近距离卫星系统在闭合自然运动轨迹上的自主局部目录维护*

arXiv:2302.00601v2 [cs.MA] 9 Feb 2023

Christopher W. Hays†、Kristina Miller‡、Alexander Soderlund§、Sean Phillips ¶Troy Henderson ‖

为实现在轨服务和制造等太空任务，近距离运行的智能体可能距离过近，导致地面传感器无法为操作人员提供分辨率足够的定位解。这使得系统必须维护其局部邻域的目录；然而，要求每个节点都更新和维护该目录，可能会给每个智能体带来沉重负担。为减轻这一负担，本文研究由单个卫星智能体（主星）更新单个目录的情形。具体而言，我们考虑主星局部邻域内存在多个伴飞器智能体的情况，主星的目标是通过星载测量维护并更新该邻域内所有智能体的目录。我们考虑主星与伴飞器之间具有相对平动与姿态运动动力学的智能体，其中主星位于坐标系原点。我们针对这一问题提出端到端解决方案，将监督控制方法与贝叶斯滤波器相结合，由后者传播信念状态并向监督器提供目录解。监督控制器的目标是在遵守主星约束的同时，确定观测哪个智能体以及观测时间。我们通过包含三个智能体的数值验证来验证该问题。

引言

仅凭全球定位系统（GPS），太空每年就为全球市场带来数万亿美元的收益，因此成为全球经济的重要组成部分。[1] 由于进入门槛降低，太空日益拥挤，现有的空间监视网络未来可能无法全面维护小型天体的完整目录。[2] 因此，未来的卫星可能必须维护附近空间物体的局部目录，以确保系统安全，并自主判断是否需要采取任何规避行动。近期，太空领域的就绪度

*批准公开发布；不受发行限制。公共事务审批 AFRL20230485

†博士候选人，航空航天工程系，Embry-Riddle航空大学，佛罗里达州代托纳比奇市航空大道 1 号，邮编 32114。

‡博士候选人，电气与计算机工程系，伊利诺伊大学厄巴纳-香槟分校，伊利诺伊州厄巴纳市西主街 1308 号，邮编 61801§研究航空航天工程师，空间飞行器局，美国空军研究实验室，新墨西哥州柯特兰空军基地东南阿伯丁路 3550 号

¶研究机械工程师，空间飞行器局，美国空军研究实验室，新墨西哥州柯特兰空军基地东南阿伯丁路 3550 号‖副教授，航空航天工程系，Embry-Riddle航空大学，佛罗里达州代托纳比奇市航空大道 1 号，邮编 32114。

可信自主性正在受到研究。[3] 本文探讨卫星系统的局部区域目录维护问题。这项工作对在轨服务和制造等任务类型尤其有用；在这些任务中，一颗“领航卫星”负责维持对一组卫星机器人的局部态势感知。

在文献中，针对近距离（相对运动）卫星系统[4–10] 以及地基传感器网络[11,12] 的卫星定位问题已得到深入研究。[13,14] 与地面传感器的数量相比，空间物体数量更多，因此必须智能地规划地面传感器的任务。[15] 一般而言，态势感知可定义为“在一定时空范围内感知环境要素，理解其含义（组织层面），并预测其近期状态”。[16] 特别是，空间态势感知正日益受到关注。空间态势感知（又称空间域感知，或 SDA）已扩展至涵盖所有空间环境影响，由此形成了一个多学科研究领域，融合了信息融合、采集任务规划与利用等方面，以更好地评估异常识别与预测。

本文研究这样一种情形：一颗配备光电传感器和星载估计能力的可控主卫星，必须跟踪并维护多颗不可控从卫星的状态；每颗从卫星均沿着围绕主星的闭合椭圆自然运动轨迹[17] 运行。我们希望维护的局部目录，是所有从航天器相对于主星的位置和速度状态的拼接列表。然而，伴飞器的状态本质上存在不确定性。通常，这些状态不确定性通过随机参数表示，例如高斯概率分布的均值与状态协方差矩阵对，这也称为“信念状态”。借助贝叶斯滤波器，[18] 将伴飞器的先验信念状态与对该伴飞器的观测进行融合，可得到不确定性更低的后验信念状态。关键在于，主星无法同时观测所有从航天器的状态，只有当它们进入主星的视场时才能对其进行测量。因此，未观测目标的不确定性会随着未测量时间的增加而相应增大。这正是局部目录维护问题的核心：主星如何确定何时、何处进行观测，才能使目录中的从航天器状态尽可能接近其真实值?

此外，本文提出了一种决策算法，为主星提供控制轨迹，从而保证所有被跟踪从属智能体的不确定性均低于预设界限。从航天器按照广为人知的 Clohessy-Wiltshire 动力学模型，在主星周围进行机动；主星的姿态动力学则根据气体喷射推进器方程建模。状态估计采用扩展卡尔曼滤波器进行，主星的控制输入序列则通过模型预测控制（MPC）计算。最后，本文构建了一个监督决策逻辑框架，根据估计得到的相对位置和不确定性，确定应观测哪些本地智能体及其观测顺序。该决策逻辑框架具有足够的通用性，可与基于图的方法结合，用于解决 Hays等人提出的类似问题的多智能体版本。[19]

本文其余部分安排如下：首先介绍必要的数学符号和定义，概述模型预测控制流程，并描述局部目录维护问题。接下来一节将详细介绍针对该维护问题提出的自主监督器解决方案。随后通过本地维护场景的数值仿真展示该方法的有效性，最后给出结论。

预备知识

符号与定义

令 $\mathbb{R}$ 表示全体实数的集合，令 $\mathbb{N}$ 表示自然数集合。一个 n维空间的坐标系由 n 个标准正交向量 $\mathcal{I}_i$、 $i \in [1, n]$定义。本文研究满足 $n = 3$的空间。李群 SO(3)是所有实可逆 3×3 矩阵中满足正交且行列式为 1 的矩阵所构成的集合，在本文中称为旋转矩阵 $\mathcal{R}_{\rightarrow} \in \mathrm{SO(3)}$:

$$\mathrm{SO}(3) := \{\mathcal{R}_{\rightarrow} \in \mathbb{R}^{3\times3} \mid (\mathcal{R}_{\rightarrow})^T\mathcal{R}_{\rightarrow} = \mathbf{I}_{3\times3},\ \det[\mathcal{R}_{\rightarrow}] = 1\}$$

