1} + e_t,$$

其中，S_{t-1} 和 F_{t-1} 分别为滞后现货价格和期货价格。该模型的直观含义是

引入现货价格与期货价格的长期收敛过程，该过程遵循协整方程，

$$S_t = a + bF_t + u_t,$$

纳入短期回归模型。

2.1.3. 扩展 ECM 对冲方法

Lien 和 Shrestha（2005）通过加入 ΔS_t 和 ΔF_t 的滞后项扩展了 Chen 的模型，以提高拟合度，但这会带来过度拟合的风险。滞后项的数量由模型的赤池信息准则确定，

$$\Delta S_t = a + \beta_1 \Delta F_t + \beta_2 u_{t-1} + \sum_{i=1}^{m} \gamma_{si} \Delta S_{t-i} + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{fj} \Delta F_{t-j} + e_t,$$

其中，u_t 是协整回归的残差，

$$S_t = a + bF_t + u_t.$$

2.2. 时频套期保值方法

时频对冲方法基于这样一种观点：合约在特定时间尺度上具有某些特征，而套期保值者根据与其套期保值期限相对应的时间尺度特征计算套期保值比率。小波套期保值方法假定时间尺度是 2 的倍数，这会扭曲合约中的信息。相比之下，经验模态分解方法能够自适应地提取特征时间尺度，我们将其定义为自适应套期保值期限。此外，小波方法通常提取模糊特征，而经验模态分解方法提取更精细的特征（Huang 等，2003年）。

2.2.1. 时间维度方法：小波方法

小波分析是一种成熟的时频滤波方法，最初应用于工程学和物理学。然而，自 Hodrick and Prescott（1997年）提出滤波方法以来，滤波方法，尤其是时频滤波方法，日益受到关注（Freylewicz 等，2006年；2013年）。小波方法是最受欢迎的时频滤波方法之一，并被一些研究应用于套期保值分析（Lien 和 Shrestha，2007年；Conlon

和 Cotter 2012年；Sultan 等人，2016年）

小波方法在套期保值分析中的基本思路，是将原始现货和期货收益率序列分解到不同的时间尺度，并计算各个时间尺度上的套期保值比率。在大多数研究中，时间尺度长度为 2^i、$i = 1$、2、……、n，每个尺度都具有与其长度相对应的特征。面对不同的期限，套期保值者只需选择与套期保值期限近似的时间尺度，并将该尺度上的套期保值比率作为该期限的最优套期保值比率。这种方法不像传统方法那样需要对样本进行差分以匹配套期保值期限，因此能够避免较长套期保值期限带来的样本缩减问题。然而，与传统方法相比，该方法在较短套期保值期限上的表现并无优势（Lien 和 Shrestha，2007年）。

下面简要介绍小波方法的数学原理。首先，确定母函数和父函数，它们是区分小波方法的参数。然后，对现货收益率和期货收益率进行分解。

$$\Delta S_t = B_{J,t}^S + D_{J,t}^S + D_{J-1,t}^S + \cdots + D_{1,t}^S,$$

$$\Delta F_t = B_{J,t}^F + D_{J,t}^F + D_{J-1,t}^F + \cdots + D_{1,t}^F.$$

最后，使用 J 分解结果估计 J 回归。

$$D_{j,t}^S = \theta_{j,0} + \theta_{j,1} D_{j,t}^F + e_{j,t}$$

j 个时间尺度的最小方差套期保值比率由 $\theta_{j,1}$ 的估计值给出。从上述描述中可以看出，小波方法可以与传统方法结合使用，例如最小方差（MV）套期保值和 ECM 套期保值，具体做法是将传统方法应用于分解后的时间序列（Sultan 等人，2019年）。

2.2.2. 时间维度方法：经验模态分解

经验模态分解（EMD）是一种针对非平稳、非线性时间序列设计的自适应时频方法（Huang 等，1998年）。Huang 等（2003年）将其扩展至金融时间序列分析，并讨论了与傅里叶变换和小波方法相比，该方法在分析金融数据方面的优势。正如 Chen 等人（2004年）所指出的，现货和期货的收益序列不一定是平稳且线性的。更糟的是，在某些情况下，现货收益率是平稳的，但期货收益率却是非平稳的。经验模态分解可以解决这个问题，这是该方法的一项附带优势

。

经验模态分解方法的主要优势在于其自适应性和简洁性。就自适应性而言，经验模态分解方法根据时间序列本身的特征对时间序列进行滤波，无需使用傅里叶变换和小波方法等基函数。由于无需预先设定，该方法所需的人工设置极少，因此能够比其他滤波方法更纯粹地提取时间序列的特征。就简洁性而言，经验模态分解方法的算法简明，无需大量计算，这是其得以广泛应用的主要优势。经验模态分解方法的算法旨在获取具有特征的时间序列，称为本征模态函数（IMF），该函数满足以下两个条件：

(1) 在整个数据集中，极值点的数量与过零点的数量必须相等，或最多相差 1 个。

(2) 在任意一点，由局部极大值定义的包络线与由局部极小值定义的包络线的均值为 0。

获取所定义的本征模态函数的步骤如下：

(1) 找出原始时间序列 $X(t)$中的所有局部极值点，然后用三次样条连接所有局部极大值，形成上包络线。对局部极小值重复此过程，得到下包络线。上、下包络线的均值记为 m_1。

(2) 计算 $X(t)$ 与 m_1 的差值，并将差分后的时间序列记为 h_1。将h_1 视为原始时间序列，并按照步骤 1 进行多次筛分 k ，直到得到第一个满足两个条件的时间序列，并将其记为 IMF，即 c_1。将 c_1 与其余数据分离，方法如下

$$X(t) - c_1 = r_1.$$

(3) 将 r_1 视为新的时间序列，并按照步骤 2 进行相同的筛分过程。重复此过程可得到所有后续的 r_j，并将原始时间序列分解为

$$X(t) = \sum_{j=1}^{n} c_j + r_n,$$

其中，余项 r_n 是常数项、单调函数，或仅有一个极大值和一个极小值、因而无法再提取更多本征模态函数的函数。

这些本征模态函数包含了原始时间序列在各个自适应时间尺度上的特征，因为经验模态分解方法不像小波方法那样预先设定尺度。使套期保值期限与合约的内在尺度保持一致，是一种合理的做法，其依据是交易者的行为以及驱动合约动态变化的经济基本面。然而，对于有明确套期保值期限的对冲者而言，应关注与其套期保值期限一致的尺度的行为，因为较长尺度并不能决定套期保值绩效。

EMD套期保值方法与小波套期保值方法的思路相似，因为这两种方法都关注不同尺度下的时间序列行为，并提取相关特征以确定套期保值比率。EMD套期保值方法与小波套期保值方法的基本区别在于，前者不预设尺度，因为如果交易者的行为和经济基本面与预设尺度不一致，预先设定的尺度可能会扭曲结果。

基于上述分析，本文构建了EMD套期保值方法族，包括基础EMD对冲方法、样本节省型EMD对冲方法和聚合EMD套期保值方法。

普通经验模态分解对冲是使用EMD最简单的套期保值方法。其思路很简单，即在特定套期保值期限内匹配现货与期货的时间序列特征，因此无需考虑时间序列特征的其他尺度，尤其是较大尺度，因为它们与该套期保值期限不匹配。特定套期保值期限下的普通经验模态分解对冲比率可通过以下普通最小二乘回归计算：

$$\Delta IMF_{i,t}^{S} = a + \beta \Delta IMF_{i,t}^{F} + e_{i,t},$$

其中，$\Delta IMF_{i,}{}^{S}{}_{t}$ 是 ith现货IMF的差分序列，$\Delta IMF_{i,}{}^{F}{}_{t}$ 是ith期货IMF的差分序列，而 β 是相应套期保值期限的套期保值比率。需要指出该公式中的一些细节。首先，差分运算对应于套期保值期限。例如，若套期保值期限为3天，则假设时间单位为天，IMF 的差分运算 Δ 为$IMF_{i,\ t} - IMF_{i,\ t-3}$。其次，差分后的时间序列就是时间序列本身，而不是经过处理的时间序列，例如对数收益率时间序列。这是因为这种处理会扭曲原始时间序列的特征和信息。

