arXiv:2302.00681v1 [cond-mat.quant-gas] 1 Feb 2023

作为纯经典效应的无无序局域化

Pablo Sala ,[1, 2, 3, *] Giuliano Giudici,[4, 5, †] 和 Jad C. Halimeh [4, 5, ‡]

[1] *Department of Physics and Institute for Quantum Information and Matter,California Institute of Technology, Pasadena, California 91125, USA*[2] *Walter Burke Institute for Theoretical Physics, California Institute of Technology, Pasadena, California 91125, USA*[3] *Department of Physics, Technische Universität München,James-Franck-Straße 1, D-85748 Garching, Germany*[4] *Department of Physics and Arnold Sommerfeld Center for Theoretical Physics (ASC), Ludwig-Maximilians-Universität München, Theresienstraße 37, D-80333 München, Germany*

[5] *Munich Center for Quantum Science and Technology (MCQST), Schellingstraße 4, D-80799 München, Germany*（日期：2023年2月3日）

无无序局域化（DFL）是一种遍历性破缺机制，已有研究表明，在晶格规范理论中，对跨越大量规范超选择扇区的初态进行淬火动力学时会出现这种机制。DFL 本质上是量子干涉效应，还是也能在经典情形下出现，迄今仍是一个悬而未决的问题；解答这一问题对于进一步理解规范理论的远离平衡动力学至关重要。在本研究中，我们利用元胞自动机电路模拟了 $(1+1)$ 维量子电动力学的大规模量子链路模型（QLM）表述中的淬火动力学，结果与小系统尺寸下的精确量子情形高度吻合。我们的结果表明，DFL 在热力学极限下仍然存在，是一种纯粹的经典效应，源于 QLM 表述中规范场算符的有限尺寸正则化；此外，尽管量子干涉并非必要条件，但可借助它增强 DFL。

引言。—建立一个关于量子多体系统远离平衡动力学的通用理论框架，是凝聚态物理学的一项重要目标。[1–4]人们通常认为，一般的相互作用多体模型会依据本征态热化假说（ETH）发生热化，[5, 6], 然而，已有研究清楚表明，存在若干违反 ETH 的情形。例如，可积系统、[7], 具有量子多体疤痕的系统、[8, 9], 希尔伯特空间碎片化、[10, 11], 以及多体局域化（MBL）。[12–16]后者最初被预测会出现在无序系统中。然而，如今人们已知，无序并非必要条件；即便没有无序，局域化仍可能出现。例如，所谓的 Stark多体局域化，是在干净的相互作用费米子系统中加入强倾斜势，[17, 18], 实验也已证明，这会显著抑制冷原子和囚禁离子量子模拟器中的动力学。[19, 20]另一种在无无序情况下产生 MBL 的机制，见于具有局域对称性的量子多体模型，即规范理论。规范理论是现代物理学的基本框架，用于描述由规范玻色子介导的基本粒子间相互作用。[21, 22]规范理论的核心性质是其局域规范不变性，它通过物质局部分布与周围电场之间的内在关系来体现自然规律，量子电动力学（QED）中的高斯定律便是一个例证。若将系统制备为跨越大量规范超选择扇区的叠加态，随后进行全局淬火，就可能出现局域化动力学，使系统保留对其初始态 [23, 24]。即使淬火哈密顿量不可积、无无序且平移不变，初始态均匀，这种现象也可能发生。这种遍历性破缺机制被称为无无序局域化 （DFL），已在多种模型中得到证明 [25–38], ，通常被归因于希尔伯特空间中涌现的有效无序；这种无序与所张成的规范超选择扇区所对应的背景电荷有关。

在 Brenes等人 [24], 的研究中，他们在施温格模型中研究了 DFL，并利用高斯定律消去规范场，得到一个纯费米子模型，其中包含长程库仑相互作用，以及一个与背景电荷相关的显式关联无序项。随后，规范耦合常数控制无序和相互作用的强度。不久之后，研究人员发现，在施温格模型的量子链路模型（QLM）正则化中，即使规范耦合为零，DFL 仍然存在，至少在系统尺寸较小时如此；在这些模型中，规范算符和电场算符由自旋-S 算符 [39]表示。有趣的是，近期研究还发现，从涵盖大量规范超选择扇区的热系综出发，淬火动力学也能在这些 QLM 以及 $\mathbb{Z}_2$ 规范理论 [40]中产生 DFL。因此，这些研究表明，DFL 无须通过某种精确映射显式产生无序项，甚至可能不需要量子干涉效应。这也再次引发了关于 DFL 起源的问题。鉴于规范理论的量子模拟近来已成为量子多体物理中十分活跃的研究领域，且实验实现层出不穷 [41–55], ，这促使人们进一步从理论上理解这类平台能够探测到的奇异非遍历规范理论动力学——

对这类平台上可探测的奇异非遍历规范理论动力学的理解。

在本工作中，我们探讨晶格规范理论中的 DFL 是否能够纯粹以经典方式产生，至少以某种形式出现，或者量子干涉效应是否是其发生所必需的因素。我们通过使用元胞自动机电路对自旋-S U(1) QLM 的动力学进行建模来研究这一问题；近年来，这类电路已被用于研究具有非常规对称性的系统 [56–64]。在此，我们表明，DFL 作为一种纯粹的经典效应，在热力学极限下仍然存在。我们将这种形式的 DFL 归因于 QLM 中规范超选择扇区经过正则化的有限结构，该结构导致了可约动力学 [10, 11, 65–67]。此外，我们通过在小系统尺寸上进行精确对角化（ED），发现不平衡度和无限温度关联与量子情形之间具有极佳的定量一致性。我们认为，这类 DFL 不同于施温格模型中与有限规范耦合相关的那类 DFL，尽管两者可以同时发生。

模型与诊断方法。—在数值研究和实验中均具有应用价值的一种晶格量子电动力学正则化方法，是通过量子链路表述其规范场和电场算符，并将它们表示为自旋-S 算符 [68–70]。随后，在 $S \to \infty$的 Kogut–Susskind 极限下逼近晶格量子电动力学，不过已知对于量子器件 [71, 72]上的小 S值，晶格量子电动力学的低能物理已经能够得到忠实再现。相应的模型是自旋-S U(1) 量子链模型（QLM），其哈密顿量为 [68–70, 73]

