在单片射频离子阱中控制由100多个离子组成的二维库仑晶体

Dominik Kiesenhofer, [1,2,*] Helene Hainzer, [1,2,*] Artem Zhdanov, [1] Philip C. Holz, [3] Matthias Bock, [1,2] Tuomas Ollikainen, [1,2] 和 Christian F. Roos[1,2,†]

[1] *Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck Technikerstraße 25 6020 Innsbruck Austria , , ,*
[2] *Institut für Quantenoptik und Quanteninformation Österreichische , Akademie der Wissenschaften, Technikerstraße 21a, 6020 Innsbruck, Austria*
[3] *Alpine Quantum Technologies GmbH (AQT), Technikerstraße 17/1, 6020 Innsbruck, Austria*(日期：2023年2月2日)

在射频（rf）离子阱中囚禁的线性原子离子链，是量子模拟实验的主要平台之一，可用于研究相互作用量子物质。然而，线性离子链存在一些缺点，例如难以扩展至超过∼ 50 个粒子，也无法自然实现空间维度超过一维的自旋模型。在此，我们展示了在一种新型单片射频阱中对约 100 $^{40}Ca^{+}$ 个离子组成的平面库仑晶体进行的实验，为通过单粒子控制实现二维自旋模型的量子模拟奠定了基础。我们通过分析晶体图像表征囚禁势，并将观测到的晶体构型与数值模拟进行比较。我们还展示了大型晶体的稳定囚禁，且其构型不会发生变化；我们发现，晶体的射频加热不会成为未来量子模拟实验的障碍。最后，我们通过电磁诱导透明冷却，使最多由105个离子组成的平面晶体的面外运动模接近其基态，这是实现长程纠缠相互作用的重要前提。

arXiv:2302.00565v1 [quant-ph] 1 Feb 2023

I. 引言

相互作用量子多体系统的模型通常很容易写出，但难以通过解析或数值方法进行研究。量子模拟体现了这样一种理念：通过实验研究经过精心设计的量子系统，或许能够为量子多体物理带来新的见解，因此它是含噪中等规模量子处理器的一项重要应用 [1]。为此，可以直接设计实验系统，以实现所需的相互作用；也可以使用一系列量子门，以可控的方式近似系统动力学 [2], ，二者分别称为模拟量子模拟和数字量子模拟。此外，纠缠相互作用可作为变分方法的一种资源 [3]。

人们提出了各种实验平台来实现量子模拟器——例如光学晶格中的中性原子 [4], 囚禁离子 [5], 里德堡原子阵列 [6],超导电路 [7, 8]以及光子波导阵列 [9, 10], 等。囚禁原子离子是目前可获得的、控制精度最高的量子系统之一，可用于量子计算[11, 12], 计量学和传感 [13–15] 以及模拟 [16, 17]等应用。特别是在模拟型和变分量子模拟实验中，人们已经证明可以控制大型离子晶体，从而能够研究包含数十个粒子的量子多体物理现象 [18–21]。然而，将囚禁离子实验扩展到更多可单独控制的粒子仍然具有挑战性。射频阱（例如线性保罗阱）已经实现了对线性链中最多50个离子的完全量子控制 [22]。在这些实验中，通过激光与离子晶体的集体运动模耦合，在整个系统中介导纠缠相互作用；而相干单粒子操作则通过使用高度聚焦的激光束寻址单个离子来实现。可是，要保持一维（1d）长晶体呈线性排列，就需要极度各向异性的囚禁势 [23, 24], ，这最终限制了能够以高保真度控制的离子数量：激光冷却会遇到问题，这是因为离子在离子串的轴向上仅受到弱囚禁，从而导致轴向运动模具有较高的加热率。此外，长线性离子链的空间延展范围也使得对外侧离子进行激光寻址变得困难。

扩展囚禁离子架构的一种显而易见的方法是利用第二个空间维度。虽然彭宁阱有望在平面构型下操控数百个离子，但由于这些晶体会绕面外轴以每秒数万至数十万转的速率旋转，实验室中尚未实现单离子控制。表面阱阵列中的每个射频微阱都囚禁一个离子，原则上可将离子囚禁在几乎任意的二维几何构型中，但迄今为止，这只在包含数个离子的小型系统中实现。要实现这一点，仍需克服重大的技术挑战：表面阱的阱深较低，因此容易发生离子损失。此外，要实现由离子的运动介导的纠缠相互作用，必须让离子彼此足够接近（相距数十微米量级），以产生在远短于离子

* 前两位共同作者贡献相同。
† christian.roos@uibk.ac.at

相干时间的时间尺度上发生的相互作用。只有将离子移至靠近离子阱电极的位置才能做到这一点，但这会使离子暴露于强烈的表面电场噪声中，导致加热率升高，从而限制运动相干性。最后，大型芯片离子阱的自由空间光学通道难以实现，这也给光学集成带来了额外的技术负担。

或者，也可以利用单个射频阱中的势将离子约束在平面构型中。世界各地的若干研究团队最近采用了这种方法 [30–33]，本文所述实验也采用了这一方法。虽然这种方法能够利用线性离子链的诸多优势，例如可调范围的纠缠相互作用——耦合方式可从全连接延伸至最近邻——但除此之外，还能在二维平面上实现自旋模型。其缺点是仍有一些困难需要克服：平面晶体中的大多数离子都会经历射频驱动微运动，因为它们不可避免地偏离射频零点。任何用于操控这些离子的激光，都会表现出以阱驱动频率进行的相位调制。不过，只要仅从垂直于微运动方向的方向施加激光束，就可以将其对激光-离子相互作用的不利影响抑制到一阶；而激光-离子相互作用正是激光冷却和相干操作的基础。这也可能带来另一项挑战：必须开发新型离子阱几何结构，以便从相关方向获得光学通道。采用这种离子阱设计，近期已取得一些令人鼓舞的成果，例如对由 12 个 $^{171}Yb^{+}$ 离子组成的二维晶体的面外运动模进行电磁感应透明（EIT）冷却 [34]，以及实现由 10 个离子构成的受挫量子磁性 [35]。然而，这些成果能否拓展至规模大得多的晶体实验，仍有待验证，而这类实验还面临其他挑战：离子的射频加热可能会损害由冷却至基态的集体运动模介导的纠缠相互作用。此外，平面离子晶体可能呈现多种不同的晶格构型。这些晶体构型之间的转变可能由背景气体碰撞或射频加热等因素引发 [36, 37]。需要尽可能减少此类构型变化的次数，因为单离子量子态探测和控制都依赖于稳定的离子位置。

本文介绍了一种离子阱装置，旨在利用二维构型中的可独立控制粒子开展量子模拟实验。我们展示了对最多含有 105 个离子的平面离子晶体进行量子控制，并提供实验依据，证明晶体晶格构型变化和射频加热并不会妨碍利用这些晶体开展量子模拟实验。本文结构如下：第二节介绍我们新型的单片式线性保罗阱，并说明平面 $^{40}Ca^{+}$ 离子晶体的装载、冷却、量子态操控及读出方法。第三节分析离子晶体的平面性与取向，表征囚禁势，研究晶格构型的稳定性，测量离子晶体的加热动力学，并最终展示对小型和大型二维离子晶体的面外模式进行EIT冷却。第四节总结了我们的研究结果。

II. 装置

在标准线性保罗阱中，两个射频电极片、两个直流电极片和两个端盖电极构成了离子阱。平面晶体既可以囚禁在由两个径向方向张成的平面内，也可以囚禁在由一个径向方向和轴向张成的平面内，分别如图 1(a) 和图 1(b) 所示。形成平面晶体的必要条件为 $\omega_s/\omega_w > 1.23N^{1/4}$[38], ，其中 ω_s 是强约束方向上的久期频率，晶体在该方向上被压扁；ω_w 是弱约束方向上的频率，晶体在这些方向上延展； N 是离子数。通过在直流电极片和端盖电极上施加直流电压，可使阱频率产生所需的不对称性，从而将晶体压入所需平面。

就射频功率需求而言，两种晶体取向相比并无优劣之分（见附录 A）。不过，选择图 1(b) 所示的取向更有利，因为射频驱动的微运动仅沿单一方向发生。在这种情况下，可从整个平面内选择位置，用垂直于微运动方向的激光束照射离子，从而在一阶近似下消除对激光-离子相互作用的不利影响。

因此，我们选择图 1(b) 所示的晶体取向，并按图 1(c) 所示改造标准线性保罗阱的几何结构，以便从激光冷却和操控所需的方向获得光学通道，尤其是沿垂直于晶体平面的方向，以便对单个离子进行离子成像和激光寻址。为了在整个平面内获得无微运动的光学通道，所付出的代价是离子阱势各向异性对射频电压波动的敏感性略有增加（见附录 A）；采用先进的射频电压主动稳定技术可以缓解这一问题。

下文将详细介绍我们的线性保罗阱，以及用于开展 $^{40}Ca^{+}$ 离子平面晶体实验的整套装置。

A. 一种新型单体式线性保罗阱

实际上，如图 1(c) 所示，我们的电极几何结构实现了一个三层离子阱 [39]：它与标准线性保罗阱的区别在于，直流电极片被分开并延伸至顶部和底部。射频电极与阱中心之间的距离为 400 µm。为从顶部和底部以 45° 角度提供额外的光学通道，直流电极相对于射频电极向内凹陷。此外，这些电极还