时间维度方法的主要优势在于解决静态套期保值模型的样本缩减问题（Lien 和 Shrestha，2007年）。EMD套期保值方法与小波套期保值方法具有相同的优势，因为它们能够挖掘特定套期保值期限的时间序列特征。与小波方法类似，样本节省型EMD套期保值方法

$$IMF_{i,t}^{S} = a + \beta IMF_{i,t}^{F} + e_{i,t},$$

其中，$IMF_{i,}{}^{S}{}_{t}$ 表示 $i$th现货IMF，$IMF_{i,}{}^{F}{}_{t}$ 表示 $i$th期货IMF，而 β 表示相应套期保值期限的套期保值比率。

由于经验模态分解方法能够提取时间序列在不同时间尺度上的特征，小于套期保值期限的尺度自然包含了有助于更准确估计套期保值比率的相关特征。因此，基于这一考虑，我们构建了聚合EMD套期保值方法，其回归方程为

$$\sum_{cycle_i \le horizon} IMF_{i,t}^{S} = a + \beta \sum_{cycle_i \le horizon} IMF_{i,t}^{F} + e_{i,t},$$

其中，$cycle_i$ 表示 $i$thIMF的周期，h$orizon$ 表示套期保值期限，β 表示套期保值比率，其他符号与前一个方程中的相同。

2.3. 绩效模型

2.3.1. 传统表现模型

绩效模型旨在衡量样本外套期保值绩效。基于套期保值的概念，方差缩减准则通过衡量套期保值方法降低套期保值组合方差的程度来评估其绩效，定义如下：

$$HE_{variance} = 1 - \frac{var(\Delta V_H)}{var(\Delta S)}$$

其中，$var(\Delta V_H)$ 和 $var(\Delta S)$ 分别为套期保值组合和现货合约收益的方差。

除了方差缩减准则外，我们还采用风险价值准则研究套期保值绩效的高阶矩，该准则用于估算给定置信水平 α 下、某一时间段内组合预期最大损失（Harris & Shen, 2006年；Jorion, 2006年）。风险价值的表达式为

$$VaR_\alpha = q_a,$$

其中，q_a 是收益分布中相应的分位数。基于风险价值的准则表示为

$$HE_{VaR} = 1 - \frac{VaR_\alpha(\Delta V_H)}{VaR_\alpha(\Delta S)},$$

其中，VaR_α（ΔV_H）和 VaR_α（ΔS）分别表示套期保值组合和现货合约在置信水平 α 下收益的风险价值。本研究将置信水平 α 设定为 5%。

2.3.2. 用于套期保值绩效的时间序列交叉验证方法

本研究构建了一种用于模型绩效估计的时间序列交叉验证方法。大多数研究通过沿时间线随机划分数据集，将其分为训练样本集和测试样本集，并使用训练样本集拟合的套期保值比率来估计套期保值方法在测试样本集中的样本外表现。然而，这一过程存在若干问题（Bailey 等人，2015年、2016年、2018年；Bailey 和 Prado，2014年）。首先，历史数据只是众多随机路径中的一次实现，因此，仅根据一条已实现路径估计绩效是不充分的。其次，由于套期保值期限与样本量之间存在负向关系，随着套期保值期限增加，受样本缩减问题影响，绩效估计会逐渐失去有效性。第三，训练样本和测试样本的划分具有随机性，可能导致估计结果缺乏稳健性，并产生数据窥探问题。

为解决这些问题，本研究借鉴交叉验证方法的理念（Bailey 和 Lopez de Prado，2012年、2014年；Bailey 等人，2014年、2017年），构建了一种用于评估套期保值绩效的时间序列交叉验证方法。交叉验证方法最初用于金融数据上的监督学习，本质上是一种重抽样方法，用于获得对监督机器学习模型绩效的稳健估计。具体方法如下：首先，将样本划分为 N 组，选择其中的 k 组作为测试集，其余 $N-k$ 组作为训练集。根据组合原理，共有$\binom{N}{k}$组训练集–测试集。然后，使用训练集中的样本训练模型，并使用测试集中的样本估计模型绩效。最后，对模型

绩效 在所有训练–测试集上取平均。

然而，时间序列中的交叉验证方法需要修订。在时间序列中，独立同分布条件并不像传统交叉验证方法中那样成立。因此，模型在某个特定时期表现更优，并不意味着它在其他时期也表现更优。我们需要估计模型在整个时间序列上的表现，这称为路径绩效，而不是像传统交叉验证方法那样估计测试集性能。另一个区别是，我们将套期保值比率传递给测试集，而不是机器学习模型。这意味着测试集中的性能模型是相同的，但训练集中不同方法得到的套期保值比率各不相同。

T套期保值方法的时间序列交叉验证方法详情如下 :

1. 将时间序列 T 划分为 N 组，不进行随机打乱，其中$N-1$ 组的样本量为 $\lfloor T/N \rfloor$，而第 $N\text{th}$ 组包含 $T-\lfloor T/N \rfloor(N-1)$ 个余项样本。2. 计算所有可能的训练集/测试集划分；对于每种划分， $N-k$ 组构成训练集， k 组构成测试集。3. 使用各训练集估计套期保值比率，并使用相应的测试集估计其套期保值绩效。最后，我们从训练集中获得$\binom{N}{k}$ 个套期保值比率，并从测试集中获得$\binom{N}{k}$ 个套期保值绩效估计值。4. 计算 $p[N,k]$ 条绩效路径，其中 $p[N,k]=\frac{k}{N}\binom{N}{k}$。由于我们获得了每条路径的绩效估计值，因此可以推导出该方法绩效的经验分布。

2.3.3. 路径绩效

在图1中，假设我们设置了 $N=5$ 和 $k=2$。按照上述步骤，可得到 10 个训练-测试集、10 个套期保值比率、10 个绩效估计和 4 条性能路径。

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	路径
G1	1	2	3	4							4
G2	1				2	3	4				4
G3		1			2			3	4		4

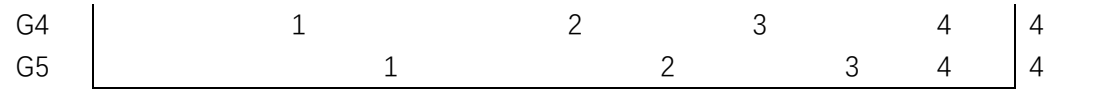

图1。测试组的组合。该图展示了用于套期保值方法的时间序列交叉验证方法中测试组的组合，参数为 $N = 5$ 和 $k = 2$。其中有 10 个训练-测试集，记为 S1–S10，以及 5 个组，记为 G1–G5。每个组加入的路径数量显示在"路径"列中。象限中的数字表示每个 G-S 单元格对应的路径编号。

测试组的组合如图1所示。路径 1 是 $(G2, S1)$、$(G3, S2)$、$(G4, S3)$、 and $(G5, S4)$ 的组合；路径 2 是 $(G1, S2)$、$(G2, S5)$、$(G3, S5)$、$(G4, S6)$、 and $(G5, S7)$ 的组合；路径 3 是 $(G1, S3)$、$(G2, S6)$、$(G3, S8)$、$(G4, S8)$、 and $(G5, S9)$ 的组合；路径 4 是 $(G1, S4)$、$(G2, S7)$、$(G3, S9)$、$(G4, S10)$、and $(G5, S10)$ 的组合。

因此，我们可以估计对冲方法的路径绩效。对冲方法的路径表现估计量是从传统表现模型的估计量扩展而来的。对于方差缩减准则 $HE_{variance}$，我们将路径方差缩减表现 $HE_{variance}^{path}$ 定义为

$$HE_{variance}^{path} = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} HE_{i,variance},$$

其中 $HE_{i,\ variance}$ 是第 ith 组的方差缩减表现， N 是组数。对于风险价值准则，我们将路径风险价值表现 HE_{VaR}^{path} 定义为

$$HE_{VaR}^{path} = \min\left(HE_{i,VaR}\right), i = 1, \ldots, N,$$

其中 $HE_{i,\ VaR}$ 是第 ith 组的风险价值表现，N 是组数。路径风险价值表现的定义基于极小极大原则的思想，即以最差情形下的表现作为准则，这与风险价值旨在估计极端情形表现的目标一致。

