增材制造粗糙表面上充分发展湍流的大涡模拟

Himani Garg，[1] Lei Wang，[1] Guillaume Sahut，[1] 和 Christer Fureby[1]隆德大学，能源科学系，邮政信箱 *118*，*SE-22100* 隆德，瑞典
（*电子邮箱：himani.garg@energy.lth.se）

arXiv:2302.00631v1 [physics.flu-dyn] 1 Feb 2023

摘要

过去十年间，随着市场对高效且更可持续、能够减少二氧化碳排放的产品需求不断增长，增材制造（AM）的进步为优化换热器铺平了道路；这类换热器的颠覆性设计将高度依赖预测性数值模拟。典型的增材制造粗糙表面与人工构造的粗糙表面相差甚远，而此前关于粗糙壁面上湍流的基础研究大多以人工构造的粗糙表面为研究对象。因此，当前用于稳态和非稳态三维（3D）纳维–斯托克斯模拟的壁面模型并未考虑这类特征。为此，我们建立了高保真大涡模拟（LES）数据库，以开发和评估适用于增材制造的新型壁面模型。本文研究了采用西门子增材制造技术、以 IN939镍合金为材料制成的粗糙管道中的流动。我们开发了一套代码，可根据扫描得到的平面表面生成所需的粗糙管道。我们对雷诺数 Re = 700 时的粗糙管道湍流进行了高保真大涡模拟，以揭示粗糙度参数对湍流的影响，重点考察平均粗糙度高度和有效坡度。采用 Colebrook关联式预测了本文增材制造粗糙表面的等效砂粒粗糙度 k。研究发现，湍流和阻力是壁面摩擦系数的主要贡献因素。在本研究中，即使 k 值很高，仍可清晰观察到对数层的存在。平均流动、速度脉动和雷诺应力均表明，湍流强烈依赖于粗糙度形貌。通过引入定义为零平面位移的有效壁面法向距离，对湍流统计量的分布进行了比较。该有效距离使粗糙子层外的剪切应力和速度脉动曲线实现塌缩；因此，本文所研究的粗糙表面呈现出流向平均速度的 Townsend 相似性。此外，本文还引入了一种混合标度，以改善粗糙子层内湍流统计量的塌缩效果。此外，本文尝试利用所获得的 LES结果，通过对雷诺剪切应力进行象限分析并考察湍流各向异性，研究表面粗糙度对流动物理的影响。

关键词：湍流、大涡模拟、增材制造粗糙度、壁面约束流动

I. 引言

随着人们对高效、可持续产品的需求日益增长，这些产品有助于减少我们的 CO_2 足迹，因此迫切需要新一代冷却部件，在降低成本、尺寸、制造时间和重量的同时，实现卓越的热性能。微型部件乃至微型器件正越来越多地应用于生物医学、燃料电池等众多工业领域。这些器件大多包含具有多种功能的微流体系统，应用范围涵盖工艺处理和冷却。遗憾的是，微通道和小通道传热研究尚未充分发挥其潜力。由于狭窄流道带来的高压降、流量分配不均问题以及高昂的制造成本，其市场渗透率一直有限。

提高传热性能的一种方法是采用微通道和小通道，以增大表面积体积比。增材制造（AM）为制造全新设计提供了可能，而这些设计采用传统减材制造既不可行，也不具备经济可行性。金属增材制造是燃气轮机先进冷却策略设计中一项颇具前景的技术。对于内部冷却，目标是在最大限度提高传热系数的同时，尽可能降低压降，从而确保冷却空气得到最高效的利用。然而，采用增材制造生产金属零件所面临的一大挑战，是逐层堆积工艺造成的较大表面粗糙度。冷却通道中的表面粗糙度会产生双重影响。首先，它会扰乱边界层，从而增强对流传热。其次，它会显著增加压力损失，可能导致冷却空气的质量流量降低。更重要的是，高压燃烧气体可能会窜入冷却通道并损坏高温部件。因此，深入了解并准确预测增材制造通道内粗糙度对流动和传热的影响至关重要，这也是本研究的主要动机。

一个基本问题是如何量化表面粗糙度对平均速度剖面的影响。Hama [1]和Clauser [2]指出，壁面粗糙度通常会产生显著的形状阻力和壁面摩擦，增强湍流，并导致平均速度剖面向下偏移，这通常称为粗糙度函数。近一个世纪前，Nikuradse [3]开展了关于粗糙壁湍流中粗糙度对壁面摩擦系数影响的最著名研究。在这篇开创性论文中，他对均匀砂粒粗糙管道中的压降进行了大量测量，结果表明，当雷诺数足够高时，壁面摩擦系数仅取决于等效砂粒

粗糙度高度k_s。Colebrook进一步扩展了这项工作等人 [4]，Moody [5], 则将管道压降与相对粗糙度（粗糙度高度与管道直径之比）及雷诺数联系起来。Allen等人 [6] 的研究表明，对于珩磨管和商用钢管，在过渡粗糙区，Moody图中的压降估计值偏高。Flack and Schultz[7]据此明确指出，Moody图公式中采用的Colebrook粗糙度函数可能不适用于工程领域所关注的广泛粗糙度范围。尽管如此，只要事先知道实际粗糙度对应的等效粗糙度，Moody图仍是评估壁面粗糙度对压力损失影响的有力工具。然而，对于增材制造粗糙度，等效砂粒粗糙度高度通常未知。因此，要估算等效粗糙度以预测壁面摩擦，是一项艰巨的任务；许多研究致力于探索基于现有粗糙度形貌预测等效砂粒粗糙度高度的相关关系 [8–11]。为预测等效砂粒粗糙度高度，Dirling [12] 以及后来的Van Rij、Belnap和Ligrani [11] 提出了一种粗糙度参数，其中包含粗糙度密度和形状参数。他们报告称，所提出的相关关系也适用于具有不规则几何形状的非均匀三维粗糙壁面。Bons [13]还报告称，该相关关系能够充分估算实际涡轮叶片粗糙度。此外，基于表面高度的统计量，研究者提出了多种用于计算等效砂粒粗糙度高度的相关关系 [7, 14, 15]。

Townsend [16] 壁面相似性假说指出，在雷诺数足够高时，位于粗糙子层上方的湍流结构不受壁面粗糙度和黏度的影响。粗糙子层，即紧邻粗糙表面上方、从壁面向上延伸约 $5k_s$ 的区域，其粗糙度长度尺度会直接影响湍流运动，因此一直备受深入关注。Raupach、Antonia 和 Rajagopalan [17] 以及 Flack、Schultz 和 Shapiro [18] 的实验研究有力地证明了，在具有规则粗糙度的光滑壁面和粗糙壁面上，湍流结构具有外层相似性。Jiménez [19]指出，外层相似性的有效性取决于流动的相对粗糙度，k/δ，其中k 为粗糙度高度，δ 为边界层厚度。如果粗糙度高度相对于边界层厚度较小，$k/\delta < 0.025$，粗糙度效应仅限于内层，壁面相似性假说便成立。反之，如果粗糙度高度相对于边界层厚度较大，$k/\delta > 0.025$，粗糙度对湍流的影响可能遍及整个边界层，壁面相似性这一概念便不再成立。

另一方面，数值模拟已被公认为研究不同拓扑结构粗糙表面上基本流动物理的有力工具。研究展向延伸横向肋条上方流动的直接数值模拟（DNS）和大涡模拟（LES）均已开展，[20–24] 以及规则排列 [25–27], 的三维粗糙结构，例如立方体、圆柱体、横向楔形体和交错排列的纵向楔形体。计算机技术的进步还使研究人员能够对复杂几何形状粗糙表面上的湍流进行直接数值模拟，包括不规则表面和随机表面 [28–33] ，以及真实的扫描表面 [34–36]。特别是，Napoli、Armenio 和 De Marchis [28] 研究了二维不规则波纹壁面，以探讨表面坡度对湍流的影响。他们发现，对于有效坡度（有效坡度）低于某一阈值的粗糙表面，粗糙度函数随有效坡度增大而增大。然而，对于有效坡度高于该阈值的粗糙表面，这种依赖关系减弱。若干系统性的实验 [37] 和数值 [32, 38]研究进一步证实了湍流对有效坡度的依赖性。此外，Bhaganagar 和 Chau [31] 通过对三维不规则粗糙表面上流动进行直接数值模拟发现，偏度和峰度可有效表征粗糙度函数。他们还发现，对于不规则粗糙壁面，粗糙结构之间的间距对粗糙度函数并不敏感。关于偏度的重要性，针对随机分布半椭球/圆锥粗糙结构 [32] 和真实粗糙表面 [30]的直接数值模拟研究也有相关报道。

人们已投入大量精力研究粗糙度拓扑参数与壁面摩擦增加之间的关系。然而，增材制造技术产生的表面粗糙度具有空间非均匀性，并受到多种参数的影响，例如轮廓曲率、层厚度、激光功率、试样取向、金属成分和颗粒尺寸。因此，增材制造粗糙度被认为与规则粗糙度、随机粗糙度和人工粗糙度存在显著差异。迄今为止，针对采用增材制造技术制备的微型通道中的对流传热特性，实验和数值研究仍然很少 [39–44]。Stimpson等 [39, 40]重点表征了采用直接金属激光烧结（DMLS）制备的微通道表面形貌，并量化其粗糙度，以建立将物理粗糙度参数与粗糙度对流动摩擦阻力和传热影响相关联的关联式。此外，Snyder 和 Thole [42] 成功展示了利用增材制造工艺参数定制表面粗糙度、从而提升通用微通道冷却设计性能的概念。最近，Altland等 [45] 发表了首项关于增材制造通道内流动的直接数值模拟研究。然而，他们的重点更多放在超粗糙通道上，其中大尺度粗糙结构的尺寸与通道高度相当。此类超粗糙通道中的流动受两侧表面粗糙度的影响更为显著，因此在整个通道内均缺乏流向和展向均匀性。这项研究非常有意义，但与本文的研究目标并不一致；本文重点关注具有普遍特征且带有小尺度粗糙结构的增材制造表面。

尽管这些旨在理解增材制造粗糙度的初步研究投入了大量精力，但这些研究主要聚焦于传热和

压降测量，并记录了壁面摩擦系数和努塞尔数的显著增幅。与人工粗糙度、随机粗糙度和规则粗糙度相比，增材制造粗糙度如何影响内部流动行为，仍是一个尚未解决的问题。在这些研究中，大多数相关式都将平均粗糙度高度（R_a）与k_s进行比较；这种做法适用于某些工程应用，但无法普遍推广。之所以采用这种方法，可能是因为在实验中，R_a 的测量很简单，而高阶统计量的测量则相当繁琐。此外，根据以往文献，人们预期高阶矩与k_s 的相关性会优于与R_a的相关性。因此，增材制造粗糙度与其他粗糙度统计测量量（例如标准差（R_q）、偏度（s_k）、峰度（k_u）和有效坡度 ）之间的标度关系究竟如何，仍有待研究。总体而言，我们对增材制造粗糙度对湍流结构的动力学影响仍缺乏深入认识，这些结构包括平均流动、湍流脉动、剪切应力和二次流动。我们需要 выяс明对数层是否仍然存在；即便存在，它与等效砂粒粗糙度之间的标度关系又有多好。最后，成熟的 LES 亚格子尺度模型在这类粗糙表面上的表现仍不清楚。为回答这些研究问题并弥补认知空白，我们对增材制造粗糙通道开展壁面解析大涡模拟（WRLES）。我们系统研究粗糙度特征与等效粗糙度之间的关系，以揭示粗糙度特征如何影响等效粗糙度。据本文作者所知，截至本文撰写之时，这是首次使用 LES 对具有网格贴合三维粗糙元的增材制造粗糙壁面管流进行模拟。

II. 大涡模拟方法

在大涡模拟中，旨在捕捉流动中承载大部分质量、动量和能量的大尺度非定常运动。目标是近似解析泰勒尺度，即这些已解析尺度 运动发生的长度尺度，其大小主要取决于局部网格分辨率。发生在小于给定滤波长度的长度尺度上的小尺度运动（通常将局部网格间距作为滤波长度）无法被捕捉，因此必须对其对已解析尺度运动的影响进行建模。滤波后的不可压缩纳维–斯托克斯方程（NSE）表示为

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u}_i \overline{u}_j) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}^{\mathrm{sgs}}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\right], \tag{2}$$

其中，$\overline{u}_i$ 为滤波速度，p为滤波压力，ν为运动黏度，而 $\tau^{\mathrm{sgs}}{}_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j$为亚格子尺度应力张量。

在本研究采用的 WRLES 方法中，亚格子模型用于亚格子应力张量，并结合一种用于表征近壁区域的特定模型，最常用的亚格子模型是基于涡黏度的模型。对于本研究，我们采用了壁面自适应局部涡黏度（WALE）模型。在 WRLES 中，目标是在外边界层内解析包含能量的大尺度流动结构，同时对内层中的流动结构进行建模。为此，采用基于斯伯丁壁面定律的代数亚格子壁面模型来计算内壁面层中的亚格子黏度，从而在邻近壁面处提供平滑且一致的流动剖面。

III. 数值方法

采用 OpenFOAM 7 版（OF7）对具有增材制造粗糙壁面的湍流管流进行模拟。纳维–斯托克斯方程采用有限体积法求解，对流通量和扩散通量使用二阶单元中心离散格式。时间步进采用二阶精度的隐式阿达姆斯–巴什福思法 [49]，为保证数值稳定性，最大库朗–弗里德里希–列维（CFL）数设为 1。求解时使用 pimpleFoam 求解器，并通过压力隐式分裂算子（PISO）算法对压力-动量系统进行解耦，以进行大涡模拟 [50]。所得压力方程采用广义几何-代数多重网格（GAMG）方法 [51] 求解，并使用对角不完全 Cholesky（DIC）平滑器 [52]。最后，速度采用预条件双共轭梯度（PBiCG）求解器 [53]求解，并使用对角不完全下三角-上三角（DILU）预条件方法 [52]。

