输电线路巡检规划中的多回路集合旅行商问题

František Nekovář, Jan Faigl, Martin Saska

arXiv:2302.01179v1 [cs.RO] 2 Feb 2023

摘要——**本文研究输电线路的最优巡检问题，并将其表述为针对多路径单仓库场景的旅行商问题的一种推广。该问题针对行程预算有限的巡检车辆进行建模。因此，解可以由多次行驶组成，以实现对给定输电线路的全面覆盖。此外，该解还指出单次行驶中可执行巡检的车辆数量。本文通过提出的整数线性规划（ILP）模型求解该问题的最优解，但该方法的计算需求很高。因此，本文采用组合元启发式方法来应对计算需求。所采用的贪婪随机自适应搜索过程对计算资源的要求显著较低，同时能够提供具有竞争力的解；与基于ILP的方法相比，它在问题规模增大时也具有更好的扩展性。本文在真实场景中展示了所提出的模型和算法，用于巡检变电站内的输电线路线段。**

索引词—**规划、调度与协调**

I. 引言

IN 本文研究输电线路 （PTL）的巡检规划，并将其表述为对著名组合优化问题旅行商问题 （TSP）的一种推广。本文提出的方法旨在应用于使用无人驾驶航空器 （UAV）巡检输电基础设施的场景。与有人驾驶巡检或使用驾驶员操控的直升机巡检相比，这种方式正逐渐成为一种广受推崇的标准方案，可节省成本，图 1 展示了此类方案。尽管自主巡检技术目前仍在发展中，但为了高效利用单架或多架航空器并实现经济高效的巡检，为有人操控的无人机制定巡检计划同样十分必要。本文研究的问题是欧盟资助的 AERIAL CORE 项目目标中的一个重要方面。

输电线路巡检是在车辆沿输电线路附近飞行时进行的。在输电塔 [1]所界定的输电线路区段之间执行此类巡检飞行更为有利。因此，该问题被定义为覆盖并访问输电线路线段，其中

本研究得到捷克科学基金会（GAˇCR）研究项目 No. 19-20238S、欧盟地平线 2020 研究与创新计划 AERIAL-CORE（资助协议编号 871479）以及捷克理工大学资助项目 No. SGS20/174/OHK3/3T/13 的支持。计算资源由“e-Infrastruktura CZ”项目（e-INFRA LM2018140）提供，该项目属于大型研究、开发与创新基础设施项目计划。作者任职于捷克理工大学电气工程学院，地址：Technicka 2, 166 27, Prague, Czech Republic，电子邮箱：{nekovfra|faiglj|saskam1}@fel.cvut.cz。数字对象标识符（DOI）：10.1109/LRA.2021.3091695。



图 1. 无人机对输电线路进行目视巡检。

每条线段都是一个需要访问的目标。巡检时，这些线段会被组织成一个访问序列；因此，我们将该排序问题表述为旅行商问题（TSP）的一种变体。

旅行商问题（TSP）的一个解是对给定目标点的一系列访问，并可进一步推广到将目标点分组成若干集合的情形：每个集合中只需访问一个目标点，但必须访问所有集合。此外，对于运行时间有限的小型无人机而言，可能无法在一次飞行中巡检所有集合。因此，我们将标准 TSP 表述推广为考虑最大飞行时间限制 C_{max}，并考虑使用多架飞行器覆盖所有区段，或由单架飞行器执行多条巡回路线；各条巡回路线均从共同仓库出发并返回该仓库。我们提出这种广义的 TSP 表述，用以描述本文研究的输电线路巡检规划问题：无人机必须恰好访问输电线路的每个区段一次，但访问方向不限。前往线段巡检起点的行程代价也很重要，因为它属于行程预算 C_{max}。请注意，在多巡回路线情形下使用单架无人机与同时使用多架无人机之间的区别，体现在问题成本函数中。由于在单机多巡回路线情形下，我们的目标是最小化总巡检时间，因此，最小化巡回路线成本的总和比最小化所有巡回路线成本中的最大值更为重要。

针对输电线路巡检提出的基于旅行商问题的建模采用整数线性规划 （整数线性规划）求解，以找到最优解。然而，这种方法计算开销很大，且无法随问题规模扩大而扩展。因此，我们提出

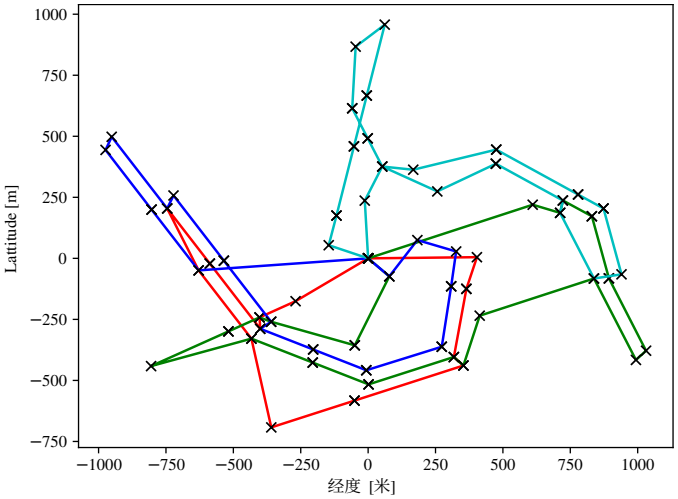


图2. 示例：采用所提出的基于 GRASP 的解，使用四条无人机航线巡检内赫拉尼采输电线路变电站周边的输电线路。该变电站位于 50°20'44.7"N 13°19'30.9"W。

一种基于组合元启发式贪婪随机自适应搜索过程 （贪婪随机自适应搜索过程）的启发式解法，以便在合理的计算时间内给出解，因为目标点可能发生变化，需要在现场重新计算解。根据所开展的实证评估，所提出的启发式求解器能够提供足够好的解，且其计算需求显著低于整数线性规划求得的最优解。图 2 展示了一个求得的解示例。我们的贡献在于将输电线路巡检建模为整数线性规划问题，可使用现成的求解器求解；并引入了计算需求较低的基于 GRASP 的求解器，以提供具有竞争力的解。

本文其余部分安排如下。下一节将概述输电线路巡检的相关工作以及现有的旅行商问题相关数学模型。第 III 节定义所研究的问题。第 IV 节介绍所提出的基于整数线性规划的数学模型，第 V 节介绍所提出的基于 GRASP 的启发式求解器。第 VI 节报告使用真实测试场景获得的最优解和启发式解的结果。第 VII 节详述总结性意见。

