arXiv:2302.00781v2 [stat.ME] 3 Feb 2023

通过卫星 InSAR 时间序列数据的谱分析监测尾矿坝溃坝风险

Sourav Das[1*†]、Anuradha Priyadarshana[2†] 和 Stephen Grebby[3†]

[1*]澳大利亚昆士兰州凯恩斯詹姆斯·库克大学科学与工程学院。[2]斯里兰卡努格戈达斯里贾亚瓦德纳普拉大学应用科学学院统计学系。[3]英国诺丁汉大学工程学院诺丁汉地理空间研究所，诺丁汉，NG7 2TU。

[*]通讯作者。电子邮箱：sourav2.das@googlemail.com共同作者：anupriyadarsh@gmail.com；stephen.grebby@nottingham.ac.uk；

[†]这些作者对本研究贡献相同。

摘要

边坡失稳具有破坏性，可能对生命和基础设施造成重大损害。因此，监测易发生失稳的边坡对于减轻其失稳带来的风险至关重要。边坡监测旨在发现稳定性问题的前兆，例如边坡变形位移速率的变化。随后可利用这些信息预测即将发生失稳的时间或概率，从而发出预警。多数边坡失稳预测方法（如逆速度法）侧重于预测潜在失稳发生的时间。然而，这类方法属于经验方法，需要对位移监测数据进行一定的主观分析，才能得出可靠的时间预测。本研究提出一种更客观的统计学习算法，通过对序列相关位移时间序列数据进行谱分析，检测并表征边坡失稳风险。该算法应用于基于卫星的干涉合成孔径雷达（InSAR）位移时间序列数据，以回顾性分析巴西2019年布鲁马迪纽尾矿坝溃坝的风险。算法识别出两个潜在风险节点，并检测到明确但新兴的风险迹象（2018年2月27日—2018年8月26日）以及尾矿坝即将坍塌的迫近风险（2018年6月27日—2018年12月24日）。重要的是，早在2019年1月25日大坝坍塌前至少五个月，算法便检测到了这一失效风险前兆。本研究结果表明，谱方法与InSAR位移时间序列数据的二阶统计特性相结合，能够揭示系统向不稳定变形状态转变的迹象；该算法还可提供充分的早期预警，有助于减轻灾难性边坡失稳。

关键词：滑坡监测；InSAR；周期图；序列相关；非平稳性

1 引言

以滑坡或工程结构（例如尾矿坝）失稳形式发生的边坡失稳，会对生命和基础设施构成重大风险。通过提供预警来降低其带来的风险，关键在于监测边坡是否出现失稳前兆（Intrieri 等，2013）。传统上，这包括使用测量标志、测斜仪、孔隙水压力计、伸缩仪和地基雷达，监测岩体的变形情况；其中，位移和速度的变化为判断边坡稳定性提供了最可靠的依据（Carlà、Farina、Intrieri、Botsialas 和 Casagli，2017）。因此，人们已基于位移监测数据开发出多种经验方法，用于预测边坡失稳发生的时间（Intrieri 和 Gigli，2016）。

大多数失效时间预测方法采用加速（第三阶段）蠕变理论（Saito，1969；Fukuzuno，1985）的概念。根据该理论，在恒定应力和温度条件下，材料在失效末期的行为遵循经验幂律（Voight，1988、1989）：

$$v(t)^{-\alpha}\frac{dv(t)}{dt} = A \tag{1}$$

其中，v 为蠕变速度，t 为时间，α 和 A 为常数。研究发现，对于多种边坡失稳，$\alpha \approx 2$（Voight，1989）。因此，对于 $\alpha = 2$，方程（1）的解为：

$$1/v(t) = A(t_f - t) \tag{2}$$

其中，t_f 为失效时间。方程（2）表明，随着失效时间临近，速度的倒数随时间呈线性变化。因此，在倒速度（$1/v$（t））与时间（t）关系图中，倒速度趋势与时间轴的交点对应于失效时间（t_f）。这种方法通常称为逆速度法，常用于利用地表位移监测数据预测边坡失稳时间：通过线性回归将倒速度趋势外推至其与时间轴的交点（Carlà 等，2018）。

尽管预测边坡失稳发生的时间对于减轻其带来的风险至关重要，但有几个因素会影响预测能否有效实现。首先，传统的地面监测技术通常只能提供密度较低、覆盖范围有限且时间采样频率较低或不规则的测量数据，这可能导致难以检测到前兆性的三级蠕变（Carlà 等，2019）。其次，逆速度法等经验预测方法需要专家人工干预，才能得出可靠的边坡失稳时间估计。这包括对速度时间序列测量数据进行滤波，以去除仪器噪声和随机“噪声”，从而帮助确定三级蠕变的加速起始（即，加速起始），并提高倒速度—时间图中线性回归线的拟合度（Dick 等，2015；Carlà、Intrieri、Di Traglia、Nolesini、Gigli 和 Casagli，2017）。然而，由于缺乏关于滤波的通用规则，最优方法的选择具有主观性，通常通过反复试验确定（Rose 和 Hungr，2007）。此外，倒速度趋势通常仅在边坡失稳发生前最后几周内才接近线性（Rose 和 Hungr，2007），因此只能实现可靠的短期预测，而为实施风险缓解措施留下的时间很少。

卫星干涉合成孔径雷达（InSAR）已日益被认可为解决地表位移测量覆盖范围有限这一问题的有效方案。InSAR 方法基于干涉测量原理，通过精确

比较两次合成孔径雷达（SAR）采集数据中电磁波的干涉，可得出地表高程变化（Rosen 等，2000）。因此，卫星InSAR已用于测量多种应用场景中的地面运动，包括火山学（Massonnet & Feigl 1995，Pinel 等，2014）、滑坡（Fruneau 等，1996，Colesanti & Wasowski 2006）、地震学（Massonnet 等，1993，Peltzer & Rosen 1995）以及其他各类地质灾害监测（Gee 等，2019）。近年来，卫星InSAR也被用于滑坡、尾矿坝和露天矿的边坡失稳预测（Intrieri 等，2018，Carlà 等，2019）。一个尤为典型的案例是2019年巴西布鲁马迪纽尾矿坝I号坝的灾难性坍塌。大坝坍塌并引发灾难性泥流，导致250多人死亡；而用于监测其稳定性的各类传统方法均未发现明显风险指标（Robertson 等，2019）。然而，一些研究利用卫星InSAR对坍塌前大坝的稳定性进行了回溯分析（Du 等，2020，Holden 等，2020），其中部分研究根据前兆变形，采用逆速度法推算失稳时间（Gama 等，2020，Grebby 等，2021）。尽管利用逆速度法能够成功预测接近实际失效时间的结果，但这些预测的可靠性仍存在一定不确定性，主要源于线性回归线的拟合方式，以及对潜在失稳能够提前预警的时长。

已有研究尝试通过扩展失稳控制机制的时间动力学，纳入局部（空间）变化的动力学特征，从而推广方程 (1) 中的逆速度法。近期的例子包括 Tordesillas 等人（2018）和 Niu 与 Zhou（2021）的研究及其中引用的文献。此外，越来越多的文献通过多种方式改进逆速度法，探索对边坡失稳进行概率预测的可能性，例如应用线性回归（Zhang 等人，2020）、随机微分方程（Bevilacqua 等人，2019）、分位数回归（Das & Tordesillas（2019），Wang 等人，2020）和混合分布（Zhou 等人，2020）。然而，除 Bevilacqua 等人（2019）外，这些研究均未明确考虑位移场或速度场的时间序列相关性。此外，这些研究几乎都假设观测响应（即位移或速度）服从某种参数统计分布。不过，地面位移监测技术的迅速发展，例如地基式监测（Casagli 等人，2010）和卫星式 InSAR（Wasowski & Bovenga，2014），为利用基于流数据且对位移机制的统计假设要求较低的算法，开发速度更快、灵敏度更高的前兆预警创造了机会。Das & Tordesillas（2019）提出了一种数据驱动的非参数多元统计方法，用于边坡失稳的近实时监测。然而，Das & Tordesillas（2019）承认，该方法未对这类变形信号中固有的序列相关性进行建模。尽管如此，他们的框架仍能比逆速度法更早地预测失稳。

因此，本研究旨在进一步完善 Das & Tordesillas（2019）的框架，提出一种新的广义算法，既能处理时间相关性，又能保留其非参数性质。这种统计方法的一项关键优势是，定期采样通常能够比力学失效定律更早揭示边坡稳定状态的变化。该算法得出的失效动力学完全由数据特性以及传统时间序列分析理论所依赖的一项基本统计性质——二阶平稳性——所决定。因此，与逆速度法相比，这种方法的统计特性也使其更加客观，因为它避免了人工识别加速起始以及对时间序列数据进行最优滤波所带来的主观性。

