非平稳信道下超大规模多输入多输出的低复杂度预编码

Bokai Xu、Zhe Wang、Huahua Xiao、Jiayi Zhang（IEEE高级会员）、
Bo Ai（IEEE会士）和Derrick Wing Kwan Ng（IEEE会士）

arXiv:2302.00847v2 [cs.IT] 3 Feb 2023

摘要——超大规模多输入多输出（XL-MIMO）是未来第六代（6G）网络的一项前景广阔的技术，可实现更高性能。在实际应用中，迫零（ZF）和正则化迫零（RZF）预编码等多种线性预编码方案，能够在传统大规模多输入多输出（mMIMO）系统中同时实现高频谱效率（SE）和低误比特率（BER）。然而，由于固有的空间非平稳性和较高的计算复杂度，这些方法在超大规模场景下效率不高。为解决这一问题，我们研究了一种低复杂度预编码算法，例如随机化 Kaczmarz（rKA），并将超大规模MIMO系统中的空间非平稳特性纳入考量。此外，我们提出了一种新颖的随机化方式，即无放回抽样 rKA（SwoR-rKA），其收敛速度快于rKA算法。另外，我们推导了下行超大规模多输入多输出系统中考虑子阵列间干扰时的频谱效率闭式表达式。数值结果表明，与传统RZF算法相比，rKA和SwoR-rKA算法的复杂度均降低了51.3%，且频谱效率性能相近。更重要的是，当发射机的信道估计不理想时，我们的算法能够有效降低误码率。

一、引言

为满足未来第六代（6G）网络 [4], [5]设定的关键性能指标（KPI），人们开发了多种先进的新型无线技术，例如可重构智能表面（RIS） [1] 和无蜂窝大规模多输入多输出（CF-MIMO） [2], [3] 。其中一项关键技术是超大规模多输入多输出（XL-MIMO），通过配备数量极其庞大的天线，能够显著提升频谱效率（SE）。因此，人们提出了多种超大规模多输入多输出硬件设计方案 [6], ，例如超大规模天线阵列（ELAA）、大型智能表面（LIS）等，以提升空间自由度（DoF），实现更高的区域吞吐量 [7]–[16]。在实际应用中，随着天线数量不断增加，信道会呈现出各种新特性，例如空间非平稳特性。具体而言，对于较长的天线阵列，其不同部分可能会经历不同的信道特性。为利用信道空间非平稳特性的影响，可以将基站天线阵列划分为多个子阵列。具体来说，用户只能观测到阵列的一部分，这部分称为可见区域（VR），以应对上述空间信道变化 [17], [18]。另一方面，大量天线的应用也会带来更高的计算复杂度。因此，低复杂度预编码算法对于超大规模多输入多输出系统的实际成功部署至关重要。

B. Xu、Z. Wang 和 J. Zhang 就职于北京交通大学电子与信息工程学院，中国北京 100044。（电子邮箱：{20251197, zhewang 77、jiayizhang}@bjtu.edu.cn）。H. Xiao 就职于中兴通讯移动网络和移动多媒体技术国家重点实验室。B. Ai 就职于北京交通大学轨道交通控制与安全国家重点实验室，中国北京 100044。D. W. K. Ng 就职于新南威尔士大学电气工程与电信学院，澳大利亚新南威尔士州 2052。

大多数已有研究基于信道的统计特性，而这些特性在超大规模多输入多输出系统中可能无法获得。此外，这些研究往往忽略了空间非平稳特性 [19]。此外，为降低信号处理复杂度，已有研究提出了一些新算法，例如变分消息传递（VMP） [17], [20], 、基于均值角度的迫零（MZF）和张量迫零（TZF） [21] 。据作者所知，尽管上述基于迫零的算法具有较低的信号处理复杂度，但其频谱效率性能仍不理想。因此，有必要设计一种能够实现性能与复杂度权衡的算法。另一方面，文献 [22], [23] 基于正则化迫零（RZF）算法设计的方法，其频谱效率性能优于迫零算法。然而，该方法侧重于低复杂度的上行信号检测算法，且未考虑子阵列之间的干扰。

基于上述观察，我们旨在将随机化 Kaczmarz 算法（rKA）和无放回抽样 rKA（SwoR-rKA）与传统的RZF算法进行比较，以找出最具竞争力的预编码方案。

- 首先，考虑到空间非平稳性，我们将rKA迭代算法应用于降低下行超大规模多输入多输出系统中传统RZF矩阵求逆的复杂度。
- 其次，我们提出了 rKA 的优化方案 SwoR-rKA算法，其收敛速度比 rKA算法更快。如果关注复杂度，则可以使用 rKA算法，因为 rKA 的复杂度最低

。代价是收敛速度会略有降低。

• 最后，我们分析考虑子阵列间干扰的频谱效率性能和误比特率（BER）。值得注意的是，SwoR-rKA算法具有最高的频谱效率性能。此外，当发射机的信道估计不理想时，rKA和SwoR-rKA算法均可降低误比特率。

组织结构：本文其余部分安排如下。第二节介绍超大规模MIMO系统模型和非平稳信道。第三节详细介绍rKA预编码和SwoR-rKA预编码的设计。第四节给出数值结果[1]，第五节总结并得出有用结论。

符号说明：粗体小写字母x表示列向量，粗体大写字母X表示矩阵。$(\cdot)^{\mathrm{H}}$ 表示共轭转置。$\mathbf{I}_n$ 是 $n \times n$ 单位矩阵。$\mathbb{E}\{\cdot\}$、diag $\{\cdot\}$和tr$\{\cdot\}$分别表示期望算子、对角化算子和迹算子。Var(·)表示方差运算。将矩阵Y拼接在矩阵X下方表示为 [X; Y]。 $\|\mathbf{X}\|_F = \sqrt{\langle \mathbf{X}, \mathbf{X} \rangle}$ 和 $\|\mathbf{x}\|$ 分别表示矩阵X的弗罗贝尼乌斯范数和向量x的 l_2-范数。 $\mathcal{CN}(\mu, \sigma)$表示均值为 μ 、协方差为 σ的高斯分布。