II. 相关工作

机器人车辆广泛应用于输电线路巡检，相关可行解已在综述中进行了梳理 [2],[3]。文献 [4], 评估了采用路径规划进行自动化巡检的多旋翼无人机，并指出其较高的机动精度使其适用于高效的基于视觉的巡检。其他已使用但本文未讨论的机器人包括悬挂式巡线机器人 [5], 、固定翼无人机 [6], 、垂直起降固定翼无人机 [7],, 以及具备挂线降落能力的无人机 [8]。文献 [1] 评估了基于视觉的输电线路跟踪，而 [9]则报告了使用多旋翼无人机对输电线路进行实时自动跟踪的实验验证结果。

巡检规划可建模为旅行商问题的一种变体 [10], ，例如，采用遗传算法（GA）进行输电塔部件巡检 [11]。文献 [12]提出了基于旅行商问题的遗传算法解法，以解决受最大飞行距离限制的输电线路巡检问题。文献 [13]的作者提出了基于旅行商问题的双层点弧路径规划问题，用于地面与空中车辆协同巡检，并通过“先聚类，后路径规划”和“先路径规划，后拆分”两种启发式方法求解。

集合旅行商问题（也称广义旅行商问题）已采用启发式方法 [14] 和整数线性规划 [15]进行研究。成本约束旅行商问题 [16] 适用于每个目标点都有相应价值的任务；问题是在巡回路线成本受限的条件下，以价值总和最大为目标访问目标点。在文献中，这也称为定向越野问题 [17]。文献 [18]研究了进一步的推广形式；然而，这些方法针对的都是单回路问题。

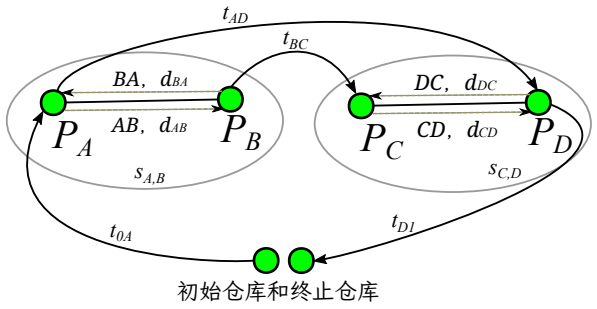
多路线巡检可以建模为多旅行商问题（MTSP）的一种变体 [19] ，但该问题可以使用整数线性规划（ILP） [20], 求解，而众所周知，这种方法的计算开销非常大。另一种方法是采用计算开销较低的贪婪随机自适应搜索过程（GRASP）启发式算法， [21] 中便将其用于一个与本文所研究的输电线路问题相似的问题。该问题称为多产品多车辆库存路径问题，是库存路径问题的一种推广 [22]。现有研究已提出用于无人机规划的 MTSP 启发式算法和整数规划模型，例如 [23]将其用于无人机与卡车协同配送。此外，MTSP 也采用过软计算技术，例如遗传算法（GA） [24], 、模拟退火 [25],以及神经网络 [26], [27] 等。然而，本文提出的多巡回集合旅行商问题模型与现有 MTSP 变体的不同之处在于对集合的推广和行程预算。因此，需要一种新颖的解法；关于现有 MTSP 变体的求解方法综述，请参阅 [28] 。

根据文献综述，并据作者所知，现有方法尚未解决有限行程预算下的多巡回输电线路导线巡检问题。因此，我们提出使用整数线性规划对该问题进行建模，以求得最优解。此外，针对所研究的输电线路巡检规划所面临的计算挑战，我们提出一种启发式方法；该方法受到贪婪随机自适应搜索过程在解决类似问题方面成功应用的启发 [21]。我们根据探讨禁忌搜索 [29], 具体特点的研究，对贪婪随机自适应搜索过程进行了微调；禁忌搜索是所提出的新型元启发式算法的一部分。

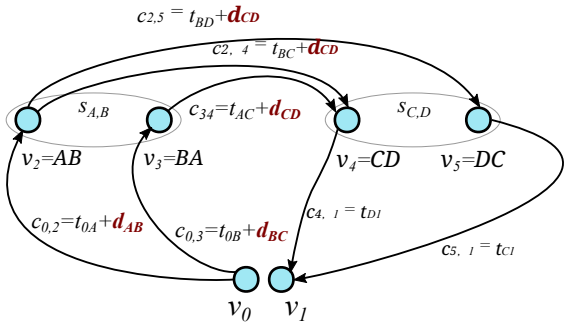
III. 问题陈述

在所讨论的输电线路巡检中，目标是以尽可能短的时间遍历所有给定的输电线路区段。这些区段定义为两座输电塔之间的输电线路，每条线路都必须一次性遍历完成巡检。不过，遍历区段的方向可以任意选择。对每个区段的访问可表示为一组可能遍历方向中的一次顶点访问

，其中每组都必须恰好访问一次。这意味着该问题可以表述为广义旅行商问题 [30]，，也称为集合旅行商问题 [31]。不过，该问题的表述需要纳入无人机的实际限制。



(a) 输电塔之间的输电线路段



(b) 问题的图表示

图3. 输电线路巡检规划问题的表示，其中输电塔用字母表示，以提高可读性。（**a**）每条输电线路段都可以沿两个可能的方向之一进行巡检，巡检速度低于从一个线段端点飞越至另一个端点的飞越速度。（**b**）顶点表示沿特定方向巡检输电线路段的访问；因此，边代价是从一个线段前往另一个线段的行程代价与巡检目标线段的成本之和。

首先，巡检计划必须满足无人机有限的飞行时间。其他约束包括最大飞行速度和加速度；在使用轨迹规划器估算飞行时间时会考虑这些约束，从而确保规划的路径在物理上可行。允许执行多条巡检航线，但每条航线都必须从同一个指定仓库出发并返回该仓库。根据问题描述，形式化问题定义中使用的符号如下。

我们将问题领域建模为一个带权有向图$G = (V, E, c)$，其中顶点集合 V 表示对输电线路区段的巡检，边集合为 E。线段可以沿任意方向巡检，因此，对线段的巡检分为 n_s 组，分别对应 n_s 物理线路段。区段$s_{A,B} = \{v_{AB}, v_{BA}\}$对应输电塔 P_A 和 P_B之间两种方向的巡检，见图 3a。每条巡检巡回都要求从指定位置出发并在指定位置结束，因此，$v_0 \in V$ 和 $v_1 \in V$ 分别对应起始仓库和终止仓库。图 3a 中一条有效路径示例为 $v_0 \to P_A \to P_B \to P_C \to P_D \to v_1$，在图 3b 的图模型中表示为$v_0 \to v_2 \to v_4 \to v_1$。