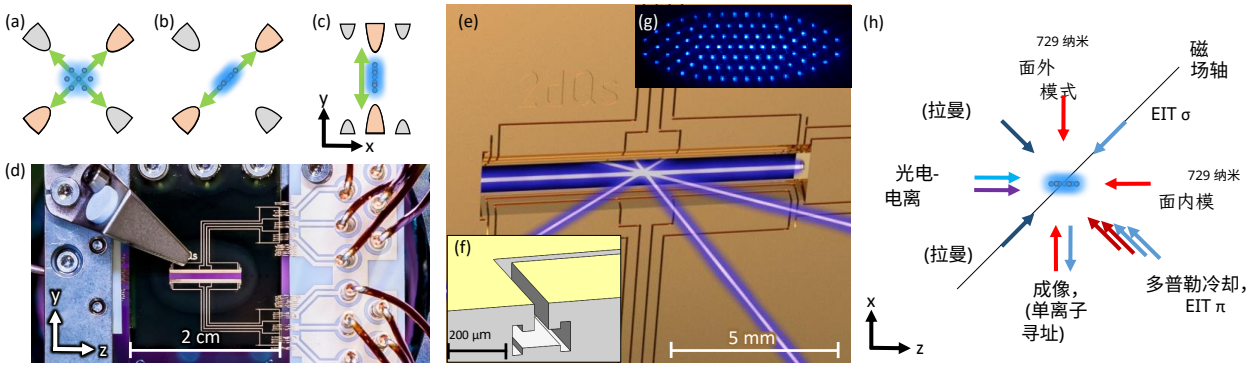

图 1。（a、b）线性保罗阱的径向截面示意图。橙色（灰色）形状表示射频（直流）电极。绿色箭头表示晶体（蓝色）中离子所经历的微运动方向。（a）中，平面晶体的取向位于离子阱径向方向所张成的平面内；（b）中，其取向位于一个径向方向与轴向所张成的平面内。（c）三层离子阱的径向截面示意图：这种结构可实现垂直于微运动方向的光学通道。（d）真空腔内离子阱的照片：阱芯片位于图像中央。离子从钙靶加载，钙靶连接在一个漏斗形孔径上（左上方）。两块由氧化铝制成的印刷电路板（位于阱芯片右前方和左后方）在连接离子阱电极的金线键合与通往真空馈通件的电缆之间提供接口。（e）离子阱中央区域的三维渲染图（背面带有射频电极引线），以及水平面内的激光束。（f）沟槽结构示意图，用于对电极进行电气隔离。阱芯片表面的电极间距为 50 μm。（g）由 91 个 $^{40}Ca^{+}$ 离子组成、储存在离子阱中央的库仑晶体。（h）水平面内激光束和磁场几何结构的俯视图。括号内标示的光束尚未实现。图中未显示两束不在水平面内的激光束：一束用于面内和面外运动模光谱学的 729 纳米激光束，其与水平面成 45° 角；另一束冷却光束与水平面成 $\sim 20^\circ$ 角，也耦合到垂直方向。

如图 1(e) 所示进行了分段。最外侧的分段构成端盖电极，用于提供轴向约束。在射频电极与直流电极之间还增设了接地电极。其目的是减小由直流电极片间隙引入的轴向阱方向上的射频场分量，因为这些分量可能导致离子沿该方向产生不必要的微运动。更多详情见附录 B。

虽然经机械加工和手工组装的线性保罗阱已实现了采用一维离子晶体的先进实验，但微小的对准误差也可能给大型二维离子晶体的实验带来困难。离子阱电极彼此之间若未对准，一方面可能增强囚禁势中的非线性共振，导致离子从离子阱中逸出 [40, 41]，；离子偏离射频零点越远，这种效应就越严重 [42]。另一方面，对准误差可能导致某些方向上的微运动增加，而这些微运动无法得到有效补偿。因此，我们设计了一种整体式离子阱，无需手工组装即可实现精确的电极排列。该离子阱如图 1(d) 所示。图 1(e) 展示了离子阱中央区域的示意图，其中的激光束表示用于在 xz（水平方向）平面内实现光学通道的方向。阱芯片上的孔允许激光从轴向进入。平面离子晶体被囚禁在 yz 平面内，图 1(g) 展示了一个由 91 个离子组成的实例。

该离子阱通过选择性激光诱导刻蚀 [43] 微加工而成 [44–47]。在制造过程的第一阶段，利用脉冲激光将设计写入熔融石英晶圆，局部改变玻璃的性质。第二阶段中，将受照射的材料置于氢氟酸浴中进行刻蚀。采用这种方法，可以亚微米精度制造电极结构，尤其能够在芯片表面下方形成延伸的沟槽[44, 48]。金属化后（溅射 30 nm 钛和 3 μm 金），图 1(f) 所示带底切结构的沟槽使电极保持电隔离。

离子阱的射频电压设为峰峰值 ~ 1 kV，频率为 $\Omega_{\mathrm{rf}} = 2\pi \times 43.22$ MHz，以确保马修稳定性参数为 $q \lesssim 0.1$，从而使微运动水平较低。本文所述实验中，晶体被囚禁在一种势中：强囚禁方向的久期振荡频率为 $\omega_s/(2\pi) \approx 2.2$ MHz，而两个弱束缚方向的频率为数百 kHz。主动稳定射频功率，以确保囚禁在长短时间尺度上均保持稳定。有关陷阱射频控制与稳定性的更多细节，请参见附录 B 2。

由于阱势的主轴与离子阱的几何轴 x、y 和 z 对齐良好，因此下文分别将久期频率记为 ω_x、ω_y 和 ω_z，其中 x 的方向垂直于离子晶体平面。

B. 激光束与磁场几何

图 1(h) 示意展示了我们装置中激光束和磁场的几何布局。量子化轴由永磁体定义，永磁体产生的磁场平行于 xz 平面，并与晶体平面成 45° 角。此外，沿同一方向设置的一对反亥姆霍兹构型线圈用于补偿不必要的磁场梯度。

我们在垂直于微运动方向的 xz平面内采用八个方向进行光学访问，从而实现无微运动的激光-离子相互作用。沿 x方向，使用数值孔径为 0.289 的物镜收集离子在 397 nm 处发出的荧光，以进行成像和态读出。光线被引导并聚焦到电子倍增电荷耦合器件（EMCCD）相机芯片和光电倍增管（PMT）上。两束光电离光束经离子阱的轴向孔聚焦（沿 z方向）。离子从与量子化轴正交的方向进行多普勒冷却；从该方向出发，我们可以耦合到所有面内和面外运动模，但无法耦合到沿 y方向的质心模。然而，我们发现，除数个离子组成的小型晶体或单离子外，离子晶体在三个方向上仍都能得到有效冷却。对于这些例外情况，我们采用另一束与 y方向重合的冷却光束（与水平面呈 20° 角，图 1(h) 未示出）。通过EIT冷却制备面外运动模的基态，使用两束光：一束沿量子化轴传播的圆偏振光，以及一束垂直于量子化轴传播的线偏振光。使用沿 x 和 z 方向的光束，对 729 nm 处的光学量子比特跃迁实施相干操作。这些光束还可分别用于耦合面外运动模和面内模。此外，一束与水平面呈 45° 角的 729 nm 光束（未示出）可耦合面内和面外运动模。

图 1(h) 中括号标出的光束尚未在我们的装置中实现：未来，我们计划利用 396nm 的双频拉曼激光束耦合到面外运动模，以实现纠缠相互作用。这些光束将分别沿量子化轴方向和垂直于量子化轴的方向传播，与 EIT冷却光束的传播方向相反。此外，我们计划使用物镜将729nm 激光束紧密聚焦，以寻址单个离子。

C. 装载与冷却

离子通过使用 515 纳米脉冲激光进行激光烧蚀装载。烧蚀脉冲的功率可通过电动波片与偏振分束器组合进行精确控制，并设置得足够低，以使钙靶烧蚀出的主要是中性原子。对于 ^{40}Ca 的同位素选择性光电离，我们采用两阶段过程：422 纳米激光驱动原子从基态跃迁至一个高度激发态，随后使用波长为 375 纳米的激光将价电子剥离。在阱中心，原子束与光电离光束以 45° 的角度相交，从而可以利用多普勒频移，从速度分布中选择速度较慢的原子。

通过控制烧蚀激光功率（向晶体中添加离子）和囚禁势阱深度（从晶体中移除离子），通常可以在不到 1 分钟的时间内确定性装载单离子或具有所需离子数的大型晶体。

在 397 nm 处通过 $4S_{1/2} \leftrightarrow 4P_{1/2}$偶极跃迁进行多普勒冷却，并使用两台波长分别为 854 nm 和 866nm 的再泵浦激光器，将布居从长寿命 D态中移出。还可以通过边带冷却或 EIT冷却，进一步将离子冷却至运动基态。对于 EIT冷却，我们使用频率相对于 $4S_{1/2} \leftrightarrow 4P_{1/2}$ 跃迁蓝失谐 110 MHz 的 397 nm 光，详情见第 III E 节。

D. 量子比特操控

量子比特可以编码在$4S_{1/2}$ 基态流形的两个塞曼态中（基态量子比特），也可以编码在一个基态与一个亚稳态$3D_{5/2}$ 塞曼态的组合中（光学量子比特）。我们通过射频磁场相干耦合这两个基态；该磁场以约11MHz的频率振荡，由置于真空腔外的线圈产生。我们用磁场屏蔽装置包围实验装置，并通过拉姆齐实验测得基态量子比特的相干时间为94(14) ms。采用标准的自旋回波脉冲序列，可将基态相干时间延长至251(27) ms。

我们使用频率稳定（线宽为$\sim$ 1 Hz）的729 纳米激光操控光学量子比特，从而实现对电子$4S_{1/2} \leftrightarrow 3D_{5/2}$四极跃迁的相干操作。为了区分两个量子比特态，我们采用电子搁置技术：使离子在$4S_{1/2} \leftrightarrow 4P_{1/2}$ 跃迁上受激，并通过光电倍增管探测其荧光，再将图像采集到电子倍增电荷耦合器件相机中。根据电子被投影到光学量子比特的$4S_{1/2}$ 态还是$3D_{5/2}$ 态，离子呈现明亮或暗淡。我们利用729nm光将基态量子比特映射到光学量子比特，并采用相同的读出技术。

E. Quantum 态分析

对于由多个离子构成的系统，数据分析依赖于根据相机图像对各个离子的亮态和暗态进行离子特异性读出。

在这里，即使探测时间只有几毫秒，也必须高保真地区分量子比特态。对于二维晶体，这比线性离子链更具挑战性，因为邻近离子数量增加会导致离子受到更严重的光散射串扰。

我们关于量子态分析的算法将在即将发表的论文中详细介绍。这里仅作简要概述：总体思路是，首先在实验开始时采集一组参考图像，其中离子的明暗状态随机分布。接下来，我们利用统计工具获得投影矩阵，将其与图像相乘，即可得到每个离子的伪计数，同时排除来自相邻离子的串扰计数。

III. 系统表征

我们的装置能够囚禁多达 $N \approx 100$ 个离子并形成稳定的晶体。我们观察到晶体寿命可达数小时甚至数天，其限制因素仅为“暗离子”的出现。暗离子可能是被囚禁势捕获的不同原子种类（而非 $^{40}Ca^{+}$），也可能是 $^{40}Ca^{+}$ 与残余背景气体发生化学反应后形成的分子离子。为量化我们装置对离子的控制能力，并评估该平台是否适用于未来的量子模拟实验，我们进行了表征测量。通过分析晶体图像，我们研究了大型二维离子晶体的平面性、取向、加热动力学、晶格稳定性和基态冷却，并考察了囚禁势的非谐性。