IV. 模拟设置

A. 几何创建：专用开源代码的开发

本研究所用的增材制造粗糙表面由 IN939镍合金制成，由西门子提供。这些表面取自通过光学显微镜扫描的平面粗糙表面，并以立体光刻（STL）文件格式保存。图 1 展示了将粗糙平面转换为粗糙管道的过程。该操作分为三个步骤：(1) 沿旋转轴（图 1 中的x轴）镜像表面，以便旋转后轻松合并两个表面边界（见图 1(a) 中的圆柱闭合线）；(2) 将 STL 文件中的所有点绕旋转轴旋转；(3) 确保圆柱沿其主轴正确闭合，如图 1(b) 所示。由于步骤 (1) 相对常规，下面将重点讨论步骤 (2) 和 (3)。创建粗糙圆柱有两种方法。首先，可以使用商用或开源计算机辅助设计软件轻松弯曲平面粗糙表面以形成圆柱。然而，步骤 (3) 可能非常耗时。具体而言，点合并操作通常通过设定一个绝对阈值距离来实现，使得间距小于该阈值的两个点被视为已合并。

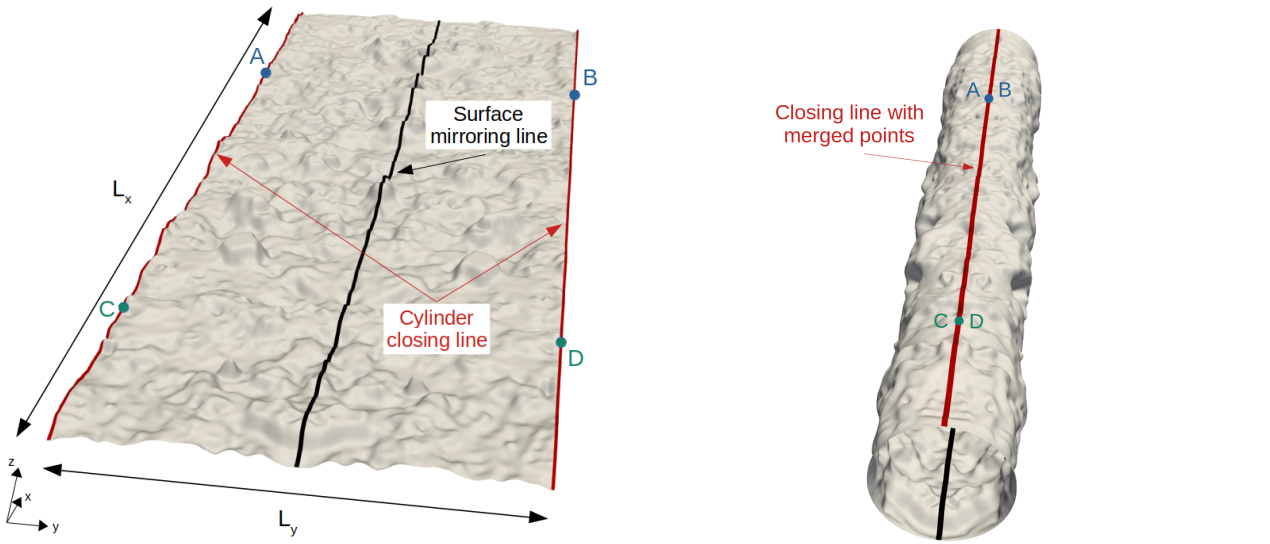


图 1：示意图：(a) 沿表面镜像线镜像的平面粗糙表面；(b) 将同一表面沿表面镜像线方向卷绕，其中圆柱闭合线上的重合点合并，例如点 A 和B，以及点C 和D。弯曲之前（点 (2)），已使用 Blender 将表面的两条最短边压平，以便施加周期性边界条件。

这里立即遇到的问题是难以、甚至有时不可能确定合适的阈值。要正确完成这一操作，需要通过反复试错进行多次尝试，并仔细检查整条闭合线，以确保没有留下孔洞，也没有合并过多的点。若需要多次执行这一流程（例如收集统计量），还会产生时间开销方面的顾虑。这类重复操作会变得十分繁琐。

为减少生成这些粗糙圆柱所需的时间，我们开发了一款专用的开源代码，以 Fortran 编写，可在 GitHub 上获取[1]。该代码在 Unix 命令行解释器中运行，当前接受以下参数：平面粗糙 STL 文件的路径、用于合并圆柱闭合线上的点的容差因子，以及用于重新调整管道表面粗糙度的可选粗糙度因子。对于本研究中使用的所有表面，容差因子设为 0.002 时均可生成闭合良好的圆柱。该容差因子与表面分辨率成反比，因此需要特别注意。能够在命令行中指定该因子，是这款代码的一项重要特性，可加快从粗糙平面表面构建粗糙圆柱的过程。此外，通过命令行重新调整管道表面粗糙度，便可针对给定的表面形貌快速开展参数研究，考察粗糙度高度的影响。该代码生成具有粗糙表面的圆柱，并以 STL 格式输出，如图 1(b) 所示；同时还会生成一些统计量（例如平均表面粗糙度、算术平均偏差、偏度和峰度，详见表 I 第 V 节）。随后可通过循环调用该代码，批量处理大量 STL 文件中的表面。

[1] https://github.com/CoffeeDynamics/STLRoughPipes

B. 初始条件和边界条件、无量纲数

增材制造粗糙管流在固定的 Re_b =11,700 下进行模拟，其中 Re_b =U_bD/ν 表示该流动的体积雷诺数，U_b 表示体积平均速度，D 表示外接圆柱的直径，ν表示运动黏度。假设流动具有恒定的材料属性。除 U_b外，在壁面约束流动中还引入了 u_τ ，其根据压力梯度事后计算得到，其中 $u_\tau = \sqrt{0.25D\Delta P/(\rho L_x)}$ ~~是摩擦速度~~尺度，$\Delta P/L_x$ 是压力梯度。根据计算得到的 u_τ，定义湍流摩擦雷诺数 $Re_\tau = u_\tau D/(2\nu)$，从而得到本研究采用的四个数值 Re_τ = 448、524、615 和 875。此外，还考虑了基于 k_s并定义为 $k_s^+ = k_s u_\tau/\nu$ 的粗糙度雷诺数 k_s^+，其数值分别为 k_s^+ = 17、44、83 和 422。稍后将对此进行讨论。请注意，对于粗糙壁面流，u_τ 和壁面摩擦系数 f_d不再仅由壁面摩擦阻力构成，而是反映了由压力阻力和黏性阻力分量组成的总壁面阻力。此处，L_x 表示计算域的长度。轴向、径向和方位角方向分别用 x、r 和 θ表示，相应的速度分量分别为 u_x、u_r和 u_θ。有效壁面法向距离，即沿径向的距离，表示为 $r = r^0 - d$，其中 r^0 是

管道半径，d 是零平面位移，稍后将在第 VB 节对此进行讨论。此处，u'_x、u'_r和u'_θ 分别表示流向、径向和方位角方向上的速度脉动。由于此处研究的粗糙壁面充分发展湍流管流在流向上具有均匀性，因此在该方向上也施加周期性边界条件。对于管壁处的所有速度分量，均施加无滑移边界条件；而对于压力，则采用零诺伊曼边界条件。在周期性边界条件下的流向中，向纳维–斯托克斯方程（NSE）中引入一个附加力项，以模拟压力梯度的作用。该力的大小由体积平均速度决定。在本研究中，我们选择管道长度约为管道直径的八倍，即$L_x = 8D$，这一比例足够大，可确保此处考虑的所有统计量不受周期性效应影响。此外，所有工况均采用了约 200 万个网格单元；这一选择源于针对光滑管流在$Re_b = 11,700$ 下开展的详细网格敏感性研究，该研究见 [54]。

V. 结果与讨论

A. 表面粗糙度参数与表征

通常，表面形貌由一系列随机分布在光滑表面上的几何不规则性构成。从工程角度来看，表面粗糙度表征对于研究摩擦和传热等诸多基础问题至关重要。真实表面几何形状十分复杂，有限数量的参数无法对其进行完整描述。本研究考察了四种增材制造粗糙表面，它们的地形大致相同，但粗糙度高度各异，见图 2。我们采用了多种统计表面参数来表征表面粗糙度[55, 56]。粗糙度参数既可根据采样线的轮廓（二维（2D）形式）计算，也可根据采样区域（3D 形式）计算。本研究考察整个表面，因此计算了三维粗糙度参数。采用的各项参数汇总于表 I。我们还采用一种综合性参数——有效坡度（ES） [28]，以区分粗糙度表面与波纹度表面，其定义如下：

$$ES = \frac{1}{L_x L_z}\int_0^{L_z}\int_0^{L_x}\left|\frac{\partial y(x,z)}{\partial x}\right| dxdz, \tag{3}$$

其中$y(x,z)$为粗糙度幅值，也称为高度函数；L_x 和L_z 分别为流向和展向的采样长度。ES 定义为粗糙度斜率幅值的平均值。

本文所列各工况的粗糙度参数，以及使用第 IVA 节提及的新开发代码计算得到的参数，均列于表 II。对于本研究，所有粗糙表面的s_k 和k_u 值均固定。临界所考虑粗糙表面的ES 值通常远小于临界$ES = 0.35$ [30]值。Forooghi等人 [32]指出，对于较低的ES值，表面坡度会成为主要控制因素，并抑制表 I 所列地形参数的影响。模拟达到收敛后，我们提取了所有粗糙表面的 $\Delta P/L_x$、u_τ、f_d，以及最终的k_s 值。这些数值列于表 III。

B. 平均流动剖面

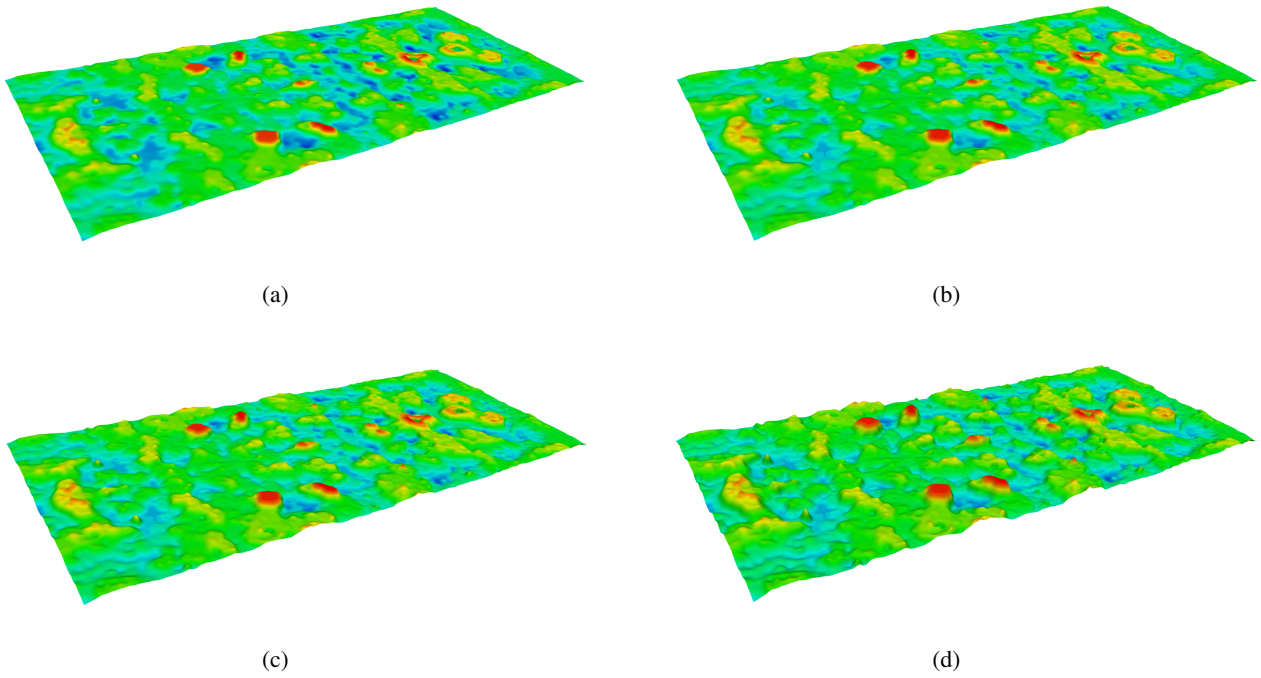
本研究中获得的所有统计量均已在时间方向以及流向和方位方向上进行平均。此外，由于管壁上下部分具有对称性，统计量还相对于管道中平面进行了对称平均。

壁面粗糙度对湍流最重要的影响之一，是相较于光滑壁面条件，流向速度有所降低，并因此导致摩擦系数发生变化。在对数区内，距粗糙元足够远处，流向速度剖面可表示为

$$\langle u_x\rangle^+ = \frac{1}{k}\log(y^+) + C_s - \Delta U^+, \tag{4}$$

其中，$\langle u_x\rangle^+$ 为无量纲时间平均流向速度，k为冯·卡门常数，y^+为无量纲壁面法向距离，C_s为常数，对于槽道流，其值为$5.2-5.5$，具体取决于雷诺数；ΔU^+为粗糙度函数。右侧的前两项来自适用于光滑壁面的表达式。ΔU^+ 的值体现了壁面粗糙度增大所引起的阻力增加，导致速度剖面沿壁面法向向下偏移。此处采用加性常数$C_s = 5.2$ 的取值。

