arXiv:2302.00694v1 [quant-ph] 1 Feb 2023

使用多端口分束器实现实验纠缠生成

Shreya Kumar[1,2], DanielBhatti[1,2], Alex E. Jones[3], 和 Stefanie Barz[1,2]1 *Institute for Functional Matter and Quantum Technologies, Universität Stuttgart, 70569 Stuttgart, Germany*2 *Center for Integrated Quantum Science and Technology (IQST), Universität Stuttgart, 70569 Stuttgart, Germany*3 *Quantum Engineering Technology Labs, H. H. Wills Physics Laboratory and Department of Electrical and Electronic Engineering, University of Bristol, Bristol BS8 1FD, UK*

多光子纠缠在光学量子技术中发挥着核心作用。实现两个光子纠缠的一种方法，是先将它们制备为正交内部态，例如具有两种偏振，然后使它们通过一个平衡分束器。对每个输出端口各有一个光子的情形进行后选择，即可得到一个最大纠缠态。这一思路可以拓展为后选择生成更大纠缠态的方案。通常，要切换不同类型的纠缠态，需要采用不同的分束器配置，因此也需要新的实验装置。在此，我们展示了一种简单且灵活的方案，仅用一套实验装置即可生成不同类型的真正三体纠缠态。我们让三个光子通过一个三端口分束器，并在对特定输出分布进行后选择之前，改变它们的内部态。由此生成了三体 W 态、G 态和 GHZ态。相对于相应的理想态，我们获得了高达 (87.3±1.1)% 的保真度，证实成功实现了真正三体纠缠。

I. 引言

多体纠缠态使网络化量子通信协议成为可能，例如网络化量子密钥交换、量子秘密共享和基于测量的量子计算 [1, 2]。所需纠缠资源的类型取决于具体任务。例如，Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态具有最大的量子关联，因此非常适用于量子通信协议；而 W态即使在光子损失后仍表现出多体纠缠 [1]。此外，G态具有与 W态相似的损失鲁棒性，已在量子秘密共享的背景下得到提出 [3]。

在实验方面，人们已实现了多种利用光子生成不同类型纠缠态的方法 [4–9]。通过后选择相对容易制备最大纠缠的双光子贝尔态[10, 11]。然而，随着光子数增加，由于实验装置复杂、对缺陷更加敏感且成功概率更低，生成经后选择的真正多体纠缠态变得更具挑战性 [6, 9]。例如，已通过后选择生成四光子W态和三光子G态 [5, 12], , 并在实验中生成了最多包含12个光子的经后选择GHZ态，以及编码在6个光子中的18个量子比特 [6, 13]。除了后选择之外，另一种方法是测量额外的辅助光子，以预示多体纠缠光子态的生成 [14]。迄今为止，实验上已实现预示纠缠光子对的生成 [15, 16]。

在这些实验中，实验装置是为生成特定量子态 [4, 6, 8, 9, 13] 而构建和优化的。这意味着，若要切换生成例如 GHZ 态和 W态，就需要对实验装置 [8] 进行改动。在这里，我们展示了同一实验装置可利用独立光子、多端口分束器，以及对特定光子数输出分布进行后选择，生成 GHZ、G 和 W态。

我们的实验采用电信波长的光子，因此能够生成适用于网络化量子协议的态，这些协议可利用现有光纤网络或量子互联网 [17]。本文所介绍的装置可用作中央量子服务器，为网络中的不同参与方提供资源态。本文聚焦于三个量子比特的态，但如 [18, 19]所示，我们的方案可扩展至任意规模的 W 态和 GHZ 态。如何扩展 G 态的生成目前仍是一个开放的研究问题。

II. 理论

本文关注三体纠缠态；在这种情况下，真正纠缠分为两类：W 态类和 GHZ 态类 [20]。同一类中的态可以通过局域操作与经典通信相互转换，而属于不同类的态则无法相互转换 [20]。两种典范三体纠缠态为 [20, 21]:

$$|\mathrm{W}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle\right), \tag{1}$$

$$|\mathrm{GHZ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|000\rangle + |111\rangle\right), \tag{2}$$