3. 实证结果

实证结果包括数据和描述性统计、初步分析、样本内表现、样本外表现以及套期保值绩效的决定因素。样本外表现和套期保值绩效的决定因素是套期保值者关注的核心问题。我们发现，样本外表现

与样本内表现不一致。传统方法在方差缩减准则下表现更优，而 EMD 方法族在风险价值准则下表现更优。套期保值绩效的关键决定因素是相应套期保值期限下现货和期货合约的匹配度，而非合约的方差。

3.1. 数据与描述性统计

本研究的所有数据均来自 DataStream。我们检验了三种主要的大宗商品和金融指数现货及期货合约，包括黄金、布伦特原油和标普500价格指数，因为这些合约在套期保值管理中最具代表性。为满足样本量要求、实现更准确的分析，我们尽可能延长时间序列，因此样本期通常超过10年。

表1. 数据描述。本表列出了本研究的数据相关信息。合约包括黄金、布伦特原油和标普500价格指数。期货合约为对应现货合约的连续近月合约。期间记录了合约开始日期和结束日期。样本量为该期间内的天数。年数为该期间的年数。现货和期货合约的交易所信息列于括号内。

Spot	期货	期间	样本量	Year
黄金（Gold, Handy & Harman基准价）	黄金（COMEX）	1979.01.02–2021.10.29	11174	42
布伦特原油	布伦特原油（ICE）	2007年.07.30–2021年.10.29	3502	14
标普500价格指数	迷你标准普尔500指数（芝加哥商品交易所）1997年09月09日–2021年10月29日		6299	24

3.2. 初步分析

在进行样本内和样本外分析之前，有必要对本征模态函数进行初步分析，包括周期、方差分解和匹配度。

3.2.1. 固有模态函数的周期

除余项或趋势外，本征模态函数没有趋势，只有振荡模式，据此可以计算相应的周期。与傅里叶变换和小波方法不同，本征模态函数包含原始时间序列的局部信息，因此具有时变频率，这使得常数频率难以计算。遵循 Huang（1998年、2003年）提出的惯例，本研究使用以下方法计算本征模态函数的周期：

$$Cycle_i = \frac{length(IMF_i)}{\#maxima + \#minima - 1} \times 2,$$

其中 $length(IMF)$ 表示 itw 固有模态函数时间序列的长度，$\#maxima$ 和 $\#minima$分别表示 itw 本征模态函数的局部极大值和局部极小值的数量。

根据上述定义，我们计算了表2中三个合约的本征模态函数周期。现货和期货合约从 IMF_1 到 IMF_5 的周期相似，而从 IMF_6 到最后一个本征模态函数的周期则有所不同，因为不同合约的本征模态函数数量各不相同。各合约在最长约2–3个月的尺度上具有相似的周期特征，但从3个月到更大尺度上的周期特征相似度较低。

表2. 本征模态函数周期。本表列出了现货和期货合约时间序列的本征模态函数周期。数据单位为天。“黄金”表示黄金合约，“布伦特原油”表示布伦特原油合约，“标准普尔500指数”表示标普500价格指数。各合约的本征模态函数数量不同。黄金的本征模态函数数量最多，为10个；空白表示未提取出更多固有函数。

		IMF									
	合约	IMF1	IMF2	IMF3	IMF4	IMF5	IMF6	IMF7	IMF8	IMF9	IMF10
Gold	Spot	3.03	6.23	12.70	26.32	56.43	134.63	328.65	1064.19	2793.5	11174
	期货	2.95	5.97	12.51	25.69	59.28	124.16	282.89	770.62	2793.5	11174
布伦特原油	Spot	3.12	6.83	15.39	34.50	93.39	259.41	1000.57	3502		
	期货	3.14	6.61	15.06	32.88	90.96	225.94	583.67	3502		
标准普尔500指数	Spot	3.07	6.74	14.30	30.88	68.84	165.76	419.93	1399.78	6299	
	期货	3.06	6.29	12.95	26.98	63.63	136.93	323.03	1145.27	6299	

3.2.2. 对数收益率时间序列方差分解

经验模态分解方法可以对合约的对数收益率时间序列进行分解，并在各个时间尺度上分解其方差。从分解结果来看，波动性较大的尺度通常会使现货和期货合约之间表现出更大的差异。表3中对三个合约的分解结果印证了这一观察。对于这三个合约而言，方差通常与尺度的频率一致：尺度频率越高，其方差越大。每个合约超过50%的方差来自第一个时间尺度，超过80%的方差来自前三个时间尺度。现货和期货合约具有相似的方差分解模式。

就方差绝对值而言，黄金和标准普尔价格指数的方差分解相似，而布伦特原油的方差远大于另外两种合约。根据对合约周期和匹配度的分析，

方差分解的差异与周期模式和匹配度无关。布伦特原油在每个时间尺度上的方差都是最大的，但现货和期货在各时间尺度上的周期和匹配度并无明显差异。波动性并非导致现货和期货合约表现不同的因素。

表3. 对数收益率时间序列方差的本征模态函数方差分解。本表展示了从对数收益率时间序列分解得到的本征模态函数方差。“现货”和“期货”行表示绝对值，“%”行表示本征模态函数方差占原始对数收益率时间序列方差的百分比。合约包括黄金、布伦特原油和标准普尔价格指数，其名称与前表一致。

		IMF									
		IMF1	IMF2	IMF3	IMF4	IMF5	IMF6	IMF7	IMF8	IMF9	IMF10
Gold	Spot	9.178	2.790	2.024	0.898	0.574	0.505	0.145	0.036	0.056	0.036
	%	56.47	17.17	12.46	5.53	3.53	3.11	0.89	0.22	0.35	0.22
	期货	8.253	2.857	1.719	1.124	0.657	0.455	0.172	0.053	0.023	0.025
	%	53.79	18.62	11.20	7.33	4.28	2.96	1.12	0.35	0.15	0.16
布伦特原油	Spot	37.001	13.489	8.240	3.647	1.521	1.011	1.541	0.280		
	%	55.19	20.12	12.29	5.44	2.27	1.51	2.30	0.418		
	期货	37.654	13.007	7.037	4.405	1.541	1.345	0.731	0.527		
		56.69	19.58	10.60	6.63	2.32	2.03	1.10	0.793		
标准普尔500指数	Spot	8.988	3.148	1.827	0.920	0.701	0.456	0.107	0.029	0.030	
	%	55.34	19.38	11.25	5.66	4.31	2.81	0.66	0.18	0.18	
	期货	9.498	3.291	2.086	0.849	0.464	0.282	0.102	0.031	0.020	
	%	57.07	19.78	12.53	5.10	2.79	1.69	0.61	0.19	0.12	

3.2.3. 现货和期货合约的匹配度

由于经验模态分解方法提取了现货和期货合约在不同尺度上的特征，因此，对应尺度下现货与期货合约的匹配度对于套期保值比率和套期保值绩效估计至关重要。两种合约在对应尺度上的匹配度越高，套期保值绩效就越好。本文在表4中通过普通最小二乘回归的决定系数考察现货IMF与期货IMF的匹配度，

$$IMF_{i,t}^{S} = \ a \ + \ \beta IMF_{i,t}^{F} + e_{i,t},$$

其中，各符号的含义与前一个方程中的相同。

黄金合约的平均匹配度最低，而布伦特原油和标准普尔500指数价格指数的匹配度则好得多。匹配度

与本征模态周期呈 U 形关系，这意味着在短周期和长周期下，匹配度相对较高，而在中周期下相对较低。

表4. 现货与期货IMF的匹配度。 本表展示现货和期货合约之间本征模态函数的匹配度。用于估计匹配度的模型为普通最小二乘回归模型，$IMF_{i,}{}^{S}{}_{t} = \alpha + \beta IMF_{i,}{}^{F}{}_{t} + e_{i,\ t}$，其中$IMF_{i,}{}^{S}{}_{t}$，$IMF_{i,}{}^{F}{}_{t}$ 分别为现货和期货的本征模态函数。"β"行是根据上述普通最小二乘回归模型估计的参数 β ，"R^2"行是根据上述普通最小二乘回归模型估计的R平方。合约包括黄金、布伦特原油和标准普尔500指数价格指数，符号与前表一致。每种合约的最后一个本征模态函数是从原始时间序列中分解出的趋势。

