# 湍流磁鞘的弛豫

Francesco Pecora,[1] Yan Yang,[1] Alexandros Chasapis,[2] Sergio Servidio,[3] Manuel Cuesta,[1] Sohom Roy,[1] Rohit Chhiber,[1,4] Riddhi Bandyopadhyay,[5] D. J. Gershman,[4] B. L. Giles,[4] J. L. Burch,[6] 以及 William H. Matthaeus[1]

[1] *Department of Physics and Astronomy, University of Delaware, Newark, DE 19716, USA**

[2] *University of Colorado Boulder, Boulder, CO 80309, USA*[3] *Università della Calabria, Arcavacata di Rende,* 87036, *IT*[4] *NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland 20771, USA*[5] *Department of Astrophysical Sciences, Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA*[6] *Southwest Research Institute, San Antonio, Texas 78238, USA*(日期：2023年2月2日)

在湍流中，非线性项通过所谓的能量级联，驱动能量从大尺度涡旋传递到小尺度。湍流通常会弛豫至能量最小的状态；一般认为这些状态是全局性的。然而，湍流也可能弛豫至局部准平衡态，从而形成一些斑块或单元，其中非线性的程度降低，能量级联受到抑制。我们首次展示了有力的观测证据，表明在地球磁鞘这类强湍流自然环境中，湍流的这种“单元化”可能由局部弛豫引起。

arXiv:2302.00634v1 [physics.flu-dyn] 1 Feb 2023

引言.–湍流是无序的，但也可能涉及弛豫过程，使系统趋向统计上可预测的状态 [1]。湍流弛豫问题已从理论 [2–4]和数值 [5–7]角度进行研究。弛豫可能导致长时间存在的亚稳准平衡态。然而，有证据表明， [8–12] 部分弛豫态可能在大尺度非线性（涡旋周转）时间量级的时间尺度上形成。快速局部弛豫原理有助于理解空间等离子体、天体物理和地球物理系统中的非线性过程，因为它能解释独特可测量相关性的产生。本文展示了观测证据，表明多种形式的快速弛豫——包括阿尔芬态、贝尔特拉米态和无力态——会出现在高度湍流的地球磁鞘等离子体中。

一个典型例子是二维（2D）流体动力学，它既表现出亚稳态全局最大熵态的缓慢形成 [13, 14] ，也表现出局部多尺度快速弛豫 [15]。该系统与实验室等离子体 [16]、地球物理流动、电离层结构 [17]，以及其他自组织系统 [18]相关。

磁流体力学（MHD）中已讨论过两类弛豫：（I）选择性衰减过程[3, 19] ，其中通过相对于另一理想不变量（例如磁螺度）最小化一个理想不变量（例如能量），形成全局长波长弛豫态 [20]；Taylor弛豫 [21, 22]就是一个例子；以及（II）动态对齐过程，其中某种显著的相关性（如大振幅Alfvén涨落）会动态形成´ [23, 24]。这两类过程都会降低非线性项的振幅 [7]。

等离子体弛豫也与太阳和行星际研究有关，例如，磁云通常被建模为无力Lundquist态 [25]。Taylor弛豫可能会使这些相对孤立的磁通管趋向无力态 [26]。更广泛的一类目标Grad-Shafranov平衡态是力平衡态， [27], 可在太阳风数据中识别出来 [28, 29]。最大熵态 [30] 也被认为会通过湍流弛豫而形成。

空间物理学对弛豫的研究此前已在 1 au 处识别出 [31], 弛豫的阿尔芬湍流斑块´。此外，动力学对齐态的“斑块性”支持了磁流体力学（MHD）湍流具有细胞化结构的观点 [32], ，这解释了间歇性的出现，也表明这种结构与湍流源于高斯场叠加的观点并不相容。上述研究太阳风湍流的工作必然受到缺乏原位多航天器任务的限制。因此，这些分析只能研究不涉及导数计算的场对齐，例如阿尔芬态；后者要求速度场与磁场之间呈（反）对齐。此前已有初步研究利用 Cluster 太阳风数据对这些相关性进行量化 [33]。

本文填补了过去留下的一个空白，即缺乏评估磁流体力学理论所预测的潜在对齐现象的实验证据。这得益于对磁层多尺度（MMS）任务数据的使用 [34]。此外，地球磁鞘中的湍流可被视为“年轻”的 [35]，因为太阳风穿过弓形激波后刚刚对其进行了改造。在磁鞘中识别出弛豫态，强烈表明此类状态会迅速形成。

磁流体力学中的弛豫过程.–所研究的弛豫过程，可以在简单磁流体力学模型方程的背景下进行分析。这些方程由线性项和非线性项混合组成。很容易证明，最小能量状态与非线性项的大小达到最小值相对应

。不可压缩磁流体力学方程为$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{\nabla}p + \boldsymbol{j}\times\boldsymbol{b}$, $\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{b})$，并满足约束条件 $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{b} = 0$。在这些方程中，$\boldsymbol{a}$是矢量势，使得 $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{a}$；$\boldsymbol{j} = \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{b}$是电流密度，$p$是动压力，$\boldsymbol{v}$ 是速度场。