II. 系统模型

如图1所示，我们研究 XL-MIMO 系统的下行链路，其中基站配备了 M 根天线，为 K 个单天线用户设备（UE）提供服务。注意，基站的 M根天线被划分为互不重叠的部分，每部分包含 $M^{(s)} = M/S$根天线，其中 $\sum_{s=1}^{S} M_{(s)} = M$。值得一提的是，各子阵列均配备了各自的本地处理单元（LPU），用于执行相关处理，并且所有这些 LPU 均连接至一个中央处理单元（CPU）。此外， K 个用户设备均匀分布在 S 个子阵列中，其中 $\sum_{s=1}^{S} K^{(s)} = K$。第 j个子阵列中第 k个用户设备接收到的复信号 $y_{jk} \in \mathbb{C}$ 表示为

$$y_{jk} = \sum_{s=1}^{S} (\mathbf{h}_{jk}^{s})^{\mathrm{H}} \mathbf{x}_s + n_{jk} \tag{1}$$

其中，$\mathbf{x}_s \in \mathbb{C}^{M^{(s)} \times 1}$ 是第 s个子阵列中的发射信号，$\mathbf{h}_{jk}^{s} \in \mathbb{C}^{M^{(s)} \times 1}$ 分别表示第 s个子阵列中的基站与第 j个子阵列中的第 k个用户设备之间的信道向量。第 j个子阵列中的第 k个用户设备处的加性圆对称复高斯噪声表示为$n_{jk} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$， $\forall k = 1、\cdots、K^{(j)}$、 $\forall j = 1、\cdots、S$，其中 σ^2 是接收机处的噪声方差。注意，基站可以实现

[1]仿真代码已提供，可用于复现本文结果：https://github.com/BJTU-MIMO

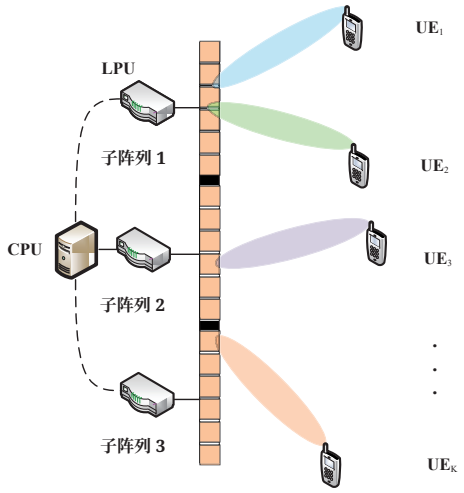


图1：所研究的超大规模多输入多输出系统示意图。

高斯码本和线性预编码方案，使得式（1）中的发射信号$\mathbf{x}_s$ 可以表示为

$$\mathbf{x}_s = \sum_{i=1}^{K^{(s)}} \mathbf{g}_{si} s_{si} = \mathbf{G}_s \mathbf{s}_s, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{G}_s = [\mathbf{g}_{s1}, \cdots$表示第 s个子阵列中 $K^{(s)}$ 个用户设备的预编码矩阵，$\mathbf{g}_{sK^{(s)}}] \in \mathbb{C}^{M^{(s)} \times K^{(s)}}$ 表示第 s个子阵列中第 i 个用户设备的预编码向量，$\mathbf{s}_s = [s_{s1}, \cdots, s_{sK^{(s)}}]^{\mathrm{T}}$ 表示包含第 s个子阵列中所有用户设备数据信号符号的复向量。因此，式（1）中的接收信号可表示为

$$\begin{aligned} y_{jk} = & \underbrace{(\mathbf{h}_{jk}^{j})^{\mathrm{H}} \mathbf{g}_{jk} s_{jk}}_{\text{Desired signal}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{K^{(j)}} (\mathbf{h}_{jk}^{j})^{\mathrm{H}} \mathbf{g}_{ji} s_{ji}}_{\text{Intra-subarray interference}} \\ & + \underbrace{\sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j}}^{S} \sum_{i=1}^{K^{(s)}} (\mathbf{h}_{jk}^{s})^{\mathrm{H}} \mathbf{g}_{si} s_{si}}_{\text{Inter-subarray interference}} + \underbrace{n_{jk}}_{\text{Noise}}, \end{aligned} \tag{3}$$

其中， $s_{jk} \sim \mathcal{CN}(0, p_{jk})$和$\mathbf{g}_{jk}$ 满足功率约束$\mathbb{E}\{\|\mathbf{g}_{jk}\|^2\} = 1$。我们用以下符号表示

$$\mathbf{H}_j^s = [\mathbf{h}_{j1}^s, \cdots, \mathbf{h}_{jK^{(j)}}^s] \in \mathbb{C}^{M^{(s)} \times K^{(j)}} \tag{4}$$

第 j个子阵列中 $K^{(j)}$ 个用户设备与第 s个子阵列中的 $M^{(s)}$ 根天线之间的信道矩阵。

A. 非平稳信道模型

本文考虑一种具有非平稳特性的信道模型。第

j个子阵列中的用户设备 j与第 s个子阵列中的 $M^{(s)}$ 根天线之间的信道向量记为 [24]

$$\mathbf{h}_{jk}^{s}=\sqrt{M^{(s)}}(\mathbf{\Theta}_{jk}^{s})^{\frac{1}{2}}\mathbf{z}_{jk}^{s}, \tag{5}$$

where $\mathbf{h}_{jk}^{s}\in\mathbb{C}^{M^{(s)}\times 1}$, $\mathbf{z}_{jk}^{s}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},\frac{1}{M^{(s)}}\mathbf{I}_{M^{(s)}})\in\mathbb{C}^{M^{(s)}\times 1}$, and

$$\mathbf{\Theta}_{jk}^{s}=(\mathbf{D}_{jk}^{s})^{\frac{1}{2}}\mathbf{R}_{jk}^{s}(\mathbf{D}_{jk}^{s})^{\frac{1}{2}}\in\mathbb{C}^{M^{(s)}\times M^{(s)}}, \tag{6}$$