给定两个坐标系 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$，向量 $\mathbf{x}^{\mathcal{A}}$ 在坐标系 $\mathcal{A}$ 中的表示旋转到其在坐标系 $\mathcal{B}$ 中的表示 $\mathbf{x}^{\mathcal{B}}$，记作 $\mathcal{R}_{\mathcal{A}\rightarrow\mathcal{B}}$，即 $\mathbf{x}^{\mathcal{B}} = \mathcal{R}_{\mathcal{A}\rightarrow\mathcal{B}}\mathbf{x}^{\mathcal{A}}$。给定三个坐标系 $\mathcal{A}$、 $\mathcal{B}$和$\mathcal{C}$， $\mathcal{B}$ 相对于 $\mathcal{A}$ 的角速度在坐标系 $\mathcal{C}$ 中表示为 $\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{C}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}}$。对于向量 $\mathbf{a} := (a_1\ a_2\ a_3)^{\top} \in \mathbb{R}^3$，叉积算子 $\mathcal{S}(\cdot) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathfrak{so}(3)$:

$$\mathcal{S}(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

若 $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$，则叉积 $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 可写为 $\mathbf{c} = \mathcal{S}(\mathbf{a})\mathbf{b} = -\mathcal{S}(\mathbf{b})\mathbf{a}$。此处，李代数 $\mathfrak{so}(3)$ 是所有实数 3×3 斜对称矩阵的集合，也是 SO(3) 在单位元 $\mathbf{I}_{3\times3}$处的切空间:

$$\mathfrak{so}(3) := \{\mathcal{S}(\mathbf{a})^T = -\mathcal{S}(\mathbf{a}) \mid \mathbf{a} \in \mathbb{R}^3\}$$

对于向量 $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$， $\mathcal{L}^2$ 范数算子定义为 $|\mathbf{a}| := \sqrt{\mathbf{a}^{\top}\mathbf{a}}$。一个 n维随机变量的多元高斯分布由均值向量 $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ 和对称半正定协方差矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n\times n}$参数化。给定矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ 和$B \in \mathbb{R}^{p\times q}$，克罗内克积记作 $\otimes$，其定义为

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \dots & a_{1n} \\ a_{21}B & a_{22}B & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \dots & a_{mn}B \end{pmatrix}.$$

给定向量 $a \in \mathbb{R}^m$， a 在 $\mathbb{R}^n$上的投影 $n \leq m$ 记为 $a \downarrow \mathbb{R}^n$。接下来，我们定义从笛卡尔空间中的向量 $\mathbf{x}$ 到方位角-仰角（Az,El）空间的映射 $g(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{S}^2$

$$g(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathrm{Az} \\ \mathrm{El} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}(\frac{s_2}{s_1}) \\ \sin^{-1}(s_3) \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中 $s = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$， $\mathbb{S}^2$是单位球面，其角坐标为方位角 $\mathrm{Az} \in [-\pi, \pi]$和仰角 $\mathrm{El} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$，遵循天文学约定。

模型预测控制

考虑以下控制系统，其状态为 $x_k \in \mathbb{R}^n$，在时间步 k，按照具有过程函数 f 的离散时间系统演化： $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$；测量函数为$c$： $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{\ell}$，时间步为 $\{k, k+1, k+2, \dots\}$、 $k \geq 0$，其中

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \tag{3}$$

$$y_k = c(x_k, u_k) \tag{4}$$

其中，$u_k \in \mathbb{R}^m$ 是施加于被控对象的输入，而 $y_k \in \mathbb{R}^\ell$、$\ell \le n$ 是系统的输出。不失一般性，我们假设对于所有 $k \ge 0$，$f(0,0) = 0$ 且 $c(0,0) = 0$。令 $N \in \mathbb{N}$、$N \ge 2$ 为有限时域长度。我们定义控制策略 $\mathbf{u}_k := \{u_0, u_1, \dots, u_i, \dots, u_{N-1}\}$，它在时间$k$具有附加索引 $i = 0$、.....、$N-1$。根据式（3）—（4），由 $\mathbf{u}_k$ 得到的输出轨迹为 $\mathbf{y}_k := \{y_0, y_1, \dots, y_i, \dots, y_{N-1}\}$。令 $\mathbf{y}_k(i)$ 和 $\mathbf{u}_k(i)$ 分别表示在给定初始条件 x_k 时，$\mathbf{y}_k$ 和 $\mathbf{u}_k$ 在索引 i 处的特定元素。设有某个非负函数h： $\mathbb{R}^\ell \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}_{\ge 0}$，称为阶段代价，并定义控制目标函数 $J: \mathbb{R}^\ell \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}_{\ge 0}$ 如下：

$$J(\mathbf{y}_k, \mathbf{u}_k) := \sum_{i=0}^{N-1} h(\mathbf{y}_k(i), \mathbf{u}_k(i)). \tag{5}$$

模型预测控制器的目标是在时间步 k 生成最优控制序列 $\mathbf{u}_k^* := \{u_0^*, u_1^*, \dots, u_i^*, \dots, u_{N-1}^*\}$，使得式 (5) 中的目标函数 J 最小化。该序列中的第一个输入 $\mathbf{u}_k^*(0)$ 将施加到系统上。在时间步 $k+1$，重复这一最小化过程，并施加 $\mathbf{u}_{k+1}^*(0)$。形式化表示如下：

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{u}_k}{\text{minimize}}\ J(\mathbf{y}_k, \mathbf{u}_k) \\ &\text{subject to } x_0 = x_k \\ &\qquad x_{i+1} = f(x_i, u_i), \quad i = 0, \dots, N-1 \\ &\qquad y_i = c(x_i, u_i), \quad i = 0, \dots, N-1 \\ &\qquad (x_i, u_i) \in \mathcal{X} \times \mathcal{U}, \quad i = 0, \dots, N-1 \end{aligned} \tag{6}$$

其中，$\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ 是状态约束的闭集，$\mathcal{U}$ 是输入约束的闭集。通常，阶段代价函数 h 选取为表示输出与某个预先定义的期望输出轨迹之间的距离，即 $\mathbf{y}_k^*$。

问题陈述

局部目录维护问题

考虑一个主航天器，其状态空间为 $\mathcal{X}_0 \subseteq \mathbb{R}^n$，输入空间为 $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^m$。状态 $\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}_0$ 按照 $\dot{\mathbf{x}}_0 = f(\mathbf{x}_0, u)$ 演化，其中 $u \in \mathcal{U}$ 是主星的输入，f 是主星的动力学函数。此外，考虑约束函数 $h: \mathcal{X}_0 \times \mathcal{U} \to \mathbb{R}^r$。当 $h_i(\mathbf{x}_0, \mathcal{U}) \le 0$ 对约束向量中的每一行 $i \in \{1, \dots, r\}$ 均成立时，状态 $\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}_0$ 和输入 $u \in \mathcal{U}$ 满足这些约束。给定初始状态 $\theta_0 \in \mathcal{X}_0$ 和输入函数 $u: \mathbb{R}_{\ge 0} \to \mathcal{U}$，主星的轨迹表示为 $\xi_{u,\theta_0}: \mathbb{R}_{\ge 0} \to \mathcal{X}$，并满足 $\xi_{u,\theta_0}(0) = \theta_0$ 和 $\frac{d}{dt}\xi_{u,\theta_0}(t) = f(\xi_{u,\theta_0}(t), u(t))$。