其中 $|\psi_1\psi_2\psi_3\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes |\psi_3\rangle$ 具有 $|\psi_i\rangle = |0\rangle, |1\rangle (i = 1,$ 2,3)。另一种高度纠缠的量子态，属于 GHZ 态类 [20, 22], , 是

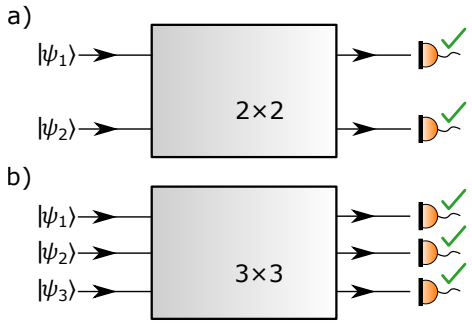


图1. 平衡（a） 2×2 和（b） 3×3分束器示意图，分别可用于生成二分和三分纠缠态。每个输出模式检测到一个光子，表明纠缠态已成功生成。

三分G态。它表示为 [3]

$$|\mathrm{G}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathrm{W}\rangle + |\overline{\mathrm{W}}\rangle\right), \tag{3}$$

其中

$$|\overline{\mathrm{W}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|110\rangle + |101\rangle + |011\rangle\right). \tag{4}$$

为了通过后选择生成多分纠缠量子态，我们关注 N 个独立光子量子比特通过平衡分束器时的干涉。平衡分束器将 N 个空间输入模式均匀地导向 N 个空间输出模式。（典范）离散傅里叶变换干涉仪由以下幺正算符描述： [18]

$$U_{kj} = \frac{1}{\sqrt{N}}\omega_N^{(k-1)(j-1)}, \tag{5}$$

其中 $\omega_N = \exp(2\pi i/N)$， k 和 j 分别是输入端口和输出端口的索引。现在假设这些 N 光子制备于如下形式的可分纯态中

$$|\Psi\rangle = |\Psi_1, \ldots, \Psi_j, \ldots, \Psi_N\rangle, \tag{6}$$

其中 $|\Psi_j\rangle$ 表示对称分束器 j^{th} 输入端口中光子的内部态——在本例中为偏振。这里，输入端口和输出端口，即光子的空间模式，属于外部自由度。

初始态经过干涉仪演化，干涉仪会影响光子的空间模式，但不会改变其偏振。这会在输出端形成一个包含许多不同项的大型纠缠态，其中每一项都表示各个输出端口中的光子数，而与内部态无关。从对称分束器的 N 输出端的完整输出态中后选择 N重符合，最终可生成特定的纠缠 N体态。纠缠的形式和类型取决于输入光子 [18, 19]的内部自由度。

对于 $N = 2$，我们有一个如图1(a)所示、具有两个输入模式和两个输出模式的平衡分束器。例如，考虑两个正交偏振光子， $|\Psi_1\rangle = |H\rangle \equiv |0\rangle$ （水平偏振）和 $|\Psi_2\rangle = |V\rangle \equiv |1\rangle$ （垂直偏振）。在输出端口后选择二重符合，可得到一个最大纠缠双光子态 [10]

$$|\Psi_{\mathrm{out}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|HV\rangle - |VH\rangle\right), \tag{7}$$