首先，在图3中，我们展示了不同粗糙表面 C1、C2、C3 和 C4 的平均流向速度横截面视图，该速度以u_τ 归一化。从定性上看，以u_τ归一化后，随着粗糙度增加，流向速度的下移十分明显。为进行详细的定量分析，图4（a）以半对数图展示了不同粗糙表面的无量纲数值流向平均速度剖面。无量纲壁面距离r^+从总阻力作用的平面起算；换言之，将粗糙表面的速度剖面平移以去除负速度，这种方法通常称为零平面位移。同一图中还给出了相同体积雷诺数（$Re_b = 11{,}700$）下光滑管流的大涡模拟[54]和直接数值模拟 [57] 平均流向速度剖面的数值结果，作为参考。我们观察到，表面粗糙度使对数剖面向下偏移；该偏移量以 ΔU^+表示，表明与光滑壁面相比，动量有所不足。所研究表面的粗糙度高度占边界层厚度的比例相当大，因此产生了足够大的粗糙度函数。文献中也报道了类似的粗糙度函数



(a) (b) (c) (d)

图 2：增材制造粗糙表面高度图$y(x,z)$的可视化。三维扫描表面取自对西门子 3D打印微通道的测量。请注意，实际扫描表面更大，$2\times2\,\mathrm{mm}$。由于无法获得高分辨率数据，本研究仅考虑现有表面的一部分，约为 $2\times0.5\,\mathrm{mm}$（镜像处理前）。从 (a) 到 (d)，采样表面大致相同，但粗糙度高度逐渐增加。

表 I：基于粗糙度高度y的粗糙度参数汇总，采用连续形式和离散形式，其中L_x 为表面长度，n为样本数，p为概率密度函数。

参数	描述	连续形式	离散形式
R_a	算术平均高度	$\frac{1}{L_x}\int_{L_0{}^x} y(x)dx$	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$
R_q	均方根粗糙度高度	$\sqrt{\frac{1}{L_x}\int_{L_0{}^x}\{y(x)-R_a\}^2 dx}$	$\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{y_i-R_a\}^2}$
R_v	低于中线的最大谷深，在取样表面内	$\lvert\min y_i\rvert + Ra$	$\lvert$分钟$y_i\rvert + Ra$
R_p	高于平均线的峰最大高度，在取样表面内	$\max y_i - Ra$	最大$y_i - Ra$
$R_{\max}$	轮廓最高峰与最深谷之间的最大高度	$R_v + Rp$	$R_v + Rp$
s_k	偏度	$\frac{1}{R_q^3}\int_{-\infty}^{+\infty}\{y - R_a\}^3 p\ (y)\ dy$	$\frac{1}{nR_q^3}\sum_{i=1}^{n}\{y_i - R_a\}^3$
k_u	峰度	$\frac{1}{R_q^4}\int_{-\infty}^{+\infty}\{y - R_a\}^4 p(y)dy$	$\frac{1}{nR_q^4}\sum_{i=1}^{n}\{y_i - R_a\}^4$
ES	基于高度图$y(x,\ z)$的有效坡度	$\frac{1}{L_xL_z}\int_{L0^z}\int_{L_0{}^x}\left\lvert\frac{\partial y(x,z)}{\partial x}\right\rvert dxdz$	中心差分格式

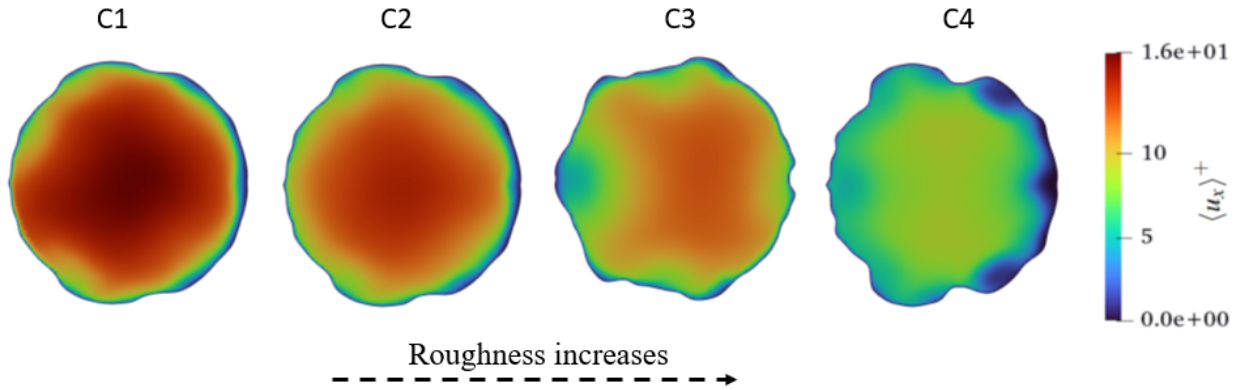


图3：不同粗糙表面上的平均流向速度横截面视图，该速度以摩擦速度归一化，u_τ：(*a*) C1，(*b*) C2，(*c*) C3，以及(*d*) C4。

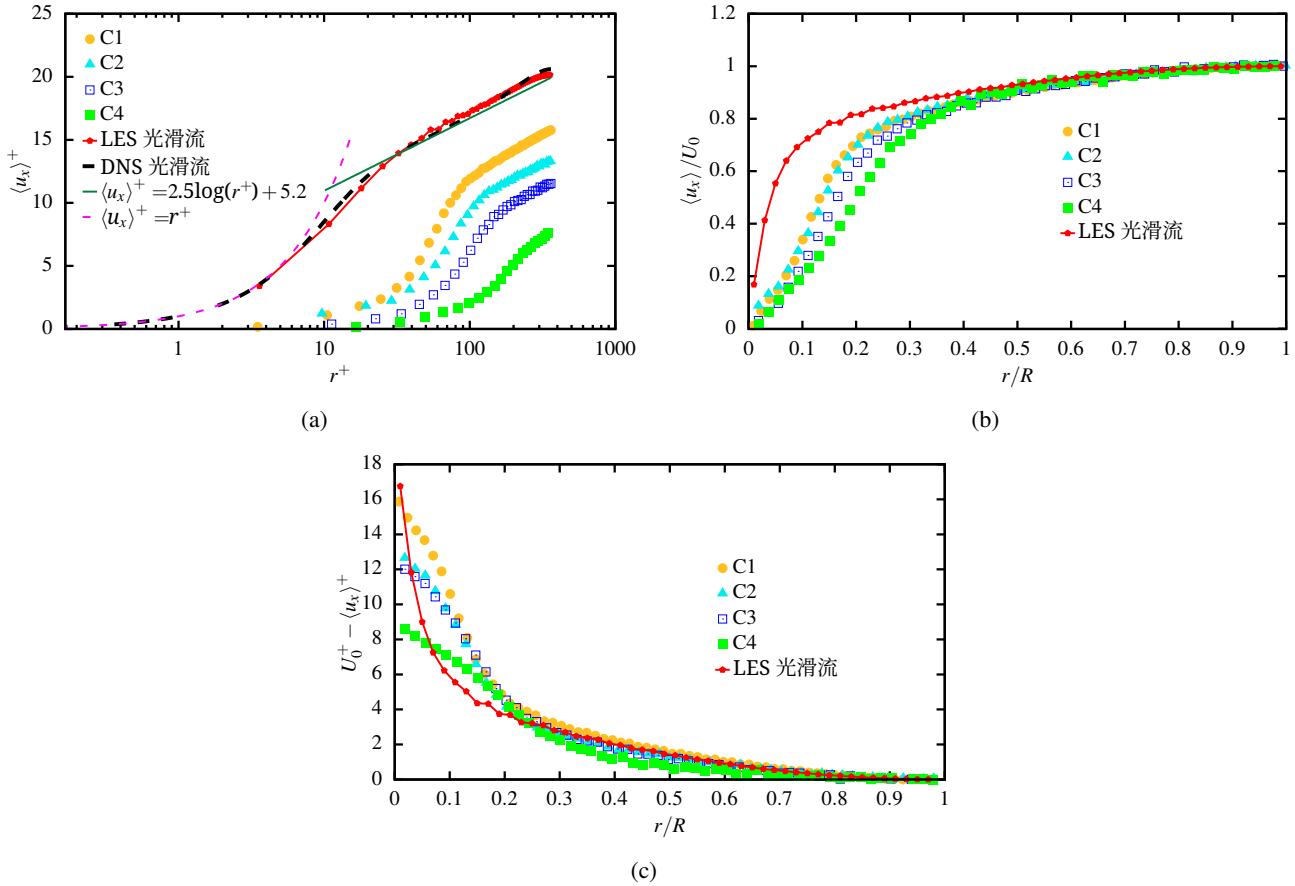


图4：粗糙与光滑管流的LES结果对比。(a) 平均流向速度 $\langle u_x \rangle^+$ 随r^+的变化。黑色虚线表示$Re_\tau = 361$下的DNS数据。粉色和绿色虚线表示湍流速度剖面的普适行为。(b) 以中心线速度归一化的平均流向速度随r/R的变化。(c) 以u_τ归一化的平均流向速度亏损随r/R的变化。

表 II：所考虑的四种粗糙表面的统计量。其描述和解析表达式见表 I。

Case	R_a [米]	R_q [m]	R_v [m]	R_p [米]	$R_{\max}$ [m]	S_k [-]	k_u [-]	有效坡度 [-]
C1	1.594e-3	2.819e-3	1.217e-2	1.418e-2	2.636e-2	0.599	6.107	0.102
C2	1.992e-3	3.524e-3	1.522e-2	1.773e-2	3.295e-2	0.599	6.107	0.124
C3	2.630e-3	4.652e-3	2.009e-2	2.340e-2	4.349e-2	0.599	6.107	0.157
C4	3.984e-3	7.048e-3	3.043e-2	3.546e-2	6.589e-2	0.599	6.107	0.216

表 III：基于有效坡度相关式的大涡模拟中压力梯度、 $\Delta P/L_x$、摩擦速度、u_τ、壁面摩擦系数、f_d、等效砂粒粗糙度高度、k_s、以R_a 和R_q归一化的等效砂粒粗糙度高度，以及等效砂粒粗糙度高度k_s^{ES}的估算。压力梯度的数值在每次迭代结束时提取，并在较长的时间序列上取平均。

Case	$\Delta P/L_x$ [Pa.m^{-1}]	u_τ [米/秒]	f_d [-]	k_s [m]	k_s/R_a [-]	k_s/R_q [-]	k_s^{ES} [m]
C1	0.068	0.067	0.051	0.005	3.201	1.806	0.004
C2	0.087	0.077	0.069	0.011	5.760	3.253	0.006
C3	0.106	0.087	0.087	0.019	7.262	4.106	0.008
C4	0.194	0.119	0.180	0.071	17.874	10.103	0.014

在雷诺数大致相同的情况下，砂粒粗糙度对应的结果也是如此，尽管粗糙度高度相差很大 [7, 35, 58–63]。这表明，仅凭粗糙度高度不足以对表面粗糙度造成的动量亏损进行尺度化。

在图4 (b)中，我们还绘出了以外层尺度表示的平均速度剖面。可以看到，在靠近壁面区和重叠区的位置，粗糙管流的速度剖面与光滑表面上的速度剖面存在显著偏离，$r/R < 0.4$。粗糙度越大，平均流动剖面相对于光滑表面的偏移就越大。在外区，无论粗糙度高度如何，所有剖面都重合。

对于光滑和粗糙表面上的湍流，壁面相似性假说是 Townsend 雷诺数相似性假说的扩展。该假说指出，当Re 足够高时，在黏性底层或粗糙度底层之外，边界层中的湍流运动与壁面粗糙度和黏度无关，但壁面剪切应力、 τ_w以及边界层厚度 δ [16, 17]除外。这意味着，如综述论文 [17, 19, 64]所述，外区被认为不受粗糙度影响。这进一步表明，对于光滑壁面和粗糙壁面，边界层重叠区和外区中的平均流动均遵循通用速度亏损定律，其可表示为

$$U_0^+ - \langle u_x \rangle^+ = f\left(\frac{r}{R}\right). \tag{5}$$

为验证这一论述对增材制造粗糙表面的有效性，我们在图4（c）中绘制了不同粗糙和光滑表面上非零压力梯度湍流的速度亏损。对于$r/R > 0.25$，以速度亏损形式绘图时，光滑壁面和粗糙壁面能够重合，由此可以观察到平均流动相似性。这证实，在当前具有相对较高粗糙度高度的3D打印粗糙表面上，外层相似性可能得以保持，$\delta/R_a = 37 - 84$。此外，对于粗糙度高度占边界层厚度显著比例的粗糙表面仍能观察到相似性，这与实验[65], 和直接数值模拟（DNS） [38] 研究的观察结果高度一致。Flack and Schultz 的综述论文 [66], 也提供了进一步的壁面相似性证据，该论文针对一系列粗糙度研究的数据评估了相似性假说：从预期能够保持相似性的情况（$\delta/R_a = 110$）到粗糙得多的表面（$\delta/R_a = 16$）。需要注意的是，本研究所考察的粗糙度范围远高于 Flack、Schultz 和 Connelly [65]所考察的范围，但与 Flack and Schultz Flack and Schultz [66]所考察的范围相当。

C. 粗糙度函数

在文献中，基于壁面相似性，速度偏移和粗糙度函数被认为与 log 成正比，

于k_s^+，且与壁面距离无关 [67, 68]。已有多种粗糙度函数关联式，依据其与传统尼古拉兹数据 [3] 或 Colebrook 等人 [4] 的数据相吻合而提出。（在完全粗糙区，尼古拉兹数据与 Colebrook 数据应当重合；两者仅在过渡区存在差异。对于本研究的分析，我们采用 Colebrook 型粗糙度函数的一般形式，如下

$$\Delta U^+ = 2.44 \log\left(1 + 0.26 k_s^+\right). \tag{6}$$

还可以在 [69]中找到尼古拉兹粗糙度函数的关联式。在本研究中，k_s^+的值事先未知。通过从图4(a)中提取U^+的值并利用式 6，计算得到k_s^+。我们尝试使用 Marchis等人 [70] 提出的较新关联式，根据k_a 和有效坡度估算k_s 的值。然而，由于当前粗糙表面的有效坡度相对较小，所得结果不一致，因此未纳入本研究。此问题值得单独讨论，将在未来的研究中探讨。