主星的任务是维护一个包含 d 从航天器的目录。每个从航天器 $i \in \{1, \dots, d\}$ 都有一个状态空间 $\mathcal{X}_i \subseteq \mathbb{R}^p$。从航天器的状态 $\mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_i$ 按照 $\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i$ 演化，其中 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{p \times p}$是状态矩阵。所有从航天器的状态（即系统状态）表示为 $\mathbf{x} := [\mathbf{x}_i^\top \ \dots \mathbf{x}_d^\top]^\top$，并按照 $\mathbf{x} = (\mathbf{I}_{d \times d} \otimes \mathbf{A})\mathbf{x}$ 演化。

主星配备了递归状态估计器，用于跟踪 d 伴飞航天器置信状态，其参数由串接均值 $\hat{\mathbf{x}} := [\mathbf{x}_1^\top \cdots \mathbf{x}_d^\top]^\top$ 和协方差块矩阵 $\mathbf{P} := \mathbf{diag}\{\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_d\}$表示。这些量按照假定的动力学模型演化，满足

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= (\mathbf{I}_{d \times d} \otimes \mathbf{A})\hat{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{P}} &= (\mathbf{I}_{d \times d} \otimes \mathbf{A})\mathbf{P}(\mathbf{I}_{d \times d} \otimes \mathbf{A})^\top + \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^\top, \end{aligned} \tag{7}$$

其中，$\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{pd\times pd}$ 为过程噪声矩阵，$\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{pd\times pd}$ 为噪声输入矩阵。为简化起见，我们假设 $\mathbf{G} = \mathbf{I}^{pd\times pd}$。

主星配备了一个传感器，其参数由主星本体坐标系中的指向矢量 $\mathbf{p}^{\mathcal{B}}$ 和视角 α确定。该传感器可以观测位于某个传感视场（FOV）内的从航天器状态，该视场取决于 $\mathbf{p}^{\mathcal{B}}$, α以及主星状态 $\mathbf{x}_0$。传感器的线性测量模型为 $\mathbf{y} = C(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)\mathbf{x}$，其中 $\mathbf{y}$ 为观测到的从航天器状态，C 为观测矩阵，它取决于系统状态 $\mathbf{x}$ 和主星状态 $\mathbf{x}_0$。观测矩阵C 是一个分块矩阵，表示为

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \begin{bmatrix} C_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0) & \emptyset_{p\times p} & \cdots & \emptyset_{p\times p} \\ \emptyset_{p\times p} & C_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_0) & \cdots & \emptyset_{p\times p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \emptyset_{p\times p} & \emptyset_{p\times p} & \cdots & C_d(\mathbf{x}_d, \mathbf{x}_0) \end{bmatrix}, \tag{8}$$

其中，每个 $C_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0)$ 表示为

$$C_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0) = \begin{cases} \mathbf{I}_{p\times p} & \text{if } \mathbf{x}_i \text{ is observed} \\ \emptyset_{p\times p} & \text{else.} \end{cases} \tag{9}$$

需要注意的是，$\emptyset_{p\times p}$是一个重载算子。当 $C_i(\mathbf{x}_i, \mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}) = \mathbf{I}^{p\times p}$时，$\emptyset_{p\times p}$取值为 $\mathbf{0}_{p\times p}$；而当 $C_i(\mathbf{x}_i, \mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}) = \emptyset_{p\times p}$时，$\emptyset_{p\times p}$为空集，形式为一个空矩阵。

每当主星在时刻 k 对伴飞器 $i \in \{1, \ldots, d\}$ 进行观测时，星载估计器便会纳入测量数据，对信念状态进行脉冲式更新，使得

$$(\hat{\mathbf{x}}_i(k^-), \mathbf{P}_i(k^-)) \to (\hat{\mathbf{x}}_i(k^+), \mathbf{P}_i(k^+)).$$

因此，被观测到的从航天器的协方差矩阵大小必然会减小$f[\mathbf{P}_i(k^+)] \leq f[\mathbf{P}_i(k^-)]$，更新后的信念状态将递归地提供给传播器，直到下一次测量更新可用。这里，$f[\cdot]$ 是用于量化协方差矩阵或其代表性超椭球大小的任意度量。不过，由于传感器视场有限，主星可能无法同时观测到所有从航天器。因此，主星必须机动以观测每个从航天器，从而维持一定的状态估计确定性，即$f[\mathbf{P}_i(k)] \leq \epsilon$ 对所有 $k \geq 0$均成立，其中 ϵ 是由传感器视场决定的某个正值。

那么，局部目录维护问题如下：考虑一颗具有动力学函数 f 和约束函数 h 的主星，以及一个由指向矢量 $\mathbf{p}^{\mathcal{B}}$ 和视场面积 α 参数化的传感器。给定 d 颗从航天器，其初始估计值为 $\hat{\theta} \in \mathcal{X}$，初始协方差为 $\mathbf{P}^0 \in \mathbb{R}^{pd\times pd}$，且主星的初始状态为 $\theta_0 \in \mathcal{X}_0$，求控制函数 $c: \mathcal{X}_0 \times \mathcal{X} \times \mathbb{R}^{pd\times pd} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathcal{U}$，使得对于所有 $k \geq 0$，$h_i(\xi_{c,\theta_0}(k), c(\xi_{c,\theta_0}(t))) \leq 0$ 对所有 $i \in \{1, \ldots, r\}$ 均成立，且 $f[\mathbf{P}_j(k)] \leq \epsilon$。

主航天器姿态动力学 考虑一颗位于以地球为中心的圆轨道上的主航天器。它没有用于平动的推进器，但可以使用气体喷射推进器改变姿态，这些推进器会在主航天器质心处产生外力矩。主星的姿态状态由欧拉角组 $\mathbf{x}_0 := [\psi, \theta, \phi]^\top$给出，分别记为偏航、俯仰和滚转；该角组使用3-2-1旋转序列对从本体坐标系到惯性坐标系的旋转矩阵 $\mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}} = \mathcal{R}^{\phi}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}\mathcal{R}^{\theta}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}\mathcal{R}^{\psi}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}$进行参数化。相应的角速度为 $\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} :=$

$[\omega_1,\ \omega_2,\ \omega_3]^\top$。主星的输入由本体坐标系中的力矩 $u^{\mathcal{B}} := [u_1,\ u_2,\ u_3]^\top$给出。主航天器本体固定坐标系 $\mathcal{B}$ 的旋转运动学为

$$\dot{\mathcal{R}}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}} = \mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}\mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}}). \tag{10}$$