图 G 包含 $n = 2 + 2n_s$ 个顶点 $V = \{v_0, \dots v_{2n_s}, v_{2n_s+1}\}$，这些顶点分为 $2+n_s$组，其中前两组的顶点分别对应起始位置和终止位置。因此，可以用整数表示顶点，并用 V的整数索引表示边，例如 $e(v_2, v_5) = e_{2,5}$。此外，对应巡检输电线路线段的首个顶点索引从 2 开始，而线段可能的两种巡检方向对应顶点 v_{2i} 和 v_{2i+1}。因此，$V = \{v_0, v_1\} \cup \bigcup_{i=1}^{n_s} S_i$，其中集合 $S_i = \{v_{2i}, v_{2i+1}\}$ 表示对第 i个线段的两种可能巡检方式。

具体飞行时间通过估算连接线段端点的飞行轨迹，以及沿线段飞行的轨迹来确定。这些轨迹须满足横向飞行动力学约束，包括最大飞行速度 v_{max}、最大巡检速度 v_{insp} 和加速度 a_{max}。线段端点（输电塔） t 之间的飞行时间受无人机最大速度 v_{max}限制，而线段巡检时间 d 受巡检速度 v_{insp}限制。边代价 $c(e_{i,j})$（也称为 $c_{i,j}$）是从前一线段端点飞往该线段端点所花费的时间，加上巡检输电线路线段所花费的时间；但通往终端顶点 v_1的边除外，如图 3b 所示。无人机能够实际跟踪所用飞行轨迹的可行性已通过实验验证，相关结果见第 VI 节。

由于行程预算 C_{max}有限，无法在单次巡航中遍历所有输电线路线段。因此，我们搜索最优巡回次数 $\mathcal{T} = \{T_1, \dots, T_{n_t}\}$，使每条巡回路线 $T_i \in \mathcal{T}$ 均从 v_0 出发并在v_1终止，且所有巡回路线的并集中每条线段恰好被访问一次；也就是说，v_{2i} 和 v_{2i+1} 中只能有一个被访问，因为输电线路线段由两个顶点表示，第一个顶点的索引为偶数，第二个顶点的索引比第一个大一。巡回路线 $T_i \in \mathcal{T}$ 的行程代价必须满足行程预算约束 $c(T) \le C_{max}$。

输电线路巡检规划问题可正式定义为问题3.1中所示的多回路集合旅行商问题（MS-TSP）。

问题*3.1*（多回路集合旅行商问题）：

$$\text{minimize}_{n_t, \mathcal{T}=\{T_1,\dots,T_{n_t}\}} \; c(\mathcal{T}) = \sum_{T \in \mathcal{T}} c(T)$$

s.t.

$c(T) \le C_{max}$ 对于 $T \in \mathcal{T}$以及每个 $S_i = \{v_{2i}, v_{2i+1}\}$，$1 \le i \le n_s$，只有 v_{2i} 或仅 v_{2i+1} 由 $\mathcal{T}$巡访。

IV. 整数线性规划公式

对于具有 n 个顶点的图，以及预先计算好的顶点间单项代价所构成的二维非对称代价矩阵$\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times n}$，其中边代价为 $c(e_{i,j})$、$0 \le i, j \le n$，可以利用整数线性规划问题的表述，根据问题实例的符号表示求解该整数线性规划问题，从而得到所构建的多巡回旅行商问题的最优解。该解可用三维变量矩阵$\mathbf{X} \in \{0,1\}^{n_t \times n \times n}$描述，其中矩阵元素 $x_{m,i,j}$ 表示巡回路线 m从 i 到 j 的边遍历，而 n_t 是

巡回路线的最大数量。矩阵$\mathbf{X}$ 指定各条巡回路线所使用的边。巡回路线由遍历矩阵$\mathbf{T} \in \mathbb{N}^{n_t \times n}$编码，其中元素 $t_{m,i}$ 表示顶点 i 在巡回路线 m中的位置。因此，$\mathbf{T}$ 指定了边的访问顺序。

初始位置和终止位置分别定义为顶点 v_0 和v_{1}。此外，每个区段由两个顶点v_{2i} 和 v_{2i+1} 表示，适用于 $1 \leq i \leq n_s$；因此，顶点数量n 始终为偶数。整数线性规划公式如下。

$$\mathcal{C} = \sum_{1 \leq m \leq n_t} \sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq n} c_{m,i,j} x_{m,i,j} \quad (1)$$

$$\sum_{i=2}^{n-1} x_{m,0,i} = 1, \text{ for } 0 \leq m < n_t \quad (2)$$

$$\sum_{i=2}^{n-1} x_{m,i,1} = 1, \text{ for } 0 \leq m < n_t \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^{n-1} \sum_{m=0}^{n_t-1} (x_{m,2i,j} + x_{m,2i+1,j}) = 1, \text{ for } 1 \leq i < \frac{n}{2} \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^{n-1} \sum_{m=0}^{n_t-1} (x_{m,j,2i} + x_{m,j,2i+1}) = 1, \text{ for } 1 \leq i < \frac{n}{2} \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} (x_{m,i,j} - x_{m,j,i}) = 0, \text{ for } 0 \leq m < n_t, 2 \leq j < n \quad (6)$$

$$\sum_{(i,j) \in \mathbf{X}_m} c_{m,i,j} x_{m,i,j} \leq \mathrm{C}_{\max}, \text{ for } 0 \leq m < n_t \quad (7)$$

$$t_{m,i} - t_{m,j} + x_{m,i,j} \leq n - 1, \text{ for } 2 \leq i \neq j \leq n, \; 0 \leq m < n_t \quad (8)$$

目标函数 (1) 是使总解成本 $\mathcal{C}$ 最小化。约束 (2) 和 (3) 确保每次巡回都从 v_0 开始，并在 v_1终止。要求每个集合（对应于检查电力线段的两种可能方向）恰好进入并离开一次，这由 (4)–(6) 确保。约束 (4) 规定，对于每对区段顶点 i，所有路径 m 中表示到达目的顶点 j的变量之和等于 1。约束 (6) 确保，对于每次巡回 m，一旦进入顶点 j，巡回也会离开该顶点，其中 i 为该顶点所有可能进出点的索引。行程预算 $\mathrm{C}_{\max}$ 由 (7) 约束，其中 $\mathbf{X}_m \in \{0,1\}^{n \times n}$ 表示包含该巡回 m变量的方形子矩阵。最后，在 (8) 中，利用矩阵$\mathbf{T}$ 的元素，为每次巡回加入子回路消除约束（Miller-Tucker-Zemlin [20]）。

所提出的公式可用于使用现成的整数线性规划求解器解决该问题。我们使用 CPLEX [32]求解器获得了基准解。

V. 所提出的启发式求解器

尽管对于特定的 n_t 值，可以通过所提出的整数线性规划公式求得问题3.1的解，但要找到最优解需要大量计算资源；当巡检计划需要在现场实时更新时，这可能并不实际。找到最优解所需的时间甚至可能超过采用次优解执行巡检所需的时间。因此，我们提出一种基于GRASP的启发式算法，以快速找到可行的巡检计划，满足AERIAL CORE联盟输电线路运营人员的要求。