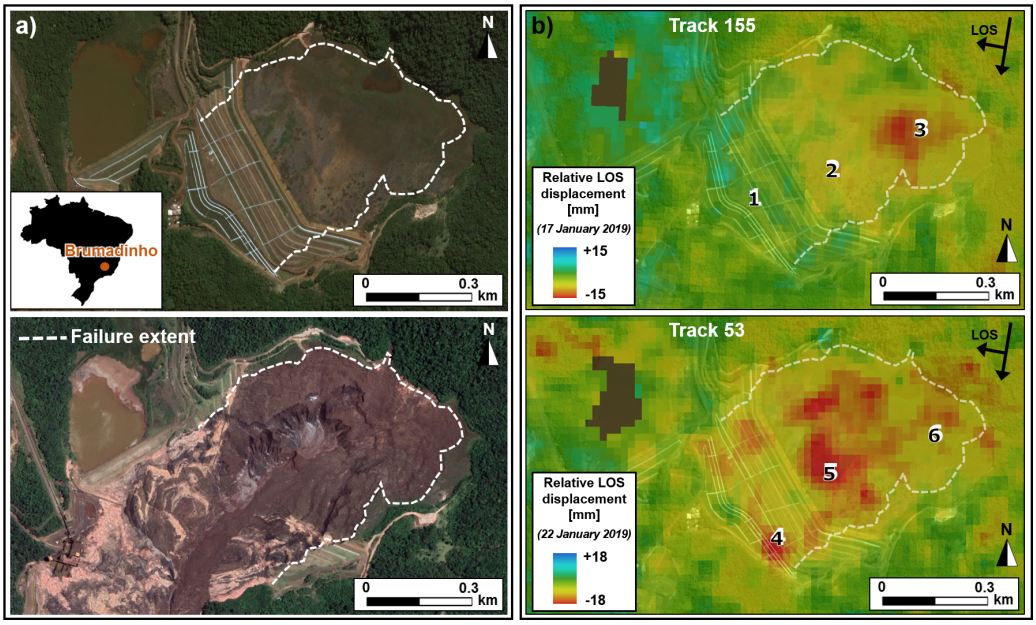
从启发式角度来看，二阶平稳时间序列的二阶统计性质不随时间变化

。因此，我们假定边坡在稳定时期采集的位移时间序列必须是二阶平稳的。然而，随着边坡逐渐进入不稳定时期，其二阶平稳性应会逐渐偏离。本文正是利用这一原理来开发新算法，该算法大致可分为两个阶段：

1. 阶段 1：检测状态变化——首先根据定期采样的 InSAR位移时间序列数据，对稳定状态期间某一区域的二阶统计特征进行表征（估计）。这通过估计多个时间序列的动态周期图统计特征来实现。随后，将稳定状态（平稳性）定义为截至检测到周期图特征出现统计变化时的全部观测历史；这一时刻即为状态变化时间。

2. 阶段 2：风险分类——在阶段 1 检测到状态变化时间后，持续跟踪时间序列偏离二阶平稳性的程度。结合监督学习算法和无监督学习算法，将这种偏离描述为时间的凹概率函数。随后，根据对该函数轨迹拐点的估计，生成失效风险预警。

本研究将所提出的算法应用于卫星 InSAR 时间序列数据，回顾性分析 I号坝尾矿坝溃坝的风险。第2节介绍研究区以及分析中使用的 InSAR 时间序列数据。随后在第3节介绍所提出的算法，并在第4节给出该算法应用的结果与讨论。最后，第5节概述本研究的主要结论、局限性及未来研究方向。



Figu图 1： 布鲁马迪纽（巴西）研究区。**a)** I号坝崩塌前后的卫星影像，**b)** 相对 溃坝前轨道 155 和 53 的视线向相对位移图，标示位置 1-6 d.

2 研究区域与数据

I号坝（图1a）位于巴西东南部米纳斯吉拉斯州布鲁马迪纽的 Córrego do Feijão 铁矿综合体内，是一座自2015年起停用的上游式尾矿坝。2019年1月25日，由于发生流动（静态）液化，该坝在720米宽、86米高的整个坝体范围内突然完全失稳。Robertson 等（2019）的专家组技术报告将此归因于多种因素共同作用，包括内部蠕变，以及约从2018年10月至失稳发生期间的强降雨导致的吸力损失。I号坝发生灾难性失稳后，约1100万 m^3 矿山废弃物形成泥石流，迅速向下游流动，摧毁了房屋、基础设施和农业用地，并流入帕拉奥佩巴河（Gama 等，2020）。溃坝数日内，泥浆覆盖面积达3.13 x 10^6 m^3（Rotta 等，2020），最终造成250多人丧生，并影响了整个地区的生态系统（Porsani 等，2019）。

本研究用于分析前兆变形和风险的数据，包括大坝坍塌前17个月内两条重叠降轨轨道（轨道53和155）的 Sentinel-1 InSAR位移时间序列数据。覆盖 I号坝范围、空间分辨率为20米的相对视线向位移（RLOSD）时间序列数据，采用间歇式小基线集（ISBAS）差分InSAR技术生成（ Sowter 等，2013），并由 Grebby 等人（2021）公开发布。通过提取各位置处一组连续像素的时间序列，获得了大坝各主要结构要素（即坝墙和尾矿滩）中呈现明显变形区域的代表性位移时间序列（Grebby 等人，2021）。图1b）显示了大坝范围内被识别为呈现明显变形的六个区域的位置（标记为位置1–6）。位置1至6提取时间序列所用的连续像素数量依次为30，44，46，25，38和37。

位置1、2和3的时间序列涵盖了2017年8月19日至2019年1月17日这一时段（采样窗口）（轨道155），而位置4、5和6的时间序列涵盖了2017年8月24日至2019年1月22日（轨道53）。两种情况下，位移测量数据均以12天为间隔获取（采样频率）。据此，利用六个位置的多条单独位移时间序列及其平均时间序列，构建了机器算法，用于表征尾矿坝失事并进行前兆监测。

3 方法

该方法可概括为以下三个阶段：(i) 监测RLOSD，以确定状态变化时间；(ii) 估计状态变化时的系统状态；(iii) 序贯风险估计和风险分类。上述所有步骤均基于对时间序列信号二阶统计特性的监测。这些步骤及相关概念将在以下小节中阐述。

3.1 统计预备知识

对时间序列 $\{Y_t\}$ 进行传统统计建模，通常涉及对其二阶统计特性进行建模，包括其趋势——缓慢变化的均值效应（μ_t）——以及自协方差（Cov(Y_t，Y_{t+u}）），

以及方差（σ_t^2），其定义如下:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Y_t) &= \mu_t \\ \mathrm{Var}(Y_t) &= \mathbb{E}(Y_t - \mu_t)^2 = \sigma_t^2 \\ \mathrm{Cov}(Y_t, Y_{t+u}) &= \mathbb{E}\{(Y_{t+u} - \mu_t)(Y_t - \mu_t)\} = c(t, t+u)\end{aligned} \tag{3}$$

此类建模的关键在于二阶平稳性的概念。

3.1.1 二阶平稳性

设 $\{Y_t\}$ 为以 n 为采样间隔、在规则时间间隔 $\{t = 1, 2, \ldots, n\}$进行离散采样的时间序列，其总体均值、方差（Var(.）和自协方差（Cov(.）定义如公式（3）所示。若 Y_t 满足以下条件，则称其为二阶平稳:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Y_t) &= \mu \text{ (a constant)} \\ \mathrm{Var}(Y_t) &= \sigma^2 \text{ (a constant)} \\ \mathrm{Cov}(Y_t) &= E(Y_{t+u} - \mu)(Y_t - \mu) = c(u), \\ &\quad \text{which are a function of time interval, } (t, t+u).\end{aligned} \tag{4}$$

二阶平稳时间序列是一种可在傅里叶域中观测到的特征属性。

3.1.2 谱密度与周期图

如果 Y_t 是具有自协方差函数的二阶平稳时间序列，且 $c(u)$满足$\sum_u |u| c(|u|) < \infty$，那么 Y_t 具有连续谱 $f(\omega)$，其定义为:

$$\begin{aligned}f(\omega) &= \sum_u e^{-i\omega u} c(u), -1/2 < \omega < 1/2, \quad \text{admitting the inversion:} \\ c(u) &= \int_{-1/2}^{1/2} e^{i\omega u} f(\omega) d(\omega).\end{aligned} \tag{5}$$