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^{L} \left[\frac{J}{2\sqrt{S(S+1)}} \left(\hat{\sigma}_j^- \hat{s}_{j,j+1}^+ \hat{\sigma}_{j+1}^- + \text{H.c.} \right) + \frac{\mu}{2} \hat{\sigma}_j^z + \frac{\kappa^2}{2} \left(\hat{s}_{j,j+1}^z \right)^2 \right], \tag{1}$$

其中 L 为格点数。本文始终采用周期性边界条件（PBC），并将晶格间距设为 1。物质场由格点 j上的泡利矩阵 $\hat{\sigma}_j^z$ 表示，而规范场和电场分别由相邻格点 j 和 $j+1$之间链路上的自旋-S 算符 $\hat{s}_{j,\,j+1}^+ / \sqrt{S(S+1)}$ 和 $\hat{s}_{j,\,j+1}^z$ 表示。耦合常数 $J = 1$ 设定了整体能量尺度，μ 为费米子质量，κ 为规范耦合强度。自旋-1/2表述已通过使用里德堡原子 [41, 74] 和倾斜的 Bose–Hubbard 超晶格 [50, 55, 75]的大规模实现，在实验中得以实现。自旋-S U(1) QLM 具有一个 U(1)

带有生成元的规范对称性

$$\hat{G}_j = (-1)^j \left(\hat{s}_{j-1,j}^z + \hat{s}_{j,j+1}^z + \frac{\hat{\sigma}_j^z + \mathbb{1}}{2} \right), \tag{2}$$

其本征值为 g_j，即所谓的背景电荷，其中 $(-1)^j g_j$ 是 $\{-2S, \ldots, 2S+1\}$ 中的连续整数。A

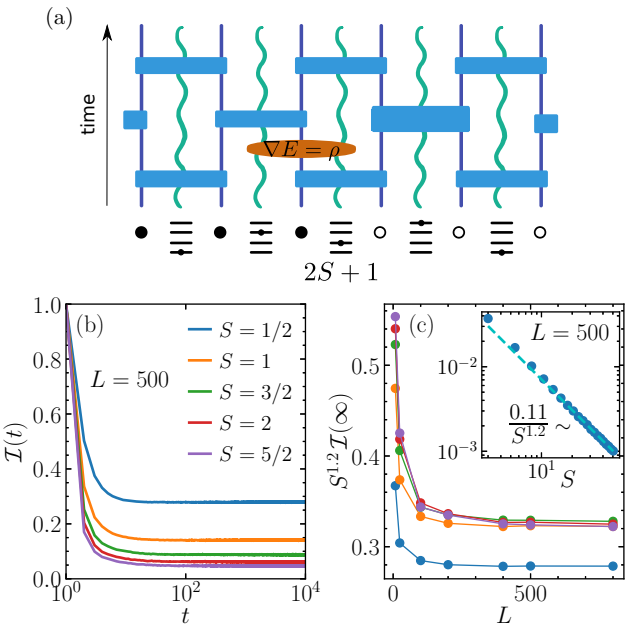

图 1.（在线彩色）。**无无序局域化是一种纯粹的经典效应。**(a) 自旋S U(1) 量子链路模型（1）的元胞自动机实现示意图，以及高斯定律（2）的实施。紫色直线表示物质格点及其离散时间演化，绿色波浪线表示承载电场和规范场的链路。格点上的物质占据数为 0 或 1，而电场取值于 $\{-S, \ldots, S\}$。（b）从包含3个格点的畴壁态出发后，不平衡度（ $L = 500$ ）的动力学，并对 $N = 8000$ 个随机选取的电场构型取平均，以此模拟量子情形下大量规范超选扇区的叠加。对所考虑的所有 S取值，无无序局域化均会出现。全文中，对于系统尺寸 $N = 10000$，我们采用 $L < 200$；对于$N = 8000$，采用 $L \geq 200$。（c）不平衡度的无限时间值随系统尺寸增大而收敛（ $L \gtrsim 400$），表明其在热力学极限下仍然存在，并呈现幂律行为（ S），如插图所示。

总希尔伯特空间中的一个规范超选择扇区被定义为这些本征值的唯一集合$\mathbf{g} = \{g_1, g_2, \ldots, g_L\}$。值得注意的是，对于 QLM 正则化，并非所有电荷构型都是物理的；正如我们稍后将看到的，对规范场和电场的局域希尔伯特空间进行这种截断，会对 DFL 产生影响，而且随着 S 变小，这种影响会愈发明显。

接下来，我们将通过计算物质不平衡度 $\mathcal{I}(t) = \sum_{j=1}^{L} \langle \hat{\sigma}_j^z(0) \rangle \langle \hat{\sigma}_j^z(t) \rangle / L$，研究该模型中的 DFL。初态为畴壁态，其中物质仅占据系统的一半，而规范自由度处于无限温度。我们还将计算双点非等时关联函数 $\langle \hat{\sigma}_j^z(t) \hat{\sigma}_0^z(0) \rangle$，其中物质与规范自由度初始时均处于

无限温度。具体而言，我们将采用离散时间（分块）元胞自动机电路（CAC）对这些量的动力学进行建模，以确定 DFL 是否会在这一内禀的经典设置中出现。采用 CAC 的另一项优势是，它能够处理较大的系统尺寸和较长的演化时间。

元胞自动机电路。先前的研究利用 CAC 探究具有动力学约束以及偶极矩守恒等不同类型非常规守恒定律的（经典）系统的流体动力学行为 [56–64]。该方法的示意图见图1a。与方程（1）中的量子哈密顿量类似，我们区分物质格点（紫色直线），其索引为 j；以及位于格点之间的规范链路（绿色曲线），它们构成一条包含 L 个格点的链。（经典）离散自旋 $s_{j,\ j+1}$表示链路上的离散化局域电场，其取值为连接格点 j 和 $j+1$ 的链路上的 $s_{j,\ j+1} \in \{-S, \ldots, S\}$；而格点 j 上的物质占据数为 $\sigma_j \in \{-1, +1\}$，在图 1a 中记作 ∘ 和

●。因此，系统在任意时间步 t 的状态由弦构型$C(t) = (\sigma_1,\ s_{1,\ 2},\ \sigma_2,\ \ldots\ldots,\ s_{L-1,\ L},\ \sigma_L,\ s_{L,\ 1})$ 给出，并明确假设采用周期性边界条件。