其成功概率为 50%。这种生成双体纠缠的方法广为人知，并已通过实验验证，且用于各种应用中 [23, 24]。

扩展到 $N = 3$时，我们有一个如图1(b)所示的平衡三端口分束器，即所谓的三端口分束器。

系统规模的增大使得通过后选择生成不同的三体纠缠类别成为可能。通过采用三端口分束器的变换矩阵 [25],

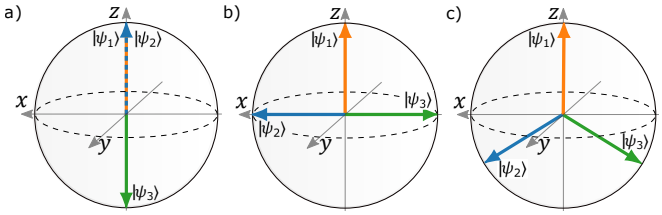
$$U_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{\frac{2\pi i}{3}} & e^{\frac{4\pi i}{3}} \\ 1 & e^{\frac{4\pi i}{3}} & e^{\frac{8\pi i}{3}} \end{pmatrix}, \tag{8}$$

以及图 2 中列出并描绘的输入态，我们对三重符合进行后选择，以生成以下三方纠缠态:

$$|\mathrm{W}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|HHV\rangle + |HVH\rangle + |VHH\rangle), \tag{9}$$

$$|\mathrm{G}'\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}(3\,|HHH\rangle - |HVV\rangle - |VHV\rangle - |VVH\rangle), \tag{10}$$

$$|\mathrm{GHZ}'\rangle = \frac{1}{2}(|HHH\rangle - |HVV\rangle - |VHV\rangle - |VVH\rangle). \tag{11}$$



d)

	目标态		
	$\|W\rangle$	$\|G\rangle$	$\|GHZ$
$\|\psi_1\rangle$	$\|H\rangle$	$\|H\rangle$	$\|H\rangle$
$\|\psi_2\rangle$	$\|H\rangle$	$(\|H+\|V)/\sqrt{2}$	$(\|H+\sqrt{3}\rceil V\ \ 2)/$
$\|\psi_3\rangle$	$\|V\rangle$	$(\|H-\|V)/\sqrt{2}$	$(\|H-\sqrt{\rceil}V)/23$

图 2. (a–c) 分别为生成 W、G′ 和 GHZ′ 态的输入态的布洛赫球表示。(d) 三个独立输入光子的偏振，经后选择后生成偏振编码态 |W⟩、| ′⟩ | ′⟩ G 和 GHZ。