谱 $f(\omega)$ 是二阶平稳时间序列的独特特征，其特点是随时间保持不变。它将时间序列的总方差（功率）分配到各个正弦事件频率上。物理学家 Arthur Schuster（Schuster 1906）提出了周期图，用于估计二阶平稳时间序列的谱。观测时间序列数据 $y_t, t = 1, 2, \ldots, n$ 的离散傅里叶变换（DFT）和周期图分别定义为 $d(\omega_k)$ 和$I(\omega_k)$:

$$\begin{aligned}d(\omega_k) &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^{n} e^{-i\omega_k t} y_t, \\ I(\omega_k) &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} e^{-i\omega_k t} \hat{c}(u), \\ \hat{c}(u) &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-|u|} \{(y_t - \bar{y})(y_{t+|u|} - \bar{y})\}, \text{ where} \\ \omega_k &= 2\pi k/n, k = 0, 1, 2 \ldots, n-1.\end{aligned} \tag{6}$$

3.2 非平稳性的顺序量化

非平稳时间序列的特征是其谱随时间变化。下面将介绍用于监测非平稳性的经验方法。

3.2.1 滑动窗口均值和方差

通过在时间窗口子集中估计时间序列的局部样本均值和方差，可以对时间序列偏离二阶平稳性的情况进行探索性研究 Y_t 。如果将长度为 n 的时间序列划分为 L 个长度相等的重叠时间窗口w_{t_l}，$l=1$、2、.....、 L， n_L，则窗口 w_l 中 Y_t 的局部样本均值和方差定义为:

$$\hat{m}_{w_l}=\frac{1}{n_L}\sum_{t:t\in w_l} y_t\hat{v}_{w_l} \quad =\frac{1}{n_L-1}\sum_{t:t\in w_l}\{y_t-\hat{m}_{w_l}\}^2. \tag{7}$$

3.2.2 动态周期图：时间序列不断演变的特征

I_s（ω_k， l）定义为时间序列 Y_t 在每个w_{t_l}、l 中划分得到的局部周期图（见公式（6））： $l=1$、2.....、L 个长度为 n_L的重叠时间窗口，适用于所有采样位置$\{s$： $s=1$、2、.....、 $v\}$，跨越傅里叶频率 $\omega_k=2\pi k/n_L$、 $k=1$、2、.....、 n_L。相应地，$\mathbf{I}_s$表示任意位置 s处的完整周期图矩阵，定义为:

$$\mathbf{I}_s=\begin{bmatrix} I_s(\omega_1,1) & I_s(\omega_1,2) & . & . & . & I_s(\omega_1,L) \\ I_s(\omega_2,1) & I_s(\omega_2,2) & . & . & . & I_s(\omega_2,L) \\ . & . & . & . & . & \\ . & . & . & . & . & \\ . & . & . & . & . & \\ I_s(\omega_{n_L},1) & I_s(\omega_{n_L},2) & . & . & . & I_s(\omega_{n_L},L) \end{bmatrix} \tag{8}$$

为简便起见，局部时间窗口 I_s(ω_1， w_{t_l}) 记为 I_s(ω_k， l)。将式（8）中的周期图矩阵重新排列，以获得时间窗口 w_{t_l} 内所有采样位置 $\{s$ 处的周期图： $s=1$，2，.....， $v\}$:

$$\mathbf{I}_{w_{t_l}}=\begin{bmatrix} I_{w_{t_l},s_1}(\omega_1) & I_{w_{t_l},s_1}(\omega_2) & . & . & . & I_{w_{t_l},s_1}(\omega_{n_L}) \\ I_{w_{t_l},s_2}(\omega_1) & I_{w_{t_l},s_2}(\omega_2) & . & . & . & I_{w_{t_l},s_2}(\omega_{n_L}) \\ . & . & . & . & . & \\ . & . & . & . & . & \\ . & . & . & . & . & \\ I_{w_{t_l},s_v}(\omega_1) & I_{w_{t_l},s_v}(\omega_2) & . & . & . & I_{w_{t_l},s_v}(\omega_{n_L}) \end{bmatrix} \tag{9}$$

对于二阶平稳时间序列，$\mathbf{I}^{w_{t_l}}$ 定义了时间窗口 w_{t_l}内多个时间序列 $\mathbf{Y}_t$ =$\{Y_{s_1}$(t) Y_{s_2}(t) .....， Y_{s_v} (t)$\}^t$ 的特征。如果 $\mathbf{Y}_t$ 由所有二阶平稳时间序列组成，$\mathbf{I}^{l_1}$ 将是时间不变的。然而，统计特性随时间演变的时间序列会产生时变周期图矩阵，$\mathbf{I}^{l_1}$。

3.2.3 特征空间：PCA周期图

主成分分析（PCA）由 Karl Pearson 提出，此后已成为一种标准的无监督统计学习方法（Hastie等，2009年）。主成分分析的常见用途是降低多变量数据集中相关主特征的维度。如果一个数据集

由 n 个（可能相关的）特征组成，应用主成分分析后会得到数量较少（$m < n$）的互不相关的二级特征 $\{Z_1, Z_2, \ldots, Z_m\}$，这些特征由主特征（$n$）的线性组合构成。

众所周知，二阶平稳时间序列的周期图纵坐标值 $I(\omega_k)$ 在傅里叶频率处渐近不相关，$\omega_k = 2\pi k/n$，$k = 0$，1，2，..... $n-1$（Shumway 等，2000）。然而，非平稳时间序列的周期图彼此相关。在此，主成分分析有两个用途：

- 降低周期图向量的维度（即每个时间窗口中的谱特征，w_l），同时保留信号中的大部分变化；
- 为多个 RLOSD时间序列提取互不相关的二级谱特征（见公式 (9) 的各列，$\mathbf{I}^{w_{t_l}}$）。

数学上，这是通过对$\mathbf{I}^{w_{t_l}}$的周期图列进行线性组合，求解以下优化问题来实现的：

$$\min A_m \operatorname{Var}(Z_{s_j,m} \text{ where } Z_{s_j,m} = \sum_{i=1}^{n_l} \alpha_i I_{w_{t_l},s_1}(\omega_i, \text{ such that } \sum_{i=1}^{n_l} \alpha_i^2 = 1 \tag{10}$$

随后，使用多变量统计学习方法、聚类分析和分类，利用所得的互不相关的二级特征来刻画系统状态的演变。

3.2.4 系统状态的状态变化

稳定性监测过程的第一步是确定一个时间窗口，在此窗口内，地表位移信号的统计特征会发生结构变化，从二阶平稳阶段转变；这一时刻称为状态变化时间（w_{t_0}）。可使用多种统计方法检测系统从二阶平稳状态向非平稳状态的转变（例如频率学派方法、贝叶斯方法）。然而，由于这项回顾性分析中的时间序列相对较短，因此本文采用另一种方法。定义：

$$Var(w_{t_l}) = \sum_{i=0}^{n_l/2} I_{w_{t_l},s_1}(\omega_i), l = 1, 2, \ldots, n. \tag{11}$$

为时间序列在时间窗口 w_{t_l} 内的局部方差。在二阶平稳条件下，$Var(w_{t_l})$ 在所有时间窗口中都近似保持不变。然而，若其显著偏离，则表明统计状态发生变化；可将大坝六个位置各自的平均 RLOSD 时间序列的 $Var(w_{t_l})$ 对时间窗口 w_{t_l}，$l = 1$，2，.....，L 作图，以识别这种变化。

在 $Var(w_{t_l})$ 图上选取拐点作为状态变化时间的潜在候选点。在候选拐点集合中，使用最大簇间方差原则（Das & Tordesillas 2019）确定最有可能的状态变化时间窗口（w_{t_0}）。为此，先估计所有位置在状态变化窗口内的局部周期图$\mathbf{I}^{w_{t_0}}$，如公式 (9) 所示，然后使用主成分分析，得到每个位置 $s =$，1，2，...，v的次级谱特征矩阵$\mathbf{Z}^{w_{t_0}}$。特征矩阵$\mathbf{Z}^{w_{t_0}}$概括了 w_{t_0}处系统（即大坝）的系统状态特征（即边坡稳定性），该矩阵根据各位置所有像素的平均 RLOSD时间序列计算得出。随后使用此特征矩阵，将大坝的（六个）采样位置划分为有限数量（k）的簇，

$\mathbb{C} = \{C_1, C_2, \ldots, C_k\}$。 $\mathbb{C}$ 被假定为动态转变进入不稳定变形状态之前系统状态的稳定基线。在最后阶段，通过一种统计量衡量系统的演变，该统计量依次将所有后续谱特征$\mathbf{Z}^{w_{t_0}}$ 与基线 $\mathbb{C}$进行比较。

3.3 分类与风险

在最后阶段，我们针对基线特征矩阵 $\mathbb{C}$，采用序贯分类方法推导风险阈值。

3.3.1 分类

Das 和 Tordesillas（2019）提出的分类误差统计规律是一个重要发现。考虑这样一个分类问题：在任意给定时刻 t，希望根据特征 $\{I_1, I_2, \ldots, I_n\}$，将一组观测值 $\{1, 2, \ldots, n\}$ 划分为有限个类别 $\mathbb{C} = \{C_1, C_2, \ldots, C_k\}$.。那么：

$$
\begin{aligned}
&p_{Il}^{tj} = Prob.(j \in C_l | I_j), l = 1, 2, \ldots, k; j = 1, 2, \ldots, n \text{ such that} \\
&\sum_{l=1}^{k} p_{Il}^{tj} = 1.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