A. 平面性与晶体取向

为确保离子晶体具有平面性并在离子阱阱中心实现最佳对准，我们探测边带分辨的 $4S_{1/2} \leftrightarrow 3D^{5/2}$ 跃迁。我们通过测量微运动边带拉比频率 Ω_{sb} 以及相应的载波拉比频率 Ω_{carr} ，来确定单个离子的面外微运动调制指数β_{OOP} 。所用激光束垂直入射于晶体所在的约束平面。在调制较小的极限下，有$\beta_{OOP} \approx 2\Omega_{sb}/\Omega_{carr}$。图 2 显示了 91 离子晶体和 105离子晶体中单个离子的调制指数测量结果。晶体位于离子阱中心的最佳位置时，我们预期调制指数会达到最小。然而，若干缺陷

可能出现一些问题，例如离子未被囚禁在单一平面内，或晶体平面相对于阱中心发生偏移，或相对于主轴倾斜。图2(a)中，我们研究了91离子晶体的平面性。在这个示例中，

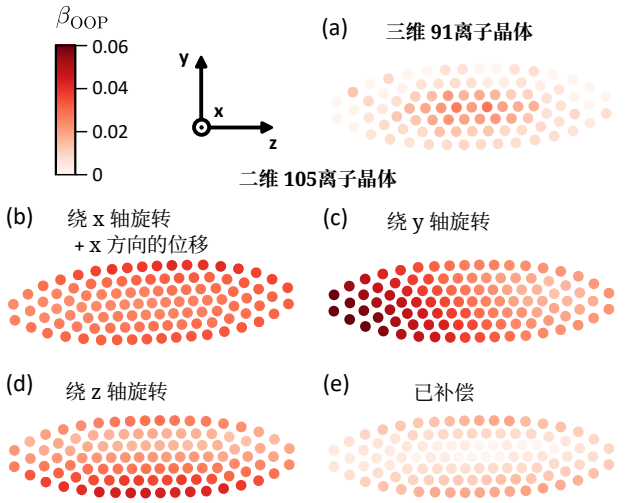

图 2. 面外方向微运动调制指数的测量。(a) 使用 91离子晶体研究平面性。在此示例中，晶体中心的离子显示出较高的调制指数，因为它们被推向第三维度。(b–d) 这些图像展示了平面105离子晶体的示例，其中出现了各种不理想的情况：沿任意轴平移和绕任意轴旋转，导致微运动调制指数增大。标签表示晶体错位的主要原因。(e) 通过施加预先计算的一组直流电压，我们能够补偿平移和旋转，使离子晶体与阱中心及主轴对齐，从而使所有离子的微运动调制指数均达到最小。

x （面外）方向的囚禁强度过低，因此晶体中心的离子被推离晶体平面，表现出更高的微运动调制指数。提高施加于离子阱直流电极中间分段的电压即可解决这一问题。

图 2(b–e) 展示了含 105 个离子的平面晶体的微运动调制指标。图 2(b–d) 给出了一些示例，其中晶体在离子阱阱中心的位置和取向并非最佳。在这些情况下，我们观察到晶体发生倾斜和平移，表现为某些离子的微运动水平较高。这种倾斜或平移可能由离子阱几何结构的不对称以及杂散场引起，例如尘埃颗粒产生的杂散场。不过，我们可以在离子阱外侧的分段电极上施加不对称电压来补偿这些影响，使晶体在三维空间中倾斜和平移，并将其移至阱中心的最佳位置。在这种情况下，再对中间电极段施加足够的电压以确保形成平面晶体，最终得到补偿良好的晶体，如图 2(e) 所示，其中$\beta_{OOP} < 0.02$ 适用于所有离子。外侧离子的调制指标略高，这可能是由于激光束或离子晶体存在轻微未对准，导致激光束并未与晶体平面完全垂直。不过，这些影响很小，体现为整体调制指标较低，

因此不会妨碍计划中的实验。对于由 91 个和 105 个离子组成且处于最佳位置的二维晶体，我们测得其振荡频率分别为 $\omega_{x,\ y,\ z} = 2\pi \times$ (2196，680，343) kHz 和 $\omega_{x,\ y,\ z} = 2\pi \times$ (2188，528，248) kHz。

B. 晶体形状

处于具有各向异性的谐势中的平面晶体呈椭圆形。晶体的长宽比 $\zeta = a_2/a_1$用于量化其椭圆程度，定义为短半轴 a_2 与长半轴 a_1的长度之比。在给定谐势中对离子位置进行数值模拟时，了解 ζ 有助于以合理的离子位置初始猜测值启动模拟。然而， ζ 与离子阱频率之间并不存在简单的对应关系。我们按以下方式确定 ζ：计算离子位置的协方差矩阵 C $(y_i,\ z_i)$，通过记录离子的荧光，可以用 CCD相机精确测量离子位置。对 C 进行对角化可得 $\zeta = \sqrt{\lambda_2/\lambda_1}$，其中 $\lambda_1 \geq \lambda_2$ 是 C的两个特征值。在由阱各向异性表征的谐势中

$$\xi = \omega_y/\omega_z, \tag{1}$$

可得 $\zeta \leq \xi^{-1}$。当离子数足够大时，晶体可建模为带电流体，其形状可由势理论计算 [50]。于是， ζ 与 ξ 之间的关系为

$$\zeta^2 \frac{K-E}{E-\zeta^2 K} = \xi^{-2} \tag{2}$$

其中， $K = K(\sqrt{1-\zeta^2})$ 和 $E = E(\sqrt{1-\zeta^2})$ 分别为第一类和第二类完全椭圆积分 [，参见文献 [51]] 的式 (3.81)。

我们将此方法用于测量一个 91离子晶体的长宽比。通过对 $4S_{1/2} \leftrightarrow 3D_{5/2}$ 跃迁进行边带光谱测量，确定其世俗振荡频率分别为 $\omega_y = 2\pi \times 742$ kHz 和 $\omega_z = 2\pi \times 370$ kHz，由此得到各向异性为 $\xi^{-1} = 0.499$。根据离子位置，我们测得长宽比为 $\zeta = 0.382$，与式 (2) 预测的 $\zeta_{th} = 0.403$较为吻合。

C. 从晶体图像表征囚禁势

对平面晶体图像的分析并不局限于通过公式 (2) 确定囚禁势的各向异性，还能提供更多信息，例如囚禁频率以及势可能存在的非谐性：晶体中离子的平衡位置由约束力

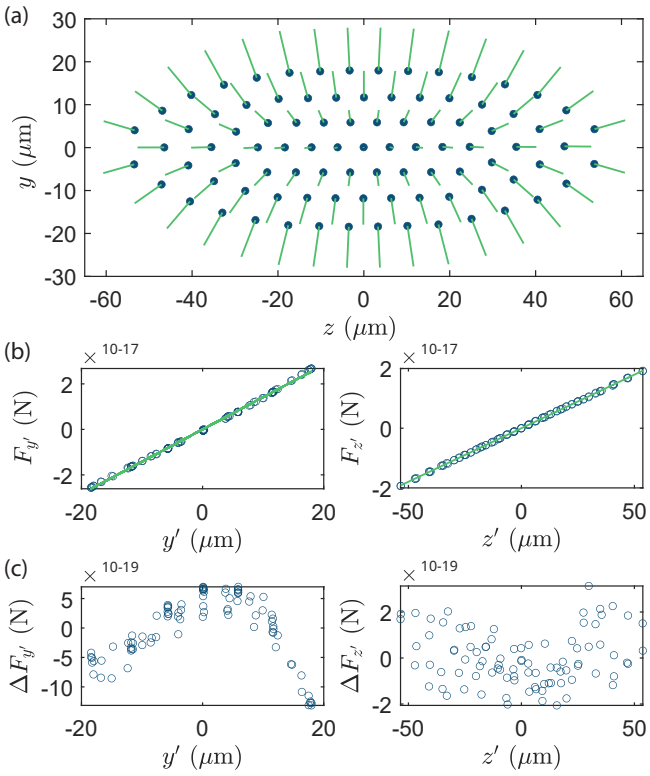

图 3. 根据 91离子平面晶体图像表征囚禁势。(a) 蓝色点表示单个离子的位置，绿色线表示作用于离子的力（任意单位）。(b、c)：沿旋转坐标系的两个方向 y' 和 z' 的力分量 $F_{y'}$ 和 $F_{z'}$，以及其残差 $\Delta F_{y'}$ 和 $\Delta F_{z'}$（相对于线性拟合）。

与离子之间的排斥库仑力之间的平衡决定。对于平面晶体，我们可以根据观测到的位置计算离子之间的库仑力，从而推断囚禁势施加的力。假设囚禁势为谐势

$$V = \frac{1}{2}\left(z-z_0,\ y-y_0\right) A \begin{pmatrix} z-z_0 \\ y-y_0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

其中， $A = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \beta \end{pmatrix}$ 是一个对称矩阵；在计算晶体平面两个方向（相机图像中的垂直方向（y）和水平方向（z））上的库仑力分量后，通过拟合得到 V。图 3(a) 展示了我们通过分析一幅 91离子晶体图像推导出的库仑力场。 A 的特征值与晶体平面内久期振荡频率的平方成正比。取这些振荡频率之比的平方根后，我们得到势各向异性为 $\xi^{-1} = 0.503$，与第三节 B 中通过边带光谱学得到的结果 $\xi^{-1} = 0.499$ 吻合良好。 V 的主轴不一定与成像系统的坐标

系（z，y）对齐。因此，我们引入一个由 $z' = z\cos\phi + y\sin\phi$ 和 $y' = -z\sin\phi + y\cos\phi$ 定义的旋转坐标系。对 V 进行拟合得到 $\phi = 0.004$，表明对于这个晶体，两个坐标系几乎重合。图 3(b) 中，我们绘出了沿主轴方向的库仑力分量 $F_{y'}(z'_i,\ y'_i)$、$F_{z'}(z'_i,\ y'_i)$；图 3(c) 展示了线性拟合的残差 $\Delta F_{y'}$、$\Delta F_{z'}$。这些残差表明囚禁势并非纯谐势。不过，由于偏离线性拟合的程度很小，我们认为囚禁势中的非谐贡献相当有限。要像图 3 中那样以物理单位确定库仑力，必须对成像系统进行校准；我们通过将晶体图像分析得到的久期频率 ω_z 与边带光谱学测得的频率相匹配来完成校准。