欧拉角组（局部）随时间演化为

$$\dot{\Gamma} = \begin{pmatrix} -\cos(\psi)\tan(\theta) & -\sin(\psi)\tan(\theta) & -1 \\ \sin(\psi) & -\cos(\psi) & 0 \\ -\cos(\psi)\sec(\theta) & -\sin(\psi)\sec(\theta) & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}}. \tag{11}$$

假设主航天器可建模为刚体，且其在本体固连坐标系中测得的惯性矩阵为 $\mathcal{J}$，应用欧拉运动第二定律可得姿态动力学

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} = -[\mathcal{J}]^{-1}\mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}})[\mathcal{J}\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}}] + [\mathcal{J}]^{-1}u^{\mathcal{B}}. \tag{12}$$

利用相对角速度叠加性质， $\mathcal{B}$ 坐标系相对于希尔坐标系 $\mathcal{H}$ 的角速度为

$$\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{I}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}} = \boldsymbol{\omega}^{\mathcal{I}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} - \boldsymbol{\omega}^{\mathcal{I}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}}$$

其时间导数为

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{I}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}} = \dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{I}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} - \dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{I}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}}. \tag{13}$$

利用式（10）和 $\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}} = \mathcal{R}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{A}}_{\mathcal{A}\mathcal{B}}$ 对式（13）进行整理可得

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}} = \dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} - \mathcal{R}_{\mathcal{H}\to\mathcal{B}}\dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{H}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}} - \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}})\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}}. \tag{14}$$

注意，根据主航天器圆轨道假设，我们有 $\dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{H}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}} = \mathbf{0}$，并且 $\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{H}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}} = (0\ 0\ \eta)^\top$ 是希尔坐标系相对于惯性坐标系的恒定角速度，其中 η 为恒定的平均运动参数。根据主星固连惯性矩阵与其主轴对齐这一假设，我们有

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix}.$$

结合式 (12) 和式 (14)，可得角速度动力学如下

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}} = -[\mathcal{J}]^{-1}\mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}})[\mathcal{J}\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}}] + [\mathcal{J}]^{-1}u^{\mathcal{B}} - \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}})\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}}.$$

利用 关系 $\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} = \boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}} + \boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}}$ 以及叉积性质，上式变为 es

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}} = -[\mathcal{J}]^{-1}\big(&\mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}})[\mathcal{J}\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}}] + \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}})[\mathcal{J}\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}}] + \\ &\mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}})[\mathcal{J}\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}}] + \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}})[\mathcal{J}\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}}]\big) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{H}\mathcal{B}})\boldsymbol{\omega}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{I}\mathcal{H}} + [\mathcal{J}]^{-1}u^{\mathcal{B}}. \end{aligned} \tag{15}$$

主航天器约束 主星在执行检查时也必须遵守一些约束。通常，力矩输入不得超过某个 $u_{\max}$，角速度必须保持在某个 $\omega_{\max}$ 以下。为确保安全，传感器不能指向

（假定为静态的）太阳矢量 s，该矢量在 $\mathcal{I}$ 中给出。回想一下， $\mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}$ 表示从主航天器本体固定坐标系 $\mathcal{B}$ 到惯性坐标系 $\mathcal{I}$的旋转矩阵。于是，约束函数可表示为

$$h(\mathbf{x}_0,u)=\begin{pmatrix}h_1(\mathbf{x}_0,u)\\h_2(\mathbf{x}_0,u)\\h_3(\mathbf{x}_0,u)\\h_4(\mathbf{x}_0,u)\\h_5(\mathbf{x}_0,u)\\h_6(\mathbf{x}_0,u)\\h_7(\mathbf{x}_0,u)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{s}^\top(\mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}\mathbf{p}_{\mathcal{B}})-\cos(\alpha)\\\|\omega_1\|-\omega_{\max}\\\|\omega_2\|-\omega_{\max}\\\|\omega_3\|-\omega_{\max}\\\|u_1\|-u_{\max}\\\|u_2\|-u_{\max}\\\|u_2\|-u_{\max}\end{pmatrix}. \tag{16}$$

如果 $h_1(\mathbf{x}_0,u)\le 0$，则 s 与 $\mathbf{p}^{\mathcal{I}}=\mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}\mathbf{p}^{\mathcal{B}}$ 之间的夹角至少为 α，这意味着太阳矢量没有指向传感器视场。如果 $h_i(\mathbf{x}_0,u)\le 0, i\in\{2,3,4\}$，则 $\|\omega_j\|\le\omega_{\max}$适用于$j\in\{1,2,3\}$。如果 $h_i(\mathbf{x}_0,u)\le 0, i\in\{5,6,7\}$，则 $\|u_j\|\le u_{\max}$适用于 $j\in\{1,2,3\}$。

伴飞航天器相对运动动力学 从航天器的状态在 $\mathcal{H}$中描述，从航天器的平移动力学由Clohessy-Wilshire方程描述。伴飞器 $i\in\{1,\dots,d\}$ 的状态表示为 $\mathbf{x}_i=[r_x^i\ r_y^i\ r_z^i\ \dot r_x^i\ \dot r_y^i\ \dot r_z^i]^\top$，其中 r_x^i、 r_y^i和r_z^i 分别是伴飞器 i在 $\mathcal{H}$ 中的 x、y和 z方向位置。Clohessy-Wilshire方程可写成式（17）所示的状态空间形式。

$$\dot{\mathbf{x}}_i=\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\3\eta^2&0&0&0&2\eta&0\\0&0&0&2\eta&0&0\\0&0&-\eta^2&0&0&0\end{bmatrix}\mathbf{x}_i \tag{17}$$

每个伴飞器的相对状态轨迹 $\mathbf{x}_i$ 不受控制，并按以下假设演化：(i) $\dot r_y^i=-2\eta r_x^i$ 和(ii) $\dot r_x^i=\frac{1}{2}\eta r_y^i$。条件(i)确保每个伴飞器都处于周期闭合自然运动轨迹（NMT）上，条件(ii)则确保该NMT是以 $\mathcal{H}$原点为中心的闭合椭圆。

观测条件 回顾前文，伴飞航天器置信状态会在每次进行观测时更新。给定伴飞器状态 $\mathbf{x}_i$、主星状态 $\mathbf{x}_0$, ，以及一个由本体坐标系中的指向矢量 $\mathbf{p}^{\mathcal{B}}$ 和视角 α表征的传感器。当满足以下条件时，进行观测:

$$\cos^{-1}(\mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{H}}\mathbf{p}^{\mathcal{B}}\cdot(\mathbf{x}_i\downarrow\mathcal{H}))\le\alpha$$

其中 $\mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{H}}=\mathcal{R}_{\mathcal{I}\to\mathcal{H}}\mathcal{R}_{\mathcal{B}\to\mathcal{I}}^\top$.