它表示在时间 t，随机选取的观测值 $j = 1$，2，.....，n 被分类到类别 C_l 的概率。为简便起见，后文不再考虑上标 t。

3.3.2 风险轨迹

分类器将 j^{th} 观测分配至类别 C_z； $z \in \{1, 2, \ldots, k\}$ 如果给定特征 I_j时的类别后验概率 p_j满足：

$$
\begin{aligned}
&p_j = \max_{l=1}^{k} p_{Il}^{j} = \ \text{Prob}(I_j \in C_z), \text{ and} \\
&q_j = 1 - p_j, \text{ that is, } q_j = \ \text{Prob}(I_j \notin C_z) \\
&z = arg\max_{l} p_{Il}, z \in \{1, 2, \ldots, k\}, \text{ the estimated class.}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

定义 $M(p_j) = p_j q_j$，$j = 1$，2，.....，n为理论分类变异，并将 $M(\hat{}p_j)$作为相应的最大似然估计量，那么 Das & Tordesillas（2019）证明了$\hat{}p_j$ 的期望和方差之间存在抛物线关系：

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}\{M(\hat{p}_j\} &= p_j q_j, \text{ and its variance,} \\
\text{Var}\{M(\hat{p}_j)\} &= \frac{1}{n}\{p_j q_j (1 - 4 p_j q_j)\}
\end{aligned}
\tag{14}
$$

如图2所示。随后，算法可根据该轨迹的演化情况（图2）估算两个边坡稳定性预警阈值—— t_R和 t_I。第一个里程碑 t_R是初现的不稳定风险发生的时间，对应于轨迹在$p_j q_j = 0.125$处达到理论最大值，表明系统正沿单调演化路径走向失稳。随后是 t_I，即即将失稳的时间。风险预警 t_I 估算为分类

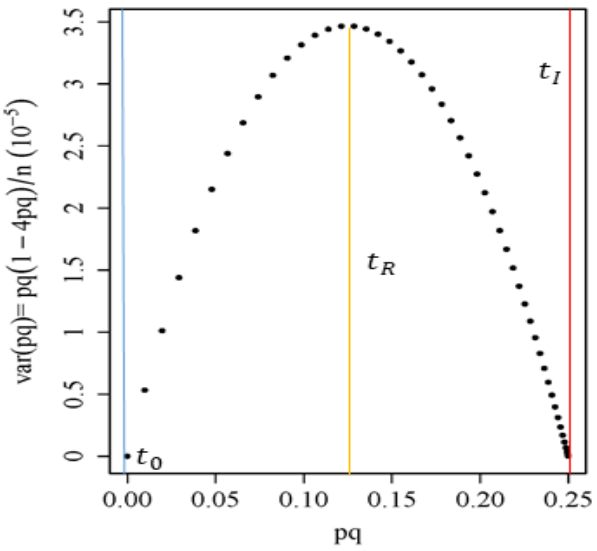


图2： 平均分类不确定性及其方差之间的关系。三条竖线分别对应时间上的三个风险阈值； w_{t_0}：状态变化时间， t_R：新兴风险时间， t_I：迫近风险时间。

方差接近其理论最大值（即 $p_j q_j = 0.25$）时的时间窗口。基于此，对布鲁马迪纽尾矿坝坍塌的 t_R 和 t_I 进行了回顾性经验估算。

请注意，根据 n 样本 p_1， p_2，……， p_n 对总体参数（例如 p）进行的估计，形式上记为$\hat{p}$。相应地，参数函数（如 $M(p)$）形式上记为$M(\hat{p})$。不过，为简洁起见，本文后续部分省略估计值上的帽子记号。

3.4 算法实现

算法 1 概述了生成失稳新兴风险预警（t_R）和失稳迫近风险预警（t_I）的方法。与 Das & Tordesillas（2019）相比，这一新算法的主要区别在于监测所用的特征。Das & Tordesillas（2019）侧重于时间序列的一阶性质，而此处的框架则扩展为纳入序列相关和非平稳时间序列。该算法采用统计软件R（R Core Team 2021）分两个阶段实现。可视化使用 ggplot2 软件包（Wickham 2016）。

4 结果与讨论

4.1 估算状态变化时间

算法的第一阶段是估算状态变化时间 w_{t_0}，具体方法见第3.2.4节。图3a）和 b）分别显示了六个位置各自观测到的平均RLOSD时间序列的趋势和移动窗口方差。如前所述，平均RLOSD是对提取出的所有单独时间序列计算空间均值得出的

算法 1： 边坡稳定性风险监测算法。

结果：第一阶段： 系统的特征估计状态
如果 $w_t < w_{t_0}$ **则**
  估计局部周期图，$I(\omega_k,\ w_t)$;
  基于 $I(\omega_k,\ w_t)$ 估计非平稳性度量 $S(w_t)$;
  如果 $S(w_t)$ 不是拐点，则重复;
else
  $w_t = w_{t_0}$，一个状态变化的候选窗口;
  使用主成分分析从 中构建二级特征;
  在基线 w_t处对所有位置进行聚类 $_0$ 分为 $\mathbb{C}$ 个簇;
  如果 簇间方差 $\geq 80\%$ **则**
    进入分类阶段
  else
    返回特征估计
  end
end
结果：第二阶段：分类与风险
在 $j = t_{0+1}$ 将所有位置分类为 $\mathbb{C}$ 类别标签;
$p_l(t)$ = 类别后验概率，$q_l(t) = 1 - p_l(t)$;
定义，U_j =中位数$_l p_l(j) q_l(j)$ 分类方差;
如果 $U_j < 0.25$ **那么**
  在各时间窗口中，重复将位置分类到某个基线聚类中，
  $w_j, j = t_{0+1}, t_{0+2}, \ldots, t_{0+m}$;
else
  判定边坡失稳即将发生
end

这些时间序列来自六个位置的连续像素子集（见图1），其定义参见 Grebby 等人（2021）。除位置1外，所有位置均呈现单调递减（沉降）的位移趋势（图3a）。此外，位置2–6的平均位移和移动窗口方差显然都随时间变化，这表明其二阶统计特性非平稳。

一个关键的时变二阶属性是样本方差。检查图3b)可见，布鲁马迪纽尾矿坝发生了变形相变。2018年7月2日之前，各位置的空间方差轨迹逐渐减小；而此日期之后，方差则呈现增大的趋势。图3c)所示的趋势调整后的移动窗口方差保留了这一特性。尽管变化幅度各不相同，这种模式在全部六个位置上都一致。

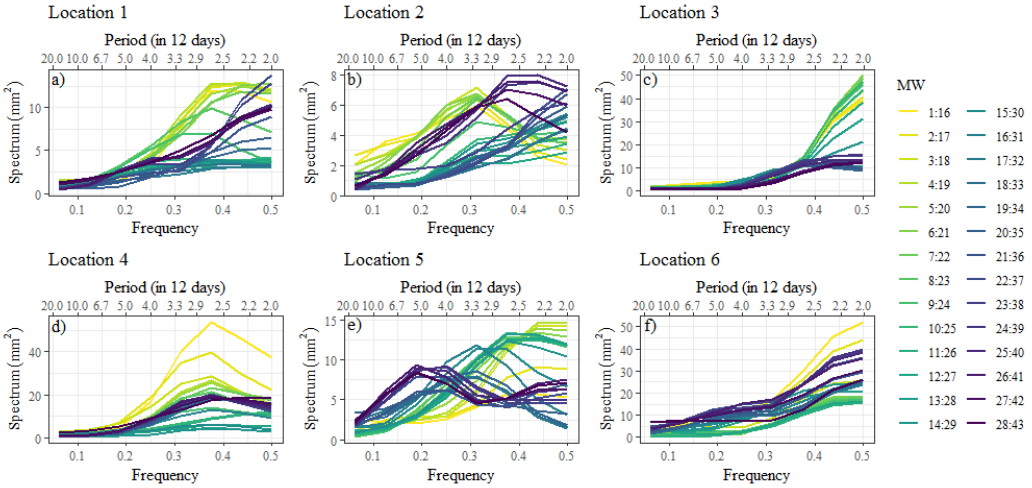
如第3节所述，谱密度函数（公式（5））的时间不变性是二阶平稳时间序列的唯一特征，而周期图（公式（6））是谱的样本估计量。因此，评估时间序列非平稳性的常用方法，是在移动重叠时间窗中估计局部周期图，然后分析局部周期图的时间变化。我们估计了多个不同长度（n_L）的局部时间窗口中均值校正后的RLOSD的周期图。在每个局部窗口w_{t_l}，$l = 1$，2、.....、L 中，我们增加一个时间单位（12天），并移除前一时间窗口的第一个时间点。对于局部窗口长度为16且重叠15个时间单位的情况，各位置对应的局部周期图如图4所示，其中