在图 5(a)中，我们绘制了多种粗糙表面的粗糙度函数与粗糙度雷诺数k_s^+之间的关系，其中粗糙度雷诺数基于等效砂粒粗糙度高度。为进行比较，图中还给出了 Nikuradse [3] 的均匀砂粒粗糙度结果、Shockling等人 [71], 的 Colebrook [4],粗糙壁面管流结果，以及 MacDonald等人 [72]和 Peeters和Sandham [73]的粗糙壁面槽道流结果。

图 5（a）中可观察到两种流动区间。首先，当$k_s^+ = 17$时，流动进入过渡粗糙状态。在此区间内，黏度已无法再耗散粗糙元产生的湍流涡，因此粗糙元上既会产生形状阻力，也会产生黏性阻力。这表明，粗糙表面 C1在$k_s^+ \approx 17$ 时大致处于过渡区。然而，这与其他一些研究的结果不同；那些研究中的表面呈现 Nikuradse 型行为，在有限的k_s^+下趋向于水力光滑流动区，并在过渡区表现出轻微的拐点特征。这可能与本研究中k_s 基于 Colebrook 粗糙度函数公式而非 Nikuradse 公式有关，因此在过渡区出现了偏离。其次，随着$k_s^+ > 17$进一步增大，粗糙度函数趋于线性渐近线，也称为完全粗糙区。当$k_s^+ > 17$时，C2、C3和C4粗糙度严格遵循 Colebrook型粗糙度函数。在此区间内，壁面摩擦系数与雷诺数无关，而粗糙元上的形状阻力是造成动量亏损的主要机制。

令人惊讶的是，结果表明，过渡粗糙区的范围相当窄，$k_s^+ < 25$。这与 Nikuradse 的研究形成对比：对于单分散、密堆积砂粒粗糙表面，当$k_s^+ \geq 70$ 时便进入完全粗糙区。然而，Ligrani 和 Moffat [74]指出，表示粗糙度效应开始显现并进入完全粗糙区的k_s^+，很大程度上取决于粗糙度类型和均匀性。他们的粗糙表面由均匀密堆积球体构成，呈现出相当窄的过渡粗糙区，$15 < k_s^+ < 55$，而 Nikuradse 的均匀密堆积砂粒则具有更宽的过渡粗糙区，$5 < k_s^+ < 70$。总体而言，当前数据集与文献结果吻合极佳。这与 Schultz 和 Myers[75], 的研究发现一致：通过不同方法获得的同一种粗糙度的粗糙度函数结果相似。

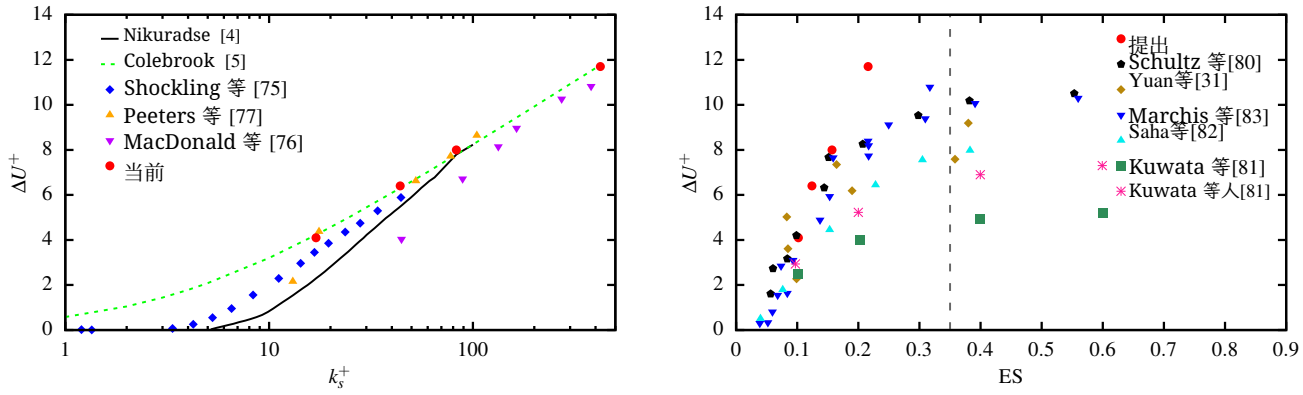
通常，对于密集粗糙度区，粗糙度函数不会随k_s^+缩放。因此，为了对所有粗糙度区间的湍流进行缩放，我们考虑了一个额外因子——有效坡度。在图 5（b）中，我们展示了当前粗糙度函数 ΔU^+ 随有效坡度的变化。作为对比，我们还绘制了文献中报道的不同类型粗糙表面的数据，即偏度为正和为负的系统变化粗糙表面 [76], 偏度为零的平滑波纹壁面 [77], 2二维和三维粗糙表面，以及二维波[70], 具有一系列正、负偏度的不规则粗糙表面 [30], 和不规则表面粗糙度 [28]。

在图 5（b）中，对于密集粗糙度区，随着有效坡度增大，ES > 0.35,ΔU^+ 减小；这归因于近壁区雷诺剪切应力的降低，而近壁区正被推离粗糙壁面。对比还表明，对于不规则粗糙度，正偏度表面的 ΔU^+ 比负偏度表面的更显著。然而，与文献中的观测值相比，计算得到的有效坡度值相当小（< 0.35），这表明当前的粗糙表面可能属于波状粗糙度区。尽管如此，结果却显示出相反的情况： ΔU^+ 并不随有效坡度缩放。对于有效坡度 ES < 0.35，粗糙表面的 ΔU^+值更高。这引出了一个问题：这些增材制造表面是否处于波状粗糙度区？为此，我们估算了表面高度的波长，$\lambda = m_0/m_1$, 其中，$m_0 = \int_0^{+\infty} E_{z'z'} dk$ 和 $m_1 = \int_0^{+\infty} k E_{z'z'} dk$ 分别是表面高度功率谱密度 $E_{z'z'}$的零阶矩和一阶矩，而 k 是波数。所得 λ 值远小于 R，这是粗糙元稀疏排列、彼此孤立的特征。这证实，我们的增材制造粗糙表面并非波状，而是处于极稀疏粗糙区。我们认为，尽管有效坡度值较小，粗糙度函数值却更高，这可能是增材制造粗糙表面的一个关键特征。还需要对增材制造表面开展更多研究，以验证这一假设。

D. 外尺度归一化下的湍流强度

我们测量了速度脉动强度，这是表征粗糙壁面对流动其他部分影响的最低阶指标。此处展示最重要的几项：图 6 (a) 中不同粗糙度下的流向速度脉动剖面，以及图 6 (b) 中外尺度归一化下的湍动能。此处未展示壁面法向和周向速度脉动的剖面，因为粗糙度对这些量的影响较弱。作为对比，我们还展示了相同体积雷诺数下光滑管流的剖面，$Re_b = 11,\ 700$，数据来自大涡模拟[54]和直接数值模拟 [57]。

随着k_s^+增大，且形状阻力超过



(a) (b)

图 5：粗糙度函数随 (a)k_s^+和 (b) 有效坡度的变化。

黏性尺度时，流向速度脉动u_{xrms}的近壁峰值消失，剖面在对数层约$r/R = 0.05 - 0.2$处形成最大值。这个外峰可能与高雷诺数光滑壁面流动在该区域发现的平台有关 [78]。此外，在外区，除 C4 外，所有当前粗糙表面在$r/R > 0.3$处均很好地重合，数值不确定性处于合理范围内。光滑管流与粗糙表面流动在外尺度上的这些细微差异，可能归因于统计平均。此外，对于 C4 工况，流动堵塞的影响可能较为显著，从而导致更高的形状阻力，并观察到与 Townsend 相似性的轻微偏离。然而，总体而言，这些结果支持 Townsend 的雷诺数相似性假说：除壁面边界条件在确定外尺度和速度尺度方面所发挥的作用外，流动对壁面边界条件并不敏感。

此外，我们还在图 6（c）中绘出了湍流雷诺剪切应力剖面。剖面以u_τ^2归一化。如前所述，随着k_s^+从 C1 工况增至 C4 工况，剪切应力峰值不仅减小，还向外侧移动，这归因于形状阻力贡献较大。除 C4 外，所有粗糙表面在$r/R > 0.3$ 时的结果均呈现出相当好的重合。结果与大涡模拟光滑壁面工况较为接近，不确定性很小，这可能与摩擦速度估算的近似处理有关。这再次证明了外尺度相似性，与先前研究中的发现一致。注意，在 C4 工况中，$R/R_a < 50$；而在 C1 和 C3 工况中，$R/R_a > 50$，后者属于 Jiménez [79]所述的粗糙度区间。这表明 C3 与 C4 粗糙表面之间可能存在转变；两者的增材制造粗糙度在行为上差异显著，并可能大幅影响传热特性。

我们进一步关注以基于平均粗糙度高度 R_a 的内尺度，即 r/R_a，对流向速度脉动剖面进行标度。图 7（a）展示了u_{xrms}（以u_τ归一化）随r/R_a 变化的对比。随着k_s^+增大，靠近壁面的峰值减小并向内移动。所有剖面均在$r/R_a = 8 - 10$范围内出现最大值。尽管体积雷诺数相对较小，这种向内移动仍归因于u_τ较高值的出现，这是粗糙度的典型特征。尽管如此，值得注意的是，粗糙度剖面在内区并未完全重合，这意味着r/R_a 并非适用于粗糙度的精确标度。因此，需要在u_{xrms}的归一化中引入另一种与粗糙度相关的标度。根据 De Graaff 和 Eaton [78]，的提议，我们引入了一种新的标度，以下称为混合标度，即在u_{xrms}的归一化中采用 $\langle ... \rangle^m = \langle ... \rangle / (\sqrt{u_\tau U_0})$，结果见图 7（$b$）。对于增材制造粗糙表面，这种标度也有较好的效果，但随着k_s^+增大，峰值还会进一步降低，这可能与u_τ略微高估有关。在流向脉动的标度中引入自由来流速度U_0，，通常与 Townsend [16] 所提出的非活跃运动的影响有关。然而，人们对这些运动如何影响远离壁面层的流向脉动仍知之甚少。

图 8 展示了径向速度脉动随内尺度变化的剖面，基于 R_a。粗糙度对这一物理量的影响较弱，因为无论粗糙度如何，各剖面都十分接近。与先前的结果一致，采用R_a 进行标度后，所有粗糙表面的内壁区域均呈现出良好的塌缩。轻微的差异可能源于统计平均的不确定性。这些结果进一步表明，无需引入混合标度，这意味着非活跃运动对此物理量的贡献可以忽略不计，正如 Townsend [16] 所提出的那样。

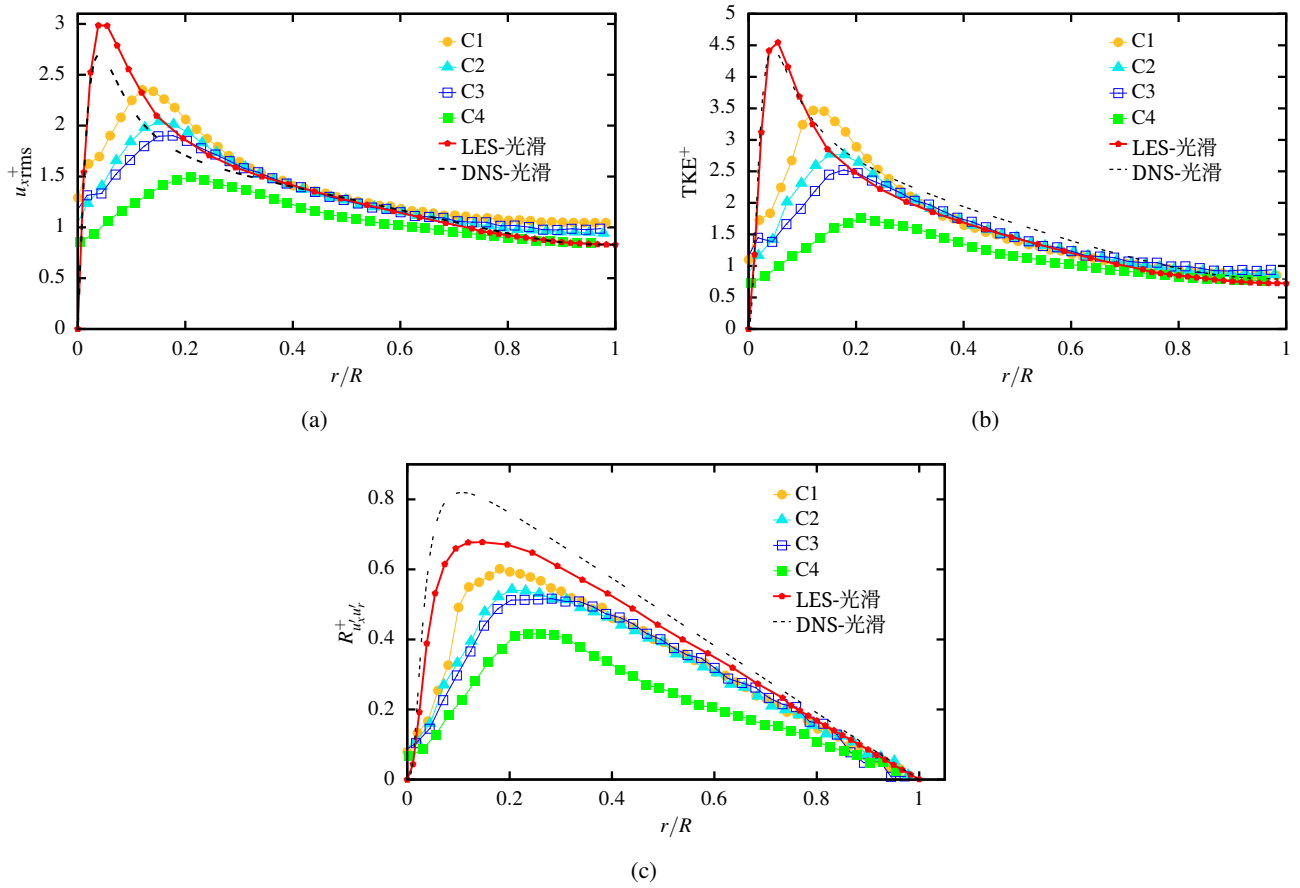


图 6：（a）轴向湍流强度，$u_{x\mathrm{rms}}^{+}$；（b）湍动能，TKE^{+}；以及（c）湍流剪切应力，$R^{+}{}_{u'_x u'_r}$，针对不同粗糙表面，以外尺度归一化r/R为函数表示。为便于参考，同时绘出了在$Re_b = 11{,}700$时，WALE-LES [54]（红色点）和直接数值模拟 [57]（虚线）所得的光滑管流结果。