方法

为解决局部目录维护问题，本文提出一种多层闭环控制策略（见图1），将连续动力学与在离散时刻施加的脉冲式零阶保持控制相结合。也就是说，在给定时刻 t_k，状态估计器通过贝叶斯更新方案（例如常用的扩展卡尔曼滤波器或无迹卡尔曼滤波器），将预测的伴飞航天器信念状态 ($\hat{\mathbf{x}}^-(t_k)$,$\mathbf{P}^-(t_k)$) 与可用观测数据 $y(t_k)$ 融合，从而得到后验伴飞航天器信念状态 ($\hat{\mathbf{x}}^+(t_k)$,$\mathbf{P}^+(t_k)$）。

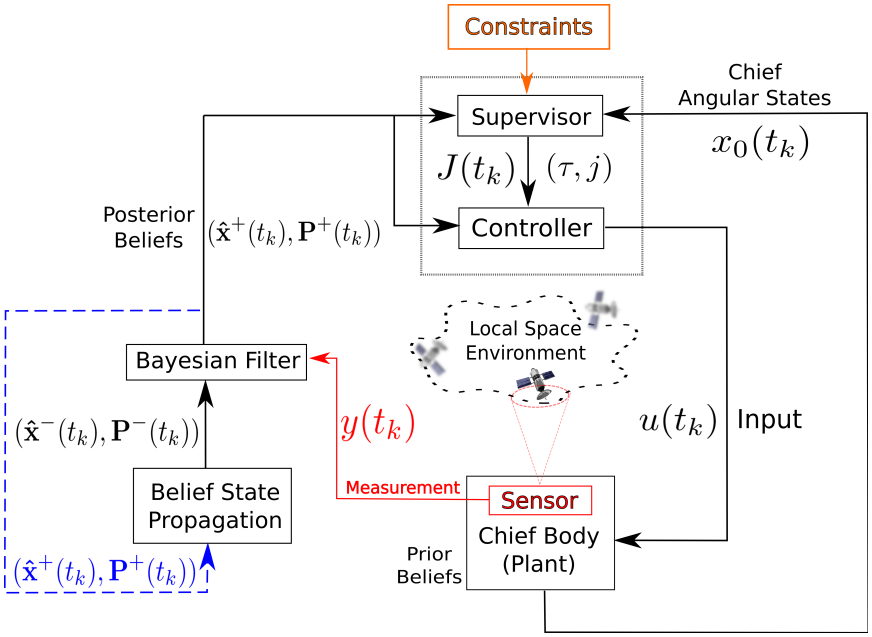

图 1：所提出的目录维护操作的可视化示意图。请注意，传感器组件嵌入在被控对象组件中。蓝色虚线表示贝叶斯滤波器的递归特性，即将更新后的信念状态提供给传播模块，以用于下一个时间步。

监督器算法

这些更新后的信念状态会输入更高层的自主“监督器”，该监督器会综合考虑 (i) 伴飞航天器信念状态信息缺失、(ii) 预设约束以及 (iii) 主星当前的角状态。监督器整合这些信息，并为底层控制器提供决策能力；底层控制器通过在离散时间步施加力矩输入，驱动主星沿姿态轨迹运动。回顾局部目录维护问题：主星配备了一个由 $\mathrm{p}^{\mathcal{B}}$ 和 α参数化的传感器，必须维护对 d 个从航天器的状态估计。监督器算法的目标是根据以 $\mathcal{J}$表示的某个代价函数，选择要跟踪的“最优”目标从星。监督器算法的详细说明见算法1。给定从航天器 $\{(\hat{\mathrm{x}}_i, \mathrm{P}_i)\}_{i=1}^{d}$ 的状态估计-协方差对以及当前从航天器j。此外，我们引入一个新变量 τ，用于“记忆”监督器切换到从航天器 j的时间。输出为要观测的从航天器 j' 以及 τ'。监督器算法如下：如果自上次切换时间以来尚未经过某个 Δ时间，或者当前从航天器的熵尚未低于某个阈值 ϵ，则返回当前从航天器 j 和当前 τ。否则，计算所有从航天器的熵。选择熵最大的从航天器进行观测，并将 τ 更新为当前时间。本文中的监督器代价函数取为协方差矩阵的香农熵，并假设该矩阵服从高斯分布；也可以采用其他指标，例如与从航天器信念状态相关的不确定性度量（如协方差矩阵的行列式或迹），或融合后的信息增益度量（如后验费 Fisher 信息[20]）。计算每个从航天器的代价值，然后选择代价值最高的从航天器作为目标从星 j。但是，为防止发生瞬时切换，采用了一种滞后形式

应用。只有当当前目标从星的代价低于某个阈值、潜在的其他目标从星越过同一阈值，并且两次目标切换之间的时间差不小于时间阈值 $\delta \geq \gamma$ 时，才会触发目标切换；其中， δ 是两次切换之间的时间差， γ 是期望的时间滞回阈值。

算法1：监督器算法

输入： $\{(\hat{\mathbf{x}}_i, \mathbf{P}_i)\}_{i=1}^{d}, j, \tau$

输出： j', τ'

$\leftarrow$当前时间

如果 $(t - \tau \leq \Delta) \ \vee (\frac{k}{2}(1 + \log(2\pi)) \ + \log(|\mathbf{P}_i|) \ > \epsilon)$ 则

  $j' \leftarrow j$

  $\tau' \leftarrow \tau$

否则

  对于 $i = 1, \ldots, d$ **do**

    $\mathcal{J}_i \leftarrow \frac{k}{2}(1 + \text{对数}(2\pi)) \ + \text{对数}(|\mathbf{P}_i|)$

  $j' \leftarrow \text{最大化}_{i \in \{1,\ldots,d\}} \mathcal{J}_i$

  $\tau' \leftarrow t$

返回 j', τ'