		IMF										
		IMF1	IMF2	IMF3	IMF4	IMF5	IMF6	IMF7	IMF8	IMF9	IMF10	第11个本征模态函数
Gold	β	0.4808	0.5415	0.5856	0.5228	0.6636	0.5689	0.7166	0.5890	0.9723	1.0504	0.9266
	R^2	0.1968	0.2998	0.3493	0.3158	0.2419	0.3367	0.2873	0.1758	0.8463	0.9908	0.9968
布伦特原油	β	0.9303	0.9385	0.8697	0.8848	0.6702	1.0580	0.8876	0.6254	0.8321		
	R^2	0.8858	0.8027	0.7638	0.6735	0.6131	0.6883	0.3857	0.5372	0.9191		
标准普尔500指数	β	0.9584	0.8682	0.7496	0.6472	0.7226	0.9818	1.0044	0.8022	0.7491	0.8751	
	R^2	0.8738	0.6424	0.4684	0.3943	0.4162	0.2698	0.3650	0.3402	0.8377	0.9945	

3.2.4. 现货与期货本征模态函数

图 2~4 展示了黄金、布伦特原油和标准普尔500指数价格指数现货和期货合约的本征模态函数，为理解经验模态分解方法提供了直观依据。根据前面的分析，现货和期货的周期最多匹配至 IMF_5 ，而在之后的一些本征模态函数中出现了分歧。图 2~4 也部分验证了本征模态函数的匹配度。我们无法区分高频本征模态函数的匹配度，但可以辨别低频本征模态函数匹配度的差异。

图中显示，黄金本征模态函数的匹配程度低于布伦特原油和标准普尔500指数价格指数。最后两个本征模态函数和趋势序列，尤其是后者，匹配程度相对较高，这表明随着套期保值期限趋于无穷大，套期保值比率可以收敛至朴素套期保值比率（Chen等（2004））。中频本征模态函数（周期大于 $IMF5$）在现货和期货之间呈现差异，意味着它们在相应尺度上具有不同特征。

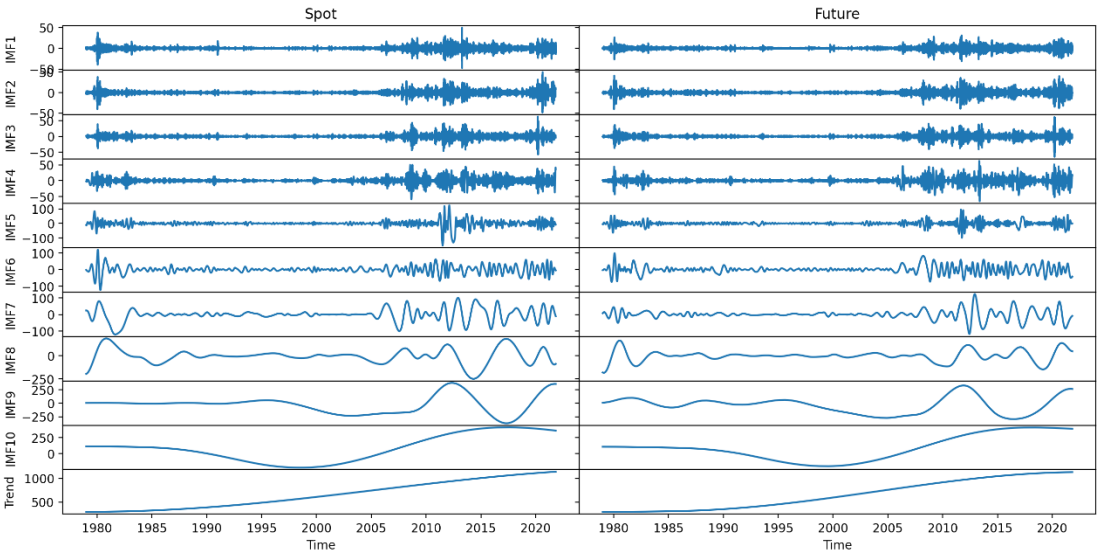

图 2. 黄金现货与期货本征模态函数。该图展示了黄金现货和期货合约时间序列的本征模态函数。标题为“现货”的左图是现货IMF，标题为“期货”的右图是期货本征模态函数。横轴表示时间段，纵轴表示本征模态函数和趋势。

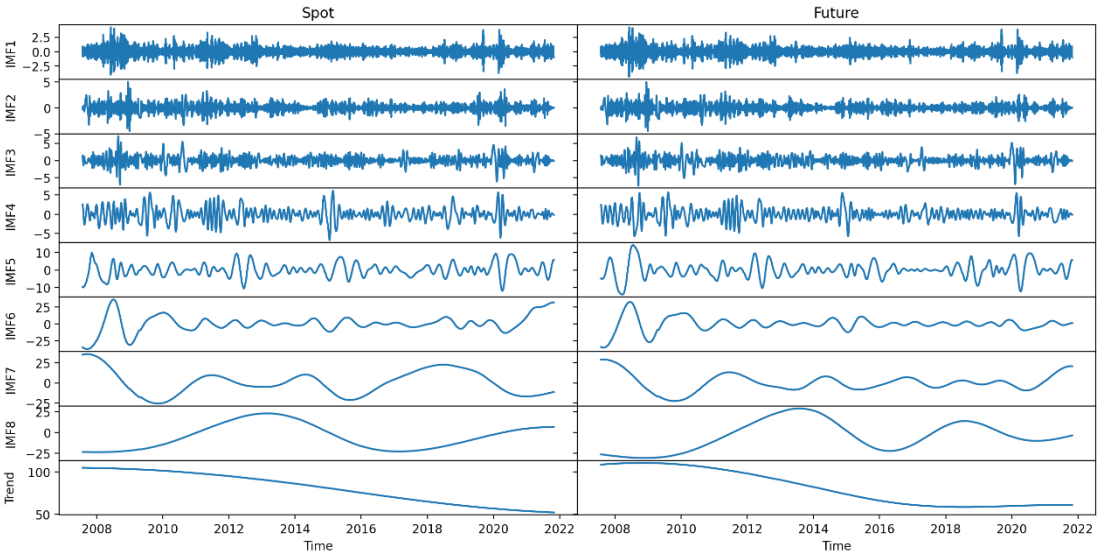

图 3. 布伦特原油现货与期货本征模态函数。该图展示了布伦特原油现货和期货合约时间序列的本征模态函数。标题为“现货”的左图是现货IMF，标题为“期货”的右图是期货IMF。横轴表示时间段，纵轴表示本征模态函数。

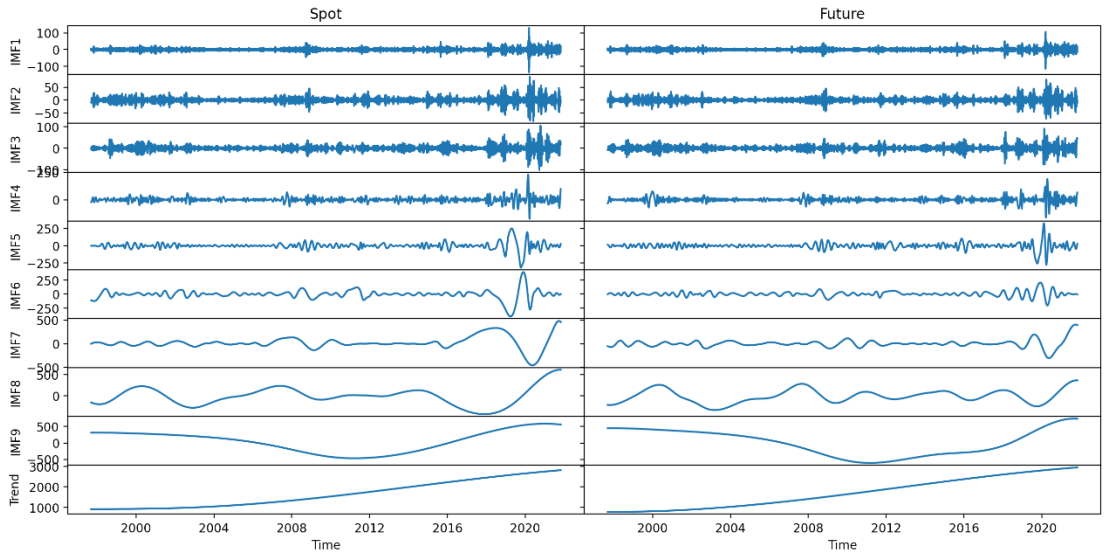

图4. 标普500价格指数的现货与期货本征模态函数。该图展示了标普500价格指数现货和期货合约时间序列的本征模态函数。标题为“现货”的左图显示现货本征模态函数，标题为“期货”的右图显示期货本征模态函数。横轴表示时间段，纵轴表示本征模态函数。