其中，$\mathrm{R}_{jk}^{s}\in\mathbb{C}^{M^{(s)}\times M^{(s)}}$ 是第 j个子阵列中的 UE k 与第 s个子阵列中的基站之间的空间相关矩阵。$\mathrm{D}_{jk}^{s}\in\mathbb{C}^{M^{(s)}\times M^{(s)}}$ 是一个对角矩阵，在第 j个子阵列中的 UE k 与第 s个子阵列中的基站之间有 D_{jk}^{s} 个非零对角元素。

我们考虑非平稳信道 [24]中的两种信道归一化方案。在归一化1中，我们假设非平稳信道与平稳信道具有相同的范数，满足 $\mathrm{tr}\{\mathbf{\Theta}_{jk}^{s}\}=\mathrm{tr}\{\mathrm{R}_{jk}^{s}\}=M^{(s)}$，且 s子阵列中 $\mathrm{diag}\{[\mathbf{0},\sqrt{\frac{M^{(s)}}{D_{jk}^{s}}}\mathbf{1}_{D_{jk}^{s}},\mathbf{0}]^{\mathrm{H}}\}$。在归一化2中，由不同数量天线服务的 UE 的能量可能相同。非平稳信道的范数小于或等于平稳信道的范数。我们假设在第 s个子阵列中 $\mathrm{tr}\{\mathbf{\Theta}_{jk}^{s}\}=D_{jk}^{s}$，其中 $D_{jk}^{s}=\mathrm{diag}\{[\mathbf{0},\mathbf{1}_{D_{jk}^{s}},\mathbf{0}]^{\mathrm{H}}\}$。

B. 信道状态信息假设

我们假设基站对第 s 个子阵列中用户设备 k 的信道有一个不完美估计，如下所示

$$\hat{\mathbf{h}}_{jk}^{s}=(\mathbf{\Phi}_{jk}^{s})^{\frac{1}{2}}(\sqrt{1-\tau^{2}}\mathbf{z}_{jk}^{s}+\tau\mathbf{v}_{jk}^{s})=\sqrt{1-\tau^{2}}\mathbf{h}_{jk}^{s}+\tau\mathbf{n}_{jk}^{s}, \tag{7}$$

其中，h_{jk}^{s} 是实际信道，$\mathbf{v}_{jk}^{s}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0}_{M^{(s)}\times 1},\mathrm{I}_{M^{(s)}})$；$\mathrm{n}_{jk}^{s}=(\mathbf{\Phi}_{jk}^{s})^{\frac{1}{2}}\mathbf{v}_{jk}^{s}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0}_{M^{(s)}\times 1},\mathbf{\Phi}_{jk}^{s})$ 是独立误差。基站在第 s 个子阵列与第 j 个子阵列中的 $K^{(j)}$ 个用户之间的信道矩阵为 $\hat{}\mathrm{H}_{j}^{s}=[\hat{}\mathrm{h}_{j1}^{s},\cdots,\hat{}\mathrm{h}_{jK^{(j)}}^{s}]\in\mathbb{C}^{M^{(s)}\times K^{(j)}}$。

III. 随机化Kaczmarz信号预编码

本节考虑两种信号预编码方案：rKA算法及其改进版本 SwoR-rKA。此外，我们还推导频谱效率的表达式。

A. rKA算法

rKA方法 [25] 已被广泛用于求解线性方程组 $\mathrm{Ax}=\mathrm{b}$。我们首先考虑迫零和正则化迫零等线性预编码方案 [26], [27]。如果信道条件良好，则 j号子阵列中的预编码矩阵 $\mathrm{G}_{j}^{\mathrm{RZF}}$可按如下方式计算：

$$\mathbf{G}_{j}^{\mathrm{RZF}}=\beta\mathbf{H}_{j}^{j}((\mathbf{H}_{j}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_{j}^{j}+\xi\mathbf{I}_{K^{(j)}})^{-1}, \tag{8}$$

其中，$\xi=\frac{1}{\text{信噪比}}=\frac{\sigma^{2}}{P}$ 为正则化因子。我们定义

$$\mathbf{F}_{j}=\mathbf{H}_{j}^{j}((\mathbf{H}_{j}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_{j}^{j}+\xi\mathbf{I}_{K^{(j)}})^{-1} \tag{9}$$

算法 1：由 rKA 算法设计的低复杂度预编码方案

输入：j 号子阵列中的用户设备数量 $K^{(j)}$，子阵列天线数量 $M^{(j)}$，逆矩阵信噪比 $\xi>0$、子阵列信道矩阵 $\mathrm{H}_{j}^{j}\in\mathbb{C}^{M^{(j)}\times K^{(j)}}$，以及.....的数量

算法迭代次数 T;

1 初始化：$\mathrm{W}_{j}\in\mathbb{C}^{K^{(j)}\times K^{(j)}}=\mathbf{0}$;

2 对于 $k=1,2,...,K^{(j)}$ 执行

3 定义状态向量 $\mathbf{m}_{j}^{t}\in\mathbb{C}^{M^{(j)}}$ 和 $\mathbf{n}_{j}^{t}\in\mathbb{C}^{K^{(j)}}$ 其中 $\mathbf{m}_{j}^{0}=\mathbf{0}$ 和 $\mathbf{n}_{j}^{0}=\mathbf{0}$;

4 定义用户标准基 $\mathbf{e}_{k}\in\mathbb{R}^{K^{(j)}}$，其中 $[\mathbf{e}_{k}]_{k}=1$ 和 $[\mathbf{e}_{k}]_{j}=0,\forall j\neq k$;

5 对于 $t=0,1,...,T-1$ 执行

6 选取 $(\mathrm{H}_{j}^{j})^{\mathrm{H}}$ 的第 $r(t)$ 行 with $r(t)\in\{1,2,...,K^{(j)}\}$ 满足 $P_{r(t)}^{j}=1/K^{(j)}$，其中 $K^{(j)}$ 表示数量第 j个子阵列中的用户;