图 3： 六个采样位置的空间趋势和移动窗口方差。**a)** 相对视线向位移（RLOSD）空间样本均值的时间序列。**b)** 平均RLOSD的移动窗口空间样本方差（MWV）。**c)** 去趋势平均RLOSD的移动窗口空间样本方差（MWV）。

图中的 $x-axis$ 表示傅里叶频率，ω_k。对于长度为16的时间序列，由于混叠，只能在8个傅里叶频率上获得可能不同的谱估计（Nason等人，2017）。图4清楚地显示了每个位置的局部周期图曲线存在明显的时间变化。时间序列的演变特征十分明显：在某些时间窗口中，周期图纵坐标值在截距和斜率两方面都显得更加相似，而在其他时间窗口中则不然。正是这8个周期图纵坐标值被用作序贯斜率稳定性监测算法中的特征。

算法第一阶段的下一个关键步骤是利用周期图确定状态变化发生的时间（窗口），即系统从平稳范式向非平稳范式转变的相变。为此，Das & Tordesillas（2019）建议采用非平稳性度量



Figu图 4: 连续时间窗口中去趋势平均RLOSD的局部周期图（窗口长度为16） ws
每个 位置。

该度量基于 Das & Nason（2016）提出的二阶时域特性，用于评估偏离平稳性的程度。然而，此处采用了一种更简单、适用于谱方法的方法。众所周知，谱是时间序列的方差在各傅里叶频率上的正交划分（Shumway et al. 2000）。等价地，移动窗口谱将局部方差——即特定时间窗口内的方差——分配到各个傅里叶频率上。当时间序列二阶平稳时，谱是其独特特征，不随时间变化。这表现为不同局部时间窗口的周期图保持不变。换言之，局部方差——由各傅里叶频率处的局部周期图求和得到——必须在所有时间窗口中保持一致。然而，非平稳时间序列的局部方差会随时间变化（或演变），如图5a所示。

针对所有位置（1–6），估算了移动时间块中所有连续像素的局部方差空间中位数，以确定局部方差轨迹上的拐点（图5b）。每个拐点均被视为假设的状态变化点，w_{t_0}。因此，如图5b所示，确定了三个预期状态变化时间窗口，分别对应时间窗口7（2017-10-30 : 2018-04-28）、9（2017-11-23 : 2018-05-22）和16（2018-02-15 : 2018-08-14）。在每个预期的 w_{t_0}，按照第3.2.4节所述，使用周期图作为特征，对所有像素进行中心点聚类（Hu 等人 2021），将其划分为有限数量的簇。选择在簇划分数量最少的情况下，能够解释最高比例簇间变异（阈值为 $\approx 80\%$）的时间窗口作为 w_{t_0}（Das & Tordesillas 2019）。不同簇划分数量对应的变异见表1。对于4个簇划分，簇间变异为81%，因此选择 $w_{t_0} = 16$（2018-02-15 : 2018-08-14）作为最佳状态变化时间。

4.2 失稳风险预警

以窗口长度为 16 的局部周期图作为特征，随后将所有时间序列在所有后续时间点 $w_{t_{0+1}}$，$w_{t_{0+2}}$，... ...分类为 w_{t_0} 的类别标签。误分类（pq）被视为系统状态演变的指示。在每个时间窗口，

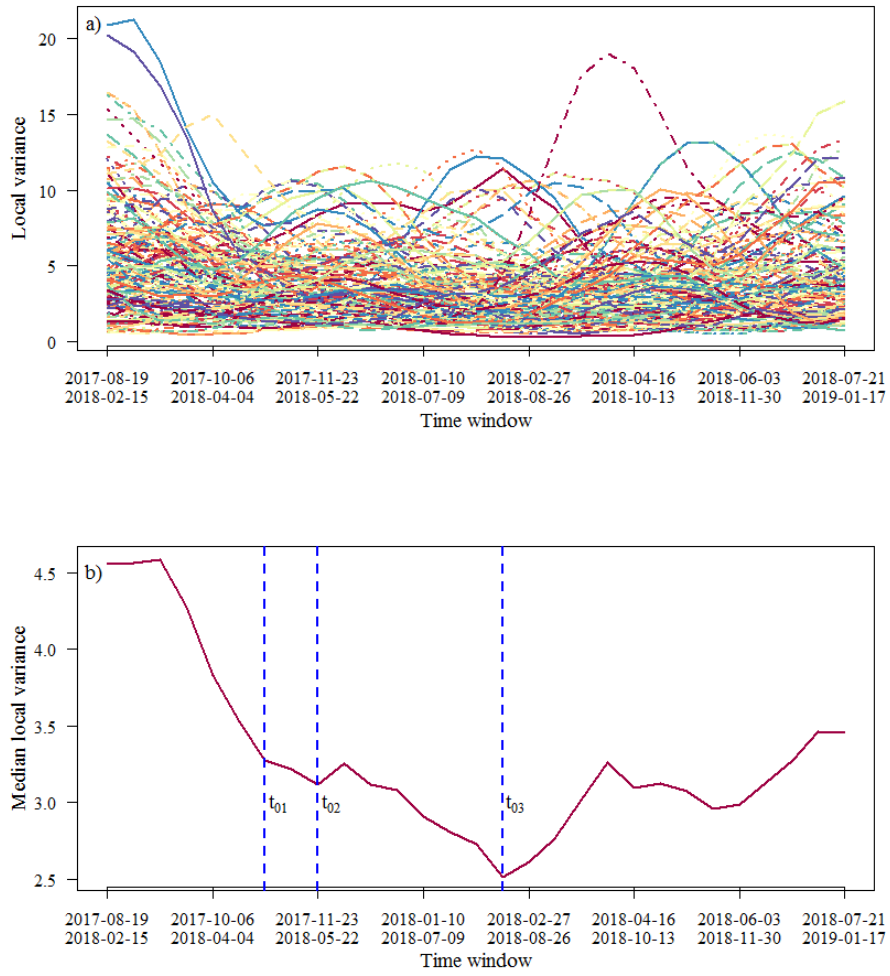


图 5： 作为周期图纵坐标值总和的局部方差。**a**）连续时间窗口内平均RLOSD的逐像素局部方差。**b**）连续时间窗口内平均RLOSD的局部方差中位数。

计算了 pq 的误分类空间中位数及相应的四分位距（IQR）。图 6 展示了 $w_{t_0} = 16$ （2018-02-15 : 2018-08-14 ）的 $Median$ （ pq ）和 IQR （ pq ）时间序列。根据 pq 与其变异性之间的关系，针对布鲁马迪纽尾矿坝新兴风险（t_R）和迫近失效风险（t_I）时间窗口的回顾性预警日期分别为2018年2月27日—2018年8月26日和 2018年6月27日—2018年12月24日。因此，该算法至少能在实际事件发生前一个月识别出大坝即将失稳的风险。这与 Grebby 等人（2021）基于逆速度法提前 40 天发出的预警相当。如果采用这种方法进行近实时监测，就能提供充分的预警，以便开展详细的现场调查或实施风险缓解措施。此外，新兴风险预警发出的时间甚至更早，至少提前五

表1： 不同簇划分数量（2、3、4、5）下，在各种假设的状态变化时间 $w_{t_0} = 7$ （2017-10-30 : 2018-04-28）、$w_{t_0} = 9$ （2017-11-23 : 2018-05-22）和 $w_{t_0} = 16$ （2018-02-15 : 2018-08-14）对应的簇内及簇间变异解释量。

时间窗口	簇数	簇内变异					簇间变异（%）
7	2	0.304	0.153				54%
	3	0.117	0.071	0.113			70%
	4	0.041	0.034	0.078	0.071		78%
	5	0.033	0.027	0.041	0.014	0.062	82%
9	2	0.182	0.245				57%
	3	0.115	0.097	0.06			73%
	4	0.012	0.075	0.058	0.038		82%
	5	0.040	0.048	0.020	0.012	0.021	86%
16	2	0.148	0.32				53%
	3	0.106	0.072	0.071			75%
	4	0.018	0.042	0.06	0.072		81%
	5	0.060	0.005	0.018	0.024	0.042	85%

在失稳前数月，与 Gama 等人（2020）指出的变形加速初期阶段相吻合。这比基于逆速度法最早在失稳前51天发出的可靠预警早得多（Grebby 等，2021）。不过，事后看来，这种变形可能对应的是二次蠕变阶段，而非三次蠕变；但在当时，这样的预警仍有助于及时启动关键的后续评估，以判断大坝的稳定性。