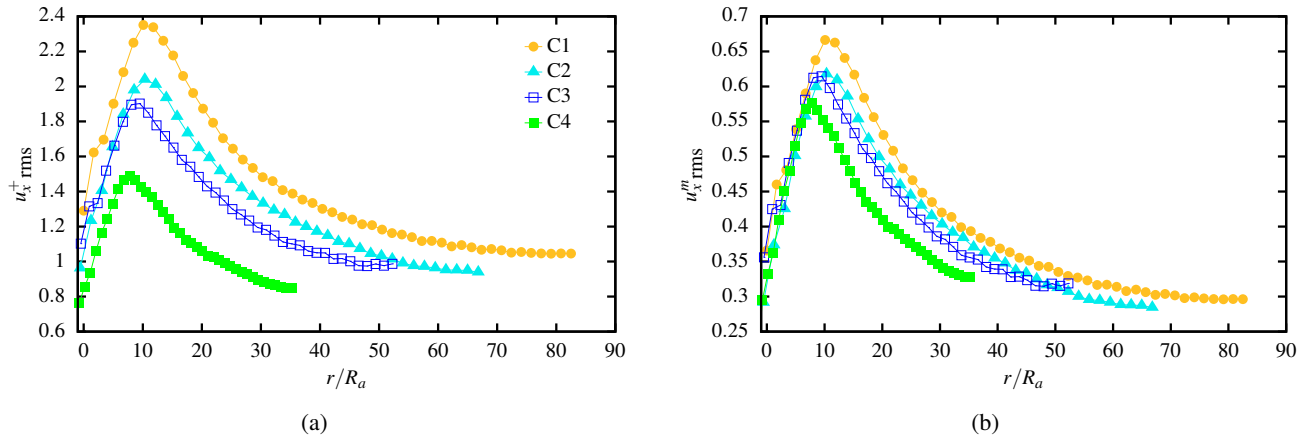


图 7：流向湍流速度脉动，$u_{x\mathrm{rms}}$，针对不同粗糙表面，以基于平均粗糙度高度的内尺度化r/R_a为函数表示，并采用（a）u_τ 和（b）$\sqrt{u_\tau U_0}$, 进行归一化；后者为本文引入的一种新的混合标度。

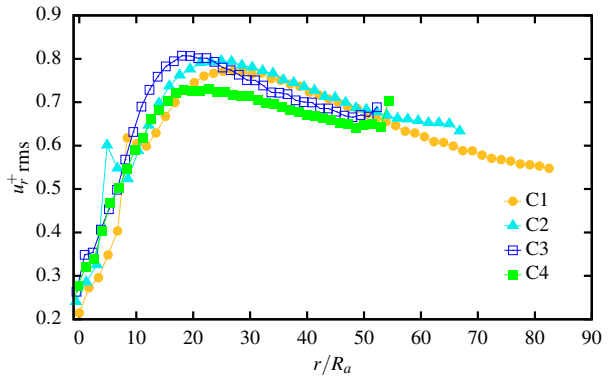


图 8：不同粗糙表面下，径向速度脉动均方根 u_r^+rms 经 $u\tau$ 归一化后，基于平均粗糙度高度的内尺度化 r/R_a 的剖面。

类似地，图 9 给出了以摩擦速度平方归一化的湍流雷诺剪切应力随r/R_a 的变化关系。如预期所示，当以r/R_a为函数绘制时，剪切应力在内壁区域具有良好的标度关系。由于R^+ $_{u'xu'r}$中所涉及的标度关系，随着k_s^+减小，不同粗糙度的峰值增大。事实上，粗糙度越大，形状阻力越大，因而$u\tau$也越大。最后，我们在图 10 中展示不同标度下的湍动能曲线。湍动能主要由流向速度主导，并表现出非常相似的行为。结果清楚表明，引入混合标度后，湍动能在内壁区域具有非常好的标度关系。

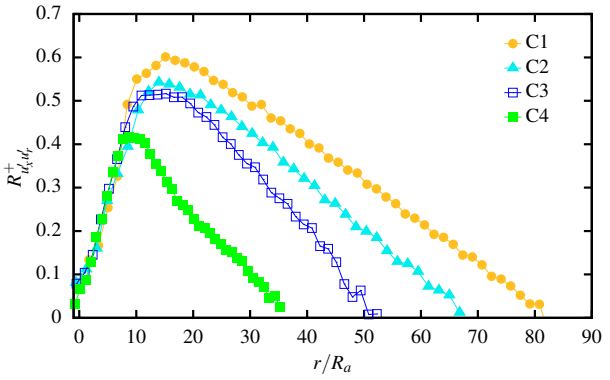


图 9：不同粗糙表面的湍流剪切应力 R^+ $_{u'xu'r}$，以u_τ^2归一化，并以内尺度化表示为平均粗糙度高度的函数：r/R_a。

E. 湍动能产生

在光滑壁面流动的直接数值模拟和实验中均已表明，对于低雷诺数，动能产生的峰值主要出现在黏性缓冲层区域内，距壁面约 12 的壁面法向距离处，r^+。然而，在高雷诺数下，湍流总产生量的重要贡献来自对数区。这引出了一个关于增材制造粗糙表面的类似有趣问题。因此，在本研究的模拟中，我们考察了湍流总产生量的贡献。图 11 展示了半对数坐标下的产生项，$P = -R_{u'_x u'_r} \partial \langle u_x^+ \rangle / \partial r^+$。图 11(a-b) 展示了产生项的结果，其缩放分别采用平均粗糙度高度 R_a 和粗糙度高度的均方根值 R_q。无论采用哪种缩放因子，所有曲线都基本重合，仅存在轻微偏差。与光滑壁面管流相比，当前粗糙表面的 P 最大值较小，约为光滑管流的一半[54]。此外，对于所有粗糙表面，峰值均在内层增大并向内移动。结果表明，在低k_s^+下，总产生量的主要贡献来自近壁区；而在足够高的k_s^+下，则由对数区主导。

F. 粗糙表面联合概率密度函数

本节采用象限分析方法 [80], , 分析给定 r^+ 时的轴向和径向速度脉动，以期深入了解近壁条带。我们将 (u'_x,u'_r) 平面划分为四个象限，对应速度脉动的不同符号组合：两个象限对$\langle u'_x u'_r \rangle$的贡献为负，分别对应喷射事件（第二象限，$Q_2$；$u'_x < 0, u'_r > 0$）和扫掠事件（第四象限，$Q_4$；$u'_x > 0, u'_r < 0$）；另两个象限对 $\langle u'_x u'_r \rangle$的贡献为正，分别源于向外相互作用（第一象限，$Q_1$；$u'_x > 0, u'_r > 0$）和向内相互作用（第三象限，$Q_3$；$u'_x < 0, u'_r < 0$）。

图 12 展示了速度脉动联合概率密度函数（JPDF）$J(u'_x,u'_r)$ 的等值线图。针对不同粗糙表面，在最接近 $r^+ = 3\sqrt{k_s^+}$ 的位置（该位置可代表对数区中部）提取 JPDF，并分别用其局部标准差 $\sigma_{u'_x}$ 和 $\sigma_{u'_r}$ 进行归一化。图中也给出了光滑壁湍流管流的 JPDF 以供比较。所有工况下，JPDF 的等值线均呈椭圆形，其长轴穿过象限 Q_2 和 Q_4。对于光滑表面工况，JPDF 的最大值位于象限 Q_4, ，而象限 Q_2 中则可观察到一条长尾。这表明 $\{u'_x u'_r(t) < 0\}$ 事件数量最多；具体而言，Q_2 （喷射事件）具有更多极端事件，即 $|u'_x u'_r(t)|$ 的值更高。总体而言，光滑壁结果表现出更高程度的均匀性。相比之下，粗糙壁流动中的喷射事件和扫掠事件所占贡献有所不同，表现为强度更大的事件集中在局部区域；Q_4 （扫掠事件）则具有更多极端事件。图 12 中每幅图的上方和右侧分别给出了归一化的概率密度函数（PDF），对应 u'_x 和 u'_r。值得注意的是，对于光滑表面，u'_x 和 u'_r 的 PDF 分别呈轻微正偏和负偏。另一方面，

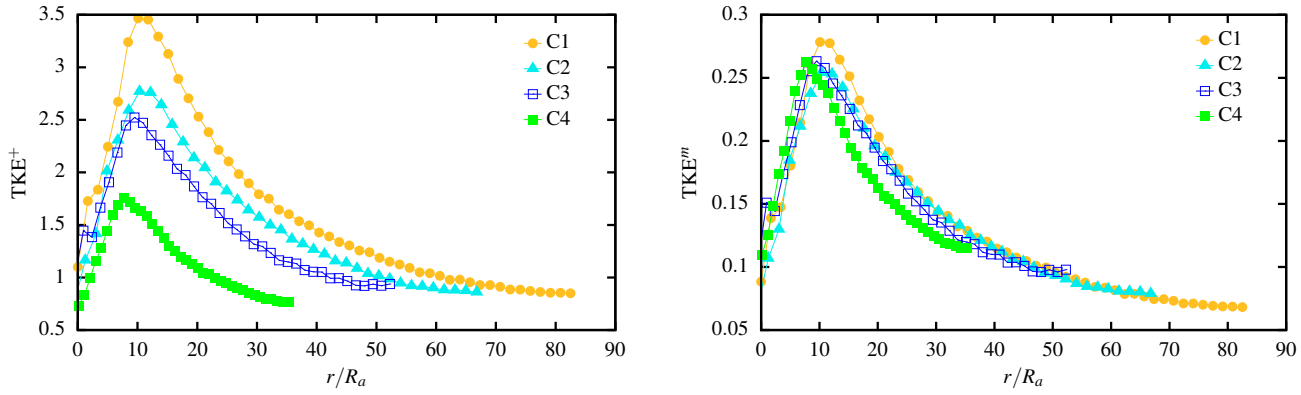


图 10：以基于平均粗糙度高度的内尺度化表示的湍流动能（TKE），r/R_a，适用于不同粗糙表面，并分别以 (a) u_τ^2 和 (b) $u_\tau U_0$, 归一化；后者是一种本文提出的新混合标度。