动力学由作用于相邻格点 j 和 $j+1$ 及其间中间链路上的局域门 $P_{j,j+1}$ 控制，这类似于哈密顿量 (1) 中的三局域项。参照文献 [64]，中的类似表述，我们用两个整数 α 和 β 定义局域门的作用，使得施加 P_j^+，$_{j+1} = \{\alpha, -\beta\}$ 或其逆 P_j^- ,$_{j+1} = \{-\alpha, \beta\}$ 后，物质与规范自由度分别按 $\sigma_j \to \sigma_j \pm \alpha$, $\sigma_{j+1} \to \sigma_{j+1} \pm \alpha$ 和 $s_{j,}$ $_{j+1} \to s_{j,j+1} \mp \beta$ 更新。在满足 $|\sigma_j \pm \alpha| = 1$, $|\sigma_{j+1} \pm \alpha| = 1$ 和 $|s_{j,j+1} \pm \beta| \leq S$ 的更新中随机选择并应用，且转移率对称，从而使弦构型 C 上的均匀随机系综满足细致平衡。因此，局域门 $P_{j,j+1}$ 仅在两个允许的弦 $C \to P_{j,j+1}C$ 之间实现随机置换。一个（离散）时间步由一系列这样的门组成；这些门彼此不重叠，作用于相邻格点及其间的链路，如图 1a 所示。完整的时间演化由施加若干层这样的门构成。下文中，我们考虑 $\alpha = 2\beta = 2$ 的情形，以适当地模拟哈密顿量的隧穿项 (

1).

此外，我们将“经典”高斯定律定义为$G_j = (-1)$ $^j[s_{j-1,j} + s_{j,j+1} + (\sigma_j + 1)/2]$ 在格点 j 及其两条相邻链路上的取值；参见式（2）。由此可见，对由 $G_j(C)$给出的弦 C 计算 G_j，对于所有 $i, j = 1, \ldots, L$，结果均与 $G_j(P_{i,i+1}C)$ 一致。对于 $i \neq j-1, j$，这显然成立。在其余情况下，可得 $G_j(P_{i,}$ $_{i+1}C) = G_j(C) \pm (\beta - \alpha/2)$；当 $\alpha = 2\beta$时，它等于 $G_j(C)$。因此，先前描述的 CAC 对所有 j 以及所有.....处的 G_j 值均不产生影响

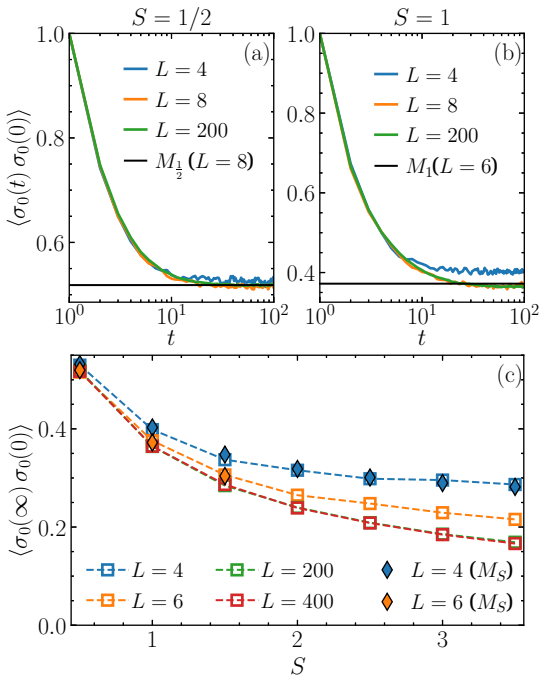

图 2。（在线彩色）。**物质自相关函数的局域化动力学**。利用元胞自动机电路对物质自相关函数动力学进行建模，其中（a）$S = 1/2$ 和（b）$S = 1$ 分别对应使用元胞自动机电路。黑色水平线标示相应的 Mazur 界（4）。（c）物质自相关函数的无限时间值，显示出随 S单调下降，并且对于系统尺寸为 $L \gtrsim 200$ 个格点时收敛至热力学极限。菱形表示由公式（4）得到的有限尺寸 Mazur 界。

次，从而产生可约的经典动力学，其扇区对应于自旋S U(1) QLM 的规范超选择扇区（1）。这促使我们探究：在自旋S U(1) QLM 中已确立的 DFL，能否也出现在这种纯经典情形下；若能，我们便可判断量子干涉效应是否为 DFL 出现的必要条件。

基于 ***CAC*** 的局域化动力学——现在，我们将重点放在通过 CAC 计算得到的动力学上。我们准备一个初始弦 $C(0)$，其物质自由度具有畴壁结构，即链的左（右）半部分为 $\sigma_j(0) = \pm 1$，并将电场变量设置为均匀随机构型 $s_{j,\ j+1}$。随后让其演化，并对N 种不同的此类制备 $\langle A \rangle \equiv \sum_{\{C\ (t)\ \}} A(C(t))/N$中的感兴趣观测量 A 进行平均。不平衡度随后计算如下

$$\mathcal{I}(t) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L} \langle \sigma_j(0) \sigma_j(t) \rangle. \qquad (3)$$

相应的动力学如图 1b 所示，系统包含 $L = 500$ 个格点，且 $N = 8000$ 取不同值时 S。我们看到，不平衡度在中间时段趋于一个有限的平台值，并且在所有已

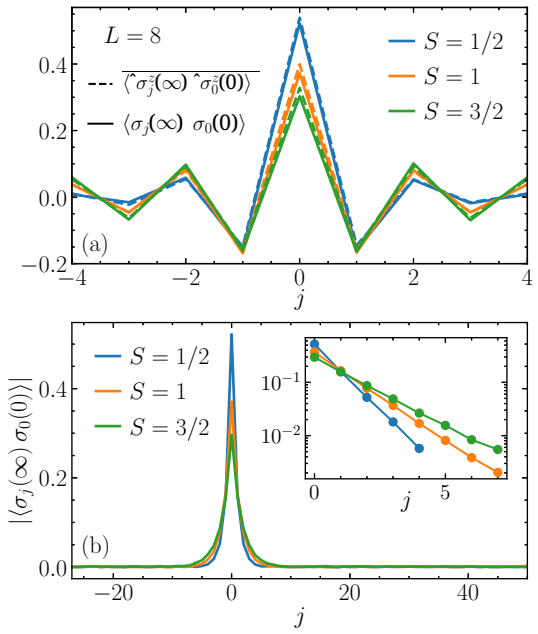

图 3。（在线彩色）。**关联空间剖面**。（a）在$t \to \infty$处，通过 CAC（ED）获得的经典（量子）情形下两点非等时关联函数的空间分布。对于所有考察的 S取值，我们发现经典情形与量子情形之间具有极好的一致性。（b）在 $t \to \infty$ 处，针对 $L = 200$ 个格点，通过 CAC 计算得到的两点非等时关联函数空间分布，显示出对于所有考察的 S取值均存在指数局域化。插图显示，随着 S减小，局域化更加显著。