3.3. 样本内表现

我们采用传统套期保值方法（包括最小方差套期保值方法、误差修正套期保值方法和扩展误差修正套期保值方法），以及基于EMD的对冲方法（包括普通套期保值方法、样本节省套期保值方法和聚合套期保值方法），分别依据方差缩减准则和风险价值准则估计其样本内套期保值绩效。样本内绩效估计同时将整个时间序列作为训练集和测试集，因此，使用时间序列交叉验证方法评估套期保值绩效并不充分。此外，样本内表现并非套期保值者关注的核心。我们将本征模态函数的周期定义为合约的自适应套期保值期限。

就表5中方差缩减准则下的套期保值绩效而言，与Lien和Shrestha（2007）相同，我们发现，在周期约为一个月的短尺度上，最小方差方法的表现显著优于EMD方法族。在周期超过一个月的长尺度上，最小方差方法与EMD方法族之间的绩效差异趋于大幅缩小。在大多数情况下，样本节省 EMD 方法会降低普通EMD方法的表现，这可能是由不同的数据处理方法所致。绩效

模型使用对数收益率时间序列，而 EMD 方法族使用原始时间序列。在大多数情况下，聚合EMD方法提高了普通EMD方法和样本节省 EMD 方法的表现，这与我们先前的分析一致。不出所料，最小方差方法的样本内方差降低表现最佳，因为其最优函数与绩效准则完全相同。

表5. 套期保值比率与样本内套期保值绩效（方差缩减）。本表展示了方差缩减的套期保值比率与样本内套期保值绩效。合约包括黄金、布伦特原油和标普500价格指数。本征模态函数包括周期小于一年的分量。“周期”列表示相应本征模态函数的取整周期。用于计算套期保值比率的套期保值模型包括最小方差套期保值方法（MV）、误差修正套期保值方法（ECM）、扩展误差修正套期保值方法（EECM）、基础EMD套期保值方法（VEMD）、节省样本EMD套期保值方法（SEMD）以及聚合EMD套期保值方法（AEMD），其缩写列于括号中。套期保值绩效模型采用方差缩减准则，估计值以百分比表示。

		周期	套期保值比率						套期保值有效性（方差降低率）					
			MV	ECM	EECM	VEMD	SEMD	AEMD	MV	ECM	EECM	VEMD	SEMD	AEMD
Gold	IMF1	3	0.7901	0.7933	0.7984	0.5180	0.4808	0.4808	64.0221	64.0211	64.0151	56.4254	54.2086	54.2086
	IMF2	6	0.8598	0.8829	0.8886	0.6555	0.5415	0.6289	79.3340	79.2770	79.2450	74.8516	68.4573	73.6127
	IMF3	13	0.9623	0.9596	0.9609	0.6234	0.5856	0.7270	90.5265	90.5258	90.5263	79.2980	76.6504	85.1113
	IMF4	26	0.9869	0.9826	0.9823	0.7021	0.5228	0.7516	94.8324	94.8306	94.8304	86.9332	73.8625	89.4388
	IMF5	56	0.9633	0.9779	0.9740	0.9370	0.6636	0.8078	97.4257	97.4031	97.4136	97.3534	87.9990	94.8869
	IMF6	135	0.9716	0.9860	0.9782	0.6858	0.5689	0.7915	98.9924	98.9709	98.9878	90.4272	81.9843	95.5895
	IMF7	329	0.9797	0.9861	0.9872	0.7832	0.7166	0.8810	99.7150	99.7107	99.7091	95.7052	92.5236	98.7036
布伦特原油 Oil	IMF1	3	0.9823	0.9823	0.9759	0.9370	0.9303	0.9303	95.1456	95.1456	95.1417	94.9436	94.8790	94.8790
	IMF2	7	0.9695	0.9811	0.9799	0.9400	0.9385	0.9454	95.5795	95.5659	95.5685	95.4910	95.4815	95.5204
	IMF3	15	1.0023	1.0012	1.0007	0.8677	0.8697	0.9173	98.8178	98.8176	98.8175	97.0341	97.0869	98.1074
	IMF4	35	0.9865	0.9829	0.9821	0.9121	0.8848	0.9389	99.0214	99.0201	99.0194	98.4587	97.9689	98.7905
	IMF5	93	1.0015	1.0025	1.0032	0.7286	0.6702	0.7879	99.9635	99.9634	99.9632	92.5418	89.0239	95.4170
	IMF6	259	0.9967	0.9989	1.0093	0.9181	1.0580	1.0336	99.8570	99.8565	99.8411	99.2355	99.4797	99.7205
标准普尔500指数	IMF1	3	0.9684	0.9709	0.9736	0.9736	0.9584	0.9584	97.4703	97.4697	97.4675	97.4675	97.4600	97.4600
	IMF2	7	0.9755	0.9777	0.9780	0.8449	0.8682	0.9404	98.6725	98.6720	98.6719	96.9044	97.4784	98.5451
	IMF3	14	0.9836	0.9870	0.9894	0.8050	0.7496	0.9368	99.0176	99.0164	99.0141	95.7515	93.4124	98.7930
	IMF4	31	0.9905	0.9931	0.9938	0.6097	0.6472	0.8614	99.4222	99.4215	99.4211	84.7280	87.4785	97.7324
	IMF5	69	0.9827	0.9857	0.9895	0.8034	0.7226	0.9473	99.7188	99.7178	99.7141	96.3981	92.7322	99.5890
	IMF6	166	0.9893	0.9905	0.9889	1.3910	0.9818	0.9540	99.9172	99.9171	99.9172	83.4453	99.9114	99.7899
	IMF7	420	0.9824	0.9870	0.9817	0.8678	1.0044	1.0962	99.9626	99.9604	99.9625	98.6029	99.9124	98.6222

表6中基于风险价值准则的套期保值绩效结果相当复杂，因为传统方法的总体表现通常优于经验模态分解方法

家族。基础EMD对冲方法的总体表现通常优于样本节省型EMD对冲方法。聚合EMD套期保值方法通常能够改善样本节省型EMD对冲方法的绩效，但偶尔也会改善基础EMD对冲方法的绩效。

表6. 样本内套期保值绩效（风险价值）。 本表展示了以风险价值准则衡量的样本内套期保值绩效。合约包括黄金、布伦特原油和标准普尔500指数价格指数。本征模态函数包括周期小于一年的本征模态函数。“周期”列表示相应本征模态函数的取整周期。套期保值绩效模型采用风险价值准则，估计值以百分比表示。