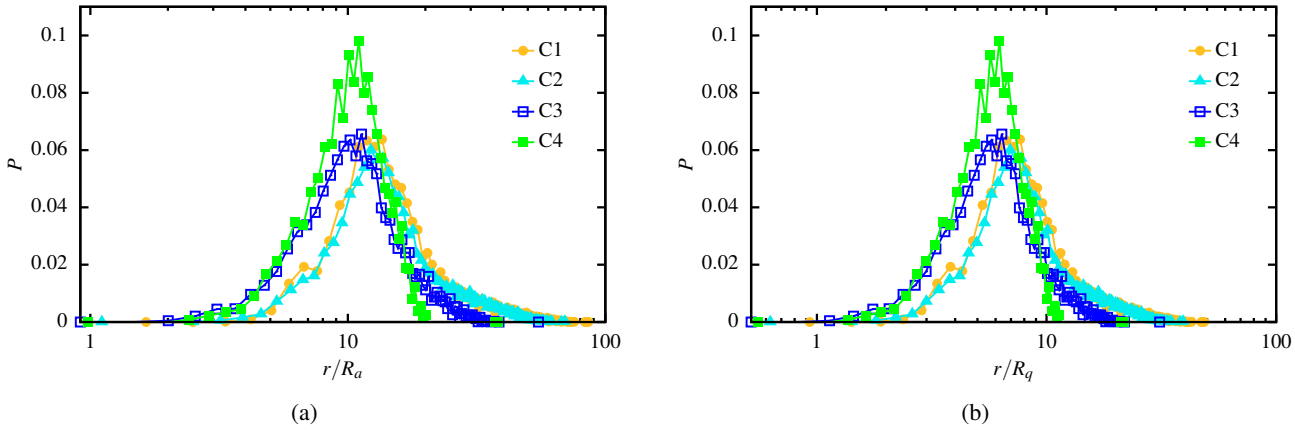


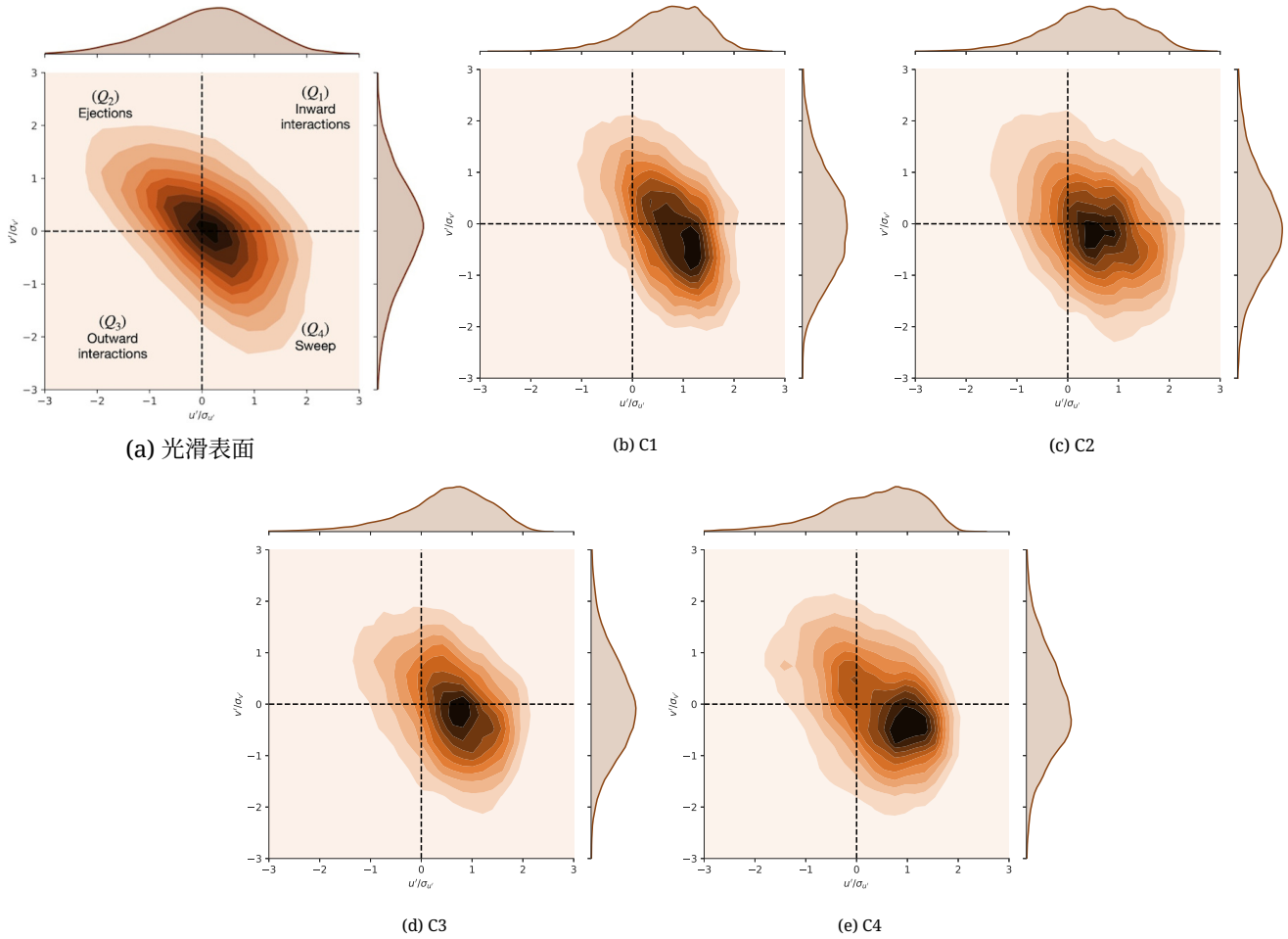
图 11：湍流动能产生随内尺度单位的变化，内尺度单位分别基于 (a) 平均粗糙度，r/R_a，以及 (b) 均方根粗糙度尺度单位，r/R_q。对于零压梯度边界层，$P = -R_{u_x'u_r'}\partial\langle u_x^+\rangle/\partial r^+$ 采用壁面尾流定律根据平均速度进行计算。

对于所有粗糙表面，我们观察到u_x' 的 PDF 呈明显正偏，而u_r'的 PDF 呈轻微正偏。这意味着，与光滑表面流动相比，高速条带是粗糙表面流动中的主导结构。从定性上看，粗糙度对结果的影响可以忽略，所得结论也类似。我们还对喷射事件和扫掠事件的贡献进行了定量计算，但由于这需要另行进行较长篇幅的讨论，因此本文不予纳入。

G. 粗糙度诱导的二次流结构

壁面约束流动中湍流一种引人关注且具有重要实际意义的表现，是能够诱发所谓的二次流，即在垂直于流向的平面内呈系统性运动的流体。在湍流状态下，平均速度场包含非零横向分量；在非圆形截面管道中，由雷诺应力的非均匀性会产生二次流。展向非均匀性会使湍流雷诺应力分布呈现明显梯度，并改变局部流动特性。若壁面条件存在局部展向非均匀性，例如由表面粗糙度造成，则平面或对称的壁面约束流动中也可能出现二次流动。

值得关注的是，高度不均匀且稀疏分布的增材制造粗糙度如何诱发二次流动，以及它是否与规则粗糙度或人工粗糙度具有某些共同特征。图 13 (*a*)-(*d*) 和图 14 (*a*)-(*d*) 分别展示了不同粗糙表面上瞬时速度脉动和均方根（rms）速度脉动的分布，并叠加了以平面内流线表示的二次流。在图 13 (*a*)- (*d*）所示的四种工况中，可以观察到明显的小尺度运动和反向旋转涡对，它们通过将流体从壁面向外喷射并向壁面扫掠，造成动量



(a) 光滑表面　(b) C1　(c) C2

(d) C3　(e) C4

图 12：图中展示了典型的象限图（联合概率密度函数），用于说明不同粗糙度雷诺数下，归一化后的轴向速度脉动、u'_x，以及径向速度脉动、u'_r（以其均方根值 $\sigma_{i'}$ 归一化）在$r^+ = 3\sqrt{k_s^+}$处的情况：(a) 光滑表面，(b) C1，(c) C2，(d) C3 和 (e) C4。每幅图的顶部和右上角分别显示$u'_x/\sigma_{u'_x}$ 和$u'_r/\sigma_{u'_r}$ 的概率密度函数。

输运。这些小尺度结构的尺寸和出现频率严格取决于平面的位置以及拍摄瞬时快照的时间。从瞬时流场及其叠加的流线中，很难判断是否存在持续的二次流运动；即使存在，粗糙度对二次流动的影响也不明确。因此，我们考察了图 14 (*a*)-(*d*) 中流向速度均方根分布与平面内流线叠加后的情况。有趣的是，在四种工况中，明显的二次流动模式主要出现在 C3 和 C4 粗糙表面上。在 C3 粗糙表面的情况下（图 14 (*c*)），两个主要的大尺度涡起源于凹陷壁面区域。另外两个小涡位于壁面的顶部和底部区域，同样靠近凹陷区域。另一方面，在 C4 粗糙表面的情况下（图 14 (*d*)），两个主要的大尺度涡起源于壁面的凹陷区域，但很少被推离内壁区域。在此外，

中，可以看到稍大尺度涡结构的两侧各有四对额外的小型反向旋转结构。这与 Vanderwel 和 Ganapathisubramani [81], Hwang 和 Lee[82], Wangsawijaya 等人 [83] 关于条带型粗糙度和脊状粗糙度的研究结果有一定一致性；他们分别指出，在凸起和凹陷壁面区域上方存在上升和下沉运动。

相比之下，对于 C2 粗糙度（图 14（*b*）），可以看到一些二次流动结构的早期发展；而对于 C1 粗糙度（图 14（*a*）），仅发现少数拐点。本研究尚未解答这些拐点的成因，有待今后进一步研究。将这些工况与光滑表面管流进行比较后发现，粗糙度高度，进而表面形貌，是影响二次运动形成与消失的重要参数。

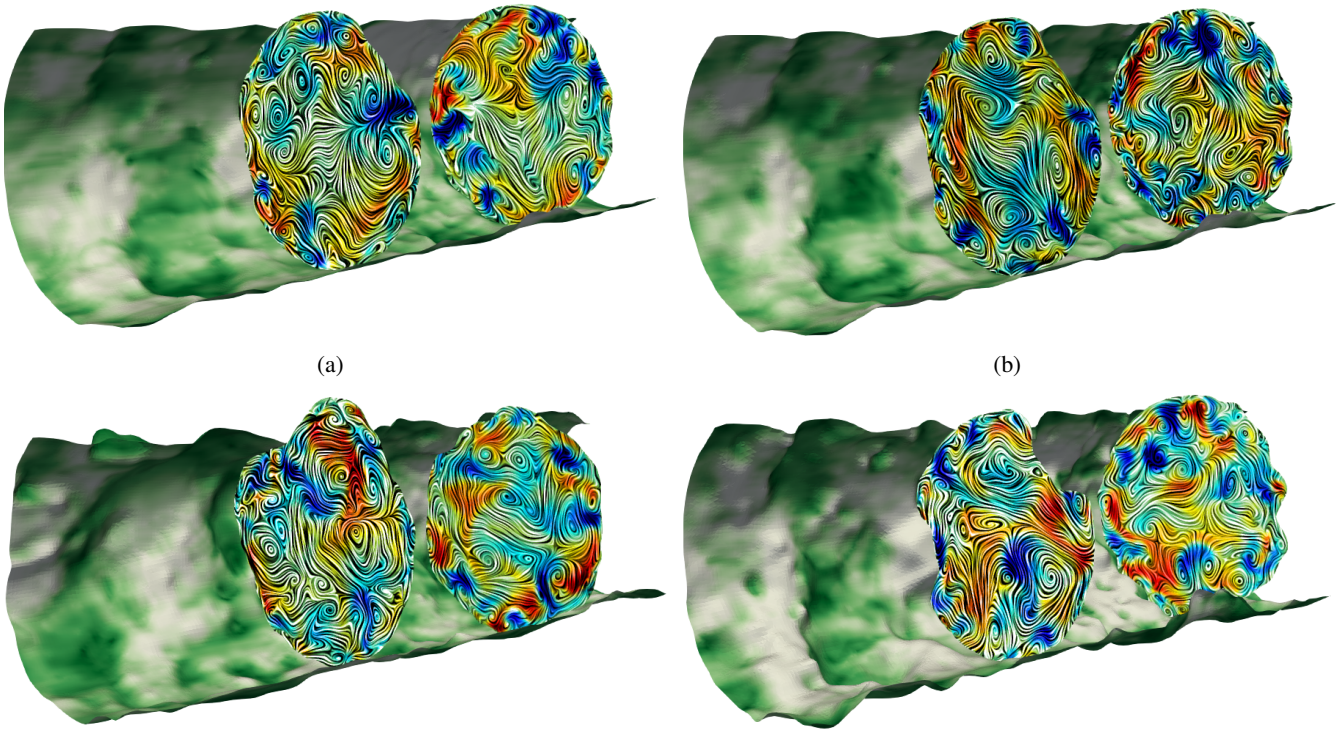


图 13：不同粗糙表面的瞬时流向速度脉动场横截面视图：(a) C1、(b) C2、(c) C3 和 (d) C4。瞬时流场的流线展示了流动的发展，以及由壁面粗糙度引起的涡旋流动模式。所有图中，壁面均以摩擦速度 u_τ 着色。

H. 表面各向异性对雷诺应力张量各向异性的影响

雷诺应力的整体各向异性通常用归一化各向异性张量 b_{ij} 的第二不变量 II_b 和第三不变量 III_b 来量化，定义如下： [84]

$$b_{ij} = \frac{\left\langle \overline{u_i' u_j'} \right\rangle}{\left\langle \overline{u_k' u_k'} \right\rangle} - \frac{1}{3}\delta_{ij}. \tag{7}$$

随后可用两个变量 η 和 ζ 来表征各向异性状态，定义如下：

$$\eta^2 = -\frac{1}{3} II_b \tag{8}$$

and

$$\zeta^3 = -\frac{1}{2} III_b. \tag{9}$$

雷诺应力张量的所有可实现状态都包含在（ζ，η）平面中的一个三角形内，即所谓的 Lumley 三角形。所有特殊湍流情形都可以通过 Lumley 三角形理论极限处b_{ij} 的两个不变量来表征。关于不同可实现状态的详细信息，可参见 Garg 等人 [54]。Lumley 三角形图展示了所有粗糙表面的结果，见图 15。我们还展示了光滑管流的 Lumley 三角形图作为参考。对所有 ζ 和 η 的单元中心值进行后处理，计算其概率密度函数（PDF），并用颜色映射表示，以匹配壁面法向距离。在光滑壁湍流管流的参考工况中，见图 15(a)，非常靠近壁面处，流动接近双分量状态，沿着 Lumley 三角形的上边界趋向右上角所示的单分量状态。当$r^+ \approx 8$时，各向异性达到最大值。当$r^+ > 8$时，各向异性减弱，且（ζ，η）曲线沿着接近 Lumley 三角形右边界的路径变化，表明流动接近轴对称杆状状态，并随着r^+ 增大而趋近于 Lumley 三角形底部顶点处的最大各向同性状态，但并未达到该状态。

另一方面，对于粗糙表面，湍流状态分布于 Lumley三角形的各处，虚线所示的纯应变条件除外，见图 15(b-e)。在表面的最深谷底处，雷诺应力各向异性张量接近强各向异性的单分量工况。随着r^+增大，与光滑壁面管流工况相比，结果在（ζ, η）图上的变化路径有所不同。对于所有粗糙表面（C1-C4），流动均趋近于 Lumley三角形的左侧，并在粗糙度平均平面处达到轴对称的盘状（扁长椭球）状态。在此位置，