三维磁流体力学的三个二次鲁棒不变量 [2,36] 是总能量 $E = \frac{1}{2}\int_V \left(|\boldsymbol{v}|^2 + |\boldsymbol{b}|^2\right) d^3x$，以及两个伪标量：交叉螺度 $H_c = \frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{b}\, d^3x$和磁螺度 $H_m = \frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\, d^3x$，其中积分是在适当的体积 $V$上计算的。

在保持 $H_c$ 和 $H_m$不变的条件下使能量最小化的状态，可以通过求解变分问题 $\delta\int\left(|\boldsymbol{v}|^2 + |\boldsymbol{b}|^2 - 2\alpha\,\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{b} + 2\phi\,\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\right)d^3x = 0$得到，其中$2\alpha$ 和 $2\phi$ 是拉格朗日乘子。所得的约束场满足 $\boldsymbol{v} = \alpha\boldsymbol{b} = {}^{\alpha}(_{1-\alpha})\,{}^{2}\boldsymbol{j} = {}^{(1-\alpha)}{}_{\phi}\,{}^{2}\boldsymbol{\omega}$，其中 $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{v}$ 是涡量 [7, 10, 33]。

不难立即发现，上述关系描述的场会抑制磁流体力学方程中的非线性项。它们还与特定的平衡态相关，例如泰勒无力态 $\boldsymbol{j}\propto\boldsymbol{b}$ [21, 37]。然而，此处主要关注的是非线性的减弱，以及向目标态的不完全弛豫。此外，非线性的抑制现象更为普遍；将项 $(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) - \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega}$ 改写后，下面将说明，右端的各项也会趋于（反）对齐。此外，洛伦兹力项 $(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{b})$ 和兰姆矢量 $(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega})$ 均对加速度有所贡献，且二者趋于反向对齐，从而进一步抑制残余的非线性。

识别（局部）部分弛豫态的一种便捷方法是计算内积（，）。给定两个矢量$\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{g}$，我们计算它们夹角余弦的分布，即：$\cos(\theta) = (\boldsymbol{f},\boldsymbol{g})\,||\boldsymbol{f}||\,||\boldsymbol{g}||$ 其中$||\cdot||$ 表示矢量的模。当 $\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{g}$ 是（反）对齐的三维矢量时，两者夹角余弦的分布往往在 $\cos(\theta) = \pm1$处达到峰值。另一方面，如果它们的方向彼此随机，则该分布在 $\cos(\theta) \sim 0.5$处呈平坦分布。

数据筛选与分析.–我们使用了 2015 年 9 月 8 日至 2018 年 1 月 1 日期间湍流磁鞘中的 1180 个 MMS 时间区间。如图 1 所示，这些区间的持续时间为 50 至 540 秒。速度和磁场测量数据分别来自快速等离子体探测仪 [FPI 38] 和磁通门磁力计 [FGM 39], 。磁场突发测量数据（128 Hz）经过重采样，以匹配离子整体速度的分辨率（150 ms）。离子数据中的航天器自旋音调已被去除。

作为对FPI数据质量的检查，我们发现密度值大于 $50\text{cm}^{-3}$，这些值的可靠性可能较低。在 1180 个区间中，有 172 个区间（$\lesssim 15\%$）的平均数密度为 $> 50\text{cm}^{-3}$。这些区间不会对后续分析造成太大影响。

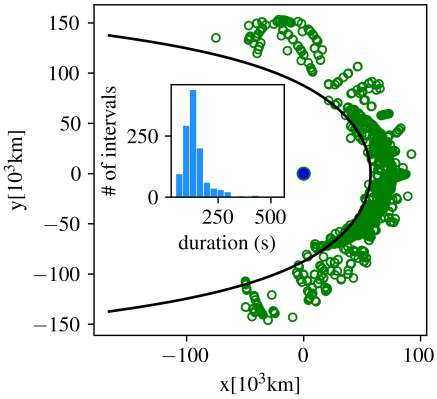


图 1. 根据 [40] （黑色曲线）所示的地球磁层顶在 GSE坐标中的名义位置，以及所分析 MMS 时间区间的位置（绿色圆圈）。地球以蓝色圆圈表示。插图显示了这些时间区间持续时间的直方图。

使用四面体的倒易矢量法计算涡量场和电流密度场 [41]，从而分别得到一个矢量时间序列。随后，将四艘 MMS 航天器测得的整体流速和磁场插值到四面体的重心。在计算对齐余弦之前，需要对所有场进行低通滤波，以聚焦于惯性区尺度 [42]。具体做法是对 1 秒滑动窗口内的数据取平均，同时不改变分辨率。最后，从整体流和磁场中减去平均值，因为对齐是在涨落之间计算的。

结果。对于每个区间，我们都测量了所有相关场对之间夹角余弦的大小。正如预期的那样，并非所有区间都显示出场对齐的迹象；有些区间表现出较好的弛豫程度，而另一些则没有。我们通过汇总调查中使用的全部 1180 个区间内各类型夹角余弦的分布，获得统计显著性。