7 计算残差：$\eta^{t}:=\frac{[\mathbf{e}_{k}]_{r(t)}-\left\langle\mathbf{h}_{jr(t)}^{j},\mathbf{m}_{j}^{t}\right\rangle-\xi n_{jr(t)}^{t}}{\left\|\mathbf{h}_{jr(t)}^{j}\right\|_{2}^{2}+\xi}$;

8 更新 $\mathbf{m}_{j}^{t+1}=\mathbf{m}_{j}^{t}+\eta^{t}\mathbf{h}_{jr(t)}^{j}$;

9 更新 $n_{jr(t)}^{t+1}=n_{jr(t)}^{t}+\eta^{t}$;

10 重复 $n_{jr(t)}^{t+1}=n_{jr(t)}^{t}\ \forall j\neq r(t)$;

11 更新 $[\mathrm{W}^{(s)}]_{:,k}=\mathrm{n}^{T-1}$;

输出：$\mathrm{G}_{j}^{\mathrm{RZF}}=\beta\mathrm{H}_{j}^{j}\mathrm{W}j$;

and

$$\beta=\sqrt{P/\operatorname{Tr}\left(\mathbf{F}_{j}^{H}\mathbf{F}_{j}\right)}>0 \tag{10}$$

表示功率控制因子。然后，第 j个子阵列中的基站通过其 $M^{(j)}$根天线发送 $M_{(j)}$维向量，该向量为

$$\mathbf{x}_{j}=\mathbf{G}_{j}\mathbf{s}_{j}=\beta\mathbf{H}_{j}^{j}((\mathbf{H}_{j}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_{j}^{j}+\xi\mathbf{I}_{K^{(j)}})^{-1}\mathbf{s}_{j}. \tag{11}$$

当天线规模和子阵列较小时，我们可以以较低的计算复杂度实现（8）。然而，对于 XL-MIMO 系统，矩阵求逆的计算开销可能极高。为解决这一问题，我们采用基于迭代矩阵分解的 rKA算法。我们定义$K^{(j)}$维信号

$$\mathbf{w}_{j}=((\mathbf{H}_{j}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_{j}^{j}+\xi\mathbf{I}_{K^{(j)}})^{-1}\mathbf{s}_{j}. \tag{12}$$

利用rKA算法，我们可以将式（12）中的前一个表达式转化为一个优化问题

$$\mathbf{w}_{j}=\underset{\mathbf{x}_{j}\in\mathbb{C}^{K^{(j)}}}{\arg\min}\parallel\mathbf{H}_{j}^{j}\mathbf{x}_{j}\parallel^{2}+\xi\parallel\mathbf{x}_{j}-\mathbf{s}_{j}^{\xi}\parallel^{2}, \tag{13}$$

其中，$\mathbf{s}_j^{\xi} = \mathbf{s}_j/\sqrt{\xi}$ 是结合了第 j个子阵列中正则化因子的发射信号。

证明：令式（13）对 $\mathbf{x}_j$ ($\frac{\partial \mathbf{w}_j}{\partial \mathbf{x}_j}$) 的导数为 0：

$$\frac{\partial \mathbf{w}_j}{\partial \mathbf{x}_j} = (\mathbf{H}_j^j)^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_j^j\mathbf{x}_j + \xi\mathbf{x}_j - \mathbf{s}_j = \mathbf{0}, \tag{14}$$

由此可得最优解：

$$\mathbf{x}_j^* = ((\mathbf{H}_j^j)^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_j^j + \xi\mathbf{I}_{K^{(j)}})^{-1}\mathbf{s}_j. \tag{15}$$

因此有 $\mathbf{w}_j = ((\mathbf{H}_j^j)^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_j^j + \xi\mathbf{I}_{K^{(j)}})^{-1}\mathbf{s}_j$。 ■

于是，式（12）可表示为

$$\mathbf{w}_j = \underset{\mathbf{x}_j \in \mathbb{C}^{K^{(j)}}}{\arg\min} \parallel \mathbf{A}_j\mathbf{x}_j - \mathbf{a}_j \parallel^2, \tag{16}$$

其中，$\mathbf{A}_j = [\mathbf{H}_j^j;\ \sqrt{\xi}\mathbf{I}_{K^{(j)}}] \in \mathbb{C}^{(M^{(j)}+K^{(j)})\times K^{(j)}}$、$\mathbf{a}_j = [\mathbf{0}\ \sqrt{\xi}\ \mathbf{s}_j] \in \mathbb{C}^{(M^{(j)}+K^{(j)})}$ $\sqrt{\xi}\ \mathbf{s}_j = \frac{\mathbf{s}_j}{\sqrt{\xi}}$ ；$\mathbf{s}_j$和$\mathbf{s}_s$分别表示。线性方程组（SLE）$\mathbf{A}_j\mathbf{x}_j = \mathbf{a}_j$是超定（OD）的，应对向量$\mathbf{x}_j \in \mathbb{C}^{K^{(j)}}$求解。除非$\mathbf{s}_j = \mathbf{0}$，否则该线性方程组不相容，因此上述线性方程组可表示为

by

$$(\mathbf{A}_j)^{\mathrm{H}}\mathbf{z}_j = (\mathbf{A}_j)^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_j = \sqrt{\xi}\frac{\mathbf{s}_j}{\sqrt{\xi}} = \mathbf{s}_j, \tag{17}$$

其中定义$\mathbf{z}_j = \mathbf{A}_j\mathbf{w}_j$。记每次迭代 t时的$\mathbf{z}_j^t = [\mathbf{m}_j^t;\ \sqrt{\xi}\mathbf{n}_j^t]$，则可分两步求得$\mathbf{w}_j$：

步骤 1：我们求解线性方程组

$$(\mathbf{A}_j)^{\mathrm{H}}\mathbf{z}_j = \mathbf{s}_j \tag{18}$$

我们并行执行 $K^{(j)}$ rKA算法，并将其输入到第 k 个 rKA 中，即 $\mathbf{s}_j = \mathbf{e}_k \in \mathbb{C}^{K^{(j)}}$，其中 $\mathbf{e}_k$ 表示第 k 个标准基 [19]。注意到，我们以如下概率选择 $(\mathbf{H}_j^j)^{\mathrm{H}}$ 的第 $r(t)$ 行

$$P_{r(t)}^j = 1/K^{(j)}, \tag{19}$$

其中 $K^{(j)}$ 表示第 j 个子阵列中的用户设备数量。步骤 2：我们将 $\mathbf{z}_j$ 的最后 $K^{(j)}$ 个分量除以 $\sqrt{\xi}$，即 $\mathbf{w}_j = \mathbf{n}_j$。