		周期	套期保值有效性（风险价值）					
			MV	ECM	EECM	VEMD	SEMD	AEMD
Gold	IMF1	3	39.2824	39.1042	39.0630	32.8688	31.0705	31.0705
	IMF2	6	55.4993	56.4208	56.5121	50.0539	43.7554	49.0671
	IMF3	13	68.6380	68.7092	68.6758	52.1800	50.0175	59.0594
	IMF4	26	72.8089	72.7763	72.8234	62.8853	48.4568	67.5766
	IMF5	56	83.0478	83.7578	83.9450	83.6142	66.8291	78.6661
	IMF6	135	89.3674	90.1976	89.6787	67.0000	54.8789	78.2811
	IMF7	329	90.6208	90.8592	90.8997	77.1194	71.1066	86.5451
布伦特原油 Oil	IMF1	3	96.6633	96.6706	95.6111	90.6061	89.7505	89.7505
	IMF2	7	91.3084	91.5543	91.5833	89.6809	89.5896	89.9072
	IMF3	15	99.6707	99.8322	99.8981	85.1096	85.2749	89.8871
	IMF4	35	96.4997	96.2877	96.2886	88.6183	86.0903	91.6575
	IMF5	93	99.8153	99.6845	99.6028	71.4080	65.6825	77.2200
	IMF6	259	98.2898	98.1831	97.6818	91.8083	94.8342	96.5113
标准普尔500指数	IMF1	3	86.1325	86.2081	86.3997	86.3988	86.0297	86.0297
	IMF2	7	89.5633	89.8556	89.8304	82.6145	84.5918	88.8234
	IMF3	14	89.2702	89.1733	89.1048	81.6923	77.4480	89.2098
	IMF4	31	92.4683	92.4057	92.4134	61.3997	66.0455	86.1623
	IMF5	69	93.5840	93.4025	93.5044	83.0279	75.4919	92.8053
	IMF6	166	96.8711	97.0985	96.7927	51.1495	97.1294	96.4646
	IMF7	420	96.7212	96.3948	96.7751	87.4222	93.5403	75.5384

样本内套期保值绩效并非套期保值绩效估计的核心问题，因为所有套期保值者都会使用当前套期保值比率，以实现未来的套期保值目标。因此，套期保值者关注的关键是样本外表现。由于样本内结果往往无法推广至样本外结果，套期保值绩效也不例外。

3.4. 样本外表现

样本外表现是套期保值决策中最重要的议题，因为套期保值者进行套期保值，主要是为了实现套期保值目标，例如降低套期保值组合的波动性和高维风险。鉴于套期保值目标，套期保值者必须选择套期保值比率来构建套期保值组合，进而在未来的套期保值期限内实现套期保值目标。由于套期保值绩效只能在未来实现，套期保值者必须在当前确定套期保值组合。因此，基于样本内表现或历史数据的套期保值模型，无法保证其绩效在未来数据集中持续保持；这被称为样本外表现，因为时间序列并非像分类问题中的样本那样属于随机样本。相反，时间序列的样本外表现与样本内表现大相径庭，这意味着如果根据样本内表现进行选择，所选模型就是错误的。

由于很少有研究提供合理的分析，因此必须探讨套期保值方法的样本外表现。大多数研究通过任意将时间序列划分为训练组和测试组来估计样本外表现：在训练组中估计套期保值比率，再在测试组中评估该比率的表现。由于这种划分具有随机性，模型的样本外表现也相对具有随机性，而且可能存在数据窥探。历史时间序列只是随机时间序列的一次实现，因此模型的样本外表现不够稳健。为此，我们构建了一种用于样本外绩效估计的时间序列交叉验证方法，以提供更稳健、准确的分析。该方法的详情见第 2 节。按照这一方法，我们按年份划分时间序列，并将每一年作为一个组。我们选取若干组作为测试组，其余组作为训练组；具体而言，黄金合约设 3 个测试组，布伦特原油合约设 5 个测试组，标准普尔500指数合约设 4 个测试组。某些组中部分套期保值期限的样本不足，因此应从数据中剔除。最后，我们为每份合约构建路径绩效，并报告各路径绩效的描述性统计。我们将自适应套期保值期限限制在半年以内，因为实际中通常不会采用更长的套期保值期限。

根据表7中的方差缩减准则评估套期保值绩效，传统方法的表现通常优于EMD套期保值方法族。样本节省型EMD对冲方法的表现与基础EMD对冲方法相近。然而，对于匹配度较低的合约，样本节省型EMD对冲方法会使普通EMD方法的表现变差。在大多数情况下，聚合EMD方法能够提升普通EMD方法和样本节省型EMD对冲方法的表现。

就合约表现而言，我们发现黄金的表现通常最差，这可能是因为现货和期货合约的匹配度最低。布伦特原油和标普价格指数合约的表现相近且较好，这与其现货和期货合约匹配度较高相符。传统方法与EMD套期保值方法族之间的表现差异在黄金合约中最大，在布伦特原油和标普价格指数合约中则相对较小。

表7. 样本外套期保值绩效（方差缩减）。本表展示了各套期保值方法在方差缩减准则下的样本外套期保值绩效。合约包括黄金、布伦特原油和标普500价格指数。“对冲期限”列展示与本征模态函数取整周期相对应的套期保值期限。“路径”列展示用于绩效估计的路径数量。套期保值绩效模型为方差缩减准则下的路径绩效。

	Hori	Path	套期保值有效性：方差缩减															
			MV				EMD				SEMD				AEMD			
			Mean	Std	Skew	Kurt	Mean	Std	Skew	Kurt	Mean	Std	Skew	Kurt	Mean	Std	Skew	Kurt
Gold	3	861	0.7118	0.0002	1.2712	3.5615	0.6249	0.0056	-.8728	1.7489	0.5901	0.0046	-0.0198	1.5172	0.5901	0.0046	-0.0198	1.5172
	6	861	0.8362	0.0003	1.6977	4.3337	0.7940	0.0078	-3.6195	13.3211	0.7053	0.0041	-1.4036	3.8830	0.7623	0.0024	-1.4892	3.0981
	13	861	0.9137	0.0001	-0.9987	2.3256	0.7893	0.0120	1.7870	4.9955	0.7803	0.0054	-0.7634	3.9624	0.8642	0.0026	-0.9144	2.0053
	26	861	0.9513	0.0001	-1.7406	4.0069	0.8936	0.0073	-0.6366	4.2773	0.7484	0.0055	-0.2809	0.8503	0.9024	0.0025	-0.4782	1.2507
	56	861	0.9613	0.0001	-1.8589	6.2093	0.9567	0.0077	-3.8135	19.6836	0.8601	0.0154	-0.9250	3.9622	0.9318	0.0035	0.5812	1.8752
	135	861	0.9543	0.0001	-2.8818	10.7826	0.8944	0.0167	-2.8930	10.4905	0.7893	0.0202	0.1717	2.6556	0.9210	0.0049	1.2159	3.6429
布伦特原油	3	1001	0.9653	0.0001	-0.4322	0.0283	0.9639	0.0008	-1.3576	2.9763	0.9627	0.0012	-1.3155	2.4568	0.9627	0.0012	-1.3155	2.4568
	7	1001	0.9834	0.0001	-1.1384	1.5427	0.9820	0.0008	-0.9193	0.9183	0.9809	0.0010	-0.8399	0.9610	0.9816	0.0007	-1.1040	1.8306
	15	1001	0.9917	0.0001	-1.9112	5.1188	0.9664	0.0065	-0.5636	0.0259	0.9754	0.0049	-0.8284	0.5649	0.9854	0.0023	-0.8656	0.9441
	35	1001	0.9955	0.0001	-0.8401	0.9114	0.9748	0.0124	-0.9587	0.8352	0.9808	0.0093	-0.3648	-0.2352	0.9920	0.0022	-0.0357	-0.6958
	93	1001	0.9969	0.0001	-3.0468	11.6486	0.8889	0.0712	-0.1280	-0.5839	0.8851	0.0612	0.3910	-1.0256	0.9488	0.0273	0.6628	-1.1285
标准普尔500指数	3	2024	0.9786	0.0001	-0.3223	0.1968	0.9782	0.0004	-.8274	6.3841	0.9782	0.0005	-2.4246	5.2967	0.9782	0.0005	-2.4246	5.2967
	7	2024	0.9861	0.0001	-0.2697	0.4708	0.9680	0.0032	0.1825	0.2174	0.9734	0.0024	-0.8571	2.1609	0.9845	0.0007	-1.4989	3.7616
	14	2024	0.9886	0.0001	-0.2548	0.9574	0.9567	0.0044	-0.8943	0.9294	0.9334	0.0079	-0.9525	1.5113	0.9866	0.0007	-1.7549	2.9497
	31	2024	0.9906	0.0002	0.1111	0.4664	0.8067	0.0456	1.7053	2.0823	0.8807	0.0164	1.7434	2.5022	0.9775	0.0034	1.0796	0.6202