图 2 显示了若干相关场对的对齐余弦分布。当每一对场对齐（或反向对齐）时，动力学方程中的一个非线性项会受到抑制。显然，对齐程度各不相同，因此抑制程度也各不相同。下面我们对此作简要说明。

阿尔*fv ´énic* 状态，即逐点（$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{b}$）对齐，是最基本且讨论最频繁的状态之一，与线性磁流体力学理论和非线性理论都有关。当磁流体力学方程用 Els¨asser 变量（以速度定义）书写时

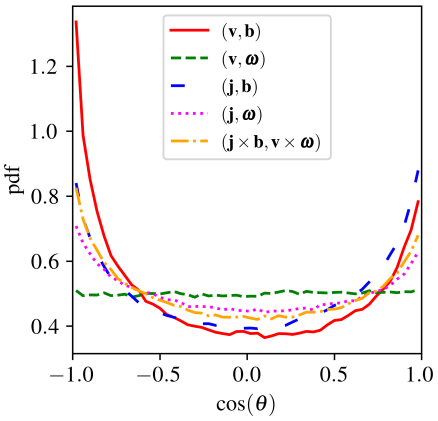


图 2. 在所有选定时间段内评估的对齐全局分布。

以及磁场涨落 $z^{\pm} = v \pm b$），显然不可压缩非线性源于 $z^{+}$ 和 $z^{-}$ 场之间的相互作用。当交叉螺度较高时，湍流的演化会受到抑制；这要求（$v$，$b$）对齐，以及（$v$ 和 $b$）之间达到能量均分。我们还研究了对磁场[31], 进行扇区校正后（$v$，$b$）对齐的行为，但并未观察到明显变化。尽管交叉螺度的符号对于确定阿尔fv´énic 涨落是向外（背日向）还是向内传播至关重要，但它不会影响对齐。在磁鞘中阿尔fv´énic 涨落传播的研究仍有待更深入地开展 [43], ，但这类讨论超出了本文的范围。

速度场与涡量场未呈现全局贝尔特拉米对齐，如图 2 中的 $(v, \omega)$ 所示。三维磁流体力学模拟 [10]也得到了相同结果，并将其归因于动能螺度 $\int v \cdot \omega \, d^3r$并非不变量，因此不受约束。此前也曾讨论过太阳风观测 [33]中的类贝尔特拉米对齐，但由于航天器间距较大，观测精度有限。

贝尔特拉米（$v$，$\omega$）相关性在流体力学（流体动力学）中的表现有所不同。一项开创性研究 [8] 考察了湍流流动中的速度-涡量模式，发现 $v$ 和 $\omega$ 在通道中心的对齐，此处流动相对层流。在两侧壁与中心区域之间的湍流过渡区，这种对齐消失了。当只考虑涨落而不考虑平均流时，对齐现象在整个通道中都消失了。如果将磁通绳视为流体动力学通道的对应物，这与本文的结果相呼应。另一种有趣的解释来自涡量与应变率张量及其特征向量之间的相关性。文献 [8]发现，在耗散（以 $S_{ij}^2 = 1/2\,(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)^{\,2}$度量）较大的区域，对齐现象会消失。

电流—磁场对齐（$j$，$b$）增强，意味着系统趋近于无力条件，这等价于磁场的贝尔特拉米性质（$\nabla \times b \propto b$）。这类状态自然适合用磁通管来描述；磁通管局部可能近乎无力，但彼此也会相互作用，或许主要发生在其边界处 [44]。当磁通管并非无力时，它们可能近乎力平衡，这代表了湍流细胞化的另一种形式。我们将在另一项研究中考察这种涉及压力平衡的非线性抑制。本文此阶段不考虑压力，因为这会带来一些复杂问题，例如必须分别考虑电子和质子的压力（分别对应等离子体β） [45]。力平衡态常被作为Grad-Shafranov平衡态加以研究[27]。

$(j, \omega)$ 对齐从启发式角度看可能与阿尔芬态的动力学有关，但也可以联系到湍流的其他基本性质。在涉及广义涡量 $\mathbf{\Omega}^{\pm} = j \pm \omega$ [46] 的方程中，非线性项为 $z^{\pm} \cdot \nabla \mathbf{\Omega}^{\mp}$，当 $j \sim \omega$ 时该项受到抑制。

正如方程所预期的那样，洛伦兹力与兰姆矢量呈现轻微的负相关，因为这两项应当符号相反，以减弱任何残余非线性。

弛豫斑块穿越弓形激波。–湍流穿越激波时如何演化，仍是一个备受关注的课题 [47]。特别是，近期一项研究 [48]探讨了磁通绳能否以不同程度的变形“幸存”并穿越地球弓形激波。我们现在展示太阳风等离子体中的弛豫阿尔芬斑块如何在穿越弓形激波时发生改变。分析重点关注一股等离子体流：WIND在上游原始太阳风中观测到它，55分钟后，MMS又在弓形激波下游对其进行了采样。观测时段为2017年12月31日21:20至2018年1月1日01:20 UTC。由于单艘WIND航天器无法测量贝尔特拉米态，我们仅关注阿尔芬态。我们使用WIND航天器上的太阳风实验 [SWE 49] 和磁场探测 [MFI 50] 仪器套件测得的速度和磁场数据。为使不同时间分辨率的航天器数据保持一致，我们将磁场和速度场下采样至1分钟的时间间隔，然后分别计算WIND和MMS上这两个场之间的夹角。图3展示了两种阿尔芬对齐分布。