一旦对成像系统的放大率进行精确校准，对平面离子晶体进行图像分析，或许就能比基于边带光谱学的方法快得多地测量势曲率随特定直流离子阱电压变化的关系。

D. 晶体构型与稳定性

离子与残余背景气体中的原子和分子发生朗之万碰撞，可能会诱发晶体转变为非晶（熔化）相；在这种状态下，能量可从俘获射频场传递给离子云中的离子 [52, 53]。晶体熔化后，便无法再进行量子测量。因此，在实验序列中，必须确保离子晶体保持其晶体结构；我们通过下一小节所述的定量测量来验证这一点。

此外，较低能量的碰撞可能会引发在固定离子阱势下平面离子晶体的晶体结构不同构型之间的转变。例如，对于具有两个镜像对称、简并的最低势能构型的之字形晶体，这一现象广为人知 [36, 54]。对于尺寸更大、形状较不细长的二维离子晶体，我们观察到不同晶体构型的数量不断增加。我们通过按下文所述记录离子晶体的图像序列来分析这些构型。借助这一方法，我们能够在采集实验数据期间检测、减少并筛除亚稳晶格构型的出现；这对单离子读出和激光调

着装依赖于稳定的离子位置。

1. *Melting and recrystallization*

发生熔化事件时，在多普勒冷却过程中，未局域的高温离子散射的光子较少。光电倍增管（PMT）上的荧光计数下降可用于在测量

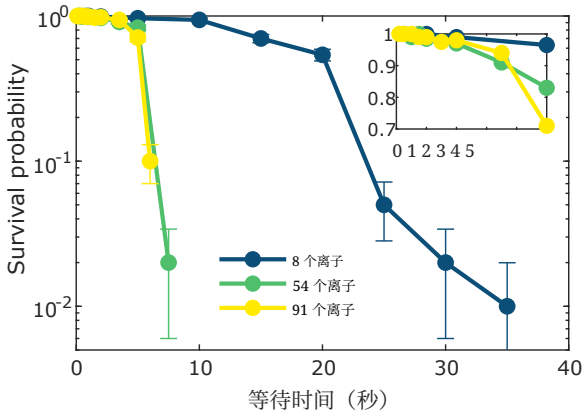

图 4. 平面晶体的熔化行为。图中展示了由特定数量离子组成的晶体在等待一段时间且未进行任何激光冷却后，仍未熔化成云团的概率。每个数据点均进行了 100 次实验。插图更详细地展示了较短等待时间下的概率。

序列中自动检测这些事件，并触发离子的即时再结晶。为此，采用失谐至红侧较远（$\Delta = 2\pi \times 330$ MHz）的多普勒冷却光束，与主多普勒冷却光束一同作用 100 ms。我们通过以下方式量化在没有任何激光冷却时，由 8、54 和 91 个离子组成的平面离子晶体熔化为离子云所需的时间：关闭冷却光束一段可变的等待时间，随后用光电倍增管（PMT）记录荧光计数。这些计数可用于区分晶态与非晶相。之后，开启多普勒冷却光束和再结晶光束 100 ms，使离子恢复晶体结构。在周期结束时拍摄一张相机图像，以确保离子在下一次测量前已重新结晶。图 4 显示了离子晶体以晶态存续的测量所占百分比随等待时间的变化。8离子晶体在 100% 的情况下完全熔化所需的时间为 ~ 40s。对于更大的晶体，熔化事件发生得更快，但即使经过数秒，离子仍以较高概率保持晶态。若假设熔化仅由朗之万碰撞引起，则预期其随时间呈纯指数变化。我们将观察到的非指数衰减以及对离子数的非线性依赖，解读为证据，表明这些熔化事件并非完全由与残余背景气体的碰撞引起，也可能是碰撞后接着发生射频诱导加热所致。无论其背后的机制如何，对于较大的晶体，观测到的数秒时间尺度相较于预期的实验序列仍然较长。

我们还进行了一项实验，以估算离子云发生熔化事件后再结晶所需的时间。在这项实验中，冷却激光器关闭 1 秒。这为计划中的实验提供了一个上限，

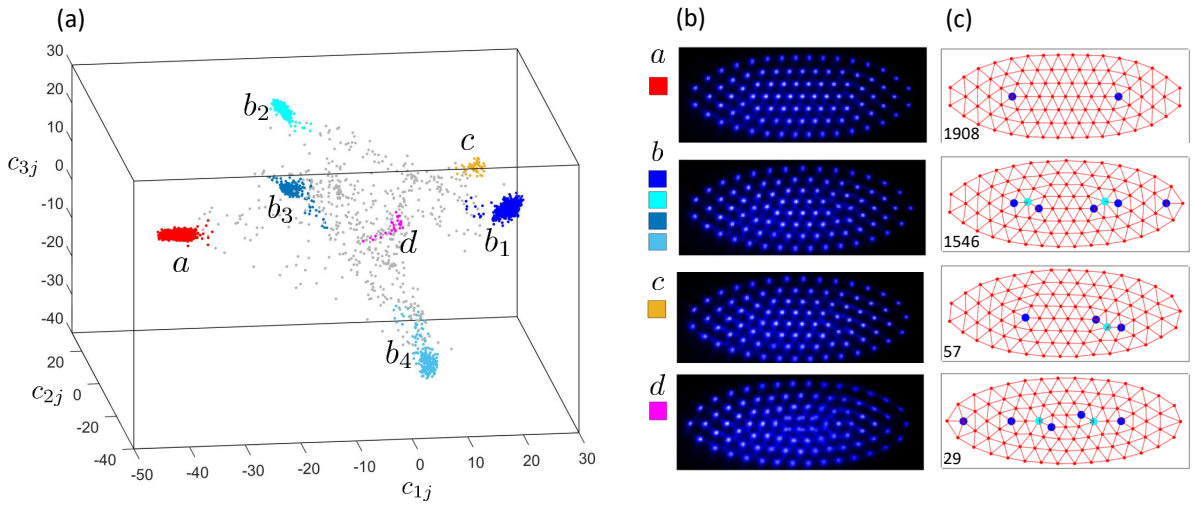

图5. 使用4100张相机图像对91离子晶体进行构型分析。(a) 每张图像都表示为由投影系数 c_{ij} 张成的状态空间中的一个点。这里仅绘制对应于三个最大特征值的坐标。聚类算法识别出七个不同的簇（a, b_1, $\ldots b_4$, c, d）。点的颜色根据其簇标签而定。灰色点未标记，对应于离子温度较高或在图像采集时间内发生构型变化的图像。(b) 表示簇中心的晶体构型。簇构型 b_i 可通过翻转图像坐标的符号相互转换。(c) 每种构型都可表示为一个平面图，其中顶点表示离子，边连接最近邻。离子形成三角晶格，其中存在一些缺陷，这些位置的离子有五个或七个邻居。这些缺陷分别以深蓝色和浅蓝色顶点表示。左下角标出了在四种构型之一中找到的图像数量。

也模拟了离子云在施加再结晶脉冲之前自由演化时间的实际时间尺度。1 秒后，使用光电倍增管测量离子的荧光，以确定离子晶体是否已经熔化。检测到熔化事件后，施加一个长度可变的再结晶脉冲，然后拍摄离子图像，以检查再结晶是否成功。在一个 91离子晶体中，我们观察到，在发生的 102 次熔化事件中，有 101 次在 70 毫秒后再结晶。因此，在测量序列中检测到熔化事件后，持续 100 毫秒的脉冲足以使离子云再结晶。

2. *Crystal configuration analysis*

为检测不同的晶格构型，我们记录一系列 N_{P} 图像，拍摄间隔约为半秒，使用 $N_{\mathrm{P}} \approx 10^4$。每幅图像$j$ 都表示为一个列向量$\mathbf{x}^j$ ，其元素为像素亮度值，并存储在矩阵 $M = [\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2 \ldots \mathbf{x}_{N_P}]$中，其中列和行分别对应单幅图像和像素。通过对 M进行主成分分析，实现降维，并得到若干“特征图像”$\mathbf{y}_i$ ，它们对应于协方差矩阵 $Q = MM^T$ 中最大特征值所对应的特征向量。

这些特征图像构成一组基，能够忠实地表示任意图像$\mathbf{x}_j \approx \sum_{i=1}^{n} c_{ij}\mathbf{y}_i$，其中 $c_{ij} = \mathbf{y}_i^T\mathbf{x}j$，只需使用少量 n 个特征图像。这样，每幅图像都可以用一组 n 数字表示。我们通过实验发现，$n \leq 8$ 足以区分实验中的不同晶体构型。最后，聚类算法 DBSCAN [55]会在降维状态空间中识别出对应于不同晶体构型的簇。该流程会将记录序列中的每幅图像分配给一种晶体构型，并分析其随时间的出现情况。

图5展示了对一组包含 N_P =4100张91离子晶体图像的数据集进行处理的流程。在图5(a)中，每张图像都用一个点表示，该点由其三个最重要的系数 c_{ij}，$i \in \{1,2,3\}$定义。不同颜色表示每张图像所属的聚类。聚类算法识别出七种不同的晶体构型，如图5(b)所示。这些构型可以用图5(c)所示的平面图表示：离子形成三角晶格，其中包含一定数量的缺陷，以解释为何离子间距会随着离子远离晶体中心而增大。对于每种构型，我们通过统计被分配到相应聚类的图像数量 N_i 并进行归一化 $p_i = N_i/N_P$，来确定观测到该构型的概率 p_i 。在这个数据集中，主要构型出现的概率最高为max(p_i) < 0.5；对于要求晶体始终以相同构型制备的量子模拟实验而言，这似乎可能是个问题。不过，通过精细调节

囚禁势，使基态结构构型与亚稳态构型之间的能隙增大，可以大幅提高这一数值。为此，我们改变两个弱囚禁方向上的振荡频率之比 $\xi = \omega_y/\omega_z$，以期最大化主要构型的概率 p_i。图6(a)展示了 p 随阱各向异性变化的测量结果，表明对于 $\xi = 1.987$ 构型，超过99%的图像中都出现了 a。请注意，与近乎二维的之字形离子晶体存在两个简并基态构型的情况不同，由于这种晶体构型具有镜面对称性，它只有一个基态。