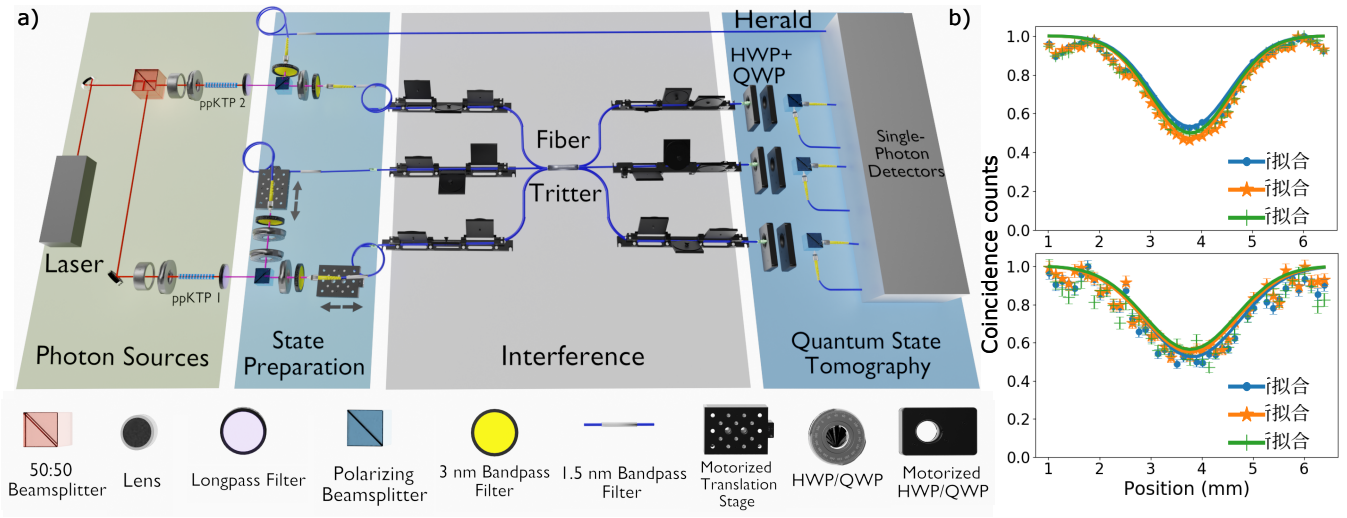


图 3. (a) 实验装置概览：光子源基于周期性极化磷酸氧钛晶体中的 II 型自发参量下转换（ppKTP，1 mm × 1 mm × 30 mm）。每个光源由平均功率为 50 mW、波长为 775 nm 的皮秒脉冲激光器泵浦，产生两个波长为 1550纳米的光子。产生的光子对具有正交偏振，并通过偏振分束器（PBS）分离。使用半波片（HWP）和四分之一波片（QWP）设置光子的偏振态，并通过线性平移台控制其时间延迟，随后将光子耦合至三端口分束器。第四个光子用作预示光子。使用波片和偏振分束器进行量子态层析。使用超导纳米线单光子探测器探测光子（探测效率为 $> 90\%$）。(b) 光源 2 的信号光子与闲频光子之间的 Hong–Ou–Mandel干涉（上图），平均可见度为 $(49.94 \pm 0.02)\%$；以及光源 1 的闲频光子与信号光子之间的预示 Hong–Ou–Mandel干涉（下图），平均可见度为 $(47.80 \pm 0.03)\%$。对于输入三端口分束器的两个不可分辨光子，最大可见度为 50%。CC(x,y) 表示三端口分束器输出端 x 和 y 之间的符合计数，其中 x,y $\in \{1, 2, 3\}$。所示误差棒为 $\sqrt{N}$，源于光子计数过程的泊松特性。数据采用高斯分布拟合（实线）。

态 $|G'\rangle$ 和 $|GHZ'\rangle$ 分别对应 X 基和 Y 基中的 G 态和 GHZ态。对每个量子比特 [26] 施加单量子比特幺正变换，可将它们转换为态 $|G\rangle$ 和 $|GHZ\rangle$。成功后选择相应量子态的概率分别为 $p_{\mathrm{W}} = p_{\mathrm{G}'} = 1/9$ 和 $p_{\mathrm{GHZ}'} = 1/12$。

III. 实验与结果

在此，我们展示了如何在同一实验装置中制备式（9）至（11）所示的三种不同多体纠缠态。三个光子通过光纤三端口分束器后，在该分束器的每个输出模式中后选择一个光子，即可得到三体纠缠态（详见图 3）。

首先，我们对三端口分束器进行表征。我们分别从各个输入端口输入波长为 1550纳米的经典激光，并测量各个输出端的光强，由此得到器件的分束比。这些分束比也给出了描述三路分束器操作的酉矩阵各元素的绝对值。分束比和测得的插入损耗列于表 I。由此，我们确定了三端口分束器传输矩阵各元素的归一化幅值，如下：

三端口分束器
如下：

$$U_{\mathrm{tritter}}^{\mathrm{Exp}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0.987 & 1.02 & 0.997 \\ 1.00 & 0.999 & 0.997 \\ 1.01 & 0.984 & 1.01 \end{pmatrix}, \qquad (12)$$

使用 Sinkhorn-Knopp 算法[27]。通过输入水平偏振光和对角偏振光，检验了该器件的偏振依赖性。结果发现，该器件对两种偏振的分束比相近，两者之间的差异为 2.3%。

为测试光子的可区分性，我们进行了 Hong-Ou-Mandel（HOM）干涉实验。结果如图 3b) 所示。对于同一光源发出的光子，我们得到的平均可见度为 $(49.94 \pm 0.02)\%$；对于