考察的时间尺度内（$t \leq 10^4$ 个时间步）均持续存在。因此，我们观察到了 DFL 的明显特征。如 $\mathcal{I}(t)$ 的平台值随系统尺寸的有限尺寸标度分析所示，这些结果可视为处于热力学极限，见图 1c。对于所有考察的 S取值，结果均随系统尺寸收敛。平台值还呈现幂律衰减，且 S 在足够大的 S下亦如此，如图 1c 的插图所示，其中 $L = 500$ 个格点的结果表明，在“Kogut-Susskind”极限 $S \to \infty$下，平台值趋于零。我们还注意到，在通过对动力学进行 Trotter 分解而破坏能量守恒后，对于较小系统尺寸，不平衡动力学的 CAC 与精确对角化结果吻合良好（见补充材料 [76]）。

现在我们转而计算物质两时刻关联函数 $\langle\sigma_j(t)\sigma_0(0)\rangle$，其中我们将电路初始化为物质与规范自由度均处于均匀随机构型的状态。图 $S = 1/2$ 展示了 L取不同值时，2a-b 中所示等空间两时刻函数在 及 1 下的离散动力学，表明其收敛至热力学极限。图 L展示了 S的函数关系，其中给出了 $t \to \infty$ 取值下，格点数最多为 400 时的长时间值。利用守恒量，通过 Mazur 界 M_S [77]可得关联函数在

对于量子系统和经典系统，只要在动力学的定态上计算关联函数，此界均成立 [77, 78], ；并且在考虑相同一组守恒量时，两者的数值结果一致。在这种情况下，可以证明

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T dt\langle\hat{\sigma}_0^z(t)\hat{\sigma}_0^z(0)\rangle \geq \sum_{\mathbf{g}}\frac{\mathrm{Tr}\{\hat{\sigma}_0^z\hat{P}_{\mathbf{g}}\}^2}{\mathrm{Tr}\{\hat{P}_{\mathbf{g}}\}} \equiv M_S, \quad (4)$$

其中 $P_{\mathbf{g}}$ 是投影到由背景电荷分布$\mathbf{g}$标记的规范扇区上的投影算符。事实上，采用相同的方法可以证明，在希尔伯特空间强碎裂的情况下，无限温度关联存在有限的饱和值 [10], ，边界关联也具有这一性质 [64, 79, 80]。在实践中，我们通过扫描所有超选择扇区并充分利用投影算符 M_S 为对角的这一事实来计算 $P_{\mathbf{g}}$。我们观察到，其数值仅轻微依赖于系统大小 L ，并且在无限时间下为等空间两时间关联提供了一个紧致的上界，如图2所示。

现在，我们将 CAC 的结果与量子模型（1）在 $\mu = \kappa = 0$下通过精确对角化得到的结果进行比较。为此，我们关注无限时间下的经典和量子二点物质关联函数 $\langle\sigma_j(t)\sigma_0(0)\rangle$ 和$\langle\hat{\sigma}_j^z(t)\hat{\sigma}_0^z(0)\rangle$，分别在 $t \to \infty$处的结果如图 3a 所示，涵盖了 $L = 8$ 个格点以及 S的若干取值。计算量子关联函数时，我们利用动力学典型性，从随机初始纯态 [81]出发，得到无限温平均。我们观察到经典情形和量子情形的定态高度一致。据此，我们使用 CAC 计算了图 $L = 200$ 中的空间分布，涵盖 S 个格点和 3b 中展示的若干取值；所有考察情形均呈现指数局域化。这种定量一致性证实，在无限温度下，CAC 与量子演化中局域扰动的传播等效；由于动力学中大量超选择扇区的相互作用，这种传播受到抑制。

鉴于 CAC 的计算本质上是经典的，但我们仍然观察到对所有 S 都存在 DFL，因此我们得出结论：自旋-S U(1) QLM 中 DFL 的出现并不需要量子干涉。相反，在这种情况下，它是一种纯粹的经典效应，我们将其归因于有限 S 值下规范扇区经正则化后的有限结构。事实上，图 1b-c 表明，不平衡平台的数值随 S 增大而降低，而图 2c 和3b 表明，物质二时函数长时空间分布的峰值也随 S 增大而降低。这些观察表明，在 $S \to \infty$ 的极限下，预计不会出现由这种经典效应引起的 DFL。

我们发现，此处采用的 CAC 计算能够忠实地模拟由哈密顿量（1）生成的无限温度关联函数动力学的稳态，适用于 $\mu = \kappa = 0$。对于

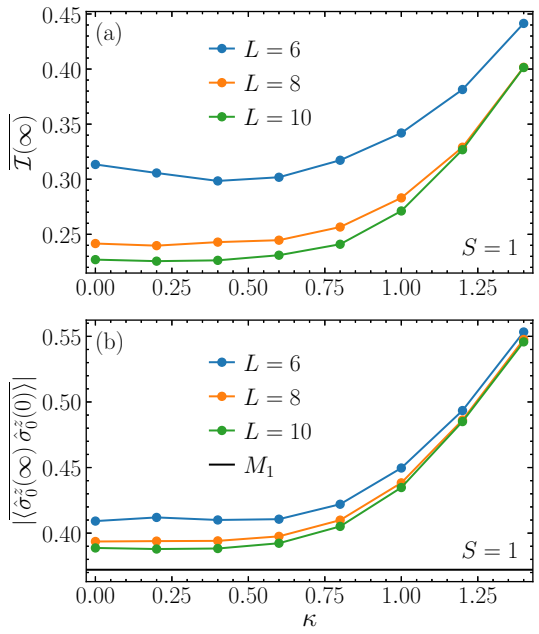

图4。（在线彩色）。**规范耦合的影响**。(a) 量子情形下，不平衡度的平台值随规范耦合 κ 的变化关系，结果通过精确对角化计算得出，其中 $S = 1$。当系统尺寸 L足够大时，我们发现平台值随 κ 单调增加。(b) 量子情形下，使用精确对角化计算得到的等空间双时间关联函数在 $t \to \infty$ 处随 κ 的变化关系。与不平衡平台值类似，当 L足够大时，该关联函数随 κ 单调增加。黑色水平直线表示 Mazur 界 M_1。