当我们通过 rKA 并行运行 $K^{(j)}$ (18) 时，可以获得 $K^{(j)}$ $\mathbf{w}_{jk}$，其中 $k = 1$、$\cdots$、$K^{(j)}$。我们定义矩阵

$$\mathbf{W}_j = [\mathbf{w}_{j1}, \cdots, \mathbf{w}_{jK^{(j)}}] \in \mathbb{C}^{K^{(j)}\times K^{(j)}}, \tag{20}$$

因此，式 (8) 中的下行链路 RZF矩阵可近似为

$$\mathbf{G}_j^{\mathrm{RZF}} = \beta\mathbf{H}_j^j\mathbf{W}_j \tag{21}$$

第 j 个子阵列中的预编码向量为

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{G}_j^{\mathrm{RZF}}\mathbf{s}_j = \beta\mathbf{H}_j^j\mathbf{W}_j\mathbf{s}_j. \tag{22}$$

我们在算法 1 中总结了上述步骤，而算法 1 的收敛性分析见附录 A。

表I：超大规模多输入多输出系统中的仿真参数。

参数	值	参数	值
M	256	阵列类型	ULA
K	16	载波频率	2.6 GHz
S	4	SNR	[5, 20]分贝毫瓦
$M^{(s)}$	64	τ	0.3
σ^2	1 分贝毫瓦	T	150

B. SwoR-rKA算法

为加快算法 1 的收敛速度，可以采用基于随机 Kaczmarz 算法的方案的一些改进版本 [28]。为提高频谱效率并加快收敛速度，受 [23], 启发，我们采用 SwoR-rKA 算法，其随机化方案不同于先前的 rKA 算法。在算法 1 中从步骤 2 到步骤 11 进行迭代之前，我们存储 $\left\|\mathbf{h}_{jr(t)}^j\right\|_2^2 + \xi$ 和 $\left\|\mathbf{H}_j^j\right\|_F^2 + K^{(j)}\xi$。我们将 (19) 替换为

$$P_{r(t)}^j = \frac{\left\|\mathbf{h}_{jr(t)}^j\right\|_2^2 + \xi}{\left\|\mathbf{H}_j^j\right\|_F^2 + K^{(j)}\xi}, \tag{23}$$

当$P_{r\ (t)}^j$ 被(23)替换时，我们将算法 1 中的 rKA算法称为“SwoR-rKA”算法。

通过分析算法，我们发现，所提出的 SwoR-rKA 每次都可以选择不同的 $\mathbf{h}_{jr\ (t)}^j$ 和 $\mathbf{n}_{jr(t)}^t$，与 rKA 算法中的等概率选择相比，这提高了选中信道条件较好的用户的概率。受 SwoR-rKA算法所带来这些优势的启发，我们将 SwoR-rKA算法应用于 XL-MIMO 系统。

C. 频谱效率分析

对于离散无记忆干扰信道，输出 $y \in \mathbb{C}$为

$$y = hx + \gamma + n, \tag{24}$$

其中 $n \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$，且 γ为干扰项。然后，信道容量 C 为

$$C \geq \mathbb{E}\left\{\log_2(1 + \frac{p\,|h|^2}{p_\gamma + \sigma^2})\right\}, \tag{25}$$

其中 $h = \mathbb{E}\{(\mathbf{h}_{jk}^j)^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{jk}\}$。信干噪比（SINR）定义为 $\frac{p|h|^2}{p_\gamma+\sigma^2}$。接下来，我们根据公式 (3) 考虑 j 号子阵列中基站与用户设备之间的干扰项 γ

以及 s 号子阵列中的用户设备

$$\begin{aligned}\gamma &= \left((\mathbf{h}_{jk}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{jk} - \mathbb{E}\{(\mathbf{h}_{jk}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{jk}\}\right)s_{jk} \\ &\quad + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{K^{(j)}}(\mathbf{h}_{jk}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{ji}s_{ji} + \sum_{\substack{s=1\\ s\neq j}}^{S}\sum_{i=1}^{K^{(s)}}(h_{jk}^{s})^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{si}s_{si} \\ &= \sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{K^{(s)}}(\mathbf{h}_{jk}^{s})^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{si}s_{si} - \mathbb{E}\{(\mathbf{h}_{jk}^{s})^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{jk}\}s_{jk}.\end{aligned} \tag{26}$$

此外，干扰项的方差为

$$\begin{aligned}p_{\gamma} &= \mathbb{E}\left\{|\gamma|^2\right\} \\ &= \sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{K^{(s)}}\mathbb{E}\left\{|\left(\mathbf{h}_{jk}^{s}\right)^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{si}|^2\right\}\mathbb{E}\left\{|s_{si}|^2\right\} \\ &\quad - \left|\mathbb{E}\{(\mathbf{h}_{jk}^{j})^{\mathrm{H}}\mathbf{g}_{jk}\}\right|^2\mathbb{E}\left\{|s_{jk}|^2\right\} \\ &= \sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{K^{(s)}}p_{si}\mathbb{E}\left\{\left|\mathbf{g}_{si}^{\mathrm{H}}\mathbf{h}_{jk}^{s}\right|^2\right\} - p_{jk}\left|\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{jk}^{\mathrm{H}}\mathbf{h}_{jk}^{j}\}\right|^2.\end{aligned} \tag{27}$$