	输出 1 (%)	输出 2 (%)	输出 3 (%)	插入损耗 (dB)
输入 1	32.01	30.24	29.86	0.356
输入 2	33.05	29.18	29.75	0.363
输入 3	32.97	27.92	29.94	0.409

表 I. 三端口分束器的测量分束比和插入损耗

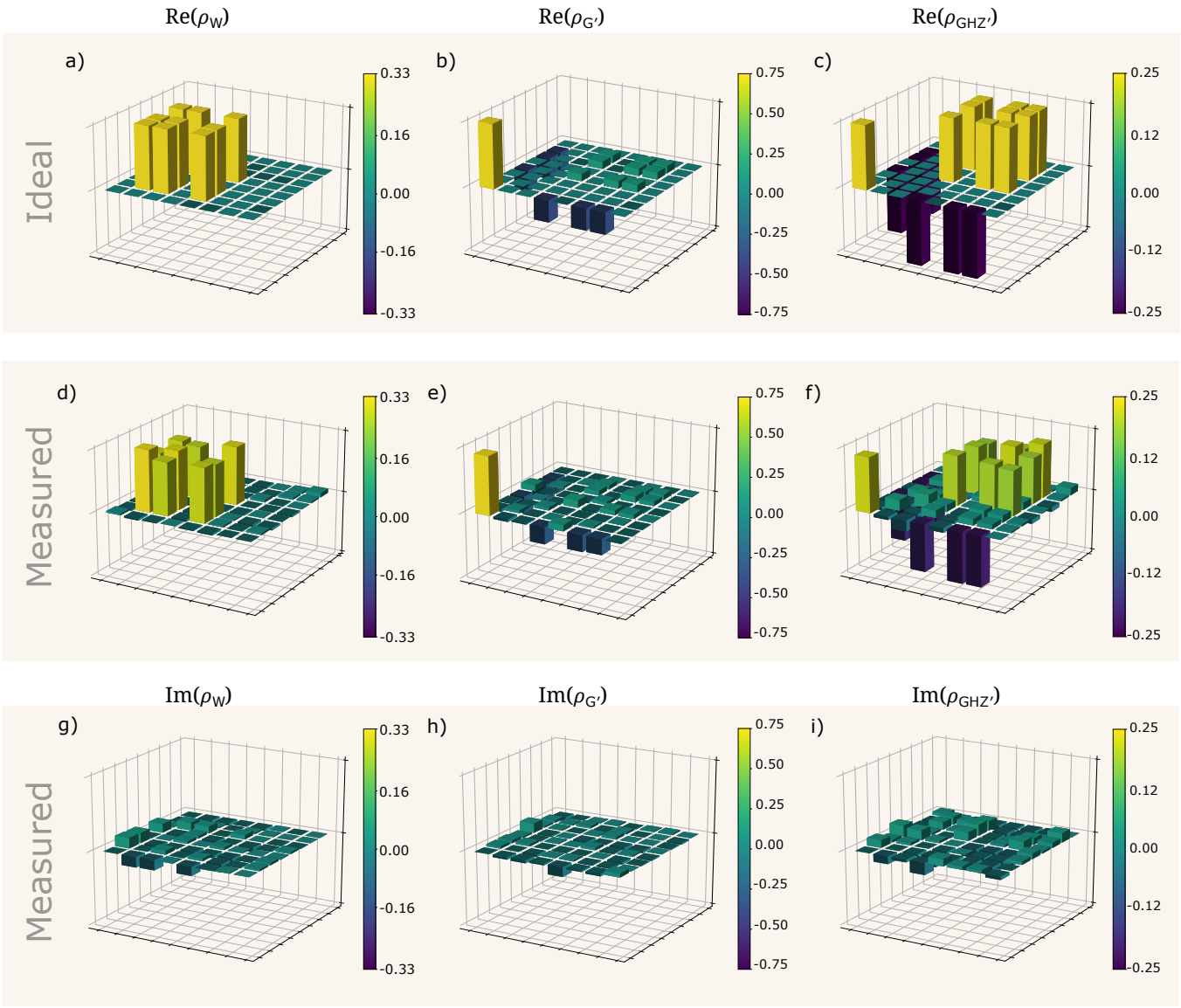


图4。（a-c）分别为态 |W⟩、 |G′⟩和 |GHZ′⟩的理想密度矩阵，主导分量标注在坐标轴上。（d-f）为重构密度矩阵的实部，其保真度分别为 $F_{\mathrm{W}} = 0.873 \pm 0.011$、$0.834 \pm 0.011$ $F_{\mathrm{GHZ'}} = 0.788 \pm 0.016$ 和 。（g-i）为重构密度矩阵的虚部。

来自不同光源的预示光子，平均可见度为 $(N_{\max} - N_{\min})$ %。此处，可见度按 $V = (N_{\max} - N_{\min})/N_{\max}$ 计算，其中 $N_{\max(\min)}$ 为测得的最大（最小）计数。请注意，对于传输矩阵如公式 8 所示的理想三端口分束器，任意两个输出端口之间观测到二重符合的概率为 $P_{11} = (2 - |\langle\psi_j|\psi_k\rangle|^2)/9$。因此，任意两个输入端口上的两个不可分辨光子的最大可见度为 50%。

现在，我们按照图2设置三个输入光子的偏振，以便在三个输出端口处后选择三重符合，从而生成态 |W⟩、 |G′⟩和|GHZ′⟩ 。为了验证输出态，我们进行量子态层析并重构所生成的三光子态的密度矩阵（见图4）。

对于态|W⟩，我们得到的保真度为 $F_{\mathrm{W}} = 0.873 \pm 0.011$，纯度为 $P_{\mathrm{W}} = 0.787 \pm 0.018$。保真度可用作纠缠见证，以验证真正三体纠缠 [28]。保真度大于 2/3 即满足该见证，而我们在实验中生成的态|W⟩ 满足这一条件。