在极限 $S = \infty$下实现的晶格Schwinger模型，有研究认为有限的 κ 是 DFL 出现的必要条件 [24]。我们证明，对于有限的 S，情况并非如此；spin-S U(1) QLM 中规范扇区的有限正则化已足以使 DFL 出现。

现在，我们研究 κ 对自旋-S U(1)量子链规范模型中 DFL 的影响，并沿用先前研究的分析方法 [24, 39]。为此，我们聚焦于图 $S = 1$ 中的情形。4[82]。使用精确对角化，我们计算了淬火动力学：初态中物质场呈畴壁结构，规范自由度处于无限温度。我们发现，不平衡度的平台值（见图4a）随 κ 单调增加，但只有在 L取值足够大时才如此；值得注意的是，当 $\kappa = 0$时，该值实际上是有限的。类似地，如图 $t \to \infty$ 4 κ所示，4b 中 [24] 处的等空间双时间关联函数也随 κ 增加。这证实了文献 S 的一般结论：充当无序强度参数，可增强局域化。不过，我们注意到，在有限 S 条件下，将晶格Schwinger模型映射为具有关联无序的相互作用费米子系统已不再是精确的。

讨论与展望。——利用元胞自动机电路，我们证明，在热力学极限下，spin-S U(1)量子链路模型中，多个超选择扇区的组合可以产生无序自由局域化，这完全源于其规范扇区的有限正则化，而不需要有限规范耦合；而在 $S = \infty$处的晶格Schwinger模型极限中，有限规范耦合是产生DFL所必需的。我们通过模拟不平衡度的动力学以及无穷温度下的双点不等时关联函数，验证了这些结论；结果与小系统尺寸下完整量子模型的精确对角化结果高度吻合。

由于 CAC 本质上是一个经典设定，这表明在组合大量超选择扇区时，量子干涉并非局域化的必要条件。这与其他无无序情况下的局域化形式有关，例如组合多个片段时出现的希尔伯特空间碎片化。鉴于 DFL 已被确立为规范理论中一种引人关注的遍历性破缺范式，深入理解其起源有助于揭示此类模型的远离平衡动力学。

未来一个有趣的研究方向是理解经典 DFL 在高维系统中有多么突出 [83]。另一个方向是探索施温格模型中涌现的无序势与长程库仑势之间的竞争关系，以及观察到 DFL 对这两项各自有何必要性。了解各个相关超选择扇区的热性质也很有意思；这些扇区组合后会产生有限关联，并可进一步研究有限 S时出现的特定约束结构。对于偶极矩守恒系统，这种行为的成因被认为与统计局域化自由度的存在有关，这些自由度标记了所有在动力学作用下保持不变的克雷洛夫子空间 [79, 84]。

作者感谢 Johannes Knolle、Julius Lehmann、Yahui Li、Frank Pollmann 和 Tibor Rakovszky 富有启发性的讨论，以及此前在相关主题上的合作。本工作得到加州理工学院 Walter Burke 理论物理研究所和量子信息与物质研究所的支持。J.C.H. 感谢欧洲研究委员会（ERC）在欧盟地平线2020研究与创新计划（资助协议编号948141）下提供的资助——欧洲研究委员会初级研究员资助项目 SimUcQuam；同时感谢德国科学基金会（DFG）依据德国卓越战略——EXC-2111——390814868提供的资助。G.G. 感谢德国科学基金会（DFG）依据德国卓越战略——EXC2111——390814868提供的支持，以及欧洲研究委员会资助项目 QSIMCORR、ERC-2018-COG、编号771891提供的支持。

* psala@caltech.edu † giuliano.giudici@physik.uni-muenchen.de ‡ jad.halimeh@physik.lmu.de