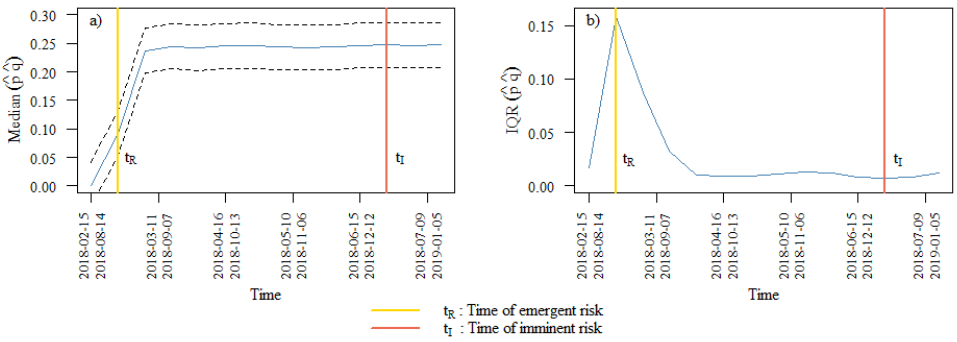


图 6： 风险时间序列以及 $w_{t_0} = 16$ (2018-02-15 : 2018-08-14) 的风险阈值 t_R (金色)和 t_I (红色)。**a)** 失效风险，$Median(pq)$。**b)** 失效风险的变异性，$IQR(pq)$。

4.3 时间窗口对失效风险预警的影响

4.3.1 局部周期图

迄今为止的讨论主要集中在长度为16的时间窗口上估计局部周期图所得到的结果。为了评估移动窗口的长度对状态变化和风险估计的影响，计算中还采用了其他几种窗口长度。这些计算包括对相同时间序列使用长度为24和32的移动窗口，并设置不同的重叠长度来估计周期图。

将图7和图8与图4进行比较可以发现，所有三种窗口估计均显示出局部周期图曲线的时间变化（以及聚类）。主要差异有两方面：

- 较长的时间窗口可呈现更宽广的变化谱。也就是说，对于长度为32的时间序列，选择局部周期图时，能够估计的（低频）周期分量的周期最长可达长度为16的时间窗口所允许长度的两倍（1个时间单位 =12天）。

- 因此，聚类的局部窗口（数量）会有所不同。

总体而言，分析表明，所有时间窗口长度估计出的最大方差均与对应于2018年7月至8月周期的傅里叶频率重合。这证实了估计局部周期图所采用的窗口长度对预期状态变化时间窗口的影响可以忽略不计，因此也不会显著影响随后失效风险预警的发布时间。不过，这一点未必总是成立，因此，若要推广该算法，使其适用于更广泛的情况，通常采用更客观的窗口选择方法会更有益。

客观优化时间窗口选择的关键，在于针对给定的边坡失效过程，采用一种能够估计所有具有显著方差分量的频率处周期图的方法。换句话说，这种方法必须能够在给定采样频率的条件下，估计RLOSD时间序列中蕴含的功率，且频率应达到该类边坡失效通常具有的最小频率，或时间周期应达到最长典型周期。窗口宽度估计（以及窗口核）的示例还包括统计科学和信号处理领域中的方法（相当于带宽），例如密度估计（Green和Silverman 1993年、Bowman 1984年）、趋势估计（Fried 2004年）和周期图估计（Ombao等人 2001）。正如其中许多示例所展示的那样，可以利用一种称为交叉验证的重采样方法，建立严谨且自动化的方法。一个潜在的解决方案是，基于对给定类型边坡失效的RLOSD时间序列中常见傅里叶谱的机制性先验知识，采用基于交叉验证的决策准则，通过最小化损失函数来选择最优窗口长度，从而确保能够估计最低相关频率处的谱。

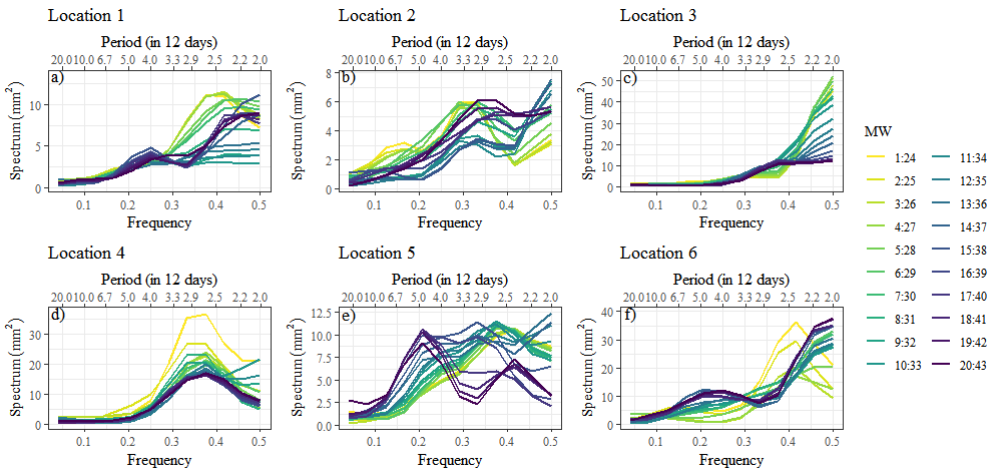


图7： 连续时间窗口内去趋势平均RLOSD的局部周期图（窗口长度为24）。

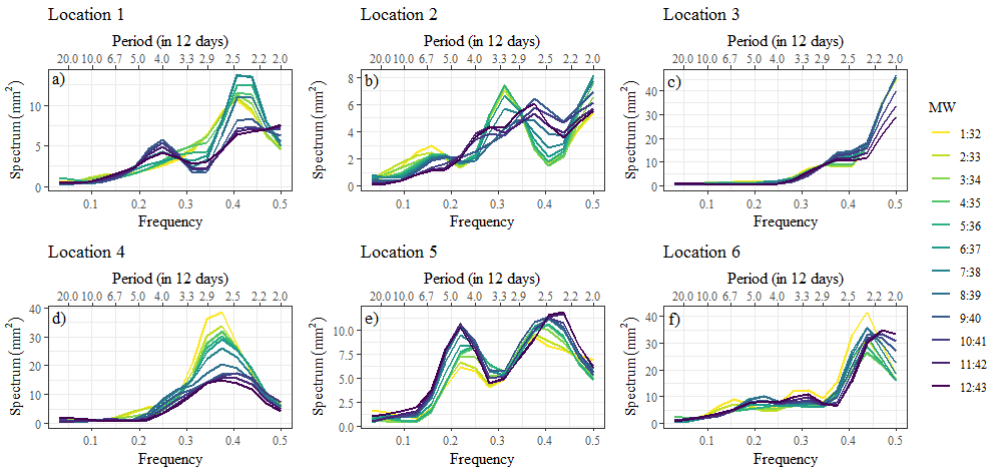


图 8：连续时间窗口中去趋势平均RLOSD的局部周期图（窗口长度为 32）。

4.3.2 制度转换时间窗口的时间

如图5b所示，首先识别出三个拐点，随后对其进行聚类分析（表1），以估计状态变化的最优时间窗口（$\hat{w}_{t_0}$）。结果选择了$w_{t_0} = 16$ （2018-02-15：2018-08-14）。然而，为评估状态变化时间窗口对失效风险预警的影响，针对两个备选的预期时间窗口 $w_{t_0} = 7$ （2017-10-30：2018-04-28）和9（2017-11-23：2018-05-22），计算了风险阈值 t_R 和 t_I的估计值。图9和图10分别显示了$w_{t_0} = 7$ 和$w_{t_0} = 9$的风险统计量（pq）以及风险阈值 t_R 和 t_I 的中位数和四分位距（IQR）时间序列。对于 $w_{t_0} = 16$，可以看出，两个状态变化时间的备选方案同样能够在大坝实际溃决之前很久预测到迫近失效风险（t_I）。对于 $w_{t_0} = 7$，在2018年3月11日至2018年9月7日的时间窗口内检测到迫近失效风险；而对于 $w_{t_0} = 9$，则在2018年4月16日至2018年10月13日期间检测到该风险。这些风险预警比状态变化时间的最优时间窗口（$w_{t_0} = 16$）提前2—3个月，比实际溃决提前数月。然而，正如Das & Tordesillas（2019）所观察到的，这些较早的状态变化时间窗口（$w_{t_0} = 7$ 和 $w_{t_0} = 9$）所产生的风险统计量最大值（pq）低于 $w_{t_0} = 16$ 以及理论最大值0.25。因此，与状态变化最优时间窗口16所产生的预警相比，较早备选时间窗口产生的风险预警准确性较低，即更容易出现假阳性。