3. *Crystal configuration simulations*

为了更好地理解阱的俘获势各向异性如何影响观测到主要构型的概率，我们通过数值计算搜索了基态和低能亚稳态构型。在这些模拟中，我们假设离子被限制在一个保守的各向异性谐振势中，其振荡频率为 ω_i，并执行退火程序，参数设置为使得约15%的退火运行能够找到能量最低的构型。对于 $1.9 \leq \xi \leq 2.06$范围内的六个阱各向异性取值，每个取值均重复进行500次退火过程，以识别大量亚稳态构型。接下来，我们将某一各向异性下找到的构型用作起始构型，在稍有不同的各向异性下采用较慢的退火计划进行退火，从而完善整体图景。

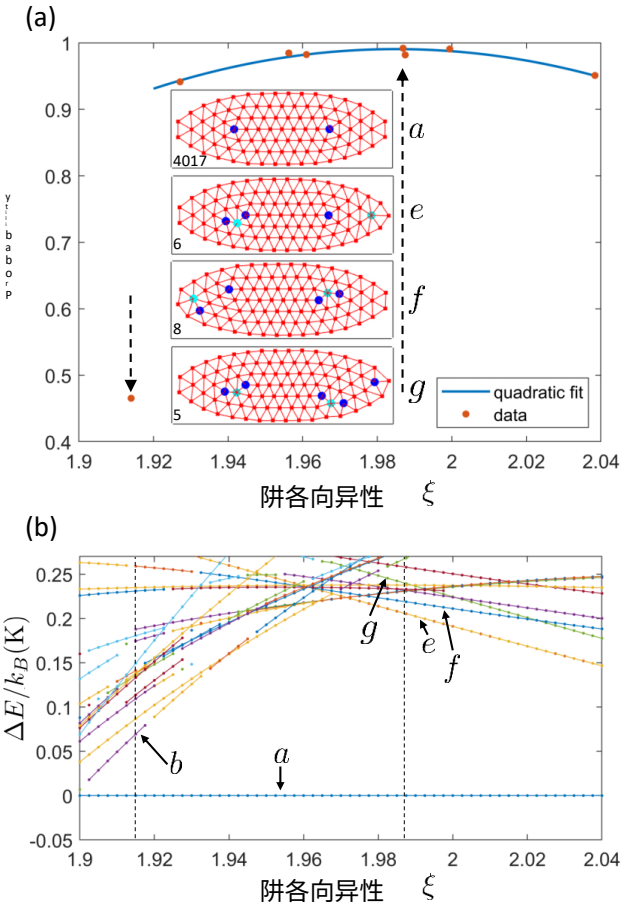

图5。91离子晶体的构型随势各向异性的变化。(a) 红色数据点表示实验测得的找到主要构型的概率 $\max(p_i)$ 随阱各向异性 ξ 的变化。蓝线为二次拟合，用于显示稳定区域内的数据趋势；在该区域中，处于主要构型的概率超过90%，拟合结果可用于确定最佳各向异性。优化 ξ 后，在拍摄的4050张图像中，主要构型（标记为 a）出现的比例超过99%（向上箭头），而构型 $e-g$ 仅出现了几次，如其旁边的数字所示。向下箭头表示图5数据所对应的 ξ 值。(b) 亚稳态构型的数值模拟再现了实验中发现的许多构型。此外，模拟表明，当晶格在实验中最稳定时，亚稳态构型与基态之间的能隙在 ξ 值附近达到最大。

我们发现，实验中观测到的晶格构型都可以归类为通过模拟退火获得的低能构型。在图6(b)中，我们绘出了这些构型相对于基态构型能量的能隙随势的各向异性 ξ 的变化关系。模拟找到了在 $\xi = 1.987$ 时实验中观测到的所有构型，也找到了在 $\xi = 1.915$时出现频率最高的构型，它们在图5中标记为 a和 b。此外，在 $\xi = 1.987$时，基态与第一激发态之间的能隙接近最大值，此时基态构型在实验中表现出最高的稳定性。在这里，该能隙对应的温度为200 mK。相比之下，在 $\xi = 1.915$时，能隙仅约为

50 mK，这表明冷却不足或低能量的朗之万碰撞可能更容易诱发构型变化。

4. *Mitigation of configuration changes*

与其他构型相比，主要构型具有更高的稳定性，这是因为离子晶体关于两条轴均呈对称分布

横跨晶体平面，如图5(b)和(c)顶部的图像所示。对于给定的离子阱参数，只有由特定数量的离子组成的晶体才能满足这一条件，因此在本文所述实验中，我们特意囚禁了8、54、91和105个离子，这只是多种可能性的一个选择。将势各向异性微调至使晶体在主要构型中停留时间最长后，

亚稳态构型的寿命相当短，通常不超过10 ms。在实验中，可通过实验控制程序探测所需构型，从而减轻意外跃迁到这些构型所造成的影响：程序会检测每次实验中发现的晶体构型，并自动重复晶体处于错误构型的实验。此外，还可以通过暂时改变激光冷却参数，有意使不需要的亚稳态构型失稳；不过，迄今为止我们开展的实验尚无此必要。

E. 面外运动模的基态冷却

控制大量离子需要采用快速的多模冷却技术，例如 EIT 冷却 [56]，因为随后使用拉曼冷却或分辨边带冷却逐个冷却各个运动模会耗费大量时间，因而难以实现。与边带冷却一样，EIT 冷却仅适用于已预冷却的离子；它已在单个离子 [57], 、长离子链 [58], 2、彭宁阱中的二维晶体 [59], 以及近期射频阱中的平面12离子晶体 [34] 上得到验证。

在此，我们采用 EIT 冷却，使多达 105 个离子的二维晶体的所有 N 面外运动模都接近基态。该冷却方案在一个 Λ型三能级系统中实现，利用 $4S_{1/2}$ 流形的塞曼子能级，经由 $4P_{1/2}$ 能级进行非共振耦合。我们使用两束波长为 397 nm 的垂直光束，一束为 π偏振，另一束为 σ^-偏振；每束光的波矢 k均与晶体平面成 $45°$ 角。σ^-偏振光强烈耦合 $4S_{1/2}$ $(m = +1/2)$ 基态与激发态 $4P_{1/2}(m = -1/2)$，从而产生缀饰态。弱 π偏振探测光束耦合 $4S_{1/2}$ $(m = -1/2)$ 态与 $4P_{1/2}$ $(m = -1/2)$ 态，并探测由此产生的类法诺吸收谱。通过调节 σ^-光束的功率，可以调整裸能态的光移，使其与面外频谱的中心相匹配；该频谱覆盖数百千赫兹。这样可确保吸收谱涵盖所有模频率，从而实现对所有运动模的同时高效冷却。

为了验证所有运动模都已冷却，我们对 $4S_{1/2} \leftrightarrow 3D_{5/2}$ 跃迁的红边带谱进行频率扫描：一次仅经过多普勒冷却后进行，另一次则在额外进行 EIT 冷却 300 µs 并进行光学抽运 100 µs 后。图 7 显示了测得的光谱，分别对应于被囚禁在势中的 8 离子和 105 离子晶体，其振荡频率分别为 $\omega_{x,\,y,\,z} = 2\pi \times (2120,\ 720,\ 370)$ kHz 和 $\omega_{x,\,y,\,z} = 2\pi \times (2188,\ 528,\ 248)$ kHz。

在多普勒冷却光谱中，我们识别出面外运动模的红边带。对于8离子晶体，其模频率以及模

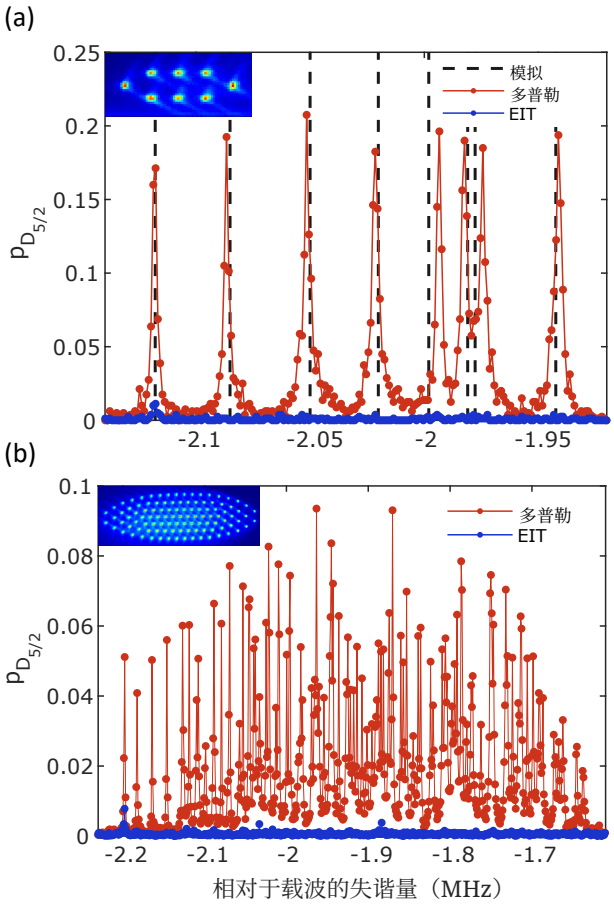

图 7. 对 (a) 8离子晶体和 (b) 105离子晶体进行 EIT冷却。红色数据点表示仅经多普勒冷却后面外模式的红边带激发光谱，蓝色数据点则表示额外进行 300 µs 的 EIT冷却后的光谱。EIT冷却光谱中最显著的峰是质心模，它们在测量期间的升温程度与 $\dot{n}N$ 成正比。注意，红色和蓝色实线仅用于引导视线。(a) 中的竖直虚线表示根据赝势理论，在给定囚禁参数下得到的模拟模频率。

结构（由单个离子的朗道-迪克参数表示）是通过基于赝势理论的数值模拟获得的，并与实验数据进行了比较。对于大多数运动模，模拟值与测得的模频率以及平面晶体中单个离子的相对耦合吻合良好。为了理解某些低频运动模出现偏差的原因，我们进一步采用弗洛凯-李雅普诺夫方法 [60] 进行模拟，并对离子的模拟运动进行傅里叶变换；这两种方法都将完整的射频场纳入考量。然而，这两种方法都未能改善模拟值与测得的正规模频率之间的一致性。目前尚不清楚这些差异的原因。

在 EIT 冷却后的光谱中，我们观察到所有面外运动模式的激发都受到明显抑制，这

以定性的方式证明了基态冷却的高效性。要定量研究如此低的温度并非易事，因为适用于单离子的标准方法无法直接用于大型离子晶体。针对较大晶体中各个模式的一种通用边带测温技术已得到研究，相关成果将于后续论文中发表。