所提出的算法基于现有的 GRASP 算法规划器，该规划器用于解决多产品多车辆路径问题 [21]，我们将其推广到了集合旅行商问题。具体而言，所提出的规划器采用了两种元启发式算法。初始解（不一定是可行解）由贪婪随机搜索过程 （GRP）获得，随后通过自适应禁忌搜索（TS）使用一组特定的移动来探索解邻域。搜索过程中采用软约束来限制最大巡回路线成本。无法保证找到的最优解相对于 $\mathrm{C}_{\max}$是可行的。因此，可能需要进行多次迭代，并逐步增加巡回路线的数量n_t 。

如果巡回路线成本 $c(T)$超过允许的最大成本 $\mathrm{C}_{\max}$，则软约束将被违反，如公式 9 所示。受约束成本称为 $c_{con}(T)$。

$$c_{con}(T) = \begin{cases} c(T) & \text{if } c(T) \leq \mathrm{C}_{\max}, \\ c(T) + (c(T) - \mathrm{C}_{\max}) k_c & \text{if } c(T) > \mathrm{C}_{\max}. \end{cases} \quad (9)$$

常数 k_c 相对于巡回路线成本取足够大的值。与整数线性规划的建模类似，使用同一轨迹规划器预先计算各顶点之间的所有成本，以获得可行轨迹。与问题的组合部分相比，求得所有轨迹的实际计算需求可以忽略不计。本节接下来的部分将介绍基于 GRASP 的求解器的两个部分。

A. 贪婪随机搜索过程（*GRP*）

初始解 $S_{initial}$ 由 GRP 求得：将线段从未使用线段集合 $S_{available}$中逐一插入 $S_{initial}$ 。可能的插入操作存储在 $I_{proposed}$中，其中插入操作 $i_{s,\ m,\ p,\ d} \in I_{proposed}$表示将某个线段 s 沿方向 d插入巡回路线 m中位置 p 的一种可能方式。由于成本已预先计算，插入后的解成本已知，记为 Cost(i)，即正在插入的路径 T的成本 $c_{con}(T)$。此举可在一定程度上均衡各巡回路线的成本，从而得到不违反 $\mathrm{C}_{\max}$ 的有效解，并为后续的禁忌搜索带来更好的解。

布尔变量表示巡检方向 d，但在进一步推广的情况下，它也可以是整数值。GRP 的随机搜索使用最佳插入候选项的受限候选列表 (RCL)，记为 I_{RCL} 。经验上，I_{RCL} 选取所有候选插入项的 25%，以获得多样化的初始解。GRP 总结于算法 1 中。

B. 自适应禁忌搜索

GRP 确定初始解后，对路径应用自适应禁忌搜索，进行多次迭代。通过加权轮盘赌 [21] 反复从四种不同的移动中进行选择，以探索解空间。类似的移动

用于定义解邻域，并增加了一种方向切换移动，从而加快收敛至解成本较低的解。

- 移动 1 - 随机移位：从随机路径中移除一条随机线段，并将其插入同一路径或其他路径中的随机位置。此移动为搜索增加随机性，并在每次迭代中提高其权重。
- 移动 2 - 最佳移位：从路径中移除一条随机线段，并将其插入同一路径或其他路径中的最佳位置。通过对所有可能的插入位置进行穷举搜索，确定成本最低（最佳）的解。
- 移动 3 - 最佳交换：将随机路径中的一条随机线段与同一路径或其他路径中的最佳线段交换。与上一个移动类似，通过对所有交换进行穷举搜索来找到最佳交换。
- 移动 4 - 最佳方向切换：为最佳线段切换遍历方向，并对所有线段进行评估。

对于前三种移动，会评估线段的两个方向，并选择最佳方向。

每种移动的评分权重（$w_i,\ i \in 1 \dots 4$）初始化为 w_0，并在每次迭代中根据移动的表现增加。所采用的自适应禁忌搜索使用两个奖励值： $p1$ 和 $p2$。奖励值 $p1$ 会加到邻域中的最佳移动上，而 $p2$ 会加到改进了禁忌搜索全局最佳解的移动上。每次迭代都会将值 $p1$ 加到权重 w_1 上，以增强邻域探索的随机性。每经过 R_t 次迭代，评分权重就会重新初始化为 w_0。使用大小为 T_{list} 的禁忌表，对大小为 n^2 的邻域进行探索。

禁忌搜索过程如算法 2 所示，其中 S表示某个现有解，T_{list} 是已探索解的禁忌表，而 N（S）是某个解 S 的邻域。算法 2 的停止准则是：在创建解邻域的最近 50 次迭代中，S_{best} 没有任何改进。选择这一经验选定准则，是为了获得尽可能好的解，以便与 CPLEX 解进行比较。在具体应用中，贪婪随机自适应搜索过程可能会采用不同的准则，例如实时运行时的时间限制。

算法 1 贪婪随机搜索过程 (GRP)

$S_{initial} \leftarrow \emptyset$;
$S_{available} \leftarrow S$;
当 size($S_{available}$) $\neq 0$ **执行**
    用所有可能的插入填充 $I_{proposed}$；
    按成本(i)对 $I_{proposed}$ 中的元素排序;
    用 $I_{proposed}$ 的子集填充 I_{RCL}；
    $i_{selected} \leftarrow$ 从 I_{RCL} 中随机选择 i；
    将 $i_{selected}$ 插入路径 m，并更新 $S_{initial}$;
    移除 $i_{selected}$，以及其他引用
    相同区段集合的插入项（来自 $S_{available}$）；
结束循环
返回 $S_{initial}$;

算法 2自适应禁忌搜索

要求： 某个现有解 S。
$S_{best} \leftarrow S$;
$S_{current} \leftarrow S$;
将 $S_{current}$ 插入 T_{list};
当 未满足停止准则**时**;
    创建解邻域 $N(S_{current})$;
    $S_{current} \leftarrow$最佳{$S \in N(S_{current})$ 和 $S \notin T_{list}$};
    如果 成本($S_{current}$) <成本(S_{best}) **则**
        $S_{best} \leftarrow S_{current}$;
    结束如果
结束循环
返回 S_{best};

VI. 结果

所提出的输电线路巡检规划已通过真实世界数据集 [33]进行了实证验证。该数据集来自变电站内赫拉尼采周边的电力输电线路，由 CEPS, a.s.（捷克电力输电基础设施机构，也是 AERIAL CORE 顾问委员会成员）提供。图 4 展示了变电站周边输电线路布局的概览地图。