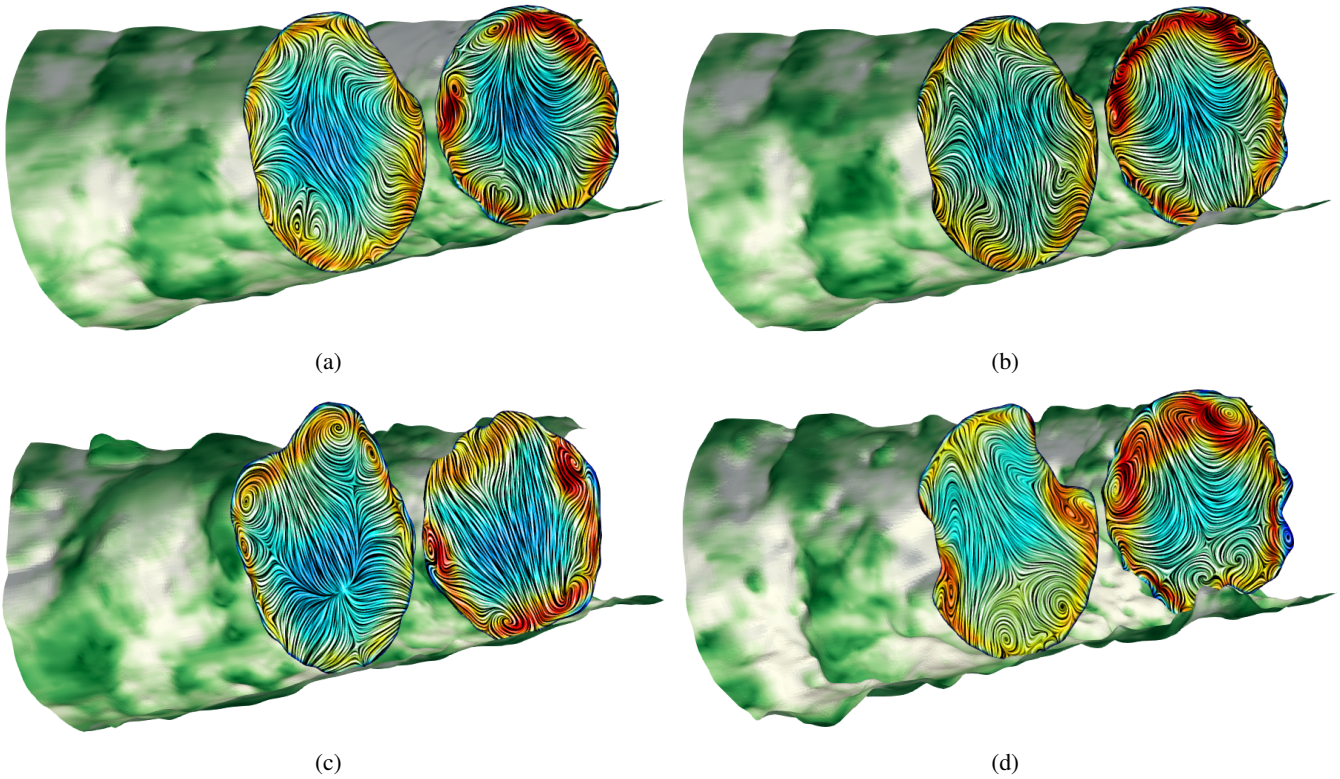


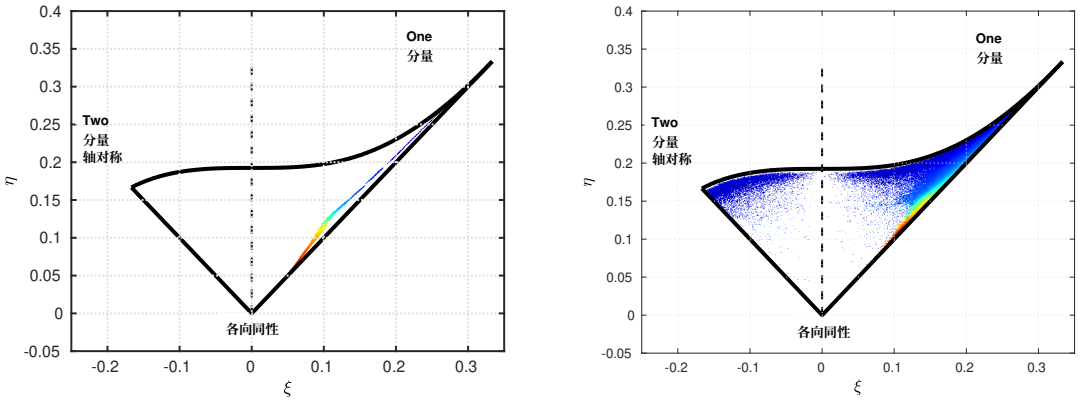
图 14：不同粗糙表面上流向速度脉动场均方根的横截面视图：(a) C1、(b) C2、(c) C3 和 (d) C4。由平均流场获得的流线展示了流动的发展，以及由壁面粗糙度引起的二次流动模式。在所有图中，壁面以摩擦速度 u_τ着色。

流向和方位向雷诺应力的大小相当。各向异性似乎集中在轴对称扩张和双分量极限附近，这表明一个应力分量大于另外两个，或两个分量的大小相近。雷诺应力各向异性的轴对称盘状状态是混合层的典型特征。在横向条形粗糙度 [22], k 型粗糙度 [85], 和不规则粗糙度 [63]上方的湍流中，也观察到类似行为。高于粗糙度平均平面后，变化路径返回三角形右侧，即接近轴对称杆状（长球体）状态；当壁面法向坐标超过最大粗糙度高度后，其变化趋势与光滑壁面工况一致。最后，最常见的各向异性状态为轴对称扩张、单分量、双分量和双分量轴对称状态，某一湍流状态出现的概率会随k_s^+增大而上升。

VI. 结论

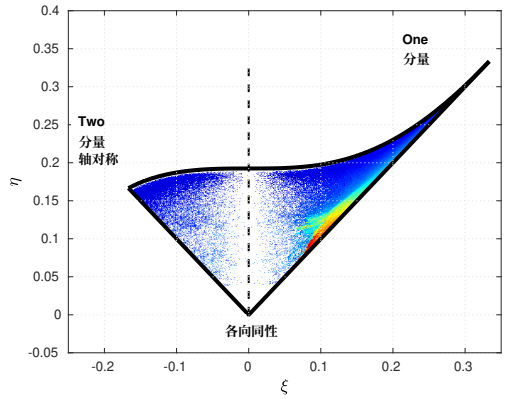
我们采用 OpenFOAM 7 中基于粗糙度分辨的高保真大涡模拟（LES），对增材制造（AM）粗糙表面上的湍流进行了系统的数值研究。本研究的目标有两方面：首先，揭示增材制造粗糙度对湍流特性的影响，并利用多种统计测量指标阐明其与现有规则粗糙表面和人工粗糙表面之间的差异。其次，提供丰富的数据库，以促进粗糙壁面模型的开发与评估。构建该数据库的首要挑战，是根据扫描得到的平面增材制造粗糙表面生成粗糙管道并对其进行表征。为此，我们开发了开源代码，用于根据平面表面生成管道并表征其表面形貌特性。我们构建并模拟了四种粗糙管道构型，这些管道来自实际增材制造表面，具有固定的偏度和峰度，但粗糙度高度分布和有效斜率各不相同。

通过精确的空间测量，获得了所有工况的粗糙度函数数值估算，并将其用于近似等效砂粒粗糙度高度 k_s。与文献中相近 k_s [71–73]范围内规则粗糙度和人工粗糙度的结果相比，本文的增材制造粗糙表面产生了更显著的粗糙度函数值。研究发现，k_s 通过增强湍流和阻力，对壁面摩擦系数产生了显著影响。正如预期，有效坡度 ES 与壁面粗糙度和流动的排列方向直接相关，对流动拓扑产生了显著影响。然而，与

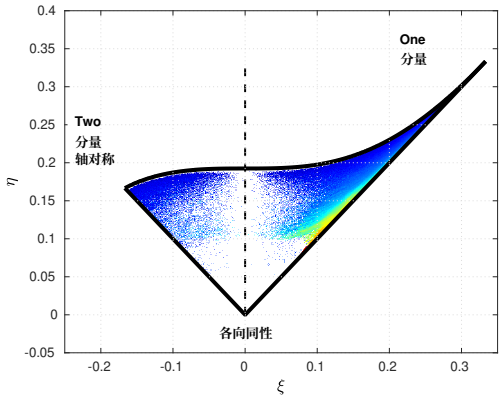


(a) 光滑管道

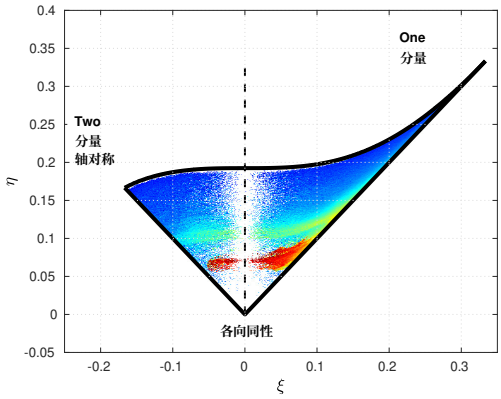
(b) C1



(c) C2



(d) C3



(e) C4

图 15：根据本研究在不同粗糙度雷诺数下的大涡模拟数据绘制的粗糙管道湍流中的各向异性不变量映射：(a) 光滑管流，$k_s^+ = 0$，(b) $k_s^+ = 17.052$，(c) $k_s^+ = 44.131$，(d) $k_s^+ = 83.084$，以及 (e) $k_s^+ = 422.45$。每个工况的数据点基于计算域中的所有网格单元，并根据归一化壁面距离值着色，r^+。颜色映射从蓝色（最小值）到红色（最大值）变化。

规则粗糙度和人工粗糙度相比，本文具有 ES 的增材制造表面仍产生了显著的粗糙度函数值 [28, 30, 70, 76, 77]。这可能是增材制造表面的典型特征，需要在未来的研究中加以阐明。在这些情况下，现有经验关联式已达到其适用极限，因此需要建立新的关联式。此外，通过定义一个有效的

在壁面法向距离方向上，粗糙子层之外的一级和二阶湍流统计量呈现出相似的规律，从而验证了 Townsend 假设对当前增材制造粗糙度的适用性。然而，对于其中一个具有 $k_s/R_a = 17.84$ 的粗糙表面，Townsend 假设的有效性仍然存疑，有待未来开展详细的研究。

最后，本文提出了一种混合边界条件，以改善粗糙子层内轴向脉动剖面的相似性。我们还尝试至少从定性角度理解粗糙度形貌对二次流动生成的影响。遗憾的是，尽管已有大量关于规则粗糙度的研究结果，但在当前模拟中，无法量化增材制造粗糙度对二次流动的影响。因此，有必要对不同类型的粗糙度开展详细的后续研究。最后，我们量化了粗糙度形貌对湍流各向异性的影响，并将其与光滑管流进行了比较。对于当前的粗糙表面，增大 k_s 会导致更高的各向异性。此外，随着 k_s 增大，所有湍流状态，即单分量、双分量和三分量状态，出现的概率均更高，这与文献 [22, 63, 85]一致。

我们希望，本研究所报告的分析有助于建立可靠的方法，对增材制造粗糙表面流动的数值模拟与现有实验和数值结果进行详细比较。我们认为，这类精细尺度比较对于加深对该主题的理论理解以及验证相关数值方法的发展至关重要。

致谢

作者衷心感谢 Vinnova 通过项目编号“2020-04 529”提供的资金支持，并感谢高级讲师 Martin Andersson（负责经费申请）。计算资源由瑞典国家计算基础设施（SNIC）提供，部分经费来自瑞典研究理事会根据资助协议第 2018-05973 号提供的资助。作者还感谢西门子提供扫描得到的增材制造表面，并参与有益的讨论。