[1]J. Eisert、M. Friesdorf 和 C. Gogolin，《非平衡态量子多体系统》，《自然·物理》11，124–130（2015）。[2] Luca D'Alessio、Yariv Kafri、Anatoli Polkovnikov 和 Marcos Rigol，《从量子混沌和本征态热化到统计力学与热力学》，《物理学进展》65，239–362（2016）。[3] Joshua M Deutsch，《本征态热化假说》，《物理评论进展》81，082001（2018）。[4] Berislav Bu˘ca，《局域量子多体动力学的统一理论：本征算符热化定理》，（2023），10.48550/ARXIV.2301.07091。[5] J. M. Deutsch，《封闭系统中的量子统计力学》，《物理评论A》43，2046–2049（1991）。[6] Mark Srednicki，《混沌与量子热化》，《物理评论E》50，888–901（1994）。[7] Marcos Rigol、Vanja Dunjko 和 Maxim Olshanii，《一般孤立量子系统的热化及其机制》，《自然》452，854–858（2008）。[8] Sanjay Moudgalya、Stephan Rachel、B. Andrei Bernevig 和 Nicolas Regnault，《不可积模型的精确激发态》，《物理评论B》98，235155（2018）。[9] C. J. Turner、A. A. Michailidis、D. A. Abanin、M. Serbyn 和 Z. Papi´c，《量子多体疤痕导致的弱遍历性破缺》，《自然·物理》14，745–749（2018）。[10] Pablo Sala、Tibor Rakovszky、Ruben Verresen、Michael Knap 和 Frank Pollmann，《偶极矩守恒哈密顿量中的希尔伯特空间碎片化导致的遍历性破缺》，《物理评论X》10（2020），10.1103/physrevx.10.011047。[11] V. Khemani、M. Hermele 和 R. Nandkishore，《从希尔伯特空间粉碎到局域化：从理论到物理实现》，《物理评论B》101，174204（2020）。[12] D.M. Basko、I.L. Aleiner 和 B.L. Altshuler，《具有局域单粒子态的弱相互作用多电子系统中的金属—绝缘体转变》，《物理学年鉴》321，1126–1205（2006）。[13] I. V. Gornyi、A. D. Mirlin 和 D. G. Polyakov，《无序导线中的相互作用电子：安德森局域化与低-t 输运》，《物理评论快报》95，206603（2005）。[14] Rahul Nandkishore 和 David A. Huse，《量子统计力学中的多体局域化与热化》，《凝聚态物理年度评论》6，15–38（2015）。[15] Dmitry A. Abanin、Ehud Altman、Immanuel Bloch 和 Maksym Serbyn，《专题综述：多体局域化、热化与纠缠》，《现代物理评论》91，021001 2019( )。[16] Fabien Alet 和 Nicolas Laflorencie，《多体局域化：介绍与专题选编》，《物理学报告》19，498–525（2018），量子模拟 / Simulation quantique。[17] Evert van Nieuwenburg、Yuval Baum 和 Gil Refael，《从布洛赫振荡到洁净相互作用系统中的多体局域化》，《美国国家科学院院刊》116，9269–9274（2019），https://www.pnas.org/doi/pdf/10.1073/pnas.1819316116 [18] M. Schulz、C. A. Hooley、R. Moessner 和 F. Pollmann，《Stark多体局域化》，《物理评论快报》122，040606 2019( )。[19]Sebastian Scherg、Thomas Kohlert、Pablo Sala、Frank Pollmann、Bharath Hebbe Madhusudhana、Immanuel Bloch 和 Monika Aidelsburger，《观测倾斜费米-哈伯德链中由动力学约束导致的非遍历性》，《自然·通讯》12，4490（2021年）。[20] W. Morong、F. Liu、P. Becker、K. S. Collins、L. Feng、A. Kyprianidis、G. Pagano、T. You、A. V. Gorshkov 和 C. Monroe，《无无序条件下观测到Stark多体局域化》，《自然》599，393–398（2021年）。[21] S. Weinberg，*The Quantum Theory of Fields*，第2卷：现代应用（剑桥大学出版社，1995年）。[22] C. Gattringer 和 C. Lang，*Quantum Chromodynamics on the Lattice: An Introductory Presentation*，《物理学讲义》（施普林格·柏林·海德堡，2009年）。[23] A. Smith、J. Knolle、D. L. Kovrizhin 和 R. Moessner，《无无序局域化》，《物理评论快报》118，266601 2017( )。[24] Marlon Brenes、Marcello Dalmonte、Markus Heyl 和 Antonello Scardicchio，《由规范不变性导致的多体局域化动力学》，《物理评论快报》120，030601（2018年）。[25] A. Smith、J. Knolle、R. Moessner 和 D. L. Kovrizhin，《无淬火无序下的遍历性缺失：从量子解纠缠液体到多体局域化》，《物理评论快报》119，176601（2017年）。[26]Alexandros Metavitsiadis、Angelo Pidatella 和 Wolfram Brenig，《二维Z_2 自旋液体中的热输运》，《物理评论B》96，205121（2017年）。[27] Adam Smith、Johannes Knolle、Roderich Moessner 和 Dmitry L. Kovrizhin，《Z_2 格点规范理论中的动力学局域化》，《物理评论B》97，245137（2018年）。[28]Jonghoon Park、Yoshihito Kuno 和 Ikuo Ichinose，《夸克禁闭引发的玻璃态动力学：格点上规范-希格斯模型的原子量子模拟》，《物理评论A》100，013629（2019年）。[29] Angelo Russomanno、Simone Notarnicola、Federica Maria Surace、Rosario Fazio、Marcello Dalmonte 和 Markus Heyl，《受规范不变性保护的均匀Floquet时间晶体》，《物理评论研究》2，012003 2020( )。[30]Irene Papaefstathiou、Adam Smith 和 Johannes Knolle，《简单$U(1)$格点规范理论中的无无序局域化》，《物理评论B》102，165132（2020年）。[31] Paul A. McClarty、Masudul Haque、Arnab Sen 和 Johannes Richter，《磁挫折导致的无无序局域化与多体量子疤痕》，《物理评论B》102，224303（2020年）。[32]Oliver Hart、Sarang Gopalakrishnan 和 Claudio Castelnovo，《双腿罗盘梯中无无序局域化导致的对数纠缠增长》，《物理评论快报》126，227202（2021年）。[33]Guo-Yi Zhu 和 Markus Heyl，《非平衡Kitaev蜂窝模型中的亚扩散动力学与临界量子关联》，《物理评论研究》3，L032069（2021年）。[34] P. Karpov、R. Verdel、Y.-P. Huang、M. Schmitt 和 M. Heyl，《相互作用二维格点规范理论中的无无序局域化》，《物理评论快报》126，130401（2021年）。

[35] John Sous、Benedikt Kloss、Dante M. Kennes、David R. Reichman 和 Andrew J. Millis，《光泵浦金属中由非线性电子-声子耦合引发的动力学无序》，《自然·通讯》12，5803（2021年）。[36] Jad C. Halimeh、Lukas Homeier、Hongzheng Zhao、Annabelle Bohrdt、Fabian Grusdt、Philipp Hauke 和 Johannes Knolle，《通过动力学涌现的局域对称性增强无无序局域化》，PRX Quantum 3，020345（2022年）。[37] Nilotpal Chakraborty、Markus Heyl、Petr Karpov 和 Roderich Moessner，《二维格点规范理论中的无无序局域化转变》，《物理评论B》106，L060308（2022年）。[38]Chunping Gao、Zheng Tang、Fei Zhu、Yunbo Zhang、Han Pu 和 Li Chen，《自旋-1/2格点施温格模型中的非热动力学》，arXiv电子预印本，arXiv:2301.03006（2023年），arXiv:2301.03006 [凝聚态物理.quant-gas]。[39] Jad C. Halimeh、Hongzheng Zhao、Philipp Hauke 和 Johannes Knolle，《稳定无无序局域化》（2021年），arXiv:2111.02427 [凝聚态物理.dis-nn]。[40] Jad C. Halimeh、Philipp Hauke、Johannes Knolle 和 Fabian Grusdt，《温度诱导的无无序局域化》（2022年），10.48550/ARXIV.2206.11273。[41] Hannes Bernien、Sylvain Schwartz、Alexander Keesling、Harry Levine、Ahmed Omran、Hannes Pichler、Soonwon Choi、Alexander S. Zibrov、Manuel Endres、Markus Greiner、Vladan Vuleti´c 和 Mikhail D. Lukin，《利用51原子量子模拟器探测多体动力学》，《自然》551，579–584（2017年）。[42] C. Kokail、C. Maier、R. van Bijnen、T. Brydges、M. K. Joshi、P. Jurcevic、C. A. Muschik、P. Silvi、R. Blatt、C. F. Roos 和 P. Zoller，《格点模型的自验证变分量子模拟》，《自然》569，355–360（2019年）。[43] Esteban A. Martinez、Christine A. Muschik、Philipp Schindler、Daniel Nigg、Alexander Erhard、Markus Heyl、Philipp Hauke、Marcello Dalmonte、Thomas Monz、Peter Zoller 和 Rainer Blatt，《利用少量量子比特量子计算机实现格点规范理论的实时动力学》，《自然》534，516–519（2016年）。[44] Christine Muschik、Markus Heyl、Esteban Martinez、Thomas Monz、Philipp Schindler、Berit Vogell、Marcello Dalmonte、Philipp Hauke、Rainer Blatt 和 Peter Zoller，《数字量子模拟器中的U(1)威尔逊格点规范理论》，《新物理学杂志》19，103020（2017年）。[45] N. Klco、E. F. Dumitrescu、A. J. McCaskey、T. D. Morris、R. C. Pooser、M. Sanz、E. Solano、P. Lougovski 和 M. J. Savage，《使用量子计算机对施温格模型动力学进行量子-经典计算》，《物理评论A》98，032331（2018年）。[46] Christian Schweizer、Fabian Grusdt、Moritz Berngruber、Luca Barbiero、Eugene Demler、Nathan Goldman、Immanuel Bloch 和 Monika Aidelsburger，《利用光学晶格中的超冷原子实现Z2格点规范理论的Floquet方案》，《自然·物理》15，1168–1173（2019年）。[47]Frederik G¨org、Kilian Sandholzer、Joaqu´ın Minguzzi、R´emi Desbuquois、Michael Messer 和 Tilman Esslinger，《实现密度依赖的皮尔斯相位，以构造与超冷物质耦合的量子化规范场》，《自然·物理》15，1161–1167（2019年）。[48] Alexander Mil