角度驱动模型预测控制

我们实现了式 (6) 中概述的模型预测控制器的状态跟踪版本。这里令 $c(x_k, u_k) := x_k$。设有两个正定方阵 $W_1 \in \mathbb{R}^{2\times2}$ 和 $W_2 \in \mathbb{R}^{3\times3}$，以及一个欧拉角向量 $z := [\psi, \ \theta]^\top$。请注意，由于方位角-仰角空间中的映射，我们选择了角度对 ψ 和 θ。从实例 k 起，离散步上的序列记为 $\mathbf{z}_k := \{z_0, z_1, \ldots, z_i, \ldots, z_{N-1}\}$；参考角度轨迹（即与当前指定目标关联的角度序列）记为 $\mathbf{z}_k^r := \{z_0^r, z_1^r, \ldots, z_i^r, \ldots, z_{N-1}^r\}$。模型预测控制问题定义为具有如下二次阶段代价：

$$
\begin{aligned}
&\underset{\mathbf{u}_k}{\text{minimize}} \ J(\mathbf{z}_k, \mathbf{u}_k) := \sum_{i=0}^{N-1} (\mathbf{z}_k(i) - \mathbf{z}_k^r(i))^\top W_1 (\mathbf{z}_k(i) - \mathbf{z}_k^r(i)) + (\mathbf{u}_k(i))^\top W_2 (\mathbf{u}_k(i)) \\
&\text{subject to } z_0 = z_k \\
&\qquad z_{i+1} = f_z(z_i, u_i), \quad i = 0, \ldots, N-1 \\
&\qquad (z_i, u_i) \in \mathcal{X} \times \mathcal{U}, \quad i = 0, \ldots, N-1.
\end{aligned}
\tag{18}
$$

这里， f_z 等价于式 (11) 和 (15) 中表示的动力学。

结果

为展示所提出方法的有效性，本文给出了两个示例场景的结果——3名副星情形和10名副星情形。在此示例中，通过算法1中详述的监督器算法选择目标从星。随后，模型预测控制算法采用副方位角与俯仰角轨迹 j' 作为参考轨迹。使用CasADi优化工具箱，通过直接单重射击法求解非线性最优控制问题[21]。模型预测控制代价函数权重矩阵设为 $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}_{2\times2}$ 和 $\mathbf{W}_2 = \mathbf{I}_{3\times3}$。力矩约束

设为 $u_{max} = 2\pi$ Nm，角速度约束设为 $\omega_{max} = \pi$ rad/s。示例仿真包含三个从属智能体，它们沿着主星周围的椭圆NMT运动。主星的初始姿态和角速度随机生成，且初始角速度限制在原点周围 π/2m/s的有界区域内。由于本研究重点在于目标选择和控制，初始估计设为真实值，相关协方差设为$\mathrm{P}_0 = \beta \mathrm{I}_{n\times n}$，其中 β 是随机生成的参数 $10 \leq \beta \leq 100$。若考虑初始真实状态与状态估计之间的差异，问题的复杂度将大幅增加。如果真实位置与估计位置之间的差异增大到足够程度，就需要引入目标搜索。这本身就引出了一个问题：为了实现估计收敛，可行的初始估计误差界限是多少？这个问题及相关问题涉及的范围过于广泛，因此本文不予讨论，并留待未来研究。然而，解决这类问题的重要性和意义不容低估。

图2展示了伴飞器的方位角-仰角轨迹，以及主星跟踪各伴飞器的能力。仿真开始时，主星的姿态切换相当频繁；与此同时，图3所示的协方差矩阵的熵开始稳定在指定阈值 $\epsilon = 0$以下。为防止瞬时切换，仅当相关协方差矩阵的熵低于该阈值，且任一其他伴飞器的协方差熵高于同一阈值时，才会触发切换。此外，还采用了时间滞后，规定目标智能体之间的切换间隔不得少于100秒，如算法1中的 $\Delta = 100$ 所示。结果表明，随着仿真推进，主星的切换频率逐渐降低，因为主星对各伴飞器轨迹的确信程度不断提高，这些阈值被越过的次数也随之减少。图4给出了跟踪参考轨迹所需的控制力矩。在约1,750秒处出现了异常大的尖峰，此时参考轨迹的方位角从 π 越过至 $-\pi$，导致主星姿态发生回绕。这种特殊情况是由姿态参数化方式造成的，因此，未来需要将所提出的方法应用于不会产生此类不连续性的姿态参数化方式，例如旋转矩阵和单位四元数。

算法的性能还在10名副星情形下进行了测试，如图6、图7和图8所示。在图6中，即使从航天器数量增加，模型预测控制仍能够正确跟踪监督器算法指定的参考轨迹。然而，由于从航天器数量增加，主星无法在每个从航天器附近停留太久，必须迅速转向跟踪下一个从航天器。尽管工作负载增加，主星仍能够达到所需的每个状态估计置信度水平，如图7所示。但是，与3名副星情形相比，每个熵都更接近阈值。此外，从图8可以看出，在整个任务期间，主星必须施加更大的扭矩。这是监督器算法基于信息熵贪婪地选择下一个参考从航天器的直接结果。可以将控制 effort 纳入监督器算法，以帮助减轻主星所施加的 effort。

结论

本文针对局部目录维护问题提出了一种解决方案。该问题涉及一艘可控主航天器对多个从属智能体进行状态估计。从本质上说，维护问题是一个决策问题。因此，本文提出了一种分层监督算法，可自主决定必须观测哪些附近的伴飞器。