作者声明

利益冲突

作者无须披露任何利益冲突。

数据可用性

支持本研究结论的数据可在提出合理请求后向通讯作者获取。

[1]F. R. Hama, 《光滑和粗糙表面的边界层特性》, Trans. Soc. Nav. Arch. Marine Engrs. **62**, 333–358 (1954). [2]F. H. Clauser, 《逆压梯度下的湍流边界层》, J. Aeronaut. Sci. **21**, 91–108 (1954). [3]J. Nikuradse, 《粗糙管道中的流动定律》(1950). [4]T. Colebrook, C. F.and Blench, H. Chatley, E. H. Essex, J. R. Finniecome, G. Lacey, J. Williamson, and G. G. Macdonald, 《通信：管道中的湍流，特别是光滑管定律与粗糙管定律之间过渡区的相关研究（含图版）》。J. Inst. Civ. Eng. **12**, 393–422 (1939). [5]L. F. Moody, 《管流摩擦因子》, Trans. Asme 66, 671–684 (1944)。[6]J. J. Allen、M. A. Shockling、G. J. Kunkel 和 A. J. S mits, 《光滑管与粗糙管中的湍流》, Philos. Trans. R. Soc. A: Math., Phys. Eng. Sci. 365, 699–714 (2007)。[7]K. A. Flack 和 M. P. Schultz, 《完全粗糙区水力粗糙度尺度综述》, J. Fluids Eng. 132 (2010)。[8]H. Schlichting 和 J. Kestin, 《边界层理论》, 第 121 卷（施普林格，1961）。[9]F. A. Dvorak, 《压力梯度下粗糙表面湍流边界层的计算》。AIAA J. 7, 1752–1759 (1969)。[10]H. W. Coleman、B. K. Hodge 和 R. P. Taylor, 《对 Schlichting 表面粗糙度实验的重新评估》, J. Fluids Eng. 106, 60–65 (1984)。[11]J. A. Van Rij、B. J. Belnap 和 P. M. Ligrani, 《三维不规则表面粗糙度的分析与实验》, J. Fluids Eng. 124, 671 677 2002– ( )。[12]R. B. Dirling, 《一种计算再入飞行器头锥粗糙壁面传热率的方法》, 载于 AIAA 论文集（1973）第 73–763 页。[13]J. P. Bons, 《自由来流湍流增强条件下真实涡轮粗糙度的 St 和 Cf 增强》, 载于 ASME Turbo Expo，第 36088 卷（2002）第 349–363 页。[14]A. J. Musker, 《自然形成表面的通用粗糙度函数》, Trans. Can. Soc. Mech. Eng. 6, 1–6 (1980)。[15]K. A. Flack、M. P. Schultz、J. M. Barros 和 Y. C. Kim, 《过渡粗糙区的壁面摩擦行为》, Int. J. Heat Fluid Flow 61, 21 30 2016– ( )。[16]A. A. Townsend, 《湍流剪切流的结构》（剑桥大学出版社，1976）。[17]M. R. Raupach、R. A. Antonia 和 S. Rajagopalan, 《粗糙壁面湍流边界层》, Appl. Mech. Rev. 44, 1–25 (1991)。[18]K. A. Flack、M. P. Schultz 和 T. A. Shapiro, 《粗糙壁面上 Townsend 雷诺数相似性假说的实验支持》, Phys. Fluids 17, 035102 (2005)。[19]J. Jiménez, 《粗糙壁面上的湍流》, Annu. Rev. Fluid Mech. 36, 173–196 (2004)。[20]Y. Miyake、K. Tsujimoto 和 M. Nakaji, 《湍流槽道流中粗糙壁面传热的直接数值模拟》, Int. J. Heat Fluid Flow 22, 237–244 (2001)。[21]S. Leonardi、P. Orlandi、R. J. Smalley、L. Djenidi 和 R. A. Antonia, 《单侧带有横向方形条的湍流槽道流直接数值模拟》, J. Fluid Mech. 491, 229–238 (2003)。[22]A. Ashrafian 和 H. I. Andersson, 《杆状粗糙元槽道中的湍流结构》, Int. J. Heat Fluid Flow 27, 65–79 (2006)。[23]T. Ikeda 和 P. A. Durbin, 《粗糙壁面槽道流的直接数值模拟》, J. Fluid Mech. 571, 235–263 (2007)。[24]Y. Jin、M. F. Uth 和 H. Herwig, 《具有光滑壁面和粗糙壁面的平直槽道中的湍流结构：基于高分辨率直接数值模拟结果的分析》, Comp. Fluids 107, 77–88 (2015)。[25]K. Bhaganagar、J. Kim 和 G. Coleman, 《粗糙度对壁面湍流的影响》, 《流动、湍流与燃烧》72, 463–492 (2004)。[26]P. Orlandi 和 S. Leonardi, 《三维湍流粗糙通道的直接数值模拟：参数化与流动物理》, J. Fluid Mech. 606, 399–415 (2008)。[27]D. Chatzikyriakou、J. Buongiorno、D. Caviezel 和 D. Lakehal, 《具有半球形粗糙元图案的封闭槽道内湍流的直接数值模拟和大涡模拟》, Int. J. Heat Fluid Flow 53, 29–43 (2015)。[28]E. Napoli、V. Armenio 和 M. De Marchis, 《不规则分布粗糙元坡度对湍流壁面约束流动的影响》, J. Fluid Mech. 613, 385–394 (2008)。[29]M. De Marchis、E. Napoli 和 V. Armenio, 《不规则粗糙表面上的湍流结构》, J. Turb., N3 (2010)。[30]J. Yuan 和 U. Piomelli, 《真实表面粗糙度函数的估算与预测》, J. Turbul. 15, 350–365 (2014)。[31]K. Bhaganagar 和 L. Chau, 《低雷诺数下三维理想化及不规则粗糙表面上湍流的表征》, Appl. Math. Model. 39, 6751–6766 (2015)。[32]P. Forooghi、A. Stroh、F. Magagnato、S. Jakirli´c 和 B. Frohnapfel, 《迈向通用粗糙度关联式》, J. Fluids Eng. 139 (2017)。

[33]P. Forooghi、A. Stroh、P. Schlatter 和 B. Frohnapfel，《不同且随机分布粗糙元上流动的直接数值模拟：表面形貌对湍流影响的系统研究》，Phys. Rev. Fluids 3, 044605 (2018)。[34]A. Busse、M. Lützner 和 N. D. Sandham，《基于表面扫描的粗糙表面湍流直接数值模拟》，Comp. Fluids 116, 129–147 (2015)。[35]A. Busse、M. Thakkar 和 N. D. Sandham，《不规则粗糙表面近壁流动对雷诺数的依赖性》，J. Fluid Mech. 810, 196–224 (2017)。[36]P. Forooghi、A. Weidenlener、F. Magagnato、B. Böhm、H. Kubach、T. Koch 和 B. Frohnapfel，《基于真实燃烧室沉积物几何形状的粗糙表面动量与传热直接数值模拟》，Int. J. Heat Fluid Flow 69, 83–94 (2018)。[37]M. P. Schultz 和 K. A. Flack，《粗糙度系统变化壁面上的湍流边界层》，Phys. Fluids 21, 015104 (2009)。[38]L. Chan、M. MacDonald、D. Chung、N. Hutchins 和 A. Ooi，《对过渡粗糙区湍流管流中粗糙度高度和波长的系统研究》，J. Fluid Mech. 771, 743–777 (2015)。[39]C. K. Stimpson、J. C. Snyder、K. A. Thole 和 D. Mongillo，《粗糙度对增材制造通道内流动与传热的影响》，J. Turbomach. 138, 051008 (2016)。[40]C. K. Stimpson、J. C. Snyder、K. A. Thole 和 D. Mongillo，《增材制造通道中压力损失和传热粗糙度效应的标度关系》，J. Turbomach. 139 (2017)。[41]J. C. Snyder，《通过控制增材制造工艺中的表面粗糙度改善涡轮冷却》，博士论文，宾夕法尼亚州立大学（2019）。[42]J. C. Snyder 和 K. A. Thole，《利用增材制造定制表面粗糙度以改善内部冷却》，J. Turbomach. 142 (2020)。[43]S. T. McClain、D. R. Hanson、E. Cinnamon、J. C. Snyder、R. F. Kunz 和 K. A. Thole，《由增材制造方向造成空间变化粗糙度的模拟涡轮叶片冷却通道内流动》，J. Turbomach. 143 (2021)。[44]G. Favero、G. Berti、M. Bonesso、D. Morrone、S. Oriolo、P. Rebesan、R. Dima、P. Gregori、A. Pepato、A. Scanavini 和 S. Mancin，《增材制造及光滑冷却通道内流体流动的实验与数值分析》，International Communications in Heat and Mass Transfer 135, 106128 (2022)。[45]S. Altland、X. Zhu、S. McClain、R. Kunz 和 X. Yang，《增材制造超粗糙通道内的流动》，Flow 2, E19 (2022)。[46]J. Boussinesq，《大截面直槽中液体涡旋与湍流流动理论》，《大截面直槽中液体涡旋与湍流流动理论》第 2 部分（Gauthier-Villars et fils，1897）。[47]F. Nicoud 和 F. Ducros，《基于速度梯度张量平方的亚格子尺度应力建模》，《流动、湍流与燃烧》62, 183–200 (1999)。[48]D. B. Spalding，《“壁面定律”的单一公式》，Journal of Applied Mechanics 28, 455–458 (1961)。[49]J. C. Butcher，《常微分方程数值方法》（John Wiley & Sons，2016）。[50]H. G. Weller、G. Tabor、H. Jasak 和 C. Fureby，《采用面向对象技术进行计算连续介质力学的张量方法》，Comp. Phys. 12, 620–631 (1998)。[51]J. W. Ruge 和 K. Stüben，《4. 代数多重网格》，载于《多重网格方法》（1987）第 73–130 页。[52]G. H. Golub 和 C. F. Van Loan，《矩阵计算（约翰·霍普金斯数学科学研究）》Matrix Comput. (1996)。[53]W. H. Press、S. A. Teukolsky、W. T. Vetterling 和 B. P. Flannery，《数值方法：科学计算的艺术》第三版（剑桥大学出版社，2007）。[54]H. Garg、L. Wang、M. Andersson 和 C. Fureby，《中高雷诺数下充分发展湍流管流的大涡模拟》（2022）。[55]J. P. Davim，《机械加工中的表面完整性》，第 1848828742 卷（施普林格，2010）。[56]R. Leach，《面表面纹理表征》（施普林格，2013）。[57]G. K. El. Khoury、P. Schlatter、A. Noorani、P. F. Fischer、G. Brethouwer 和 A. V. Johansson，《湍流管流的直接数值模拟

在中等偏高雷诺数下，” Flow, Turb. Combust. 91, 475–495 (2013). [58]T. Kim, G. Blois, J. L. Best, 和 K. T. Christensen，“大型立方体及六边形密排半球阵列上方湍流的粒子图像测速测量”，J. Hydraul. Res. (2019). [59]M. Thakkar, A. Busse, 和 N. Sandham，“过渡粗糙工程表面水动力阻力的表面相关性”，J. Turb. 18, 138 169 2017– ( ). [60]R. J. Volino, M. P. Schultz, 和 K. A. Flack，“粗糙壁面与光滑壁面边界层中的湍流结构”，Journal of Fluid Mechanics 592, 263–293 (2007). [61]J. S. Connelly, M. P. Schultz, 和 K. A. Flack，“不同相对粗糙度下湍流边界层的速度亏损标度”，Experiments in Fluids 40, 188–195 (2006). [62]J. M. Barros 和 K. T. Christensen，“复杂粗糙度上方湍流边界层中大尺度运动和超结构运动的特征”，J. Turb. 20, 147–173 (2019). [63]A. Busse 和 T. O. Jelly，“表面各向异性对不规则粗糙度上方湍流的影响”，Flow, Turb. Combust. 104, 331–354 (2020). [64]M. Kadivar, D. Tormey, 和 G. McGranaghan，“粗糙表面上方湍流综述：基础与理论”，Int. J. Thermoflu-ids 10, 100077 (2021). [65]K. A. Flack, M. P. Schultz, 和 J. S. Connelly，“外层相似性临界粗糙度高度的考察”，Physics of Fluids 19, 095104 (2007). [66]K. A. Flack 和 M. P. Schultz，“粗糙度对壁面湍流的影响”，《流体物理》26, 101305 (2014). [67]T. Cebeci，《湍流边界层分析》（爱思唯尔，2012）。[68]O. A. B. Saleh，《充分发展湍流光滑与粗糙槽道流和管流》（埃尔朗根-纽伦堡弗里德里希-亚历山大大学（德国），2005）。[69]J. Andersson, D. R. Oliveira, I. Yeginbayeva, M. Leer-Andersen, 和 R. E. Bensow，“船体粗糙度建模方法的综述与比较”，Appl. Ocean Res. 99, 102119 (2020). [70]M. De Marchis，“粗糙通道流的大涡模拟：利用粗糙度坡度估算能量损失”，Comp. & Fluids 140, 148–157 (2016). [71]M. A. Shockling, J. J. Allen, 和 A. J. Smits，“湍流管流中的粗糙度效应”，Journal of Fluid Mechanics 564, 267–285 (2006). [72]M. MacDonald, N. Hutchins, 和 D. Chung，“湍流强制对流中的粗糙度效应”，Journal of Fluid Mechanics 861, 138–162 (2019). [73]J. W. R. Peeters 和 N. D. Sandham，“不规则粗糙度通道中的湍流传热”，Int. J. Heat Mass Trans. 138, 454–467 (2019). [74]P. M. Ligrani 和 R. J. Moffat，“过渡粗糙与完全粗糙湍流边界层的结构”，Journal of Fluid Mechanics 162, 69–98 (1986). [75]M. P. Schultz 和 A. Myers，“三种粗糙度函数确定方法的比较”，Experiments in Fluids 35, 372–379 (2003). [76]Y. Kuwata 和 R. Nagura，“表面坡度与偏度对粗糙壁湍流影响的直接数值模拟”，Physics of Fluids 32, 105113 2020( ). [77]S. C. J. K. Saha, J. C. Klewicki, A. Ooi, 和 H. M. Blackburn，“正弦横向波纹壁面槽道流的标度：从层流到低雷诺数湍流状态的数据分析”，Journal of Fluid Mechanics 779, 245–274 (2015). [78]D. B. De Graaff 和 J. K. Eaton，“平板湍流边界层的雷诺数标度”，Journal of Fluid Mechanics 422, 319–346 (2000). [79]J. Jiménez，“壁面湍流的最新进展”，Rev. R. Acad. Cien. Serie A. Mat 101, 187–203 (2007). [80]J. M. Wallace, H. Eckelmann, 和 R. S. Brodkey，“湍流剪切流中的壁面区”，Journal of Fluid Mechanics 54, 39–48 (1972). [81]C. Vanderwel 和 B. Ganapathisubramani，“展向间距对粗糙壁面湍流边界层中大尺度二次流的影响”，Journal of Fluid Mechanics 774, R2 (2015). [82]H. G. Hwang 和 J. H. Lee，“纵向表面粗糙度上方湍流边界层中的二次流”，Physical Review Fluids 3, 014608 (2018). [83]D. D. Wangsawijaya, R. Baidya, D. Chung, I. Marusic, 和 N. Hutchins，“表面非均匀性的展向波长对湍流二次流的影响”，Journal of Fluid Mechanics 894, A7 (2020). [84]M. R. Raupach 和 R. H. Shaw，“植被冠层内流动的平均处理方法”，《边界层气象学》22, 79–90 (1982).

[85]R. Smalley、S. Leonardi、R. Antonia、L. Djenidi 和 P. Orlandi，《湍流粗糙壁面层的雷诺应力各向异性》，Experiments in Fluids **33**，31–37（2002）。