显然，原始太阳风中存在对齐，并不意味着这些对齐会在下游持续存在。证据表明，只有一小部分对齐得以维持，整体上则显著减少。部分对齐会穿过弓形激波，但磁鞘中出现弛豫斑块，也可能是由于磁鞘中的湍流演化相对迅速。

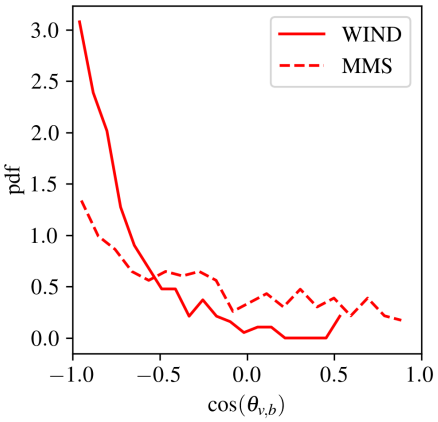


图 3. WIND 和 MMS 分别在地球弓形激波上游和下游测得的同一等离子体团内的阿尔芬对齐。分布表明，激波穿越会降低对齐程度。

弛豫斑块中的驻留时间。–现在我们来研究弛豫区域与湍流细胞化之间的联系。从按照前几节所述获得的余弦时间序列出发，我们测量每个时间区间内，系统在对齐程度（绝对值）高于某个阈值的状态下停留了多长时间。图 4 展示了这类驻留时间（RT）的分布，其中 RT 定义为余弦值大于 0.5 或小于 $-0.5$；相应结果标注在左侧坐标轴上，记为 pdf $\mathrm{RT}_{>0.5}$。首先可以注意到，Alfv´én 对齐态持续的时间比其他状态更长，这一点从其分布范围更广可以看出。这些分布呈现出范围不一的幂律，并在高值端急剧截断。这种行为是自相似现象的典型特征，支持这样一种图景：湍流由不同尺度的离散斑块构成，呈现细胞化结构。

能量包含型涡旋典型尺寸的标准估计由相关尺度给出。（太阳风和磁鞘测量通常以时间域表示，在采用泰勒冻结流假设 [51] 时，二者近似成正比。）这里使用磁场自相关函数 $R(\tau) = \langle \boldsymbol{b}(t) \cdot \boldsymbol{b}(t+\tau) \rangle_t$ 估计涡旋尺寸和相关尺度，其中 $\boldsymbol{b}$ 是磁场涨落，$\tau$ 是时滞。平均值 $\langle \ldots \rangle_t$ 在相应的磁鞘时间区间上进行。相关时间被确定为归一化自相关函数 $R(\tau) = R(\tau)/R(0)$ 降至 $1/e$ [e折叠值 52]时的第一个时滞。图 4 给出了 1180 个区间中每个区间的相关时间直方图。

最后，对于每个驻留时间分布，我们计算一阶矩（出现频率）分布（概率密度函数）$\mathcal{P}(*)$，其形式为 $T = \int \eta \mathcal{P}(\eta)\, d\eta$。这些概率密度函数已归一化为 $\int \mathcal{P}(\eta)\, d\eta =$ 1. 图 4 中，每个概率密度函数对应的一阶矩 T 用竖线标出，竖线的线型与相应概率密度曲线相同。

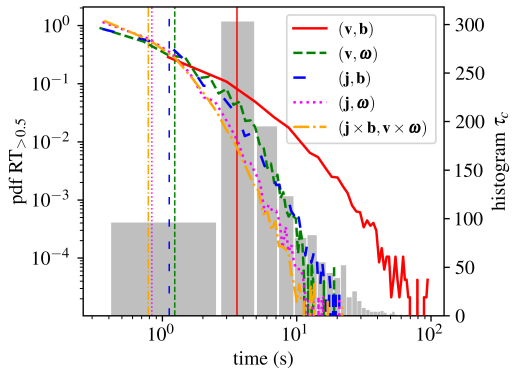


图 4. 在向量对的夹角余弦大于 0.5 或小于 $-0.5$ 的斑块中，驻留时间的概率密度函数（左轴）。灰色柱表示针对所有所考虑时间区间计算出的相关时间直方图（右轴）。竖线表示相应概率密度函数的一阶矩。

首先引人注意的是，Alfv´en 态的平均驻留时间与最可能的相关时间之间存在对应关系。上述对应关系可由前文所述的湍流细胞化自然解释：湍流太阳风的结构由趋向局部平衡的斑块（涡旋）构成；其尺度可用相关时间估算，而我们已证明，这与磁鞘等离子体处于 Alfv´en 弛豫准平衡态的平均时间相对应。