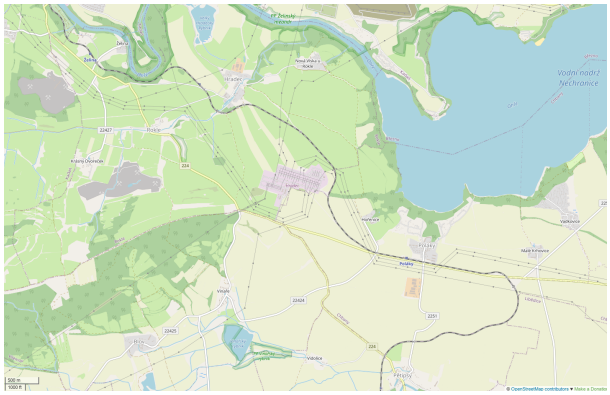


图 4. 用于构建真实输电线路巡检规划问题实例的内赫拉尼采变电站及其周边地图。该地图取自 OpenStreetMap [34] 数据库。

输电塔的 S-JTSK 坐标被转换为以变电站为原点的笛卡尔坐标系。基准问题实例从内赫拉尼采变电站周边区域采样得到，采样范围以周长 D_{max}表示，起始时线段数量较少，并随 D_{max}增大而增加，如表 I 所示。此外，关于..... 的若干限制

表 I 基准实例的规模

D_{max}[m]	500	600	700	800	900	1 000	1 200	2 000	5 000
n_s	15	23	28	33	40	43	51	76	172

针对每种特定情景，均选择飞行时间 C_{max}，以评估巡检区域 D_{max}和单次巡回的最大飞行时间对结果的影响。旅行预算 C_{max} 按比例设为 D_{max}，以便为 $n_t \in \{3, \dots, 6\}$ 获得可行解，对应数十分钟的

飞行时间（D_{max} 以百米计），且对于求解最大规模实例的可行解，飞行时间最长可达数小时。

行程代价是通过估算受飞行动力学约束的真实无人机飞行轨迹确定的。线段之间的行程成本受最大飞行速度 $v_{max} = 5\,\mathrm{m\ s^{-1}}$ 限制，而线段巡检过程中的遍历成本受最大巡检速度 $v_{insp} = 1\,\mathrm{m\ s^{-1}}$限制。最大加速度限制为 $a_{max} = 2.5\,\mathrm{m\ s^{-2}}$。成本的实验验证见第 VI-B 节。

对于每个具体实例，使用所提出的整数线性规划公式，在最低 n_t 下求得最优解；整数线性规划求解器可在最长 24 小时的计算时间内给出该解。请注意，整数线性规划求解器会针对逐渐增加的巡回路线数量求得最优解，这通常所需的计算资源较少。然而，如问题3.1所述，这类解并非针对巡回路线数量最少这一目标的原问题最优解。

所提出的两种方法，即基于整数线性规划的方法和基于贪婪随机自适应搜索过程的方法，均使用 C++ 实现。整数线性规划使用 CPLEX 12.8 求解。0 [32] 该程序使用 ILOG Concert 技术库在 C++ 中实现。计算在 Intel Xeon 处理器（2.2–3.3GHz）上进行，且仅使用单个核心。每个 CPLEX 实例的随机存取存储器上限为 100GB。若没有预先给定初始解，求解整数线性规划所需的计算资源极高，因此本文报告的大多数结果都无法在有限时间内获得。因此，CPLEX 求解器以所提出的基于 GRASP 的求解器找到的解作为初始解；与求得最优解的成本相比，该初始解的计算成本可忽略不计。基于 GRASP 的求解器参数设置如下。

候选列表的大小为可能插入列表大小的 25%。TS 中的初始移动权重为 $w_0 = 5$，奖励权重为 $p_1 = 1, p_2 = 5$，重置权重前的迭代次数设为 $w_r = 5$。如 [29],所述，禁忌列表的大小应保持较小。因此，我们选择了 $n/4$，其中 n 是被操作的线段数。解邻域的大小固定为 n_o。停止准则为连续 50 次迭代未能改进最佳解。由于贪婪随机自适应搜索过程具有随机性，且计算成本相对较低，因此每个实例均求解 30 次。报告了试验中找到的最佳解和平均解值

并报告了各次试验中的结果。

A. 计算评估

针对由 D_{max}、行程预算 C_{max} 和巡检航线数量 n_t 所定义的实例规模，研究了所提出的两种求解器（包括基本的贪婪随机（GR）搜索）的性能。评估结果见表 II，其中最低的最优解成本以粗体标出。如果 GR 算法在所进行的试验中成功找到有效解，也会列出其提供的最佳解成本。$\%SR$ 表示该搜索的成功率。在所有考察的基准实例中，整数线性规划问题公式为

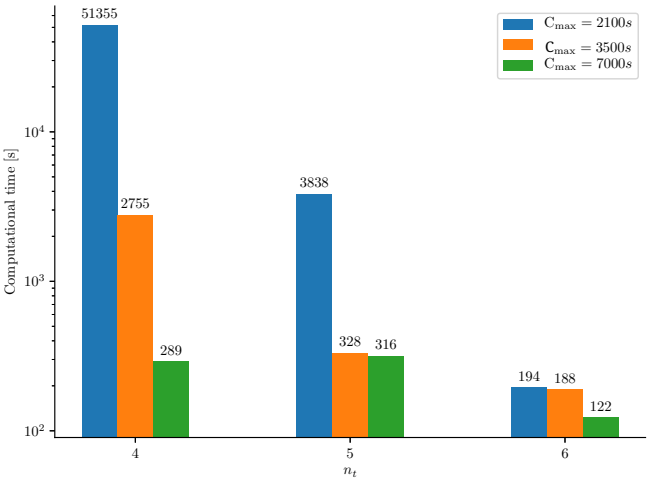


图 5. 求解整数线性规划公式所需的计算需求，适用于 $D_{max} = 700\mathrm{m}$、行程预算 C_{max} 且包含 n_t 条巡回路线的实例。 y–轴采用对数刻度。解成本标注在各自对应的柱形上方。