对8离子晶体中质心模红边带的拉比振荡进行最小二乘拟合，以及对单个离子进行边带测温 [61]，显示，EIT冷却后面外质心模的平均声子数为 $\bar{n} = 0.06$个量子。在EIT冷却与温度测量之间引入可变等待时间后，测得质心模的加热率约为每个离子 $\dot{\bar{n}} = 15$ 量子/秒；在所有面外模式中，该模式经历的加热程度最高。该数值与文献 [62, 63], 中报道的一些最低加热率相比并不具有竞争力，但通过改变直流滤波线路的设计，可能降低直流电极上的电子噪声水平，从而改善这一数值。

IV. 结论

在本研究中，我们介绍了一套离子阱装置，其开发目标是开展量子模拟，以研究超越经典计算机能力范围的二维多体物理。本文给出的表征测量结果反映了我们在该装置中实现的高水平控制能力，为计划中的研究工作奠定了坚实基础。预期实验的基本要求包括：能够俘获仅沿两个维度延展的大型离子晶体（以最大限度地减小不利的微运动对激光-离子相互作用的影响），并确保测量期间晶格保持稳定。

我们的装置能够囚禁由 ~ 100 个离子组成的静态二维晶体。我们通过调节离子阱直流电极的电压来实现平面性，并通过测量较低的面外微运动调制指数加以验证。根据观测到的典型晶体寿命达数小时、在没有任何激光冷却的情况下仍能以晶态存续至少数秒，以及发生熔化事件后能够快速自动再结晶（~ 100 毫秒），我们得出结论：离子晶体具有出色的稳定性。此外，我们已证明，晶格构型变化对实验的影响实际上可以完全消除，从而化解了处理大型二维晶体时的一项重大挑战。为此，我们通过调节阱各向异性，将晶格不稳定性降至最低。此外，在实验序列中识别出晶体构型后，若仍偶有结构变化，系统会自动重新采集数据。稳定的平面91离子晶体已成功用于参考文献 [15], 中开展的关联光谱学测量，展示了实验——装置的稳健性。

计划开展的量子模拟实验还有一项要求：必须精确了解并高度控制晶体的面外运动模，因为这些运动模将用于介导离子之间的纠缠相互作用。首先，囚禁势中的非谐性可能导致正常模频率和振幅发生变化 [64]。通过分析晶体图像，我们发现可以排除囚禁势中的非谐性造成显著影响的可能。其次，必须将这些运动模冷却至接近运动基态。我们展示了对小型（8离子）和大型（105离子）晶体进行EIT冷却；据我们所知，这是在射频阱中成功冷却至接近基态的最大离子晶体。第三，我们观测到运动模漂移较小且运动相干性受加热速率限制，据此得出结论：运动模具有足够的稳定性，这是实现可靠纠缠相互作用的先决条件。

为了产生纠缠相互作用，我们目前正在搭建一套396 纳米激光系统，通过激发态 $4P_{1/2}$ 态的受激拉曼跃迁耦合基态量子比特。通过使用相对于晶体面外运动模的红、蓝边带失谐的双色光场，我们将能够以可调的相互作用强度 [65] 实现自旋-自旋相互作用。此外，我们还计划通过由二维声光偏转器转向的紧聚焦 729纳米激光束实现单离子控制。这将使我们能够依次实施单量子比特旋转，并通过将离子转移至不与产生自旋-自旋相互作用的场耦合的长寿命态，将晶格构造成不同几何形状。

V. 致谢

我们感谢来自 Translume Inc.、Alpine Quantum Technologies GmbH 和因斯布鲁克离子阱研究团队的 Mark Dugan 和 Philippe Bado 对本项目的支持。本项目获得了欧洲研究理事会（ERC）通过欧盟地平线2020研究与创新计划提供的资助（741541号资助协议）。此外，我们还感谢欧盟地平线2020研究与创新计划根据 Marie Sk-lodowska-Curie 资助协议（801110号资助协议）以及奥地利联邦教育、科学与研究部（BMBWF）提供的资助。

附录 A：不同晶体取向的比较

我们比较了在线性射频阱中以两种不同几何构型形成平面离子晶体的情况：首先，考察受困于由两个径向阱方向张成的平面内的离子晶体；其次，考察位于由一个径向阱方向和轴向阱方向张成的平面内的晶体。我们比较这两种情况的射频功率需求，以及在射频功率涨落存在时，弱约束方向上阱频率的稳定性。稳定性较低会导致更多晶体晶格构型变化，因此应尽可能加以抑制。

我们假设希望将晶体囚禁在一个由三个久期频率 ω_i 表征的势中。此外，为了保持较低的微运动振幅， q 参数应限制在不超过 q_m 的值。以下计算是在赝势近似下进行的。

在线性离子阱中，振荡频率可用 q 和 a 参数以及离子阱驱动频率 Ω 表示为：

$$\omega_{1,2} = \frac{\Omega}{2}\sqrt{\frac{q^2}{2} + a_{1,2}} \tag{A1}$$

$$\omega_3 = \frac{\Omega}{2}\sqrt{a_3}, \tag{A2}$$

其中 $a_1 + a_2 + a_3 = 0$， a_i 由静态电压设定。由于 $\sum_n \omega_n^2 = q^2\Omega^2/4$ ，角驱动频率 Ω 的值因此有如下下限：

$$\Omega^2 = \frac{4}{q^2}\sum_{n=1}^{3}\omega_n^2 \geq \frac{4}{q_m^2}\sum_{n=1}^{3}\omega_n^2. \tag{A3}$$

由于式 (A3) 与平面晶体在离子阱中的取向无关，因此，为产生所需久期频率组而需要的最小射频功率在两种几何结构中相同。

其次，我们研究阱电压涨落对久期频率的影响。由于生成稳定的射频电压比生成稳定的直流电压困难得多，我们将重点考察射频功率涨落的影响，这会改变 q 参数。久期频率通过 q 依赖于该参数：

$$\frac{d\omega_i}{dq} = \frac{\Omega}{4}\frac{q}{\sqrt{\frac{q^2}{2} + a_i}} = \frac{\Omega^2 q}{8\omega_i} = \frac{1}{2q\omega_i}\sum_{n=1}^{3}\omega_n^2 \quad , i \in 1, 2 \tag{A4}$$

$$\frac{d\omega_3}{dq} = 0. \tag{A5}$$

为实现自旋-自旋相互作用，激光通常相对于频率最高的质心模失谐几十千赫兹。为了抑制由射频电压波动引起的耦合强度变化，最佳选择是将晶体限制在线性离子阱的径向平面内。然而，式（A4）表明，对于平面包含轴向的晶体，与最大久期频率相同的线性离子阱中的离子链相比，阱电压波动对双频光束失谐的影响约弱一倍。还需考虑射频电压波动引起的平面晶体长宽比变化 V_{rf}。对于被囚禁在径向平面内的圆形平面晶体，其长宽比不会变化。对于沿轴向排列的晶体，指向径向的弱轴振荡频率会受到影响，从而导致阱各向异性发生变化 ξ。射频电压变化 ΔV_{rf} 会使 ξ 发生变化，变化量为

$$\frac{\Delta\xi}{\xi} = -\left(\frac{\Delta V_{\mathrm{rf}}}{V_{\mathrm{rf}}}\right)\frac{\sum_n \omega_n^2}{2\omega_2^2},$$

若 $\omega_1 \gg \omega_2 \geq \omega_3$。这表明，与 ω_1 相比， ξ 对 V_{rf} 的变化更为敏感。因此，应注意主动稳定射频电压。

附录B：离子阱的技术细节

1. 离子阱几何结构

我们利用有限元仿真（*COMSOL Multiphysics*）优化离子阱的电极结构，以尽可能满足预期量子模拟实验所施加的约束。尤其重要的是，要实现足够快的相互作用，这需要较高的久期频率。我们的目标是在强约束方向上达到 2 MHz 的久期频率。此外，令 $q < 0.1$ 也有益，因为微运动振幅随 q 线性变化。 q 参数和久期频率与阱驱动频率、施加于离子阱的射频电压，以及离子与离子阱电极之间的距离有关。离子阱芯片能够合理承受的电压存在上限，我们估计其峰峰值约为 1 kV。上述对目标久期频率、 q 参数和最大射频驱动电压的限制，已经限定了射频驱动频率的范围；该频率可通过设计用于放大陷阱射频电压的螺旋谐振电路来选择。为减少离子的反常加热，[66]，使离子与离子阱电极之间的距离尽可能大是有益的。仿真结果显示，各参数之间需要权衡，最终射频电极与阱中心之间的距离为 $d = 400$ μm。

离子阱中央直流电极段的长度，是根据能否使离子晶体相对于主轴进行倾斜操作来选择的。1.5 mm 的长度足够短，因此只需在外侧直流电极段施加适度的非对称电压，即可高效地倾斜离子晶体。

2. 陷阱射频的控制与稳定性

为产生驱动离子阱所需的高压射频场，我们使用射频放大器和螺旋谐振器 [67] 来放大频率发生器的信号。谐振频率取决于电路的电感和电容：电感主要由线圈决定（直径 40.4 mm、线径 5 mm、绕线间距 10 mm、线圈高度 70 mm），电容则主要由离子阱本身决定。我们测得谐振频率为 43.22 MHz，据此估算离子阱的电容上限约为 12 pF。

若不进行主动稳定，我们会观察到径向频率在数分钟内典型漂移数 kHz，这是由实验周围的温度波动造成的，需要加以校正。我们使用基于比例积分控制器的自制电路来稳定射频功率。电路的输入信号通过靠近螺旋谐振器线圈的拾取线圈进行感应检测。对单个离子进行的光谱测量表明，当久期频率为 $\omega_x = 2\pi \times 2.25\,\mathrm{MHz}$ 时，一个小时内振荡频率的峰峰值变化低于 100 Hz，且主要变化表现为线性漂移。此外，对运动叠加态进行的拉姆齐实验 $|0\rangle + |1\rangle$ 测得相干时间约为 40 ms，该时间受运动加热限制。这两项测量结合起来表明，射频稳定化在长、短时间尺度上均能提供出色的频率稳定性。

3. 囚禁势整形和微运动补偿

通过离子阱的12个分段直流电极，可以精确控制囚禁势的形状。我们使用截止频率约为300 Hz的一阶低通滤波器，以抑制久期频率范围内的噪声，同时支持在毫秒时间尺度上快速控制直流电压。