其他类别的弛豫态平均持续时间都短于 Alfv´en 态。对此有几种可能的解释：（i）非 Alfv'enic 对齐涉及场的导数，因此作用于更小、更快的尺度；（ii）Alfv´en 态与较大尺度的磁流体力学现象（例如磁通管）关联更直接。此外，贝尔特拉米态与无力态具有相似的时间尺度，这表明流体动力学和磁流体力学的研究结果之间存在类比：在流体动力学中，贝尔特拉米态被发现位于中央通道流区域；同样，在等离子体中，磁通绳内的无力区域可能靠近磁轴，远离磁通管边界；边界处常出现间断和活动爆发，例如磁重联 [44, 53, 54]。

讨论与结论.–此前，人们已从理论 [5]，数值 [10]，和观测 [31] 角度探讨了弛豫过程导致特征相关性迅速出现的现象。我们在此首次利用 MMS 在磁鞘中的测量数据，对自然等离子体中弛豫和非线性抑制的多种不同贡献进行了全面研究。

本文讨论的一些特殊态

（阿尔芬态、无力态）在太阳风和等离子体领域的多个方面都广为人知并得到研究；但其他一些状态则并非如此。具体而言，贝尔特拉米态在流体力学中已得到充分研究，但在磁流体力学和太阳风研究中却鲜有探讨。贝尔特拉米态可能在耗散较小时形成、在耗散较大时被破坏；这一可能性或可为开展等离子体中耗散与弛豫相关性的新研究指明方向。压力功 [55], 是衡量耗散的一个基本指标，可通过 MMS[56]进行测量。最终，我们预期耗散的间歇性可能与弛豫呈负相关；模拟 [57] 和观测 [44, 58]中所见的磁通管结构或许也能支持这一推断。未来研究的一个明确方向是更详细地考察弛豫特征与耗散之间的空间关系。

关于弛豫的快速发生，先前的数值研究 [10]评估了经过几个阿尔芬时间后对齐结构的出现。然而，在太阳风中进行的相关观测研究 [31, 33]无法推断出任何时间演化，因为1天文单位处的湍流可能至少经历了数个非线性/阿尔芬时间的演化 [35]。相反，磁鞘等离子体由受到强烈扰动的太阳风等离子体组成（太阳风等离子体经过弓形激波时受到扰动），同时它的演化时间尺度也短得多 [59]。因此，磁鞘中存在弛豫斑块表明弛豫是一种快速发生的现象，但也有可能这些弛豫斑块已经退化，却仍然存活并穿过了激波。值得一提的是， [48] 近期研究了磁通绳穿越地球弓形激波的传输过程。研究发现，某些结构能够在穿越弓形激波后存活下来，这暗示下游的弛豫斑块可能直接来自太阳风（其对齐程度可能有所降低）。

在流体力学中， [46, 60, 61]弛豫通常涉及应变率张量的特征向量与涡量等其他量的对齐。这种对齐能够提供额外的拓扑信息。将这类研究应用于等离子体中的湍流场 [62] ，或许能为研究磁鞘湍流提供宝贵的物理见解。

通过考察磁鞘中的弛豫，本研究填补了当前文献中的空白。我们还期待，如上所述，本研究能推动开展更多后续研究。太阳风领域的重要拓展，则有待 HelioSwarm [63] 等即将开展的多航天器任务。