所考虑的最低 n_t ，被视为具有特定成本 $\mathcal{C}^*$ 的实例的最优解。因此，我们通过解成本相对于最优解成本的百分比偏差 $\%\mathrm{PDB} = (\mathcal{C} - \mathcal{C}^*)/\mathcal{C}^* \cdot 100\%$，来衡量基于整数线性规划的解在巡回路线数量增加时的质量，以及基于启发式 GRASP 的解的质量。整数线性规划最优解的计算时间，以及 GRASP 进行全部 30 次试验所得解的计算时间，均以 t 表示并以秒为单位报告。因此，可以将这些时间与作为所需总飞行时间（秒）报告的解成本 $\mathcal{C}$ 进行比较。此外，对于 GRASP，还报告了单次试验的平均计算时间 t_{mean} ，以及平均解质量 $\mathcal{C}_{\mathrm{mean}}$；后者以平均解成本相对于最优解成本的百分比偏差 $\%\mathrm{PDM} = (\mathcal{C}_{\mathrm{mean}} - \mathcal{C}^*)/\mathcal{C}^*$ 表示，用于衡量所进行试验中解的稳健性。

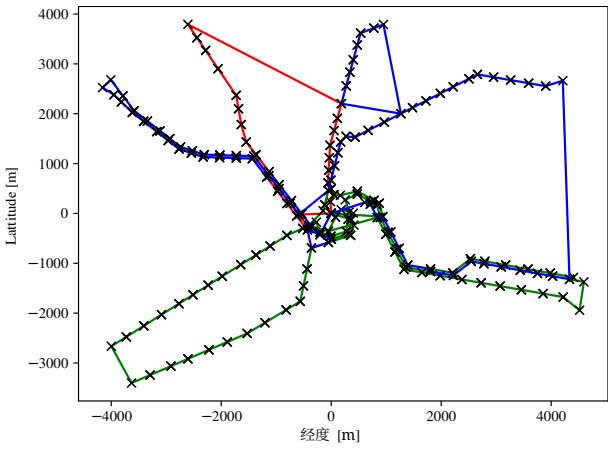


图 6. 贪婪随机自适应搜索过程针对 $D_{max} = 5\mathrm{km}$、包含 $n_s = 172$ 条线段且 $n_t = 3$的最大受检实例找到的解示例。

结果表明，整数线性规划的计算开销非常大。此外，计算时间会根据约束组合及初始解的质量而不可预测地激增。

表 II 计算结果

D_{max} [m]	C_{max} [s]	n_t	ILP			贪婪随机自适应搜索过程						GR†			
			t [s]	$\mathcal{C}$ [s]	%PDB	t_{mean} [s]	t [s]	$\mathcal{C}_{mean}$ [秒]	%PDM	$\mathcal{C}$ [秒]	%PDB	t [秒]	$\mathcal{C}$ [秒]	%PDB	%SR
500	1 000	4	7.4	**3 178.6**	0.0	0.05	1.64	3 506.5	10.3	3 499.8	10.1	0.05	-	-	0
500	1 000	5	2.6	3 221.4	1.3	0.08	2.27	3 397.4	6.9	3 371.0	6.0	0.06	-	-	0
500	1 000	6	0.9	3 328.4	4.7	0.04	1.34	3 566.6	12.2	3 478.4	9.4	0.06	-	-	0
500	1 500	3	1.9	**3 053.2**	0.0	0.06	1.77	3 281.7	7.5	3 262.4	6.9	0.04	-	-	0
500	1 500	4	1.4	3 087.9	1.1	0.12	3.47	3 321.7	8.8	3 260.1	6.8	0.04	5 228.8	71.3	62
500	1 500	5	1.2	3 194.9	4.6	0.05	1.49	3 458.4	13.3	3 448.1	12.9	0.05	5 063.1	65.8	100
500	1 500	6	0.8	3 296.1	8.0	0.05	1.58	3 492.2	14.4	3 452.7	13.1	0.05	5 637.1	84.6	100
600	1 800	3	74.1	**5 143.5**	0.0	0.07	2.15	5 582.9	8.5	5 497.5	6.8	0.13	-	-	0
600	1 800	4	46.3	5 176.8	0.7	0.15	4.63	5 645.5	9.8	5 590.7	8.7	0.14	-	-	0
600	1 800	5	35.5	5 244.6	2.0	0.11	3.25	5 764.9	12.1	5 705.2	10.9	0.15	8 608.0	67.4	19
600	1 800	6	39.4	5 356.3	4.1	0.13	4.01	5 843.6	13.6	5 701.6	10.9	0.18	8 501.0	65.3	81
600	3 000	3	12.1	**5 090.4**	0.0	0.18	5.36	5 562.5	9.3	5 460.4	7.3	0.13	8 473.0	66.5	57
600	3 000	4	11.9	5 162.0	1.4	0.08	2.49	5 595.4	9.9	5 464.2	7.3	0.14	8 750.1	71.9	100
600	3 000	5	10.9	5 229.8	2.7	0.13	3.78	5 698.6	11.9	5 661.9	11.2	0.16	9 098.5	78.7	100
600	3 000	6	12.9	5 344.1	5.0	0.16	4.84	5 878.6	15.5	5 796.4	13.9	0.16	8 994.1	76.7	100
700	2 100	4	51 355.1	**6 268.3**	0.0	0.17	5.21	6 951.6	10.9	6 736.5	7.5	0.26	-	-	0
700	2 100	5	3 838.8	6 321.1	0.8	0.14	4.08	6 986.3	11.5	6 717.4	7.2	0.26	-	-	0
700	2 100	6	194.3	6 416.9	2.4	0.20	6.13	7 042.3	12.3	6 928.9	10.5	0.27	11 247.0	79.4	100
700	3 500	3	6 401.6	**6 161.8**	0.0	0.29	8.61	6 700.0	8.7	6 526.1	5.9	0.24	-	-	0
700	3 500	4	2 755.7	6 222.4	1.0	0.19	5.71	6 748.6	9.5	6 637.1	7.7	0.25	10 744.4	74.4	95
700	3 500	5	328.7	6 289.7	2.1	0.43	12.88	6 880.6	11.7	6 716.0	9.0	0.26	11 434.3	85.6	100
700	3 500	6	188.4	6 415.7	4.1	0.20	6.01	7 118.6	15.5	7 024.6	14.0	0.28	10 676.7	73.3	100
800	2 400	5	15 765.0	**7 510.0**	0.0	0.19	5.77	8 420.8	12.1	8 234.7	9.6	0.40	-	-	0
800	2 400	6	2 807.3	7 602.4	1.2	0.28	8.54	8 421.3	12.1	8 288.1	10.4	0.42	-	-	0
800	4 000	3	24 120.2	**7 369.2**	0.0	0.39	11.64	8 058.1	9.3	7 879.4	6.9	0.38	-	-	0
800	4 000	4	769.0	7 404.0	0.5	0.35	10.56	8 210.2	11.4	8 020.5	8.8	0.39	13 000.5	76.4	100
800	4 000	5	24 379.7	7 488.0	1.6	0.46	13.91	8 285.1	12.4	8 081.8	9.7	0.40	12 807.7	73.8	100
800	4 000	6	1 770.0	7 602.4	3.2	0.49	14.73	8 482.1	15.1	8 289.6	12.5	0.41	13 613.2	84.7	100
900	2 700	6	10 661.1	**9 014.4**	0.0	0.59	17.77	10 210.4	13.3	9 933.2	10.2	0.67	-	-	0
900	4 500	3	35 372.2	**8 782.4**	0.0	0.64	19.05	9 804.2	11.6	9 600.3	9.3	0.63	-	-	0
900	4 500	4	1 004.2	8 817.1	0.4	0.53	15.87	9 906.9	12.8	9 631.8	9.7	0.64	15 503.3	76.5	100
900	4 500	5	26 029.7	8 884.4	1.2	0.87	25.97	10 108.4	15.1	9 809.0	11.7	0.64	15 896.3	81.0	100
900	4 500	6	3 506.5	9 006.6	2.6	0.52	15.47	10 246.7	16.7	9 986.0	13.7	0.67	16 090.8	83.2	100
1000	3 000	6	21 174.5	**9 887.6**	0.0	0.65	19.51	11 130.4	12.6	10 870.0	9.9	0.80	-	-	0
1000	5 000	4	86 370.0	**9 712.7**	0.0	0.62	18.48	10 845.0	11.7	10 544.2	8.60	0.76	16 970.2	74.7	100
1000	5 000	6	13 605.2	9 887.6	1.8	0.63	18.97	11 112.0	14.4	10 917.7	12.4	0.82	17 442.7	79.6	100
1100	5 500	4	86 370.1	**11 113.4**	0.0	1.50	45.14	12 407.4	11.6	12 144.0	9.3	1.02	19 603.2	76.4	100
1100	11 000	3	59 362.5	**10 995.0**	0.0	1.11	33.38	12 196.8	10.9	11 988.4	9.0	0.98	17 879.1	62.6	100
1100	11 000	4	86 370.0	11 078.4	0.8	0.68	20.27	12 372.6	12.5	12 168.8	10.7	0.98	18 963.6	72.5	100
1100	11 000	5	9 371.1	11 179.8	1.7	0.77	23.21	12 565.2	14.3	12 233.3	11.3	0.97	19 021.9	73.0	100
1200	12 000	4	86 370.1	**12 453.0**	0.0	0.76	22.80	13 870.3	11.4	13 567.6	9.0	1.25	21 502.8	72.7	100
1200	12 000	5	86 370.0	12 564.0	0.9	1.03	30.83	14 044.0	12.8	13 502.2	8.4	1.23	22 327.5	79.3	100
1300	13 000	3	86 370.0	**13 143.8**	0.0	1.31	39.33	14 476.4	10.1	14 156.6	7.7	1.32	22 278.2	69.5	100
1500	15 000	4	86 370.1	**15 860.6**	0.0	1.75	9.81	17 637.8	11.2	17 258.8	8.8	2.03	26 821.4	69.1	100