尽管在本例中，聚类分析能够从三个备选方案中识别出最佳的状态变化窗口时间，但采用更稳健的方法或许更有助于解决如何确定唯一解的问题。检测状态变化时间，本质上与检测时间序列中的结构变化点相似。关于变化点检测，频率学派和贝叶斯学派均提出了多种潜在方法，有待未来进一步研究（Killick 等，2012；Cho & Fryzlewicz，2012、2015；Ghassempour 等，2014）。另外，检测 $\hat{w}_{t_0}$ 也可以视为与检测流数据中的异常类似，例如 Hill 等（2009）以及 Dereszynski & Dietterich（2011）所述的方法。

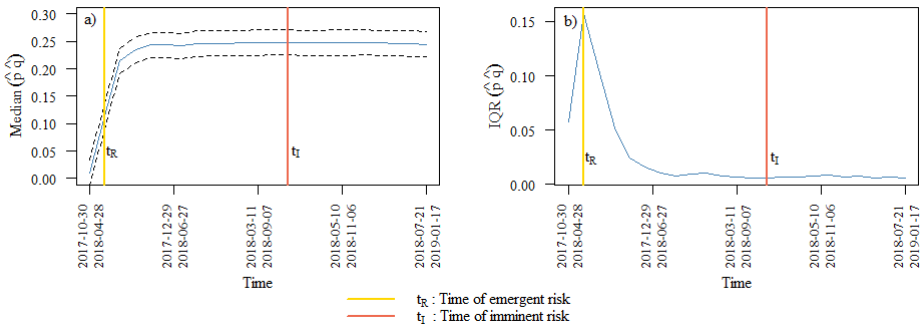


图9： 各面板显示了 $w_{t_0} = 7$ (2017-10-30 : 2018-04-28) 的风险统计量随时间的变化轨迹，以及风险阈值 t_R (金色)和 t_I (红色)。**a)** 失效风险， $Median(pq)$。**b)** 失效风险的变异性，$IQR(pq)$。

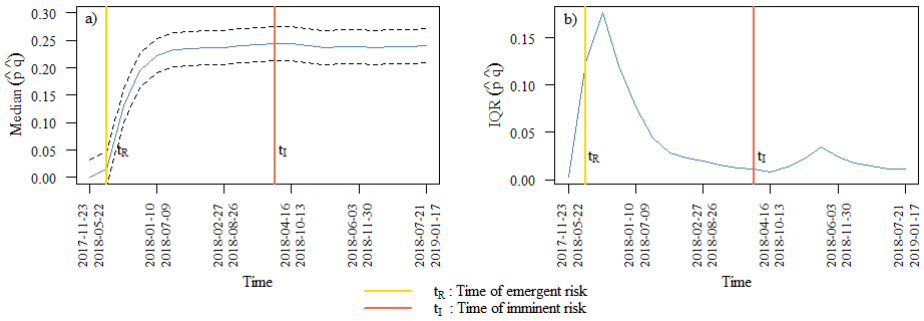


图10： 各面板显示了 $w_{t_0} = 9$ (2017-11-23 : 2018-05-22) 的风险统计量随时间的变化轨迹，以及风险阈值 t_R (金色)和 t_I (红色)。**a)** 失效风险， $Median(pq)$。**b)** 失效风险的变异性， $IQR(pq)$。

5 结论

传统的边坡失稳预测方法以逆速度法为基础。然而，由于该方法具有很强的主观性，且指数定律所描述的确定性关系往往要到失稳临近时才会显现，因此采用该方法作出的预测可能不可靠，难以满足风险管理的需要，也无法为潜在灾难提供充分的提前预警。本研究提出了一种替代性的风险识别方法，将时间序列谱分析理论融入 Das & Tordesillas（2019）提出的数据驱动的序贯监测算法中。该统计方法更为客观，可用于按固定时间间隔采样的任意位移时间序列，并能考虑序列相关。

通过将这一新算法应用于与2019年布鲁马迪纽一号尾矿坝溃坝相关的卫星InSAR位移监测数据，证明了该算法的有效性。该算法分析二阶性质，表明尾矿坝在2018年7月左右进入不稳定时期，比实际溃坝早数月。这一点从

移动窗口方差图中清晰可见，并通过基于周期图的局部方差图进一步得到证实；后者考虑了各位移时间序列中的序列相关性。大多数边坡稳定性监测分析只考察变形信号的趋势或一阶矩，而本研究结果表明，考察二阶统计特性至关重要。

基于聚类分析确定了最优状态变化窗口 $w_{t_0} = 16$ (2018-02-15 : 2018-08-14)，随后利用该窗口回溯估算 I 号坝的失效风险预警。该算法检测到，2018年2月27日—2018年8月26日期间出现了失效风险上升，而2018年6月27日—2018年12月24日期间尾矿坝存在即将发生（最高）坍塌的风险。后一项预警至少比2019年1月25日实际发生的坝体失效提前数周，而首次出现失效风险上升的迹象，则至少比失稳提前五个月。该算法针对即将失稳风险所提供的提前预警时长，与基于逆速度法的既往分析相当；不过，在可靠检测失稳初期迹象方面，预警时间则长得多。这主要是因为该算法具有统计学特性，因此比经验方法更客观、稳健，也意味着它可以直接应用于其他边坡失稳。尽管此处生成的风险预警基于回溯分析，但若将该算法应用于近实时监测数据，便可能提供充足的早期预警，使相关人员能够开展详细的现场调查，或采取更紧急的风险缓解措施，从而避免人道主义与环境灾难。总体而言，本研究结果进一步证明，卫星InSAR可在大坝综合监测和预警系统中发挥作用。

仍需进一步研究，以提高该算法在分析任何潜在边坡失稳情景相关风险时的适用性。这主要包括采用更客观或自动化的方法，来选择最优时间窗口长度以及发生状态变化的时间窗口。此外，还可以通过同时考虑空间和时间自相关，进一步完善该算法，从而构建时空风险统计量。这样不仅能够对失效风险发出时间预警，还能指出失稳的具体位置。

参考文献

Bevilacqua, A., Pitman, E. B., Patra, A., Neri, A., Bursik, M. & Voight, B.（2019），《利用随机微分方程改进失稳预报方法，并将其应用于火山喷发预报》，*Frontiers in Earth Science* **7.网址：** *http://dx.doi.org/10.3389/feart.2019.00135*Bowman, A. W.（1984），《一种用于平滑密度估计的交叉验证替代方法》，*Biometrika* **71**(2)，353–360。Carlà, T., Farina, P., Intrieri, E., Botsialas, K. & Casagli, N.（2017），《硬岩体脆性边坡失稳监测与早期预警：露天矿实例》，*Engineering Geology* **228**，71–81。Carlà, T., Farina, P., Intrieri, E., Ketizmen, H. & Casagli, N.（2018），《结合地基雷达与卫星InSAR数据，分析露天矿中一次意外边坡失稳》，*Engineering Geology* **235**，39–52。Carlà, T., Intrieri, E., Di Traglia, F., Nolesini, T., Gigli, G. & Casagli, N.（2017），《关于re热

将逆速度法用作设定报警阈值以及预测滑坡和结构坍塌的工具', 《滑坡》**14**(2), 517–534. Carlà, T., Intrieri, E., Raspini, F., Bardi, F., Farina, P., Ferretti, A., Colombo, D., Novali, F. & Casagli, N. (2019), '基于卫星InSAR预测灾难性边坡失稳的展望', *Scientific Reports* **9**(1), 1–9. Casagli, N., Catani, F., Del Ventisette, C. & Luzi, G. (2010), '利用地基雷达干涉测量进行监测、预测和早期预警', 《滑坡》**7**(3), 291–301. Cho, H. & Fryzlewicz, P. (2012), '用于非平稳时间序列一致分割的多尺度多层次技术', 《统计学新论》pp. 207–229. Cho, H. & Fryzlewicz, P. (2015), '通过稀疏化二分分割检测高维时间序列的多重变点', 《英国皇家统计学会杂志：*B*辑：统计方法学》pp. 475–507. Colesanti, C. & Wasowski, J. (2006), '利用星载合成孔径雷达（SAR）干涉测量调查滑坡', *Engineering Geology* **88**(3-4), 173–199. Das, S. & Nason, G. P. (2016), '测量时间序列的非平稳程度', 《统计》**5**(1), 295–305. Das, S. & Tordesillas, A. (2019), '基于雷达数据近实时表征岩崩时空前兆演化：将统计学和机器学习与颗粒体失稳动力学相结合', 《遥感》**11**(23).**网址：** *https://doi.org/10.3390/rs11232777*Dereszynski, E. W. & Dietterich, T. G. (2011), '动态环境监测活动中用于数据异常检测的时空模型', 《*ACM*传感器网络汇刊（*TOSN*）》**8**(1), 1–36. Dick, G. J., Eberhardt, E., Cabrejo-Liévano, A. G., Stead, D. & Rose, N. D. (2015), '利用地基边坡稳定性雷达监测数据，为露天矿边坡开发失效时间早期预警分析方法', 《加拿大岩土工程杂志》**52**(4), 515–529. Du, Z., Ge, L., Ng, A. H.-M., Zhu, Q., Horgan, F. G. & Zhang, Q. (2020), '利用InSAR时间序列方法评估巴西布鲁马迪纽尾矿坝风险', 《整体环境科学》**717**, 137125. Fried, R. (2004), '对含趋势时间序列进行稳健滤波', 《非参数统计学杂志》**16**(3-4), 313–328. Fruneau, B., Achache, J. & Delacourt, C. (1996), '利用SAR干涉测量观测并建模圣艾蒂安-德蒂内滑坡', 《构造地质学》**265**(3-4), 181–190. Fukuzuno, T. (1985), '一种利用地表位移速度倒数预测降雨引发边坡失稳时间的方法', 《滑坡》**22**(2), 8–13. Gama, Fábio, F., Mura, J. C., Paradella, W. R. & de Oliveira, C. G. (2020), '利用SBAS和PSI技术，通过Sentinel-1 InSAR数据揭示布鲁马迪纽大坝坍塌前的变形', 《遥感》**12**(21), 3664.