本研究部分由 MMS 理论与建模计划资助（资助编号 80NSSC19K0284），并由特拉华大学的 NSF/DOE计划资助（资助编号 AGS-2108834）。

* fpecora@udel.edu

[1] W. H. Matthaeus、D. C. Montgomery、M. Wan 和 S. Servidio, 《若干湍流等离子体中的弛豫与结构综述：磁流体力学及相关模型》, Journal of Turbulence **13**, N37（2012年）。[2] U. Frisch、A. Pouquet、J. L ´EOrat 和 A. Mazure, 《磁流体力学湍流中磁螺度逆级联的可能性》, Journal of Fluid Mechanics **68**, 769–778（1975年）。[3] D. Montgomery、L. Turner 和 G. Vahala, 《圆柱几何中的三维磁流体力学湍流》, The Physics of Fluids **21**, 757（1978年）。[4] T. Stribling 和 W. H. Matthaeus, 《理想三维磁流体力学的统计性质》, Physics of Fluids B: Plasma Physics **2**, 1979（1990年）。[5] W. H. Matthaeus 和 D. Montgomery, 《高机械雷诺数和磁雷诺数下的选择性衰减假说》, 纽约科学院年刊 **357**, 203 1980( )。[6] A. C. Ting、W. H. Matthaeus 和 D. Montgomery, 《磁流体力学中的湍流弛豫过程》, The Physics of Fluids **29**, 3261（1986年）。[7] T. Stribling 和 W. H. Matthaeus, 《低阶三维磁流体力学模型中的弛豫过程》, Physics of Fluids B: Plasma Physics **3**, 1848（1991年）, https://doi.org/10.1063/1.859654。[8] R. B. Pelz、V. Yakhot、S. A. Orszag、L. Shtilman 和 E. Levich, 《湍流中的速度-涡量模式》, Physical Review Letters **54**, 2505（1985年）。[9] D. C. Montgomery、W. H. Matthaeus、W. T. Stribling、D. Mart´ınez 和 S. Oughton, 《二维弛豫与“双曲正弦-泊松”方程》, Phys. Fluids A **4**, 3 1992( )。[10] S. Servidio、W. H. Matthaeus 和 P. Dmitruk, 《衰减各向同性磁流体力学湍流中非线性的减弱》, 《物理评论快报》**100**, 095005（2008年）。[11] W. H. Matthaeus、A. Pouquet、P. D. Mininni、P. Dmitruk 和 B. Breech, 《磁流体力学湍流中速度与磁场的快速对齐》, 《物理评论快报》**100**, 085003（2008年）。[12] S. Servidio、M. Wan、W. H. Matthaeus 和 V. Car-bone, 《二维湍流中的局部弛豫与最大熵》, Physics of Fluids **22**, 125107（2010年）。[13] D. C. Montgomery 和 G. Joyce, 《“负温度”态的统计力学》, Phys. Fluids **17**, 1139（1974年）。[14] D. C. Montgomery、X. Shan 和 W. H. Matthaeus, 《有限雷诺数下纳维-斯托克斯弛豫至双曲正弦-泊松态》, Phys. Fluids A **5**, 2207（1993年）。[15] S. Servidio、M. Wan、W. H. Matthaeus 和 V. Car-bone, 《二维湍流中的局部弛豫与最大熵》, Phys. Fluids **22**, 125107（2010年）。[16] D. J. Rodgers、S. Servidio、W. H. Matthaeus、D. C. Mont-gomery、T. B. Mitchell 和 T. Aziz, 《电子等离子体的流体力学弛豫及其向近最大熵态的演化》, 《物理评论快报》**102**, 244501（2009年）。[17] P. M. Kintner 和 C. E. Seyler, 《高纬度电离层与磁层等离子体湍流的观测与理论现状》, 《空间科学评论》**41**, 91 1985( )。