†缺失值表示在针对特定问题实例进行的所有试验中，均未找到可行解。

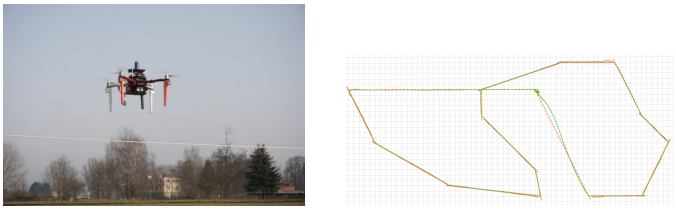
通常，随着 C_{max} 变得更严格且 n_t 减小，计算时间往往会呈指数级增长，图5进一步展示了这一点。

所提出的基于启发式方法的贪婪随机自适应搜索过程（GRASP）求解器，其计算成本显著低于整数线性规划（ILP），且随由 D_{max} 定义的实例规模以及 C_{max} 和 n_t上的紧约束而变化。对于图6所示的最大实例，该求解器约在1分钟内即可给出解。在所展示的30次试验结果中，解成本方差约为17%，%PDM相对较高，但未超过20%，这表明找到的解具有较高的方差。测得的GRASP的%PDB未超过15%。

讨论：- 根据报告的结果，在计算时间有限的情况下，为了改进贪婪随机自适应搜索过程提供的初始解而几乎立即求解整数线性规划，这种权衡大多不利。随着约束收紧或实例规模增大，最优解带来的收益会迅速降低。因此，采用启发式解可能更合适；尽管其计算时间比最优解长几十秒甚至数百秒，但求得最优解所需的计算时间要长得多。另一方面，结果也表明，随着巡回路线数量 n_t 增加，基于整数线性规划的解仍可能优于巡回路线数量较少的启发式解，且求得最优解所需的计算时间显著更短。对于巡回路线数量较少的情况，启发式解以显著更短的计算时间即可找到最优解。这里值得一提的是，最低可行的 n_t 不一定是 C_{max} 的最优值。所报告结果中最低 n_t 恰好相同，是由星形电力输电线路彼此间距较近的问题几何特征，以及分段巡检之间的飞行成本低于巡检成本所致。n_t 的最优值取决于具体应用场景以及所偏好的最优性准则，即巡回路线数量最少，还是总飞行时间最短。

B. 实验验证

所提出的电力输电线路巡检规划方法已在测试多边形区域内使用真实无人机进行了实验验证，证实了其实用可行性。实验验证采用了为 AERIAL CORE 项目设计的控制架构 [35] 和无人机平台 [36]。图 7a 展示了巡检期间使用的一架多旋翼无人机，图 7b 展示了一条包含多种线段的轨迹。实验部署证明了所提出方法的可行性，并验证了所创建的



(a) 巡检线路上方的实验无人机　(b) 在 rviz 中显示的轨迹

图 7. 实验中使用的多旋翼无人机**(a)**配备了 Reach M2 GNSS模块，用于实时动态 (RTK) 定位。针对无人机约束（以绿色显示），对线段**(b)**（以红色显示）上的时间采样轨迹（$\Delta t = 0.2\,\mathrm{s}$）进行了跟踪。网格分辨率为 1 m。实验视频可见 [33]。

基准实例具有现实性。此外，实验还证实，轨迹规划器估算的轨迹成本在所采用的无人机控制器下具有可行性。

VII. 结论

本文通过一种称为多巡回集合旅行商问题的旅行商问题新型推广形式，研究了航空器的输电线路巡检规划。本文提出了最优的基于整数线性规划的公式，以及计算需求较低的基于GRASP的启发式方法。通过实证评估了这两种求解器，并使用真实车辆进行了实验，验证了所提方法的可行性。此外，本文还创建了一个逼真的数据集并将其公开，以便对所提方法及今后的相关方法进行基准测试。本文所提出的基于 GRASP 的求解器的主要优势在于计算需求低。它几乎可以即时提供解，便于根据输电线路运营人员和该方法最终用户的需求，在现场调整巡检计划。未来的工作可着眼于提高求解大型实例时的可扩展性。