对于态 |G′⟩，我们得到的保真度为 $F_{\mathrm{G'}} = 0.834 \pm 0.011$，纯度为$P_{\mathrm{G'}} = 0.755 \pm 0.016$。为验证态 |G′⟩ 的真正三体纠缠，我们使用一种基于与态 |GHZ′⟩ [28]的重叠的纠缠见证。重叠大于 0.5 表明存在真正三体

纠缠，适用于任意态 [28]。我们在实验中测得的重叠为 $\langle \mathrm{GHZ}'| \rho_{\mathrm{G}'} |\mathrm{GHZ}'\rangle = 0.572 \pm 0.009$，证实了真正三体纠缠 [28]。

对于态 $|\mathrm{GHZ}'\rangle$，我们得到生成态的保真度为 $F_{\mathrm{GHZ}'} = 0.788 \pm 0.016$，纯度为 $P_{\mathrm{GHZ}'} = 0.673 \pm 0.023$。此保真度超过了 0.5 的阈值，证实生成了真正三体纠缠 [28]。此外，它还超过了 0.75 的阈值；该阈值是一般 GHZ 型态与任意 W态之间的最大重叠。这证明生成的态 $|\mathrm{GHZ}'\rangle$ 不属于 W态类，而属于 GHZ态类 [28]。保真度数值的误差通过蒙特卡洛模拟估算得出。

实验中的不理想因素会导致密度矩阵出现混合以及非预期的虚部，从而降低保真度。主要误差来源是光子的轻微光谱可区分性（HOM实验已对此进行验证），以及高阶光子发射；在存在损耗时，它们会污染密度矩阵分量。我们估计，六光子发射与四光子发射的比值贡献约为 0.2%。其他误差来源包括光子在光纤中传输时产生、且未能完全补偿的偏振旋转。在 H/V基和 +/- 基中测得的平均消光比分别为 335:1 和 352:1。