Xia、Rohit P. Bhatt、Markus K. Oberthaler、Philipp Hauke、J¨urgen Berges 和 Fred Jendrzejewski，《冷原子混合物中局域 U(1) 规范不变性的可扩展实现》，《科学》367，1128–1130（2020年）。[49] Natalie Klco、Martin J. Savage 和 Jesse R. Stryker，《数字量子计算机上的一维 SU(2) 非阿贝尔规范场论》，《物理评论D》101，074512 2020( )。[50]Bing Yang、Hui Sun、Robert Ott、Han-Yi Wang、Torsten V. Zache、Jad C. Halimeh、Zhen-Sheng Yuan、Philipp Hauke 和 Jian-Wei Pan，《在 71 格点玻色–哈伯德量子模拟器中观测到规范不变性》，《自然》587，392–396（2020年）。[51] Zhao-Yu Zhou、Guo-Xian Su、Jad C. Halimeh、Robert Ott、Hui Sun、Philipp Hauke、Bing Yang、Zhen-Sheng Yuan、J¨urgen Berges 和 Jian-Wei Pan，《量子模拟器上规范理论的热化动力学》，《科学》377，311–314（2022年）。[52] Nhung H. Nguyen、Minh C. Tran、Yingyue Zhu、Alaina M. Green、C. Huerta Alderete、Zohreh Davoudi 和 Norbert M. Linke，《囚禁离子上的施温格模型数字量子模拟与对称性保护》，（2021年），10.48550/ARXIV.2112.14262。[53]Zhan Wang、Zi-Yong Ge、Zhongcheng Xiang、Xiaohui Song、Rui-Zhen Huang、Pengtao Song、Xue-Yi Guo、Luhong Su、Kai Xu、Dongning Zheng 和 Heng Fan，《超导电路中涌现的 z_2 规范不变性的观测》，物理评论研究 4，L022060（2022年）。[54] Julius Mildenberger、Wojciech Mruczkiewicz、Jad C. Hal- imeh、Zhang Jiang 和 Philipp Hauke，《在量子计算机上探测 Z_2 晶格规范理论中的禁闭》，（2022年），10.48550/ARXIV.2203.08905。[55]Han-Yi Wang、Wei-Yong Zhang、Zhi-Yuan Yao、Ying Liu、Zi-Hang Zhu、Yong-Guang Zheng、Xuan-Kai Wang、Hui Zhai、Zhen-Sheng Yuan 和 Jian-Wei Pan，《晶格规范模拟器中热化与量子临界性的相互关联》，（2022年），10.48550/ARXIV.2210.17032。[56]Jason Iaconis、Sagar Vijay 和 Rahul Nandk- ishore，《子系统对称性导致的反常亚扩散》，Physical Review B 100（2019年），10.1103/phys-revb.100.214301。[57]Johannes Feldmeier、Pablo Sala、Giuseppe De Tomasi、Frank Pollmann 和 Michael Knap，《偶极矩及更高阶矩守恒系统中的反常扩散》，《物理评论快报》125（2020年），10.1103/phys- revlett.125.245303。[58]A. Morningstar、V. Khemani 和 D. A. Huse，《偶极矩守恒系统中的动力学约束冻结转变》，《物理评论B》101，214205（2020年）。[59] Jason Iaconis、Andrew Lucas 和 Rahul Nandkishore，《任意维度中的多极矩守恒定律与亚扩散》，Physical Review E 103（2021年），10.1103/phys- reve.103.022142。[60]Oliver Hart、Andrew Lucas 和 Rahul Nandkishore，《分形流体动力学中的隐藏准守恒定律》，Physical Review E 105（2022年），10.1103/phys- reve.105.044103。[61] Pranay Patil、Markus Heyl 和 Fabien Alet，《环交换系统中密度波的反常弛豫》，arXiv 电子预印本，arXiv:2211.16788（2022年），arXiv:2211.16788 [quant-ph].[62]Pietro Brighi、Marko Ljubotina 和 Maksym Ser- byn