因此，第 j 个子阵列中的信干噪比为

$$\mathrm{SINR}_{jk} = \frac{\overbrace{p_{jk}\,|\,\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{jk}^{\mathrm{H}}\mathbf{h}_{jk}^{j}\}\,|^2}^{\text{Received signal power}}}{\underbrace{\sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{K^{(s)}}p_{si}\mathbb{E}\{|\,\mathbf{g}_{si}^{\mathrm{H}}\mathbf{h}_{jk}^{s}\,|^2\} - p_{jk}\,|\,\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{jk}^{\mathrm{H}}\mathbf{h}_{jk}^{j}\}\,|^2}_{\text{Interference power}} + \underbrace{\sigma^2}_{\text{Noise power}}}. \tag{28}$$

第 j 个子阵列中所有用户设备的总可达数据速率之和可表示为

$$\mathrm{SE}_j = \sum_{k=1}^{K^{(j)}}\mathbb{E}\left\{\log_2\left(1+\mathrm{SINR}_{jk}\right)\right\}. \tag{29}$$

上述频谱效率表达式比未考虑 [22] 中子阵列间干扰的表达式更为通用。我们注意到，设计算法的关键在于抑制干扰，以获得更高的频谱效率性能。

IV. 仿真结果

本节从和速率和计算复杂度两方面，对比传统 RZF算法、所提出的 rKA算法和 SwoR-rKA算法在下行预编码技术中的性能。此外，我们还比较 rKA算法与 SwoR-rKA算法的收敛速度。仿真参数列于表I。

在图2中，我们绘制了非平稳信道下RZF算法、rKA算法和SwoR-rKA算法的和速率。从图2可以看出，所提出的SwoR-rKA算法性能最佳。与

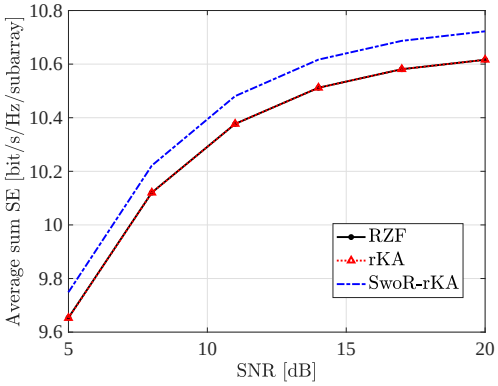


图2：在具有 $M = 256$、 $K = 16$、 $S = 4$的超大规模多输入多输出系统中，基于理想非平稳信道的RZF算法、rKA算法和SwoR-rKA算法的平均总频谱效率随信噪比的变化。

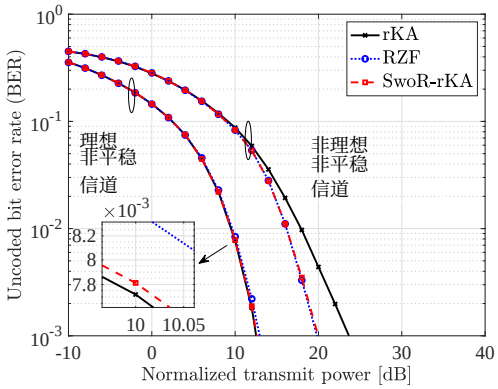


图 3：在包含 256 $K = 16$ $S = 4$ $M =$ 、 、 的超大规模多输入多输出系统中，RZF 算法、 rKA 算法和 SwoR-rKA 算法在理想和非理想非平稳信道下的误码率随归一化发射功率的变化。

RZF预编码相比，SwoR-rKA算法在非平稳信道下的和速率提高了约0.9%。尽管两者获得的频谱效率几乎相同，但我们的算法复杂度更低，后文将对此作进一步研究。此外，RZF算法和rKA算法的频谱效率性能几乎相同。

图3展示了在完美和非理想非平稳信道中，RZF算法、rKA算法和SwoR-rKA算法的误码率随信噪比变化的情况，其中$M = 256$、 $K = 16$ 和标量参数 $\tau = 0.3$ 表示瞬时信道状态信息的质量。当信噪比为6 dB且信道条件完美时，我们发现，SwoR-rKA算法和rKA算法的性能比RZF预编码提升了2.2%。此外，rKA算法与SwoR-rKA算法的精度基本相同。另外，SwoR-rKA算法的随机化方法使其在求解方程组时比rKA算法更接近传统RZF算法

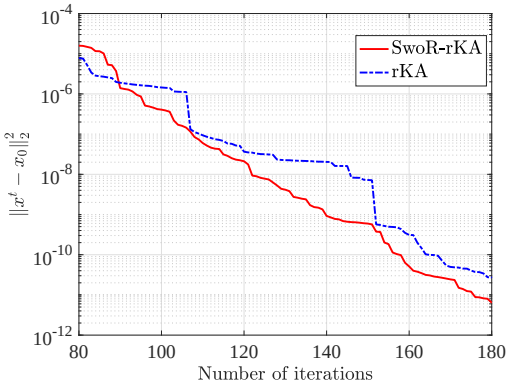
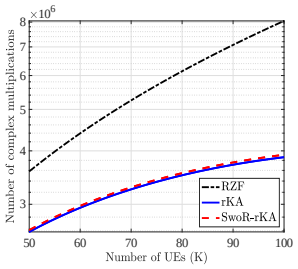
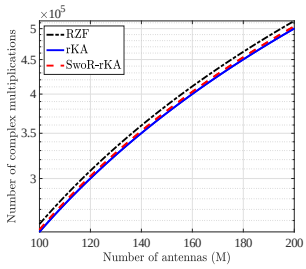


图 4：在包含 $M = 256$、 $K = 16$ 的超大规模多输入多输出系统中，rKA算法和带矩阵求逆的 SwoR-rKA算法的归一化均方误差随迭代次数的变化。



(a) 复数乘法次数与用户设备数量的关系——复数乘法次数与用户设备数量的关系。



(b) 复数乘法次数与天线数量的关系——复数乘法次数与天线数量的关系。

图 5：超大规模多输入多输出系统中 RZF算法、rKA算法和 SwoR-rKA的复杂度。

。显然，当发射机的信道估计不理想时，SwoR-rKA算法可以有效降低误码率。

图4展示了在具有 $M = 256$、 $K = 16$的超大规模多输入多输出系统中，rKA算法和采用矩阵求逆的SwoR-rKA算法的归一化均方误差（NMSE）随迭代次数的变化。当迭代次数为100时，rKA算法和SwoR-rKA算法分别达到 1.4×10^{-6}NMSE和 3.7×10^{-7} NMSE，在计算预编码向量方面表现出色。此外，可以看出，SwoR-rKA算法的收敛速度快于rKA算法。