IV. 结论与展望

在本研究中，我们展示了一种方案，利用同一实验装置生成属于不同纠缠类别的光子真正三体纠缠态，即W态类别和 GHZ态类别。所生成态的保真度证实了每种情况下的真正三体纠缠。我们的方法具有灵活性，因为只需在三端口分束器的输入端施加局域幺正操作，即可在不同态之间切换。纠缠态在 1550纳米波长下生成，这使得所实现的方案适用于网络化量子通信。

我们的方案可应用于任何需要中央服务器提供纠缠态的量子协议或应用。该服务器随后可以轻松切换不同类型的纠缠态，甚至可以随机切换，从而增强安全性。生成的态为量子秘密共享 [29]，量子会议密钥协商 [30]，和可验证量子随机数生成 [31]等量子协议奠定了基础。此外，所提出的方案还可用于预示由光子干涉介导的物质系统中的不同纠缠态，为在量子网络和量子计算 [32–36]中纠缠物质节点开辟新的途径。

最后，研究表明，所提出的方案可通过使用 $N \times N$ 多端口分束器和 N 光子扩展至 N维，并可生成任意 N 光子 W 态和 GHZ 态 [18, 19]。

致谢

我们感谢卡尔蔡司基金会、综合量子科学与技术中心（$\mathrm{IQ^{ST}}$）、德国研究联合会（DFG）、德国联邦教育与研究部（BMBF，项目 SiSiQ 和 PhotonQ）、巴登-符腾堡州经济事务、劳动与旅游部（QORA），以及德国联邦经济事务与能源部（BMWi，项目 PlanQK）的支持。

[1] G. Murta, F. Grasselli, H. Kampermann, and D. Bruß, 《量子技术进展》**3**，2000025（2020）。[2] C. Portmann and R. Renner, 《现代物理评论》**94**，025008（2022）。[3] A. Sen(De), U. Sen, and M. ̇Zukowski, 《物理评论A》**68**, 032309 2003( )。[4] M. Eibl, N. Kiesel, M. Bourennane, C. Kurtsiefer, and H. Weinfurter, 《物理评论快报》**92**, 077901（2004）。[5] N. Kiesel, C. Schmid, G. T ́oth, E. Solano, and H. Weinfurter, 《物理评论快报》**98**，063604（2007）。[6] H.-S. Zhong, Y. Li, W. Li, L.-C. Peng, Z.-E. Su, Y. Hu, Y.-M. He, X. Ding, W. Zhang, H. Li, L. Zhang, Z. Wang, L. You, X.-L. Wang, X. Jiang, L. Li, Y.-A. Chen, N.-L. Liu, C.-Y. Lu, and J.-W. Pan, 《物理评论快报》**121**，250505 2018( )。[7] P. Thomas, L. Ruscio, O. Morin, and G. Rempe, 《自然》**608**，677（2022）。[8] D. Lee, T. Pramanik, S. Hong, Y.-W. Cho, H.-T. Lim, S. Chin 和 Y.-S. Kim, 《光学快报》**30**, 30525 (2022). [9] E. Meyer-Scott、N. Prasannan、I. Dhand、C. Eigner、V. Quiring、S. Barkhofen、B. Brecht、M. B. Plenio 和 C. Silberhorn, 《物理评论快报》**129**, 150501 (2022). [10] Y. H. Shih 和 C. O. Alley, 《物理评论快报》**61**, 2921 (1988). [11] P. G. Kwiat、K. Mattle、H. Weinfurter、A. Zeilinger、A. V. Sergienko 和 Y. Shih, 《物理评论快报》**75**, 4337 (1995). [12] R. Prevedel、G. Cronenberg、M. S. Tame、M. Paternostro、P. Walther、M. S. Kim 和 A. Zeilinger, 《物理评论快报》**103**, 020503 (2009). [13] X.-L. Wang、Y.-H. Luo、H.-L. Huang、M.-C. Chen、Z.-E. Su、C. Liu、C. Chen、W. Li、Y.-Q. Fang、X. Jiang、J. Zhang、L. Li、N.-L. Liu、C.-Y. Lu 和 J.-W. Pan, 《物理评论快报》**120**, 260502 (2018). [14] P. Walther、M. Aspelmeyer 和 A. Zeilinger, 《物理评论A》**75**, 012313 (2007). [15] S. Barz、G. Cronenberg、A. Zeilinger 和 P. Walther,