为了对离子晶体执行某些操作，例如微运动补偿（沿 x、 y 或 z方向平移）、旋转势（绕 x、 y 或 z 轴），或调节沿三个主轴之一的囚禁，我们计算施加到12个直流电极上的所需电压，以实现这些操作。基于我们的离子阱设计，利用$COM\text{-}SOL\ Multiphysics$ 进行有限元模拟，得到各个电极的阱势拟合结果，并以此为计算基础。每个电极的阱势都展开为球谐项。这样，各种针对离子晶体的操作便可以彼此解耦。第二步需要求解一个超定逆问题，将对离子的所需操作与施加到全部12个直流电极上的电压联系起来，具体方法见参考文献 [68]的附录 B。我们使用蒂霍诺夫方法，基于奇异值分解求解方程 [69]。

[1] J. Preskill, 《NISQ 时代及未来的量子计算》, Quantum **2**, 79 (2018). [2] I. Buluta 和 F. Nori, 《量子模拟器》, Science **326**, 108 2009( ). [3] J. R. McClean、J. Romero、R. Babbush 和 A. Aspuru-Guzik, 《变分混合量子经典算法理论》, New. J. Phys. **18**, 023023 (2016). [4] C. Gross 和 I. Bloch, 《利用光学晶格中的超冷原子进行量子模拟》, Science **357**, 995 (2017). [5] C. Monroe、W. C. Campbell、L.-M. Duan、Z.-X. Gong、A. V. Gorshkov、P. W. Hess、R. Islam、K. Kim、N. M. Linke、G. Pagano、P. Richerme、C. Senko 和 N. Y. Yao, 《利用囚禁离子对自旋系统进行可编程量子模拟》, Rev. Mod. Phys. **93**, 025001 (2021). [6] A. Browaeys 和 T. Lahaye, 《利用单独控制的里德堡原子研究多体物理》, Nat. Phys. **16**, 132 2020( ). [7] F. Arute、K. Arya、R. Babbush、D. Bacon、J. C. Bardin、R. Barends、S. Boixo、M. Broughton、B. B. Buck-ley、D. A. Buell、B. Burkett、N. Bushnell、Y. Chen、Z. Chen、B. Chiaro、R. Collins、W. Courtney、S. Demura、A. Dunsworth、E. Farhi、A. Fowler、B. Foxen、C. Gid-ney、M. Giustina、R. Graff、S. Habegger、M. P. Harri-gan、A. Ho、S. Hong、T. Huang、W. J. Huggins、L. Ioffe、S. V. Isakov、E. Jeffrey、Z. Jiang、C. Jones、D. Kafri、K. Kechedzhi、J. Kelly、S. Kim、P. V. Klimov、A. Ko-rotkov、F. Kostritsa、D. Landhuis、P. Laptev、M. Lind-mark, E. Lucero, O. Martin, J. M. Martinis, J. R. Mc- Clean, M. McEwen, A. Megrant, X. Mi, M. Mohseni, W. Mruczkiewicz, J. Mutus, O. Naaman, M. Neeley, C. Neill, H. Neven, M. Y. Niu, T. E. O'Brien, E. Ostby, A. Petukhov, H. Putterman, C. Quintana, P. Roushan, N. C. Rubin, D. Sank, K. J. Satzinger, V. Smelyan- skiy, D. Strain, K. J. Sung, M. Szalay, T. Y. Takeshita, A. Vainsencher, T. White, N. Wiebe, Z. J. Yao, P. Yeh, and A. Zalcman, 哈特里-福克方法在超导量子比特量子计算机上的实现, Science **369**, 1084 (2020). [8] A. Morvan, T. I. Andersen, X. Mi, C. Neill, A. Petukhov, K. Kechedzhi, D. A. Abanin, A. Michailidis, R. Acharya, F. Arute, K. Arya, A. Asfaw, J. Atalaya, J. C. Bardin, J. Basso, A. Bengtsson, G. Bortoli, A. Bourassa, J. Bo- vaird, L. Brill, M. Broughton, B. B. Buckley, D. A. Buell, T. Burger, B. Burkett, N. Bushnell, Z. Chen, B. Chiaro, R. Collins, P. Conner, W. Courtney, A. L. Crook, B. Curtin, D. M. Debroy, A. D. T. Barba, S. De- mura, A. Dunsworth, D. Eppens, C. Erickson, L. Faoro, E. Farhi, R. Fatemi, L. F. Burgos, E. Forati, A. G. Fowler, B. Foxen, W. Giang, C. Gidney, D. Gilboa, M. Giustina, A. G. Dau, J. A. Gross, S. Habegger, M. C. Hamilton, M. P. Harrigan, S. D. Harrington, M. Hoff- mann, S. Hong, T. Huang, A. Huff, W. J. Huggins, S. V. Isakov, J. Iveland, E. Jeffrey, Z. Jiang, C. Jones, P. Juhas, D. Kafri, T. Khattar, M. Khezri, M. Kieferov´a, S. Kim, A. Y. Kitaev, P. V. Klimov, A. R. Klots, A. N. Ko-

rotkov, F. Kostritsa, J. M. Kreikebaum, D. Landhuis, P. Laptev, K.-M. Lau, L. Laws, J. Lee, K. W. Lee, B. J. Lester, A. T. Lill, W. Liu, A. Locharla, F. Mal- one, O. Martin, J. R. McClean, M. McEwen, B. M. Costa, K. C. Miao, M. Mohseni, S. Montazeri, E. Mount, W. Mruczkiewicz, O. Naaman, M. Neeley, A. Nersisyan, M. Newman, A. Nguyen, M. Nguyen, M. Y. Niu, T. E. O'Brien, R. Olenewa, A. Opremcak, R. Potter, C. Quin- tana, N. C. Rubin, N. Saei, D. Sank, K. Sankarago- mathi, K. J. Satzinger, H. F. Schurkus, C. Schuster, M. J. Shearn, A. Shorter, V. Shvarts, J. Skruzny, W. C. Smith, D. Strain, G. Sterling, Y. Su, M. Szalay, A. Tor- res, G. Vidal, B. Villalonga, C. Vollgraff-Heidweiller, T. White, C. Xing, Z. Yao, P. Yeh, J. Yoo, A. Zal- cman, Y. Zhang, N. Zhu, H. Neven, D. Bacon, J. Hilton, E. Lucero, R. Babbush, S. Boixo, A. Megrant, J. Kelly, Y. Chen, V. Smelyanskiy, I. Aleiner, L. B. Ioffe, and P. Roushan, 相互作用微波光子的稳健束缚态的形成, Nature **612**, 240 (2022). [9] A. Aspuru-Guzik and P. Walther, 光子量子模拟器, Nat. Phys. **8**, 285 (2012). [10] J. Wang, F. Sciarrino, A. Laing, and M. G. Thompson, 集成光子量子技术, Nature Photonics **14**, 273 (2020). [11] C. Figgatt, A. Ostrander, N. M. Linke, K. A. Landsman, D. Zhu, D. Maslov, and C. Monroe, 通用离子阱量子计算机上的并行纠缠操作, Nature **572**, 368 (2019). [12] L. Postler, S. Heuβen, I. Pogorelov, M. Rispler, T. Feld- ker, M. Meth, C. D. Marciniak, R. Stricker, M. Ring- bauer, R. Blatt, P. Schindler, M. M¨uller, and T. Monz, 容错通用量子门操作的演示, Nature **605**, 675 (2022). [13] S. M. Brewer, J.-S. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C. W. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume, and D. R. Leibrandt, $^{27}Al^{+}$ 系统不确定度低于 10^{-18} 的量子逻辑钟, 《物理评论快报》 **123**, 033201 (2019). [14] C. D. Marciniak, T. Feldker, I. Pogorelov, R. Kaubrueg- ger, D. V. Vasilyev, R. van Bijnen, P. Schindler, P. Zoller, R. Blatt, and T. Monz, 利用可编程量子传感器实现最优计量, Nature **603**, 604 (2022). [15] H. Hainzer, D. Kiesenhofer, T. Ollikainen, M. Bock, F. Kranzl, M. K. Joshi, G. Yoeli, R. Blatt, T. Gefen, and C. F. Roos, 利用多量子比特增强相位估计的关联光谱学, arXiv:2203 12656 10 48550 2203 12656 2022 . . /arXiv. . ( ). [16] R. Blatt and C. F. Roos, 利用囚禁离子进行量子模拟, Nat. Phys. **8**, 277 (2012). [17] C. Monroe, W. C. Campbell, L.-M. Duan, Z.-X. Gong, A. V. Gorshkov, P. W. Hess, R. Islam, K. Kim, N. M. Linke, G. Pagano, P. Richerme, C. Senko, and N. Y. Yao, 利用囚禁离子对自旋系统进行可编程量子模拟, Rev. Mod. Phys. **93**, 025001 (2021). [18] J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V. Gorshkov, Z.-X. Gong, and C. Monroe, 利用53量子比特量子模拟器观测到多体动力学相变, Nature **551**, 601 (2017). [19] C. Kokail, C. Maier, R. van Bijnen, T. Brydges, M. K. Joshi, P. Jurcevic, C. A. Muschik, P. Silvi, R. Blatt, C. F. Roos, and P. Zoller, 晶格模型的自验证变分量子模拟, Nature **569**, 355 (2019). [20] M. K. Joshi , F. Kranzl , A. Schuckert , I. Lovas , C. Maier ,