[18] F. Bouchet 和 A. Venaille，《二维流与地球物理流的统计力学》，物理报告 **515**，227（2012年）。[19] W. H. Matthaeus 和 D. Montgomery，《高机械雷诺数和磁雷诺数下的选择性衰减假说》，纽约科学院年刊 **357**，203（1980年）。[20] S. Chandrasekhar 和 L. Woltjer，《论无力磁场》，美国国家科学院院刊 **44**，285（1958年）。[21] J. B. Taylor，《环形等离子体弛豫与反向磁场的产生》，《物理评论快报》**33**，1139 1974( )。[22] J. B. Taylor，《等离子体中的弛豫与磁重联》，《现代物理评论》**58**，741（1986年）。[23] L. Woltjer，《论磁流体平衡》，美国国家科学院院刊 **44**，833（1958年）。[24] A. Pouquet、M. Meneguzzi 和 U. Frisch，《磁流体力学湍流中的相关性增长》，Phys. Rev. A **33**，4266（1986年）。[25] L. Burlaga、E. Sittler、F. Mariani 和 R. Schwenn，《行星际激波后的磁环：旅行者号、Helios 和 IMP 8 的观测》，《地球物理研究杂志》**86**，6673（1981年）。[26] J. Heyvaerts 和 E. R. Priest，《直流电流系统中的磁重联日冕加热：基于 Taylor 假说的理论》，《天文学与天体物理学》**137**，63（1984年）。[27] H. Grad 和 H. Rubin，《磁流体平衡态与无力场》，《核能杂志》（1954年）**7**，284（1958年）。[28] B. U. ¨O. Sonnerup、H. Hasegawa、R. E. Denton 和 T. K. M. Nakamura，《电子扩散区重建》，《地球物理研究杂志》（空间物理）**121**，4279（2016年）。[29] H. Hasegawa、B. U. ¨O. Sonnerup、Q. Hu 和 T. Naka-mura，《太阳风中演化磁通量绳的重建：从单航天器数据中分离空间变化与时间变化》，《地球物理研究杂志》（空间物理）**119**，97（2014年）。[30] D. Montgomery、L. Turner 和 G. Vahala，《磁流体力学中的最概然态》，《等离子体物理学杂志》**21**，239（1979年）。[31] K. T. Osman、M. Wan、W. H. Matthaeus、B. Breech 和 S. Oughton，《太阳风湍流中的方向对齐与非高斯统计》，《天体物理学杂志》**741**，75（2011年）。[32] W. H. Matthaeus、M. Wan、S. Servidio、A. Greco、K. T. Osman、S. Oughton 和 P. Dmitruk，《太阳风与天体物理等离子体中的间歇性、非线性动力学与耗散》，Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **373**，20140154（2015年）。[33] S. Servidio、C. Gurgiolo、V. Carbone 和 M. L. Goldstein，《太阳风湍流中的弛豫过程》，《天体物理学杂志》**789**，L44（2014年）。[34] J. L. Burch、T. E. Moore、R. B. Torbert 和 B. L. Giles，《磁层多尺度任务概述与科学目标》，《空间科学评论》**199**，5（2016年）。[35] W. H. Matthaeus、C. W. Smith 和 S. Oughton，《日球层外部区域太阳风湍流的动力学年龄》，《地球物理研究杂志：空间物理》**103**，6495（1998年）。[36] W. H. Matthaeus、M. L. Goldstein 和 C. Smith，《评估均匀湍流中磁螺度的演化，《物理评论快报》**48**, 1256 (1982). [37] L. Woltjer，关于无力磁场的一个定理，《美国国家科学院院刊》**44**, 489 (1958). [38] C. Pollock, T. Moore, A. Jacques, J. Burch, U. Gliese, Y. Saito, T. Omoto, L. Avanov, A. Barrie, V. Cof- fey, J. Dorelli, D. Gershman, B. Giles, T. Rosnack, C. Salo, S. Yokota, M. Adrian, C. Aoustin, C. Auletti, S. Aung, V. Bigio, N. Cao, M. Chandler, D. Chor- nay, K. Christian, G. Clark, G. Collinson, T. Cor- ris, A. De Los Santos, R. Devlin, T. Diaz, T. Dicker- son, C. Dickson, A. Diekmann, F. Diggs, C. Duncan, A. Figueroa-Vinas, C. Firman, M. Freeman, N. Galassi, K. Garcia, G. Goodhart, D. Guererro, J. Hageman, J. Hanley, E. Hemminger, M. Holland, M. Hutchins, T. James, W. Jones, S. Kreisler, J. Kujawski, V. Lavu, J. Lobell, E. LeCompte, A. Lukemire, E. MacDon-ald, A. Mariano, T. Mukai, K. Narayanan, Q. Nguyan, M. Onizuka, W. Paterson, S. Persyn, B. Piepgrass, F. Ch-eney, A. Rager, T. Raghuram, A. Ramil, L. Reichen-thal, H. Rodriguez, J. Rouzaud, A. Rucker, M. Samara, J.-A. Sauvaud, D. Schuster, M. Shappirio, K. Shelton, D. Sher, D. Smith, K. Smith, S. Smith, D. Steinfeld, R. Szymkiewicz, K. Tanimoto, J. Taylor, C. Tucker, K. Tull, A. Uhl, J. Vloet, P. Walpole, S. Weidner, D. White, G. Winkert, P.-S. Yeh, and M. Zeuch，《面向磁层多尺度任务的快速等离子体探测》，《空间科学评论》**199**, 331 (2016). [39] C. T. Russell, B. J. Anderson, W. Baumjohann, K. R. Bromund, D. Dearborn, D. Fischer, G. Le, H. K. Lein-weber, D. Leneman, W. Magnes, J. D. Means, M. B. Moldwin, R. Nakamura, D. Pierce, F. Plaschke, K. M. Rowe, J. A. Slavin, R. J. Strangeway, R. Torbert, C. Ha-gen, I. Jernej, A. Valavanoglou, and I. Richter，《磁层多尺度任务磁力计》，《空间科学评论》**199**, 189 (2016). [40] J.-H. Shue, J. K. Chao, H. C. Fu, C. T. Russell, P. Song, K. K. Khurana, and H. J. Singer，《一种用于研究太阳风对磁层顶大小和形状控制作用的新函数形式》，《地球物理研究杂志：空间物理》**102**, 9497 (1997), https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/97JA00196.

[41] G. Chanteur，四艘航天器的空间插值：理论，ISSI科学报告丛书**1**，349（1998）。[42] R. Chhiber，A. Chasapis，R. Bandyopadhyay，T. N. Parashar，W. H. Matthaeus，B. A. Maruca，T. E. Moore，J. L. Burch，R. B. Torbert，C. T. Russell，O. Le Con- tel，M. R. Argall，D. Fischer，L. Mirioni，R. J. Strange- way，C. J. Pollock，B. L. Giles 和 D. J. Gershman，利用磁层多尺度观测研究地球磁层鞘和太阳风中的高阶湍流统计，《地球物理研究杂志》（空间物理）**123**，9941（2018）。[43] E. Yordanova，S. Perri 和 V. Carbone，近地空间不同等离子体区域中的磁螺度降低行为，《地球物理研究杂志：空间物理》**116**（2011）。[44] F. Pecora，S. Servidio，A. Greco 和 W. H. Matthaeus，空间等离子体中相干结构的识别：磁螺度-PVI方法，《天文学与天体物理学》**650**，A20（2021）。[45] L. Burlaga，磁云及具有恒定α的无力场，《地球物理研究杂志：空间物理》**93**，7217（1988年）。