	69	1771	0.9964	0.0001	-1.3095	3.3114	0.9795	0.0226	-2.5284	5.3701	0.9173	0.0402	-1.5262	2.3106	0.9936	0.0033	-2.3320	3.8627
	166	1771	0.9889	0.0001	1.0426	0.9929	0.7983	0.0618	1.6229	1.8792	0.9766	0.0187	-4.2296	26.5310	0.9874	0.0021	-2.4953	4.8719

按风险价值准则衡量的套期保值绩效与样本内表现大不相同。传统方法的样本内表现优于EMD套期保值方法族，与样本外表现相反。

就风险价值准则而言，我们发现，EMD套期保值方法族的表现总体上优于传统方法。样本节省型EMD对冲方法与基础EMD对冲方法之间没有呈现出规律性关系。聚合EMD套期保值方法通常能提升样本节省型EMD对冲方法的表现，偶尔也能提升基础EMD对冲方法的表现。

样本外表现的决定因素显然与合约的方差无关。布伦特原油的方差最大，但其样本外表现并非最差。不过，现货和期货合约的匹配度似乎与样本外表现有关，我们将在下一节对此进行讨论。

表8. 样本外套期保值绩效（风险价值）。本表展示了套期保值方法在风险价值准则下的样本外套期保值绩效。合约包括黄金、布伦特原油和标普500价格指数。“对冲期限”列显示与本征模态函数取整周期相对应的套期保值期限。“路径”列显示用于套期保值绩效估计的路径数量。套期保值绩效模型为风险价值准则下的路径绩效。

	Hori	Path	套期保值有效性：风险价值															
			MV				EMD				SEMD				AEMD			
			Mean	Std	Skew	Kurt	Mean	Std	Skew	Kurt	Mean	Std	Skew	Kurt	Mean	Std	Skew	Kurt
Gold	3	861	0.1403	0.0043	-0.1567	-0.9256	0.1993	0.0053	-2.9922	11.0696	0.1683	0.0032	2.0725	5.8405	0.1683	0.0032	2.0725	5.8405
	6	861	0.4270	0.0018	-2.5941	12.7467	0.4047	0.0088	-2.1569	5.8788	0.3448	0.0043	-1.7972	2.8925	0.3742	0.0011	-1.1428	1.8825
	13	861	0.3519	0.0006	-1.2279	2.6437	0.4112	0.0109	0.1532	0.3724	0.4019	0.0075	1.0765	1.9113	0.5048	0.0032	-0.5030	1.7423
	26	861	0.3204	0.0028	0.8230	9.7702	0.4715	0.0177	-0.4734	2.5708	0.3229	0.0067	0.0807	0.9867	0.4893	0.0091	0.1272	1.3861
	56	861	-0.4878	0.0691	-2.2931	7.1359	-0.3864	0.1805	-0.1060	3.0062	0.2188	0.0708	1.3167	2.8012	0.0405	0.0393	-1.3911	2.7258
	135	861	-6.6416	0.4622	-1.9842	8.4099	-0.1986	0.1779	-12.799	191.4475	-0.1371	0.0359	1.5455	1.5490	-0.6689	0.6675	-3.3283	11.0017
布伦特原油	3	1001	0.8614	0.0008	1.1917	0.8323	0.8561	0.0038	-1.8577	8.1772	0.8529	0.0067	-3.0291	14.0843	0.8529	0.0067	-3.0291	14.0843
	7	1001	0.9079	0.0023	1.0834	0.7619	0.8966	0.0104	-1.4391	1.9309	0.8850	0.0139	-0.4432	-0.7341	0.8954	0.0085	-1.3545	2.9279
	15	1001	0.8052	0.0145	-0.0528	-0.6469	0.7821	0.0221	0.2008	-0.2649	0.8206	0.0228	-0.1871	-0.3541	0.8710	0.0121	-1.0265	0.9322
	35	1001	0.6528	0.0001	0.1445	0.7518	0.6532	0.1932	-1.1713	-0.1316	0.8015	0.0376	-1.6230	5.2758	0.8328	0.0547	-1.1403	-0.1786
	93	1001	0.7944	0.0135	1.3186	3.6484	0.5255	0.1120	0.6545	0.6207	0.5582	0.0821	1.1358	1.4844	0.6527	0.0900	0.9868	0.0716

标准普尔500指数	3	2024	0.6857	0.0003	0.0569	0.0886	0.6848	0.0020	3.7683	20.6089	0.6854	0.0031	2.6365	6.0093	0.6854	0.0031	2.6365	6.0093
	7	2024	0.6982	0.0007	0.0280	2.0520	0.7277	0.0045	0.2770	-1.1949	0.7264	0.0031	1.2160	0.4372	0.7130	0.0035	0.6993	0.6520
	14	2024	0.7387	0.0013	0.1051	1.0475	0.7500	0.0072	-2.0739	4.7830	0.7054	0.0158	-0.6712	1.1255	0.7513	0.0021	0.9714	0.9207
	31	2024	0.5832	0.0238	-0.5826	0.1127	0.4847	0.0449	1.2543	2.1061	0.5773	0.0233	1.8095	3.1399	0.7589	0.0130	0.7992	-0.1859
	69	2024	0.4147	0.0328	0.1622	0.0622	0.5585	0.4546	-2.1556	2.9390	-0.0775	0.2914	0.5104	1.4491	0.6666	0.2080	-2.9839	10.0188
	166	1771	0.1487	0.1635	2.0635	3.2774	0.3125	0.5592	1.7443	2.2201	-0.7950	3.5156	-2.3991	4.0689	0.7531	0.0196	-5.4426	97.6465

3.5. 套期保值绩效的决定因素

直观来看，合约的样本外表现与其匹配度之间可能存在某种关系。样本外表现与匹配度相一致，而非与合约的方差相一致。因此，我们通过回归分析探讨这种潜在关系，

$out\ sample\ performance_i = \alpha + \beta * mathcing\ degree_i + e_i$,其中 α 为常数项， β 为衡量潜在关系的系数，合约 i 的样本外表现见表7和表8，而匹配度为表4中所示的 R^2 。

我们在表 9 中展示了样本外表现与匹配度在方差缩减准则和风险价值准则下可能存在的关系。我们发现，在方差缩减准则下，样本外表现与匹配度呈正相关。随着现货和期货合约在时间尺度上的匹配度提高，对应于特定时间尺度的套期保值期限内，样本外表现也会改善。对于风险价值准则，普通套期保值方法和聚合EMD套期保值方法的样本外表现与匹配度呈正相关，但MV方法和样本节省 EMD 方法与匹配度之间没有显著相关性。匹配度的提高会改善普通套期保值方法和聚合EMD套期保值方法的样本外表现。

表 9. 样本外表现与匹配度之间的关系。本表展示了样本外表现与匹配度之间的关系。A 部分展示了方差缩减准则下的样本外表现，B 部分展示了风险价值准则下的样本外表现。 β 是回归系数， R^2 是回归模型的决定系数，$out\ sample\ performance_i = \beta * mathcing\ degree_i + e_i$。 α 和 β_{affine} 是回归系数， R^2 是回归模型的决定系数， $out\ sample\ performance_i = \alpha + \beta_{affine} * mathcing\ degree_i + e_i$。括号中的数字为 t 值； ***、 **和 * 分别表示在 0.01、0.05 和 0.10 的水平上显著。

	MV	VEMD	SEMD	AEMD
A 部分	方差缩减			
β	1.6026*** (9.707)	1.5305*** (10.690)	1.5129*** (11.241)	1.5742*** (10.168)
R^2	0.855	0.877	0.888	0.866
α	0.8746*** (22.185)	0.7493*** (16.404)	0.6974*** (13.940)	0.8053*** (14.770)
β_{affine}	0.1548** (2.164)	0.2900*** (3.498)	0.3584*** (3.948)	0.2410** (2.435)
R^2	0.238	0.449	0.510	0.283
B 部分	风险价值			
β	0.5610 (0.732)	0.9795*** (9.441)	0.9178*** (6.330)	1.0753*** (7.537)
R^2	0.032	0.848	0.715	0.780
α	-1.1879 (-1.166)	-0.0824 (-0.579)	-0.2740 (-1.454)	0.0538 (0.272)
β_{affine}	2.5275 (1.367)	1.1160*** (4.316)	1.3714*** (4.009)	0.9863** (2.750)
R^2	0.111	0.554	0.517	0.335