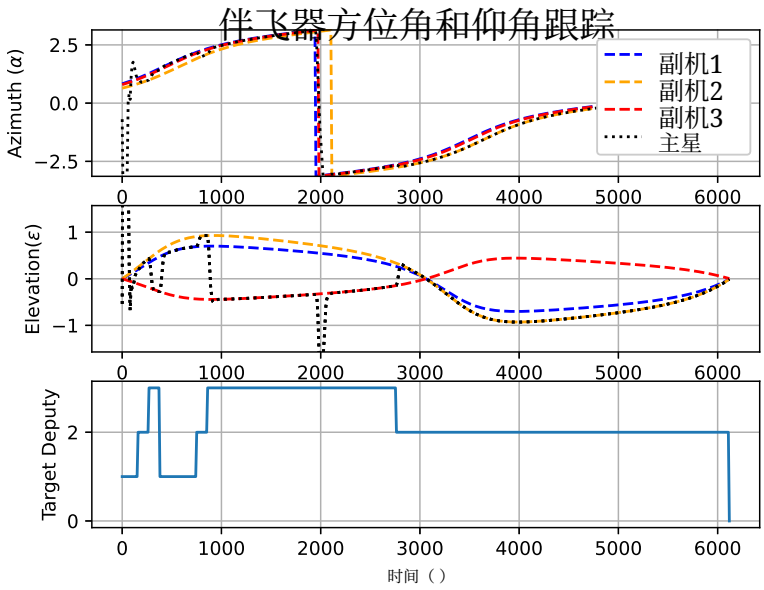

图2：模型预测控制跟踪监督算法选定的伴飞器的参考方位角和仰角。

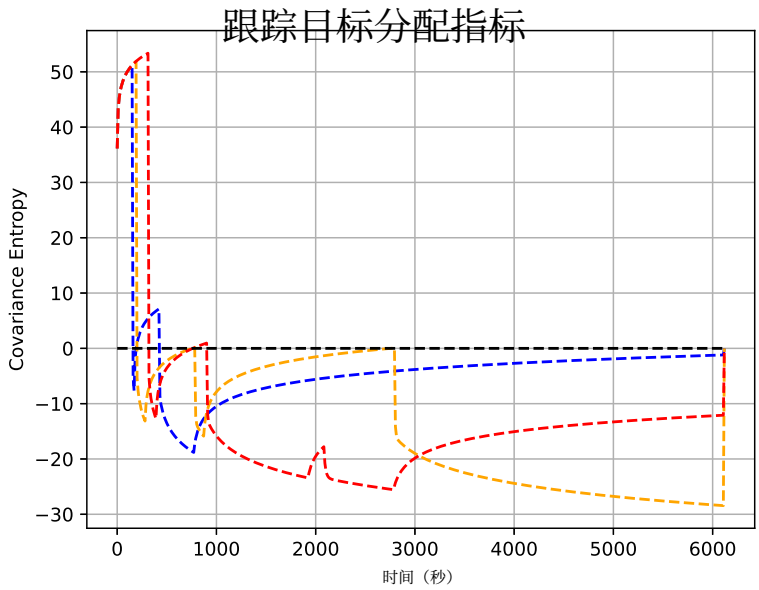

图3：主星观测每个目标从星时的协方差熵。结果表明，一旦每个熵值降至阈值以下，控制算法便能够将熵维持在阈值以下。

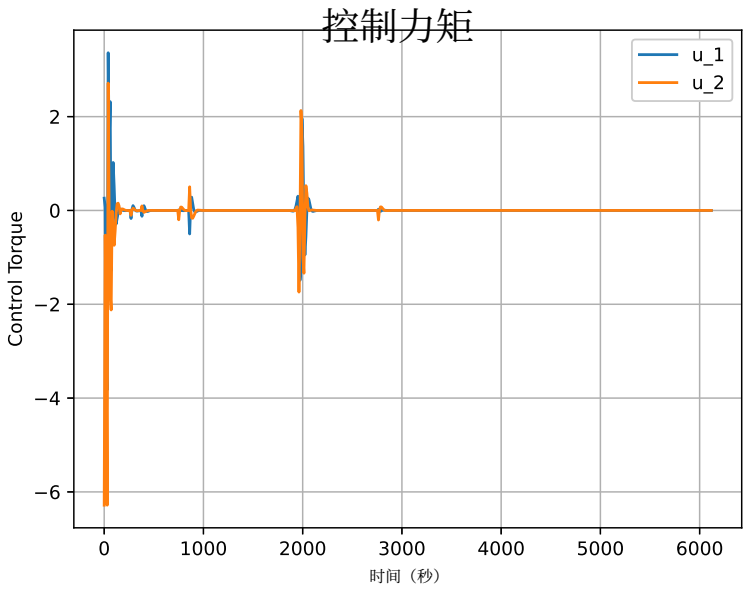

图4：3名副星情形下施加的力矩。

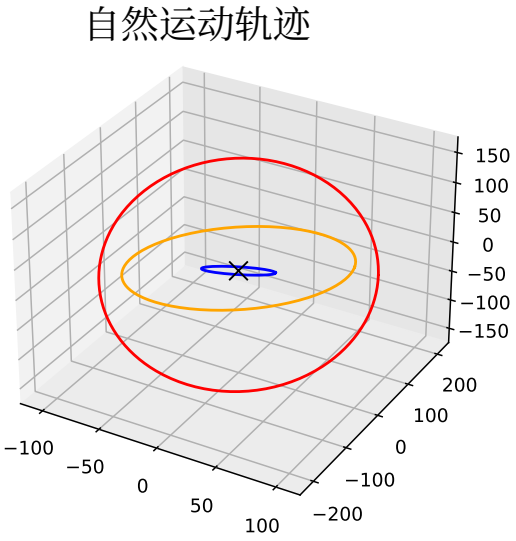

图5：生成方位角-仰角轨迹的NMT。

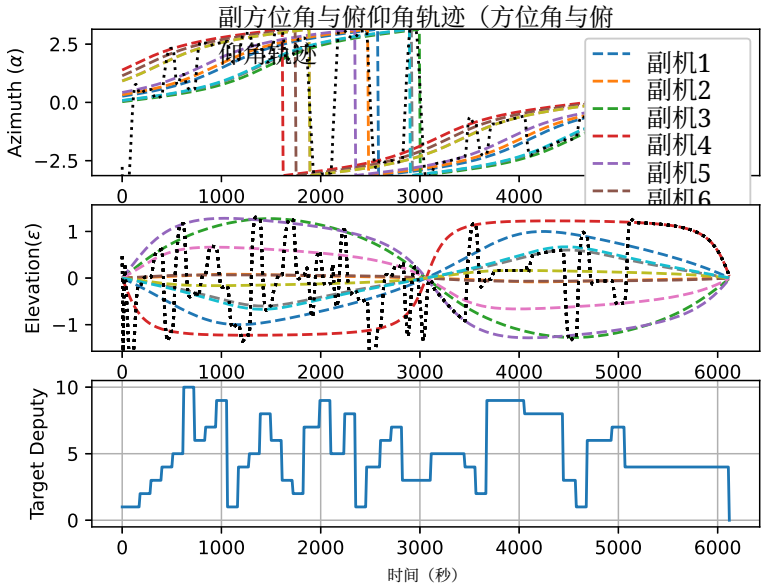

图 6：当需要跟踪的从航天器增多时，这些算法仍能够跟踪参考方位角和仰角轨迹。

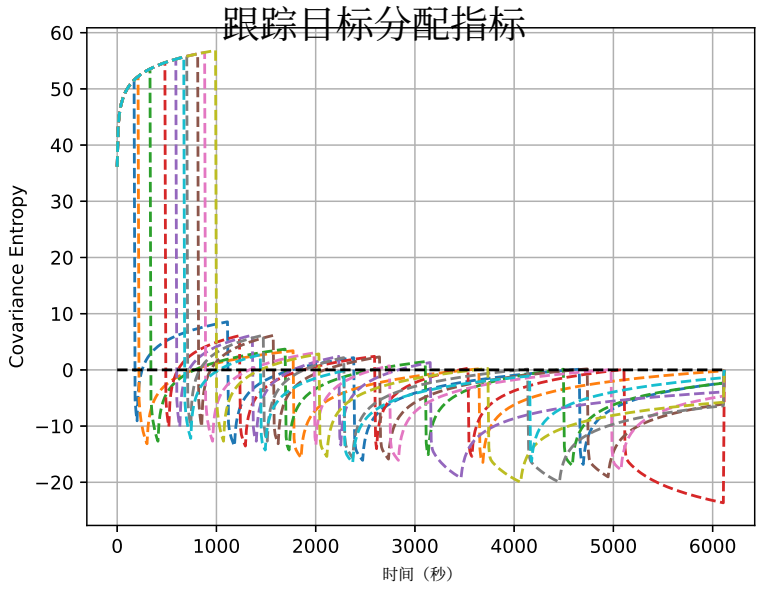

图7：这些算法还能够将协方差熵维持在期望阈值以下，尽管达到这一估计器置信度水平所需的时间更长。

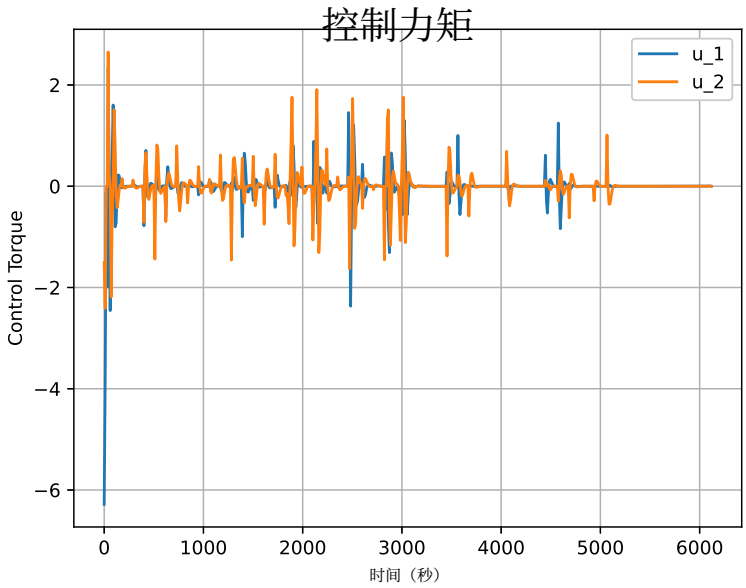

图8：10名副星情形下施加的力矩。

采用模型预测控制器生成力矩输入轨迹，使其在最小化从航天器状态不确定性方面达到最优。我们通过数值仿真证明，该监督方案能够成功满足短期和长期估计需求。

参考文献

[1] A. C. O. e. al.,《全球定位系统（GPS）的经济效益，最终报告》，RTI 报告编号 0215471.，2019.[2] T. Sgobba 和 F. A. Allahdadi，《第 8 章——轨道运行安全》，《空间运行安全设计》（F. A. Allahdadi、I. Rongier 和 P. D. Wilde 编），第 411–602 页，牛津：Butterworth-Heinemann，2013.[3] K. L. Hobbs、J. B. Lyons、M. S. Feather、B. P. Bycroft、S. Phillips、M. Simon、M. Harter、K. Costello、Y. Gawdiak 和 S. Paine，《空间可信自主性成熟度等级》，IEEE 航空航天会议，2023，10.48550/ARXIV.2210.09059.[4] R. Opromolla、G. Fasano、G. Rufino 和 M. Grassi，《采用基于模型的算法进行航天器相对导航位姿估计》，《IEEE 航空航天与电子系统汇刊》，第 53 卷，第 1 期，2017 年，第 431–447 页。[5] H. Patel、T. A. Lovell、S. Allgeier、R. Russell 和 A. Sinclair，《利用纯角度观测进行近距离卫星相对导航》，AAS/AIAA 太空飞行力学会议，美国天文学会，华盛顿特区，2012 年，第 12–202 页。[6] D. C. Woffinden 和 D. K. Geller，《纯角度导航的可观测性准则》，《IEEE 航空航天与电子系统汇刊》，第 45 卷，第 3 期，2009 年，第 1194–1208 页，10.1109/TAES.2009.5259193。[7] D. K. Geller 和 I. Klein，《轨道近距离运行期间纯角度导航状态的可观测性》，《制导、控制与动力学杂志》，第 37 卷，第 6 期，2014 年，第 1976–1983 页。