参考文献

[1] O. Menendez，M. Perez 等，“使用无人机进行基于视觉的输电线路巡检”，载于*IEEE MFI*，2016年，第412–417页。[2] J. Katrasnik，F. Pernus 等，“用于配电线路巡检的移动机器人综述”，*IEEE*电力输送汇刊，第25卷，第485–493页，2010年。[3] T. Disyadej，J. Promjan 等，“使用智能机器人进行高压输电线路维护与巡检”，载于*IEEE ISGT*，2019年，第1–4页。[4] T. He，Y. Zeng 等，“基于路径规划的多旋翼无人机输电线路详细自主巡检技术研究”，*IEEE Access*，第7卷，第114 955–114 965页，2019年。[5] H. Lee，C. Kim 等，“输电线路的基于视觉的自动实时巡检”，载于*2013 44th International Symposium on Robotics (ISR)*，2013年，第1–3页。[6] G. Dong，X. Chen 等，“使用无人固定翼飞行器巡检输电线路”，载于*ICARPI*，2012年，第173–174页。[7] W. Filho和A. Pinto，“用于输电线路巡检的垂直起降空中机器人”，载于*ICARPI*，2014年，第1–4页。[8] P. Hamelin，F. Miralles 等，“线路无人机的离散时间控制：用于带电输电线路巡检与维护的辅助跟踪与着陆无人机”，载于*ICUAS*，2019年，第292–298页。[9] G. Zhou，J. Yuan 等，“基于无人机的鲁棒实时输电线路检测与跟踪”，载于*IEEE ICIP*，2016年，第744–748页。[10] E. Galceran和M. Carreras，“机器人覆盖路径规划综述”，《机器人与自主系统》，第61卷，第12期，第1258–1276页，2013年。[11] T. Moyo和F. du Plessis，“使用旅行商问题优化输电线路巡检”，载于机器人与机电一体化会议 *(RobMech)*，2013年，第99–104页。

[12] J. Cui，Y. Zhang等，“使用无人机进行输电线路巡检的路径规划算法”，载于中国控制与决策会议 (CCDC)，2017年，第2304–2309页。[13] Y. Liu，J. Shi等，“协同地面车辆与无人机进行高压输电线路巡检的双层路径规划”，Energies，第12卷，第1385页，2019年04月。[14] K. Helsgaun，“使用Lin-Kernighan-Helsgaun算法求解等式广义旅行商问题”，Mathematical Programming Computation，第7卷，第3期，第269–287页，2015年9月。[15] G. Laporte，H. Mercure等，“通过节点的n个集合构建广义旅行商问题：非对称情形”，Discrete Applied Mathematics，第18卷，第2期，第185–197页，1987年。[16] P. R. Sokkappa，“成本约束旅行商问题”，博士学位论文，北德克萨斯大学，1990年。 [在线]。可访问：https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc1113789/ [17] R. P˘eni˘cka，J. Faigl等，“集合定向越野问题的变邻域搜索及其在其他定向越野问题变体中的应用”，European Journal of Operational Research，第276卷，第3期，第816–825页，2019年。[18] J. Faigl，J. Deckerová等，“基于带邻域的广义旅行商问题的三维多目标路径规划快速启发式算法”，IEEE Robotics and Automation Letters，第4卷，第2439–2446页，2019年。[19] T. Bektas，“多旅行商问题：数学模型与求解方法综述”，Omega，第34卷，219，2006年209页。– 。[20] C. Miller，A. Tucker等，“旅行商问题的整数规划模型”，Journal of the Association for Computing Machinery，第7卷，第326–329页，1960年。[21] O. Guemri，A. Bekrar等，“多产品多车辆库存路径问题的基于贪婪随机自适应搜索过程的启发式算法”，4OR - A Quarterly Journal of Operations Research，第14卷，第377–404页，2016年。[22] L. Bertazzi和M. Speranza，“库存路径问题：导论”，EURO Journal on Transportation and Logistics，第1卷，第307–326页，2012年。[23] P. Kitjacharoenchai，M. Ventresca等，“无人机多旅行商问题：数学模型与启发式方法”，Computers and Industrial Engineering，2019年。[24] A. Maha和Z. Ahmed，“多旅行商问题的遗传算法”，International Journal of Advanced Computer Science and Applications，第11卷，第553–560页，2020年07月。[25] C. Song，K. Lee等，“用于增强型旅行商问题和多旅行商问题的扩展模拟退火算法”，载于国际神经网络联合会议论文集，2003年，第3卷，2003年，第2340–2343页，第3卷。[26] H. Wacholder和Mann，“多旅行商问题的神经网络算法”，Biological Cybernetics，第61卷，19，1989年11页。– 。[27] J. Faigl，“自组织映射在具有极小极大目标的多机器人多目标路径规划中的应用”，Computational Intelligence and Neuroscience，第2 720 630:1–2 720 630:15页，2016年。[28] O. Cheikhrouhou和I. Khoufi，“多旅行商问题综合综述：应用、方法与分类”，Computer Science Review，第40卷，第100369页，2021年。[29] S. Tsubakitani和J. Evans，“优化旅行商问题的禁忌表大小”，Computers & OR，第25卷，第91–97页，1998年02月。[30] G. Laporte和Y. Nobert，“通过节点的n个集合生成旅行商问题：一种整数规划方法”，Information Systems and Operational Research，第21卷，第61–75页，1983年。[31] S. G. Manyam，S. Rathinam等，“GPS拒止环境下具有通信约束的无人机路径规划”，Journal of Intelligent & Robotic Systems，第84卷，第1期，第691–703页，2016年。[32] Cplex，IBM ILOG，“V12. 1：Cplex用户手册”，国际商业机器公司，第46卷，第53期，第157页，2009年。[33] “用于输电线路巡检规划的多回路集合旅行商问题的支持材料”， 2021，[引用于3月1日 2021]。[在线]。可访问：http://mrs.felk.cvut.cz/mstsp-ptl-ral[34] OpenStreetMap贡献者，“从https://planet.osm.org获取的Planet转储”， 2017，[引用于3月1日 2021]。[35] T. Baca，D. Hert等，“面向无人机可靠室外部署的模型预测轨迹跟踪与避碰”，载于IEEE/RSJ 国际智能机器人与系统会议 (IROS)，2018年，第6753–6760页。[36] G. Silano，T. Baca等，“通过信号时序逻辑规范执行多空中机器人系统的输电线路巡检任务”，IEEE Robotics and Automation Letters，第6卷，第2期，第4169–4176页，2021年。