Gee, D., Sowter, A., Grebby, S., de Lange, G., Athab, A. & Marsh, S. (2019), ‘欧洲国家地质灾害制图：荷兰的干涉分析’, 《工程地质》**256**, 1–22. Ghassempour, S., Girosi, F. & Maeder, A. (2014), ‘利用隐马尔可夫模型对多变量时间序列进行聚类’, 《国际环境研究与公共卫生杂志》**11**(3), 2741– 2763. Grebby, S., Sowter, A., Gluyas, J., Toll, D., Gee, D., Athab, A. & Girindran, R. (2021), ‘卫星数据高级分析揭示布鲁马迪纽尾矿坝溃坝前的地面形变前兆’, 《*Communications Earth & Environment*》**2**(1), 1–9. Green, P. J. & Silverman, B. W. (1993), 《非参数回归与广义线性模型：粗糙度惩罚方法》, CRC出版社。Hastie, T., Tibshirani, R., Friedman, J. H. & Friedman, J. H. (2009), 《统计学习基础：数据挖掘、推断与预测》, 第2卷，施普林格。Hill, D. J., Minsker, B. S. & Amir, E. (2009), ‘流式环境数据的实时贝叶斯异常检测’, 《水资源研究》**45**(4). Holden, D., Donegan, S. & Pon, A. (2020), 布鲁马迪纽大坝InSAR研究：对溃坝前TerraSAR-X、COSMO-SkyMed和Sentinel-1影像的分析，收录于‘《Slope Stability 2020：2020年国际露天采矿与土木工程边坡稳定性研讨会论文集》’，澳大利亚岩土力学中心，第293–306页。Hu, J., Xu, K., Wang, G., Liu, Y., Khan, M. A., Mao, Y. & Zhang, M. (2021), ‘基于OA-HD和k中心点聚类算法的新型滑坡易发性制图’, 《工程地质与环境通报》**80**(2), 765–779. Intrieri, E. & Gigli, G. (2016), ‘滑坡预测及影响其可预测性的因素’, 《自然灾害与地球系统科学》**16**(12), 2501–2510. Intrieri, E., Gigli, G., Casagli, N. & Nadim, F. (2013), ‘简讯：滑坡预警系统——工具箱与一般概念’, 《自然灾害与地球系统科学》 **13**(1), 85–90. Intrieri, E., Raspini, F., Fumagalli, A., Lu, P., Del Conte, S., Farina, P., Allievi, J., Ferretti, A. & Casagli, N. (2018), ‘从太空观测茂县滑坡：利用Sentinel-1数据检测失稳前兆’, 《滑坡》**15**(1), 123–133. Killick, R., Fearnhead, P. & Eckley, I. A. (2012), ‘以线性计算成本实现变点的最优检测’, 《美国统计学会杂志》**107**(500), 1590–1598. Massonnet, D. & Feigl, K. L. (1995), ‘卫星雷达干涉图中地球物理现象的辨别’, 《地球物理研究快报》**22**(12), 1537–1540. Massonnet, D., Rossi, M., Carmona, C., Adragna, F., Peltzer, G., Feigl, K. & Rabaute, T. (1993), ‘通过雷达干涉测量绘制兰德斯地震的位移场’, 《自然》**364**(6433), 138–142. Nason, G. P., Powell, B., Elliott, D. & Smith, P. A. (2017), ‘我们是否应该更频繁地采样时间序列？通过多速率谱估计提供决策支持’, 《英国皇家统计学会杂志：*A*辑（社会统计）》**180**(2), 353–407.

Niu, Y. & Zhou, X.-P. (2021), '利用空间前兆AE响应率预测复杂应力条件下岩石的失稳时间', 《国际岩石力学与矿业科学杂志》**147**, 104908. Ombao, H. C., Raz, J. A., Strawderman, R. L. & Von Sachs, R. (2001), '用于周期图平滑跨度选择的简易广义交叉验证方法', *Biometrika* **88**(4), 1186–1192. Peltzer, G. & Rosen, P. (1995), '通过SAR干涉测量观测到的1993年5月17日加利福尼亚州尤里卡谷地震的地表位移', 《科学》**268**(5215), 1333–1336. Pinel, V., Poland, M. P. & Hooper, A. (2014), '火山学：从合成孔径雷达影像中汲取的经验', 《火山学与地热研究杂志》**289**, 81–113. Porsani, J. L., Jesus, F. A. N. d. & Stangari, M. C. (2019), '巴西布鲁马迪纽科雷戈杜费ijão矿尾矿坝I溃坝后的铁矿开采区探地雷达调查', 《遥感》**11**(7), 860. R核心团队 (2021), 《*R*：统计计算语言与环境》, R统计计算基金会，维也纳，奥地利。**网址：** *https://www.R-project.org/*Robertson, P., de Melo, L., Williams, D. & Wilson, G. (2019), 'Feijão一号坝失稳技术原因专家小组报告',淡水河谷委托。Rose, N. D. & Hungr, O. (2007), '利用反速度法预测露天矿中可能发生的岩质边坡失稳', 《国际岩石力学与矿业科学杂志》**44**(2), 308–320. Rosen, P. A., Hensley, S., Joughin, I. R., Li, F. K., Madsen, S. N., Rodriguez, E. & Goldstein, R. M. (2000), '合成孔径雷达干涉测量', 《*IEEE*会议录》**88**(3), 333–382. Rotta, L. H. S., Alcantara, E., Park, E., Negri, R. G., Lin, Y. N., Bernardo, N., Mendes, T. S. G. & Souza Filho, C. R. (2020), '2019年布鲁马迪纽尾矿坝溃坝：巴西这场最严重人类与环境灾难的可能原因及影响', 《国际应用地球观测与地理信息杂志》**90**, 102119. Saito, T. (1969), '地磁脉动', 《空间科学评论》**10**(3), 319–412. Schuster, A. (1906), 'II. 论太阳黑子的周期性', 《伦敦皇家学会哲学汇刊。*A*辑：数学或物理性质论文集》**206**(402- 412), 69–100. Shumway, R. H., Stoffer, D. S. & Stoffer, D. S. (2000), 《时间序列分析及其应用》, 第3卷，施普林格。Sowter, A., Bateson, L., Strange, P., Ambrose, K. & Syafiudin, M. F. (2013), '利用间歇相干性估算地表运动的差分合成孔径雷达干涉测量，并应用于南德比郡和莱斯特郡煤田', 《遥感快报》**4**(10), 979–987. Tordesillas, A., Zhou, Z. & Batterham, R. (2018), '用于滑坡早期预测的数据驱动复杂系统方法', 《力学研究通讯》**92**, 137–141.

Voight, B.（1988年），《火山喷发预测方法》，《自然》 **332**（6160），125–130。Voight, B.（1989年），《描述材料失效速率相关性的一种关系》，《科学》 **243**（4888），200–203。Wang, H.、Qian, G. & Tordesillas, A.（2020），《通过误差修正协整和降维对时空地质灾害数据进行建模与预测》，《空间统计》**36**。**网址：** *http://dx.doi.org/10.1016/j.spasta.2020.100432*Wasowski, J. & Bovenga, F.（2014），《利用卫星多时相干涉测量研究滑坡和不稳定斜坡：当前问题与未来展望》，*Engineering Geology* **174**，103–138。Wickham, H.（2016），*ggplot2*：用于数据分析的优雅图形，施普林格纽约。**网址：** *https://ggplot2.tidyverse.org*Zhang, J.、Wang, Z.、Zhang, G. & Xue, Y.（2020），《斜坡失稳时间的概率预测》，*Engineering Geology* **271**，105586。Zhou, S.、Bondell, H.、Tordesillas, A.、Rubinstein, B. I. & Bailey, J.（2020），《通过空间辅助高斯混合模型提前识别即将发生的岩崩位置》，《应用统计年鉴》**14**（2），977–992。