, Torsten V. Zache , Apoorva Hegde , Andy

’“希尔伯特空间碎片化与慢动力学，见

粒子守恒量子东模型，”（2022）。[63]Johannes Feldmeier、William Witczak-Krempa 和 Michael Knap，“受限量子系统中的涌现示踪粒子动力学”，《物理评论B》106，094303（2022），arXiv:2205.07901 [cond-mat.str-el].[64] Pablo Sala、Julius Lehmann、Tibor Rakovszky 和 Frank Pollmann，“具有调制对称性的系统中的动力学，”（2021），arXiv:2110.08302 [cond-mat.stat- mech]。[65] F. Ritort 和 P. Sollich，“动力学约束模型的玻璃态动力学”，《物理学进展》52，219–342（2003），https://doi.org/10.1080/0001873031000093582。[66] Juan P. Garrahan，“经典与量子系统中的非平衡现象：慢弛豫与玻璃态、动力学大偏差、量子非遍历性和开放量子动力学”，Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 504，130–154（2018）。[67] Sanjay Moudgalya、B. Andrei Bernevig 和 Nicolas Regnault，“量子多体疤痕与希尔伯特空间碎片化：精确结果综述，”（2021）。[68] S Chandrasekharan 和 U.-J Wiese，“量子链路模型：一种研究规范理论的离散方法”，《核物理B》492，455–471（1997）。[69] U.-J. Wiese，“超冷量子气体与晶格系统：晶格规范理论的量子模拟”，Annalen der Physik 525，777–796（2013）。[70]V Kasper、F Hebenstreit、F Jendrzejewski、M K Oberthaler 和 J Berges，“利用超冷原子系统实现量子电动力学”，New Journal of Physics 19，023030（2017）。[71] Torsten V. Zache、Maarten Van Damme、J ad C. Halimeh、Philipp Hauke 和 Debasish Banerjee，“迈向(1+1)维量子链路施温格模型的连续统极限”，《物理评论D》106，L091502（2022）。[72] Jad C. Halimeh、Maarten Van Damme、Torsten V. Zache、Debasish Banerjee 和 Philipp Hauke，“在远离平衡的量子链路模型中实现量子场论极限”，《量子》6，878（2022）。[73] P. Hauke、D. Marcos、M. Dalmonte 和 P. Zoller，“在囚禁离子链中对晶格施温格模型进行量子模拟”，Physical Review X 3，041018（2013）。[74] Federica M. Surace、Paolo P. Mazza、Giuliano Giudici、Alessio Lerose、Andrea Gambassi 和 Marcello Dal- monte，《里德堡原子量子模拟器中的晶格规范理论与弦动力学》，Physical Review X 10, 021041 2020( )。[75] Zhao-Yu Zhou、Guo-Xian Su、Jad C. Halimeh、Robert Ott、Hui Sun、Philipp Hauke、Bing Yang、Zhen-Sheng Yuan、J¨urgen Berges 和 Jian-Wei Pan，《量子模拟器上规范理论的热化动力学》，arXiv 预印本（2021），arXiv:2107.13563 [cond-mat.quant-gas]。[76] 有关量子情形与经典情形下不平衡度结果的比较，请参阅补充材料。[77] P. Mazur，《某些系统中相位函数的非遍历性》，Physica 43, 533–545（1969）。[78] Abhishek Dhar、Aritra Kundu 和 Keiji Saito，《重新审视Mazur界与Suzuki等式》，Chaos, Solitons & Fractals 144, 110618（2021）。[79] Tibor Rakovszky、Pablo Sala、Ruben Verresen、Michael Knap 和 Frank Pollmann，《统计局域化：从强碎裂到强边缘模》，Physical Review B 101（2020），10.1103/physrevb.101.125126。[80] Julius Lehmann、Pablo Sala、Frank Pollmann 和 Ti- bor Rakovszky，《二维及更高维中的碎裂诱导局域化与边界荷》（2022）。[81] R. Steinigeweg、F. Jin、D. Schmidtke、H. De Raedt、K. Michielsen 和 J. Gemmer，《非平衡密度分布的实时展宽及特定初态实现的作用》，《物理评论B》95, 035155（2017）。[82] 对于 $S = 1/2$，规范耦合项是一个无关紧要的能量常数。[83] Jesse Osborne、Ian P. McCulloch 和 Jad C. Hal- imeh，《动态物质下 2 + 1D维晶格规范理论中的无无序局域化》，arXiv 电子印本，arXiv: 2301 07720 2023 2301 07720 。（），[ ] arXiv: 。cond-mat.quant-gas。[84]Sanjay Moudgalya 和 Olexei I. Motrunich，《希尔伯特空间碎片化与交换子代数》，Physical Review X 12, 011050（2022），arXiv:2108.10324 [cond- mat.stat-mech]。

补充材料

CAC 与非哈密顿量量子动力学的比较

在正文中，我们展示了 CAC 如何能够定量再现由哈密顿量（1）生成的量子动力学在长时间极限下，无限温度物质二时函数的空间分布。然而，正如我们现在将要讨论的，对于不平衡度的渐近值，我们并未发现同样的定量一致性 $\mathcal{I}(t)$。图 5 展示了 $L = 8$ 与 $S = 1/2$下 *CAC* 和洁净量子动力学的结果。1. 在量子情形下 $\mathcal{I}(t)$ 饱和于一个非零值，而 CAC 动力学从下方逼近该值。我们将这种差异归因于 CAC 动力学缺乏能量守恒，并通过将其与随机量子线路生成的非哈密顿动力学进行比较，证实了这一假设

$$U_{j,j+1} = e^{-i\eta_{j,j+1}\hat{h}_{j,j+1}}, \tag{5}$$

ˆ其中 $h_{j,\ j+1}$ 是作用于两个物质格点和一条链路上的量子链路模型哈密顿量密度，而 $\eta_{j,\ j+1}$ 是均值为零、方差为一的高斯随机变量。图 5 展示了对该随机幺正动力学进行 10 次实现平均后得到的结果，并显示出不平衡度达到的长时间值在数值上的完美一致性。

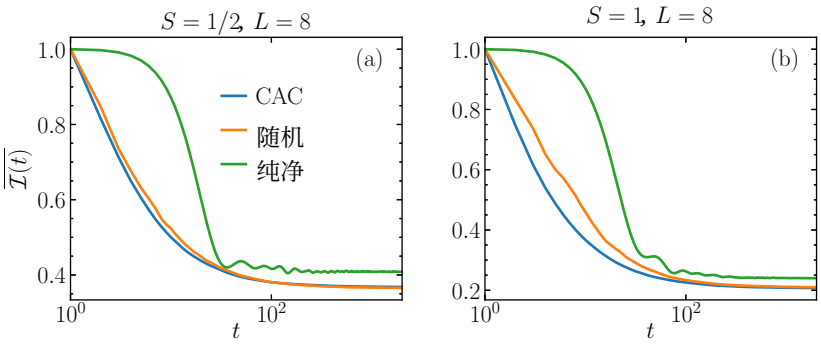

图 5。CAC 动力学（蓝色）与由 QLM 哈密顿量方程（1）生成的量子动力学（绿色），以及由幺正线路方程（5）获得的随机量子动力学（橙色）在 $S = 1/2$ （a）和 $S = 1$ （b）中的对比。