上述分析表明，在方差缩减准则下，最优套期保值比率来自 MV模型；而在风险价值准则下，最优选择则取决于具体情况。我们通过回归模型分析风险价值准则下的模型选择，

$relative\ performance_i = \alpha + \beta \times matching\ degree_i + e_i$.其中，$\alpha$ 为常数项，β 为回归系数。相对表现是指模型在风险价值准则下相对于最小方差方法性能的表现，匹配度见表4。相对表现是一种比率表现，定义为

$$relative\ performance = \frac{model\ performance - MV\ performance}{|MV\ performance|},$$

w其中，最小方差性能指最小方差对冲方法的性能，绝对值算子用于避免最小方差对冲方法出现负性能。

在上述模型中，如果模型表现优于最小方差方法，则常数项 α 为正。β 表示随着匹配度提高，模型优势程度的变化；这意味着，如果 β 为正，则模型优势会随着匹配度提高而增强。如果 β 为负，则模型优势会随着匹配度提高而减弱。表 10 显示，普通 EMD 套期保值方法和聚合 EMD 套期保值方法具有显著优势。随着匹配度提高，这种优势会减弱。相比之下，样本节省 EMD 方法并无优势。因此，匹配度相对较低时，普通 EMD 方法和聚合 EMD 方法是最优选择；匹配度相对较高时，最优选择则是最小方差方法与 EMD 方法族二者之一。

表 10. 模型在 VaR 准则上的相对表现与匹配度之间的关系。本表展示了模型在 VaR 准则上的相对表现与匹配度之间的关系。 α 为常数项， β 为回归系数， R^2 为回归模型的决定系数，$relative\ performance_i = \alpha + \beta \times matching\ degree + e_i$。括号中的数字为 t 值； ***、 **和 * 分别表示在 0.01、0.05 和 0.10 的显著性水平上显著。

	VEMD	SEMD	AEMD
α	0.6258*** (3.191)	-0.8781 (-0.883)	1.4212*** (2.618)
β	-0.8779** (-2.467)	1.1563 (0.641)	-1.8695* (-1.897)
R^2	0.289	0.027	0.194

4. 结论

本研究提出了一种基于经验模态分解的自适应套期保值方法，并采用时间序列交叉验证方法，对套期保值方法的套期保值绩效进行稳健估计。

结论是多维的。我们提取现货和期货合约的内在模态。合约在前三个时间尺度上的方差聚集并非决定套期保值绩效的关键因素。套期保值绩效的关键决定因素是现货和期货合约在相应的

套期保值期限。样本内表现与样本外表现并不一致，因此对样本外表现进行稳健估计对于套期保值方法选择至关重要。MV 对冲方法在方差缩减准则下表现出更优的样本外表现。EMD方法族在风险价值准则下表现出更优的样本外表现。

这一结论有助于套期保值者优化其套期保值策略，因为他们有多个套期保值目标。这一结论为市场监管机构提供了参考，有助于更高效地管理期货市场，从而提升套期保值绩效。

参考

1. D. Bailey, J. Borwein, M. Lopez de Prado, J. Zhu，《伪数学与金融欺诈：回测过拟合对样本外表现的影响》，《美国数学会通报》，2014年，61(5)：458-471。2. D. Bailey, J. Borwein, M. Lopez de Prado, A. Salehipour, J. Zhu，《金融市场中的回测过拟合》，Automated Trader，2016年，39。3. D. Bailey, J. Borwein, M. Lopez de Prado，《股票投资组合设计与回测过拟合》，《投资管理杂志》，2016年，15(1)：1-13。4. D. Bailey, J. Borwein, M. Lopez de Prado, J. Zhu，《回测过拟合的概率》，《计算金融杂志》，2017年，20(4)：39-70。5. D. Bailey, J. Borwein, A. Salehipour, M. Lopez de Prado，《市场预测者的评估与排名》，《投资管理杂志》，2018年，16(2)：1-26。6. D. Bailey, M. Lopez de Prado，《夏普比率有效前沿》，《风险杂志》，2012年，15(2)：1-46。7. D. Bailey, M. Lopez de Prado，《序列相关条件下的止损出场与“三重惩罚规则”》，《风险杂志》，2014年，18(2)：61-93。8. D. Bailey, M. Lopez de Prado，《去膨胀夏普比率：纠正选择偏差、回测过拟合与非正态性》，《投资组合管理杂志》，2014年，40(5)：94-107。9. M.J.M. Bohmann, D. Michayluk, V. Patel，《大宗商品衍生品中的价格发现：投机还是套期保值？》，《期货市场杂志》，2019年，39：1107-1121。

10. S. Chen, C. Lee, K. Shrestha，《套期保值比率与套期保值期限之间关系的实证分析：短期与长期套期保值比率的同时估计》，《期货市场杂志》，2004年，24(4)：359-386。11. T. Conlon, J. Cotter，《利用小波分解进行动态多尺度套期保值的实证分析》，《期货市场杂志》，2012年，32(3)：272-299。12. T. Conlon, J. Cotter, R. Gencay，《商品期货套期保值、风险厌恶与套期保值期限》，《欧洲金融学杂志》，2016年，22(15)：1534-1560。13. J. Cotter, J. Hanly，《重新评估套期保值绩效》，《期货市场杂志》，2006年，26(7)：677-702。14. R. Fan, H. Li, S.Y. Park，《时变套期保值比率的估计与套期保值有效性：非参数方法》，《期货市场杂志》，2016年，36(10)：968-991。15. P. Fryzlewicz, T. Sapatinas, S.S. Rao，《用于局部平稳波动率估计的 Haar-Fisz 技术》，《生物统计学》，2006年，93(3)：687-704。16. P. Fryzlewicz，《通过小波与阈值处理进行高维波动率矩阵估计》，《生物统计学》，2013年，100(4)：921-938。17. J.M. Geppert，《期货合约套期保值有效性与投资期限长度关系的统计模型》，《期货市场杂志》，1995年，15(5)：507-536。18. R.J. Hodrick, E.C. Prescott，《战后美国商业周期：一项实证研究》，《货币、信贷与银行杂志》，1997年，29(1)：1-16。19. N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C.C. Tung, H.H. Liu，《用于非线性与非平稳时间序列分析的经验模态分解和希尔伯特谱》，《数学、物理与工程科学学报》，1998年，454：903-995。20. N.E. Huang, M. Wu, W. Qu, S.R. Long, S.S.P. Shen，《希尔伯特-黄变换在非平稳金融时间序列分析中的应用》，《商业与工业中的应用随机模型》，2003(3)，19：245-268。21. Y. Lai，《利用高频数据评估动态套期保值策略的表现》，《期货市场杂志》，2021年，1-21。22. D. Lien, K. Shrestha，《利用焦点信息准则估计最优套期保值比率》，

《期货市场杂志》，2005年，25：1011-1024.23. D. Lien，《期货套期保值绩效估计偏差：一则简评》，《期货市场杂志》，2006年，26(8)：835-841. 24. D. Lien、K. Shrestha，《使用小波分析实证研究套期保值比率与套期保值期限之间的关系》，《期货市场杂志》，2007年。25. D. Lien，《关于套期保值比率变异性与套期保值绩效之间关系的一则简评》，《期货市场杂志》，2010年，30(11)：1100-1104. 26. D. Lien，《关于基于效用的期货套期保值绩效度量的一则简评》，《期货市场杂志》，2012年，32(1)：92-98. 27. E. Salvador 和 V. Arago，《指数期货合约的套期保值有效性度量：动态模型是否优于静态模型？一种状态转换方法》，《期货市场杂志》，2014年，34(4)：374-398. 28. J. Sultan、A.K. Alexandridis、M. Hasan、X. Guo，《多尺度套期保值比率的套期保值绩效》，《期货市场杂志》，2019年。29. Y. Xu、D. Lien，《能源商品的最优期货套期保值：GAS模型的应用》，《期货市场杂志》，2020年，40：1090-1108. 30. Y. Wang、C. Wu、Y. Li，《使用期货进行套期保值：是否有任何方法能胜过天真套期保值策略？《管理科学》，2015年，61(12)：2870-2889.