在图 5(a) 中，我们绘制了在具有 $M = 100$ 的超大规模MIMO系统中，RZF算法、rKA算法和SwoR-rKA算法的复杂度随用户设备数量的变化情况。当$M = 100$、 $K = 100$时，rKA算法和SwoR-rKA算法的复杂度比传统RZF算法低约 51.3 %。此外，我们可以观察到算法性能与复杂度之间存在权衡：SwoR-rKA算法的频谱效率高于rKA算法，

表II：基于复数运算的预编码方法的计算复杂度。

方案	计算复杂度	M-MIMO	XL-MIMO
RZF	$S[\frac{3(K(s))^2 M(s)}{2} + \frac{3K(s)M(s)}{2} + \frac{(K(s))^3 - K(s)}{3}]$	7584	109888
rKA	$S[M^{(s)}T^{(s)} + M^{(s)}]$	12864	51456
SwoR-rKA	$S[M^{(s)}T^{(s)} + 2M^{(s)}K^{(s)}]$	13824	59392

但后者的复杂度较低，这意味着执行效率更高。此外，我们注意到，随着用户设备数量增加，RZF预编码与我们提出的算法之间的差距逐渐扩大。在图 5(b) 中，我们绘制了具有 $K = 10$ 的超大规模多输入多输出系统中，RZF算法、rKA算法和SwoR-rKA算法的复杂度随天线数量的变化情况。rKA算法和SwoR-rKA算法的复杂度约为传统RZF算法的4.8%。此外，rKA算法和SwoR-rKA算法的复杂度几乎相同。

表II总结了两种典型场景（即大规模多输入多输出和超大规模MIMO）下所有所考虑方案的复杂度。我们研究了在大规模多输入多输出中 $M = 64$, $K = 8$，以及在超大规模MIMO中 $M = 256$, $K = 16$ 和 $S = 4$。相比之下，rKA和SwoR-rKA的算法复杂度低于RZF算法，尤其是在天线数量极其庞大时。此外，尽管SwoR-rKA算法的复杂度高于rKA算法，但它能提供更高的频谱效率。我们还发现，当天线和用户数量达到一定规模时，我们算法的优势会更加显著。

V. 结论

在本研究中，我们提出了 rKA 和 SwoR-rKA 方法，大幅降低了超大规模多输入多输出系统中下行预编码的计算复杂度。显然，改变随机化模式能够有效提高算法的收敛速度。通过仿真，我们证明了所提出的方法能够在超大规模多输入多输出下行系统中实现较低的复杂度和较高的频谱效率性能。本文还可以得出一个有趣的类比：当发射机的信道估计不理想时，我们的算法能够有效维持误码率性能。在未来的工作中，我们将研究信道空间非平稳性对能效的影响，并考虑超大规模多输入多输出系统的其他近场特性。

附录

A. rKA算法的收敛性分析

我们首先考虑一个线性方程组 $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$，其中 $\mathbf{A}\in\mathbb{C}^{m\times n}$，$\mathbf{b}\in\mathbb{C}^{m}$。在每次迭代中，算法 1 根据给定的概率分布 $\mathbf{p}=(p_1,\cdots,p_m)^{\mathrm{T}}$ 选择 A 的一行，其中 $p_i\in[0,1]$，且 $\sum_{i=1}^{i=m}p_i=1$。

$$\mathbf{x}_{k+1}=\mathbf{x}_k+\frac{\mathbf{b}_{r(i)}-\left\langle\mathbf{a}_{r(i)},\mathbf{x}_k\right\rangle}{\left\|\mathbf{a}_{r(i)}\right\|}\mathbf{a}_{r(i)}, \tag{30}$$

其中，$r_{(i)}$ 以概率分布 p 从集合 1, 2,..., m 中选取。

将 $\mathbf{A}^{\mathrm{H}}$ 的列空间记为 χ，并定义矩阵 A 沿子空间χ 的归一化最小增益为 [19]:

$$k_{\chi}(\mathbf{A})=\min_{x\in\chi,\mathbf{x}\neq0}\frac{\|\mathbf{Ax}\|^2}{\|\mathbf{A}\|_F^2\|\mathbf{x}\|^2}. \tag{31}$$

由此可得该策略的收敛速率

$$\mathbb{E}\left\{\left\|\mathbf{x}^t-\mathbf{x}^\star\right\|^2\right\}\leq(1-k_{\chi}(\mathbf{A}))^t\left\|\mathbf{x}^0-\mathbf{x}^\star\right\|^2, \tag{32}$$

其中，$\mathbf{x}^t$ 是线性方程组 $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ 的第 t 次迭代所得解，$\mathbf{x}^\star$ 是实际解。从（32）可见，我们的算法的收敛速度取决于参数 k_{χ}(A)。此外，k_{χ}(A) 越大，收敛速度越快。注意，（19）和（23）分别表示两种不同的随机化方案。后一种方案倾向于选择数值较大的列；通过仿真发现，其 k_{χ}(A) 更大，即收敛速度更快。