[8] Y. Hu、I. Sharf 和 L. Chen，《利用惯性纯角度测量进行三航天器自主轨道确定与可观测性分析》，《宇航学报》，第 170 卷，2020 年，第 106–121 页。[9] M. L. Psiaki，《利用相对位置测量对两颗航天器进行自主轨道确定》，《制导、控制与动力学杂志》，第 22 卷，第 2 期，1999 年，第 305–312 页。[10] R. S. Erwin、P. Albuquerque、S. K. Jayaweera 和 I. Hussein，《面向空间态势感知的动态传感器任务规划》，《2010 年美国控制会议论文集》，2010 年，第 1153–1158 页。[11] B. Schutz、B. Tapley 和 G. H. Born，《统计轨道确定》。Elsevier，2004。[12] M. Sciotti、P. Besso、T. Flohrer 和 H. Krag，《利用地基相控阵雷达系统跟踪低地球轨道目标并确定其轨道》，《2011 年第 12 届国际雷达研讨会（IRS）》，IEEE，2011 年，第 591–596 页。[13] A. Herz 和 O. Logic，《提高轨道确定精度并更高效利用地面资源的 SSA 传感器任务规划方法》，2017。[14] A. D. Jaunzemis、M. J. Holzinger 和 M. K. Jah，《基于证据的空间域感知传感器任务规划》，先进毛伊光学与空间监视技术会议，毛伊经济发展委员会，夏威夷毛伊岛，2016 年，第 33 页。[15] M. R. Endsley，《动态系统态势感知理论初探》，《态势感知》，第 9–42 页，Routledge，2017。[16] M. Holzinger 和 M. Jah，《空间域感知面临的挑战与潜力》，2018。[17] G. R. Frey、C. D. Petersen、F. A. Leve、I. V. Kolmanovsky 和 A. R. Girard，《利用周期性自然运动轨迹和不变性进行受约束的航天器相对运动规划》，《制导、控制与动力学杂志》，第 40 卷，第 12 期，2017 年，第 3100–3115 页。[18] J. L. Crassidis 和 J. L. Junkins，《动态系统的最优估计》。Chapman and Hall/CRC，2004。[19] C. W. Hays、T. Henderson、S. Phillips 和 A. Soderlund，《通过拓扑可观测性实现大规模部署的空间传感器感知星座》，2023 年 AIAA SciTech 论坛，AIAA，2023。[20] A. Ly、M. Marsman、J. Verhagen、R. P. Grasman 和 E.-J. Wagenmakers，《费希尔信息教程》，《数学心理学杂志》，第 80 卷，2017 年，第 40–55 页。[21] J. A. E. Andersson、J. Gillis、G. Horn、J. B. Rawlings 和 M. Diehl，《CasADi——用于非线性优化与最优控制的软件框架》，《数学规划计算》，第 11 卷，第 1 期，2019 年，第 1–36 页，10.1007/s12532-018-0139-4。