R. Blatt、M. Knap 和 C. F. Roos, 《观测长程量子磁体中的涌现流体动力学》, Science **376**, 720 (2022)。[21] B.-W. Li、Y.-K. Wu、Q.-X. Mei、R. Yao、W.-Q. Lian、M.- L. Cai、Y. Wang、B.-X. Qi、L. Yao、L. He、Z.-C. Zhou 和 L.-M. Duan, 《通过量子 Kibble-Zurek 机制探测长程横场伊辛模型的临界行为》, PRX Quantum **4**, 010302 (2023)。[22] F. Kranzl、M. K. Joshi、C. Maier、T. Brydges、J. Franke、R. Blatt 和 C. F. Roos, 《控制长离子链以用于量子模拟和精密测量》, 《物理评论 A》**105**, 052426 (2022)。[23] J. P. Schiffer, 《各向异性囚禁离子晶体中的相变》, 《物理评论快报》**70**, 818 (1993)。[24] D. H. E. Dubin, 《囚禁库仑晶体中结构相变的理论》, 《物理评论快报》**71**, 2753 (1993)。[25] J. G. Bohnet、B. C. Sawyer、J. W. Britton、M. L. Wall、A. M. Rey、M. Foss-Feig 和 J. J. Bollinger, 《数百个囚禁离子的量子自旋动力学与纠缠生成》, Science **352**, 1297 (2016)。[26] A. M. Polloreno、A. M. Rey 和 J. J. Bollinger, 《彭宁阱中旋转离子晶体的单量子比特寻址》, 《物理评论研究》**4**, 033076 (2022)。[27] R. C. Sterling、H. Rattanasonti、S. Weidt、K. Lake、P. Srinivasan、S. C. Webster、M. Kraft 和 W. K. Hensinger, 《高压微芯片上二维离子阱晶格的制造与运行》, 《自然·通讯》**5**, 3637 (2014)。[28] M. Mielenz、H. Kalis、M. Wittemer、F. Hakelberg、U. Warring、R. Schmied、M. Blain、P. Maunz、D. L. Moehring、D. Leibfried 和 T. Schaetz, 《适用于二维量子模拟的单独控制离子阵列》, 《自然·通讯》**7**, 11839 (2016)。[29] P. C. Holz、S. Auchter、G. Stocker、M. Valentini、K. Lakhmanskiy、C. R¨ossler、P. Stampfer、S. Sgouridis、E. Aschauer、Y. Colombe 和 R. Blatt, 《用于量子信息处理的二维线性阱阵列》, 《先进量子技术》**3**, 2000031 (2020)。[30] B. Yoshimura、M. Stork、D. Dadic、W. C. Campbell 和 J. K. Freericks, 《在扁平保罗阱中制备用于量子模拟的二维离子库仑晶体》, 《EPJ 量子技术》**2**, 2 (2015)。[31] Y. Wang、M. Qiao、Z. Cai、K. Zhang、N. Jin、P. Wang、W. Chen、C. Luan、B. Du、H. Wang、Y. Song、D. Yum 和 K. Kim, 《整体式保罗阱中相干操控的二维离子晶体》, 《先进量子技术》**3**, 2000068 (2020)。[32] M. K. Ivory、A. Kato、A. Hasanzadeh 和 B. B. Blinov, 《一种用于二维离子晶体实验的分区环形电极保罗阱》, 《科学仪器评论》**91**, 053201 2020( )。[33] Y. Xie、J. Cui、M. D'Onofrio、A. J. Rasmusson、S. W. Howell 和 P. Richerme, 《一种用于径向二维离子晶体的开放端盖刀片阱》, 《量子科学与技术》**6**, 044009 (2021)。[34] M. Qiao、Y. Wang、Z. Cai、B. Du、P. Wang、C. Luan、W. Chen、H.-R. Noh 和 K. Kim, 《对静止二维离子晶体进行双电磁感应透明基态冷却》, 《物理评论快报》**126**, 023604 (2021)。[35] M. Qiao、Z. Cai、Y. Wang、B. Du、N. Jin、W. Chen、P. Wang、C. Luan、E. Gao、X. Sun、H. Tian、J. Zhang 和 K. Kim, 《观测二维离子晶体中的受挫量子磁性》

arXiv:2204 07283 10 48550 2204 07283 2022 . . / arXiv. . ( )。[36] M. Block、A. Drakoudis、H. Leuthner、P. Seibert、G. Werth、M. Block、A. Drakoudis、H. Leuthner 和 P. Seibert，《保罗阱中的离子晶体结构》，J. Phys. B **33**, L375 (2000)。[37] R. Bl¨umel、C. Kappler、W. Quint 和 H. Walther，《保罗阱中激光冷却离子的混沌与有序》，《物理评论 A》**40**, 808 (1989)。[38] D. H. E. Dubin，《囚禁库仑晶体中结构相变的理论》，《物理评论快报》**71**, 2753 (1993)。[39] L. Deslauriers、P. C. Haljan、P. J. Lee、K.-A. Brick- man、B. B. Blinov、M. J. Madsen 和 C. Monroe，《囚禁 $^{111}Cd^{+}$ 离子的零点冷却与低加热》，《物理评论 A》**70**, 043408 (2004)。[40] F. v. Busch 和 W. Paul，《电场误差导致的电质量滤器非线性共振》，Z. Phys. **164**, 588 (1961)。[41] R. Alheit、S. Kleineidam、F. Vedel、M. Vedel 和 G. Werth，《保罗阱中的高阶非线性共振》，Int. J. Mass Spectrom. **154**, 155 (1996)。[42] R. B. Blakestad, *Transport of Trapped-Ion Qubits within a Scalable Quantum Processor*，博士论文，科罗拉多大学 (2010)。[43] Translume Inc.，美国密歇根州安娜堡，邮编 48108。[44] P. Bado、C. R. Monroe 和 W. C. Campbell，《用于计时、传感和模拟的高效光收集系统熔融石英离子阱芯片》(2015)。[45] C. Noel、M. Berlin-Udi、C. Matthiesen、J. Yu、Y. Zhou、V. Lordi 和 H. H¨affner，《表面离子阱中热激活涨落体产生的电场噪声》，《物理评论 A》**99**, 063427 (2019)。[46] S. Ragg、C. Decaroli、T. Lutz 和 J. P. Home，《采用高精度叠层晶圆制造分段离子阱》，《科学仪器评论》**90**, 103203 (2019)。[47] C. Decaroli、R. Matt、R. Oswald、C. Axline、M. Ernzer、J. Flannery、S. Ragg 和 J. P. Home，《带两个 x 形结的微加工叠层晶圆分段离子阱的设计、制造与表征》，《量子科学与技术》**6**, 044001 (2021)。[48] G. Araneda、G. Cerchiari、D. B. Higginbottom、P. C. Holz、K. Lakhmanskiy、P. Ob˘sil、Y. Colombe 和 R. Blatt，《全景装置：集成式保罗阱—半球镜量子光学系统》，《科学仪器评论》**91**, 113201 (2020)。[49] H. Kaufmann、S. Ulm、G. Jacob、U. Poschinger、H. Landa、A. Retzker、M. B. Plenio 和 F. Schmidt- Kaler，《平面离子晶体本征模式的精确实验研究》，《物理评论快报》**109**, 263003 (2012)。[50] O. D. Kellogg, *Foundations of potential theory* (Springer, 1929)。[51] D. H. E. Dubin 和 T. M. O'Neil，《囚禁的非中性等离子体、液体与晶体（热平衡态）》，Rev. Mod. Phys. **71**, 87 (1999)。[52] M. W. van Mourik、P. Hrmo、L. Gerster、B. Wilhelm、R. Blatt、P. Schindler 和 T. Monz，《非晶化囚禁离子的射频诱导加热动力学》，《物理评论 A》**105**, 033101 (2022)。[53] R. Bl¨umel、J. M. Chen、E. Peik、W. Quint、W. Schleich、Y. R. Shen 和 H. Walther，《储存离子的相变》激光冷却离子，Nature **334**, 309 (1988). [54] S. Fishman、G. De Chiara、T. Calarco 和 G. Morigi，低维离子晶体中的结构相变，物理评论B **77**, 064111 (2008). [55] M. Ester、H.-P. Kriegel、J. Sander 和 X. Xu，一种在含噪声的大型空间数据库中发现簇的基于密度的算法，载于 *Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining* 96 1996 226 231 ，KDD'（AAAI出版社，）第 – 页。[56] G. Morigi、J. Eschner 和 C. H. Keitel，利用电磁诱导透明实现基态激光冷却，《物理评论快报》**85**, 4458 (2000). [57] C. F. Roos、D. Leibfried、A. Mundt、F. Schmidt-Kaler、J. Eschner 和 R. Blatt，利用电磁诱导透明实现基态激光冷却的实验演示，《物理评论快报》**85**, 5547 (2000). [58] R. Lechner、C. Maier、C. Hempel、P. Jurcevic、B. P. Lanyon、T. Monz、M. Brownnutt、R. Blatt 和 C. F. Roos，利用电磁诱导透明对长离子链进行基态冷却，《物理评论 A》**93**, 053401 (2016). [59] E. Jordan、K. A. Gilmore、A. Shankar、A. Safavi-Naini、J. G. Bohnet、M. J. Holland 和 J. J. Bollinger，超过 100 个离子的二维囚禁离子晶体的近基态冷却，《物理评论快报》**122**, 053603 (2019). [60] H. Landa、M. Drewsen、B. Reznik 和 A. Retzker，射频保罗阱中的振荡模式，New. J. Phys. **14**, 093023 (2012). [61] D. Leibfried、R. Blatt、C. Monroe 和 D. Wineland，单个囚禁离子的量子动力学，Rev. Mod. Phys. **75**, 281 (2003). [62] D. An、C. Matthiesen、E. Urban 和 H. H¨affner，表面离子阱中电场噪声的距离标度与极化，《物理评论 A》**100**, 063405 (2019). [63] I. Pogorelov、T. Feldker、C. D. Marciniak、L. Postler、G. Jacob、O. Krieglsteiner、V. Podlesnic、M. Meth、V. Negnevitsky、M. Stadler、B. H¨ofer、C. W¨achter、K. Lakhmanskiy、R. Blatt、P. Schindler 和 T. Monz，紧凑型离子阱量子计算演示器，PRX Quantum **2**, 020343 (2021). [64] J. P. Home、D. Hanneke、J. D. Jost、D. Leibfried 和 D. J. Wineland，非谐阱势存在时囚禁离子的正规模，New J. Phys. **13**, 073026 2011( ). [65] D. Porras 和 J. I. Cirac，囚禁离子构成的有效量子自旋系统，《物理评论快报》**92**, 207901 (2004). [66] M. Brownnutt、M. Kumph、P. Rabl 和 R. Blatt，离子阱对表面附近电场噪声的测量，Rev. Mod. Phys. **87**, 1419 (2015). [67] J. D. Siverns、L. R. Simkins、S. Weidt 和 W. K. Hensinger，关于通过螺旋谐振器向离子阱施加射频电压，应用物理B **107**, 921 (2012). [68] M. W. van Mourik、E. A. Martinez、L. Gerster、P. Hrmo、T. Monz、P. Schindler 和 R. Blatt，表面离子阱量子计算机中量子比特的相干旋转，《物理评论 A》**102**, 022611 (2020). [69] K. Singer、U. Poschinger、M. Murphy、P. Ivanov、F. Ziesel、T. Calarco 和 F. Schmidt-Kaler，专题综述：囚禁离子作为量子比特：关键数值工具，Rev. Mod. Phys. **82**, 2609 (2010).