自然·光子学**4**, 553 (2010). [16] C. Wagenknecht、C.-M. Li、A. Reingruber、X.-H. Bao、A. Goebel、Y.-A. Chen、Q. Zhang、K. Chen 和 J.-W. Pan，自然·光子学**4**, 549 (2010). [17] S. Wehner、D. Elkouss 和 R. Hanson，《科学》**362**, eaam9288 (2018). [18] Y. L. Lim 和 A. Beige，《物理评论A》**71**, 062311 (2005). [19] D. Bhatti 和 S. Barz，准备中 (2022). [20] W. D ¨ur、G. Vidal 和 J. I. Cirac，《物理评论A》( ). [21] D. M. Greenberger、M. A. Horne、A. Shimony 和 A. Zeilinger，《美国物理学杂志》**58**, 1131 (1990). [22] V. Coffman、J. Kundu 和 W. K. Wootters，《物理评论A》**61**, 052306 (2000). [23] Y.-H. Kim、S. P. Kulik 和 Y. Shih，《物理评论快报》**86**, 1370 (2001). [24] K. Wei、W. Li、H. Tan、Y. Li、H. Min、W.-J. Zhang、H. Li、L. You、Z. Wang、X. Jiang、*et al.*，《物理评论X》**10**, 031030 (2020). [25] M. ˙Zukowski、A. Zeilinger 和 M. A. Horne，《物理评论A》**55**, 2564 (1997).[26] 将态 |G′⟩ 和 |GHZ′⟩ 转换为态 |G⟩ 和 |GHZ⟩ 时，需要分别对每个量子比特施加的两个幺正算符为：

$$U_{\mathrm{G}'} = H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$

and

$$U_{\mathrm{GHZ}'} = H \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix},$$

其中 H 表示 Hadamard 矩阵。[27] R. Sinkhorn 和 P. Knopp，《太平洋数学杂志》**21**，343（1967）。[28] M. Bourennane、M. Eibl、C. Kurtsiefer、S. Gaertner、H. Weinfurter、O. G¨uhne、P. Hyllus、D. Bruß、M. Lewenstein 和 A. Sanpera，《物理评论快报》**92**，087902（2004）。[29] M. Hillery、V. Bu˘zek 和 A. Berthiaume，《物理评论A》**59**，1829（1999）。[30] F. Grasselli、H. Kampermann 和 D. Bruß，《新物理学杂志》**21**，123002（2019）。[31] J. E. Jacak、W. A. Jacak、W. A. Donderowicz 和 L. Jacak，《科学报告》**10**，164（2020）。[32] P. Maunz、D. L. Moehring、S. Olmschenk、K. C. Younge、D. N. Matsukevich 和 C. Monroe，《自然·物理学》**3**，538（2007）。[33] T. van Leent、M. Bock、F. Fertig、R. Garthoff、S. Eppelt、Y. Zhou、P. Malik、M. Seubert、T. Bauer、W. Rosenfeld、*et al.*，《自然》**607**，69（2022）。[34] R. Raussendorf 和 H. J. Briegel，《物理评论快报》**86**，5188（2001）。[35] R. Raussendorf、D. E. Browne 和 H. J. Briegel，《物理评论A》**68**，022312（2003）。[36] M. Gimeno-Segovia、P. Shadbolt、D. E. Browne 和 T. Rudolph，《物理评论快报》**115**，020502（2015）。