[46] A. Pouquet，《湍流、统计与结构：导论》，载于 *Plasma Astrophysics*，C. Chiud- eri 和 G. Einaudi 编（Springer Berlin Heidelberg，柏林、海德堡，1996年），第163–212页。[47] G. P. Zank、M. Nakanotani、L. L. Zhao、S. Du、L. Ad- hikari、H. Che 和 J. A. le Roux，《磁通绳、湍流与无碰撞垂直激波：高等离子体β情形》，《天体物理学杂志》**913**，127（2021年）。[48] D. Trotta、F. Pecora、A. Settino、D. Perrone、H. Hietala、T. Horbury、W. Matthaeus、D. Burgess、S. Servidio 和 F. Valentini，《湍流结构穿越地球弓形激波的传输》，《天体物理学杂志》**933**，167（2022年）。[49] K. W. Ogilvie、D. J. Chornay、R. J. Fritzenreiter、F. Hun- saker、J. Keller、J. Lobell、G. Miller、J. D. Scudder、E. C. Sittler, Jr.、R. B. Torbert、D. Bodet、G. Needell、A. J. Lazarus、J. T. Steinberg、J. H. Tappan、A. Mavretic 和 E. Gergin，《SWE：Wind航天器综合等离子体仪器》，《空间科学评论》**71**，55（1995年）。[50] R. P. Lepping、M. H. Ac˜una、L. F. Burlaga、W. M. Far- rell、J. A. Slavin、K. H. Schatten、F. Mariani、N. F. Ness、F. M. Neubauer、Y. C. Whang、J. B. Byrnes、R. S. Ken- non、P. V. Panetta、J. Scheifele 和 E. M. Worley，《Wind磁场探测》，《空间科学评论》**71**，207（1995年）。[51] J. R. Jokipii，《行星际等离子体中的湍流与闪烁》，《天文学与天体物理学年度评论》**11**，1（1973年）。[52] W. H. Matthaeus、C. W. Smith 和 J. W. Bieber，《行星际湍流的相关长度、超尺度与空间结构》，《AIP会议论文集》**471**，511（1999年）。[53] S. Servidio、W. H. Matthaeus、M. A. Shay、P. Dmitruk、P. A. Cassak 和 M. Wan，《二维磁流体湍流中磁重联的统计特性》，《等离子体物理学》**17**，032315（2010年）。[54] F. Pecora、A. Greco、Q. Hu、S. Servidio、A. G. Chasapis 和 W. H. Matthaeus，《利用单航天器识别太阳风中的磁通管与电流片》，《天体物理学杂志快报》**881**，L11（2019年）。[55] Y. Yang、W. H. Matthaeus、T. N. Parashar、C. C. Hag- gerty，V. Roytershteyn, W. Daughton, M. Wan, Y. Shi, and S. Chen，动能等离子体的能量传递、压力张量与加热，《等离子体物理学》**24**, 072306 (2017). [56] R. Bandyopadhyay, W. H. Matthaeus, T. N. Parashar, Y. Yang, A. Chasapis, B. L. Giles, D. J. Gershman, C. J. Pollock, C. T. Russell, R. J. Strangeway, R. B. Torbert, T. E. Moore, and J. L. Burch，地球磁鞘中动能耗散的统计特性：MMS观测，《物理评论快报》**124**, 255101 (2020). [57] Y. Yang, W. H. Matthaeus, T. N. Parashar, P. Wu, M. Wan, Y. Shi, S. Chen, V. Roytershteyn, and W. Daughton，弗拉索夫–麦克斯韦湍流中的能量传递通道与湍流级联，《物理评论E》**95**, 061201 2017( ). [58] R. Bandyopadhyay, W. H. Matthaeus, T. N. Parashar, Y. Yang, A. Chasapis, B. L. Giles, D. J. Gershman, C. J. Pollock, C. T. Russell, R. J. Strangeway, R. B. Torbert, T. E. Moore, and J. L. Burch，地球磁鞘中动能耗散的统计特性：MMS观测，《物理评论快报》**124**, 255101 (2020). [59] J. E. Stawarz, J. P. Eastwood, T. D. Phan, I. L. Gingell, P. S. Pyakurel, M. A. Shay, S. L. Robertson, C. T. Russell, and O. Le Contel，湍流驱动的磁重联与磁相关长度：磁层多尺度任务在地球磁鞘中的观测，《等离子体物理学》**29**, 012302 (2022), https://doi.org/10.1063/5.0071106. [60] R. M. Kerr，各向同性数值湍流中高阶导数相关性与小尺度结构的排列，《Journal of Fluid Mechanics》**153**, 31–58 (1985). [61]H. M. Blackburn, N. N. Mansour, and B. J. Cantwell，湍流槽道流中精细尺度运动的拓扑结构，《Journal of Fluid Mechanics》**310**, 269–292 (1996). [62] G. Consolini, M. Materassi, M. F. Marcucci, and G. Pallocchia，空间等离子体湍流中的速度梯度张量统计特性，《天体物理学杂志》**812**, 84 2015( ). [63] H. E. Spence，HelioSwarm：揭开弱碰撞磁化等离子体湍流与离子加热的多尺度奥秘，载于 *AGU Fall Meeting Abstracts*，第2019卷（2019年），第SH11B–04页。