参考文献

[1] J. Zhang、E. Bj¨ornson、M. Matthaiou、D. W. K. Ng、H. Yang 和 D. J. Love，“超越5G的前瞻性多天线技术”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第38卷，第8期，第1637–1660页，2020年8月。[2] J. Zhang、S. Chen、Y. Lin、J. Zheng、B. Ai 和 L. Hanzo，“无蜂窝大规模MIMO：新一代范式”，IEEE Access，第7卷，第99 878–99 888页，2019年7月。[3] S. Chen、J. Zhang、E. Bj¨ornson、J. Zhang 和 B. Ai，“面向可扩展无蜂窝大规模MIMO系统的结构化大规模接入”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第39卷，第4期，第1086–1100页，2021年8月。[4] M. Cui、Z. Wu、Y. Lu、X. Wei 和 L. Dai，“面向6G的近场通信：基础、挑战、潜力与未来方向”，IEEE Commun. Mag.，待刊，2022年。[5] J. Zhang、H. Liu、Q. Wu、Y. Jin、Y. Chen、B. Ai、S. Jin 和 T. J. Cui，“RIS辅助的下一代高速列车通信：挑战、解决方案与未来方向”，IEEE Wireless Commun.，第28卷，第6期，第145–151页，2021年12月。[6] Z. Wang、J. Zhang、H. Du、W. E. I. Sha、B. Ai、D. Niyato 和 M. Debbah，“超大规模多输入多输出：基础、挑战、解决方案与未来方向”，arXiv:2209.12131，2022年9月。[7] P. Ramezani 和 E. Bj¨ornson，“利用超大孔径阵列进行近场波束成形与复用”，arXiv:2209.03082，2022年9月。[8] D. Dardari，“利用大型智能表面进行通信：基本极限与模型”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第38卷，第11期，第2526–2537页，2020年11月。[9] H. Iimori、T. Takahashi、K. Ishibashi、G. T. F. de Abreu、D. Gonz´alez G. 和 O. Gonsa，“超大规模MIMO系统中的联合活动检测与信道估计”，IEEE Trans. Wireless. Commun.，第21卷，第9期，第7253–7270页，2022年3月。

[10] J. Zheng、J. Zhang、E. Bj¨ornson 和 B. Ai，“空间相关信道下信道老化对无蜂窝大规模MIMO的影响”，IEEE Trans. Wireless. Commun.，第20卷，第10期，第6451–6466页，2021年4月。[11] J. Zheng、J. Zhang 和 B. Ai，“ 采用无线能量传输辅助无蜂窝大规模 MIMO 系统的无人机通信 ”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第39卷，第10期，第3114–3128页，2021年6月。[12] E. Shi、J. Zhang、S. Chen、J. Zheng、Y. Zhang、D. W. Kwan Ng 和 B. Ai，“可重构智能表面辅助无蜂窝大规模MIMO系统中的无线能量传输：机遇与挑战”，IEEE Commun. Mag.，第60卷，第3期，第26–32页，2022年3月。[13] J. Zheng、J. Zhang、E. Bj¨ornson、Z. Li 和 B. Ai，“面向高速列车通信的无蜂窝大规模MIMO-OFDM”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第40卷，第10期，第2823–2839页，2022年8月。[14] J. Zheng、J. Zhang、J. Cheng、V. Leung、D. W. K. Ng 和 B. Ai，“采用速率分裂的异步无蜂窝大规模MIMO”，arXiv:2212.02811，2022年12月。[15] Z. Wang、J. Zhang、B. Ai、C. Yuen 和 M. Debbah，“联合相关瑞利衰落信道下多天线用户无蜂窝大规模MIMO的上行链路性能”，IEEE Trans. Wireless. Commun.，第21卷，第9期，第7391–7406页，2022年9月。[16] C. Xing、Y. Jing、S. Wang、S. Ma 和 H. V. Poor，“无线通信中注水解的新视角与算法”，IEEE Trans. Signal Process.，第68卷，第1618–1634页，2020年2月。[17] A. Amiri、C. N. Manch´on 和 E. De Carvalho，“基于消息传递的超大规模MIMO接收机”，载于 IEEE CAMSAP会议论文集，2019年3月，第564–568页。[18] J. C. M. Filho、G. Brante、R. D. Souza 和 T. Abr¯ao，“探索超大规模MIMO随机接入与调度中的非重叠可见区域”，IEEE Trans. Wireless. Commun.，第21卷，第8期，第6597–6610页，2022年8月。[19] M. N. Boroujerdi、S. Haghighatshoar 和 G. Caire，“大规模MIMO系统中低复杂度统计鲁棒预编码器/检测器的计算”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第17卷，第10期，第6516–6530页，2018年8月。[20] A. Amiri、S. Rezaie、C. N. Manch´on 和 E. de Carvalho，“超大规模MIMO阵列的分布式接收机处理：一种消息传递方法”，IEEE Trans. Wireless. Commun.，第21卷，第4期，第2654–2667页，2022年9月。[21] L. N. Ribeiro、S. Schwarz 和 M. Haardt，“面向超大规模MIMO传输的低复杂度迫零预编码”，载于 EUSIPCO会议论文集，2021年，第1621–1625页。[22] V. C. Rodrigues、A. Amiri、T. Abr¯ao、E. de Carvalho 和 P. Popovski，“面向多用户检测的低复杂度分布式超大规模MIMO”，载于 IEEE ICC Workshops会议论文集，2020年6月，第1–6页。[23] V. Croisfelt、A. Amiri、T. Abr¯ao、E. De Carvalho 和 P. Popovski，“超大规模MIMO阵列接收机设计的加速随机化方法”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第70卷，第7期，第6788–6799页，2021年5月。[24] A. Ali、E. De Carvalho 和 R. W. Heath，“具有可见区域的非平稳大规模MIMO信道中的线性接收机”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第8卷，第3期，第885–888页，2019年2月。[25] T. Strohmer 和 R. Vershynin，“具有指数收敛性的线性系统随机化求解器”，载于《近似、随机化与组合优化：算法与技术》，2006年，第499–507页。[26] J. Zhang、J. Zhang、D. W. K. Ng、S. Jin 和 B. Ai，“利用扩展计算转发提高无蜂窝大规模MIMO的和速率”，IEEE Trans. Signal Process.，第70卷，第202–215页，2022年11月。[27] J. Zhang、J. Zhang、E. Bj¨ornson 和 B. Ai，“无蜂窝大规模MIMO系统的局部部分迫零合并”，IEEE Trans. Commun.，第69卷，第12期，第8459–8473页，2021年9月。[28] Y. C. Eldar 和 D. Needell，“通过 Johnson–Lindenstrauss引理加速随机化Kaczmarz方法”，Numer. Algorithms，第58卷，第2期，第163–177页，2011年3月。