arXiv:2302.01370v1 [physics.flu-dyn] 2 Feb 2023

冷控制板对等温加热的旋转振荡圆柱体周围流体流动和传热的影响

Amarjit Haty[a], Rajendra K. Ray[a],*, H.V.R. Mittal[b]

[a]数学与统计科学学院，印度理工学院曼迪分校，曼迪，175005，喜马偕尔邦，印度。[b]数学系，印度理工学院帕拉卡德分校，帕拉卡德，678557，喀拉拉邦，印度。

摘要

本文的主要目的是研究冷却的垂直弧形控制板对旋转振荡、等温加热圆柱周围流动特性及强制对流传热机制的影响。本文考虑牛顿流体、物性恒定流体绕圆柱的二维、非定常、不可压缩层流黏性流动。采用内部代码进行模拟，考察控制板与圆柱之间的不同间隙比（$0 \leq d/R_0 \leq 3$）、最大角速度（$0.5 \leq \alpha_m \leq 4$）以及振荡频率比（$f/f_0 = 0.5, 3$），其中普朗特数为 0.7，雷诺数为 150。这里，d 表示圆柱表面与控制板前缘表面之间的间隙，R_0 表示圆柱半径，f 为振荡频率，f_0 为自然涡脱落频率。$d/R_0 = 0$ 对应无控制板情形。本文讨论传热与涡脱落现象之间的相互关系。当间隙比为 $d/R_0 = 0.5$ 且 $f/f_0 = 0.5$时，所有 α_m 的热传递均显著增加。当 $\alpha_m = 0.5$ 且 $f/f_0 = 0.5$ 时，控制板表面的吸热量随间隙比增大而降至零；而当 $\alpha_m = 4$ 且 $f/f_0 = 3$时，吸热量则始终不会降为零。此外，与无控制板情形（$(\alpha_m, f/f_0) = (0.5, 0.5)$）相比，间隙比为 $d/R_0 = 3$时，阻力系数的最大峰值降低了 9.877%。对于 $\alpha_m = 4$ 且 $f/f_0 = 3$的情况，发现最小间隙比 $d/R_0 = 0.5$ 会使升力系数显著高于其他情况。

*通讯作者电子邮箱： rajendra@iitmandi.ac.in(Rajendra K. Ray)

数相较于其他情况显著增大。
关键词：纳维-斯托克斯方程，圆柱，冷控制板，传热，HOC

---

1. 引言

多年来，钝体（如圆柱）周围的流体流动和传热一直是一个备受关注的重要课题。由于其理论基础和实际应用价值，这一课题得到了广泛研究[1–4]。众多工业应用都涉及这一领域，包括海上石油平台的系泊缆绳 [5], 、风致音调 [6, 7], 、流动控制 [8], 以及管壳式换热器 [9, 10], 。利用不同形式冷却电气元件和芯片也是其应用之一 [11], 。人们采用各种主动和被动控制技术来减弱涡脱落及升力、阻力等空气动力。例如，过去的研究采用分流板[14–17] 作为被动控制方法，并将旋转控制圆柱 [18, 19] 或圆柱的旋转振荡运动 [20, 21] 作为主动控制策略。

1991年，Tokumaru 和 Dimotakis [20] 通过实验研究了利用强制旋转振荡对圆柱周围流动进行主动控制。他们在雷诺数为 15000 时将阻力降低了 80%。通过旋转圆柱进行主动控制，He 等人 [22] 在雷诺数为 200 时将阻力降低了 31%，在雷诺数为 1000 时将阻力降低了 61%。当振荡频率高于锁定频率时，阻力的降低效果非常显著 [23, 24]。研究发现，最大角速度越高，流动控制和空气动力降低的效果越好 [4]。随着圆柱振荡频率逐渐接近涡脱落频率，Saxena 和 Laird[25] 发现，强制振荡能显著改善热传递。根据 Cheng 等人 [26], 的研究，湍流和锁定效应对热传递机制至关重要。Mahfouz 和 Badr [27]研究了旋转振荡等温加热圆柱的强制对流。他们发现，在锁定频率范围内，热传递显著增强。Fu 和 Tong [28] 通过数值方法考察了横向振荡等温加热圆柱周围的传热和流动。他们发现，振荡圆柱与涡脱落相互作用并主导尾流，使温度场在锁定区间内呈周期性变化，并大幅增强传热。Ghazanfarian 和 Nobari [29, 30] 通过数值方法研究了

横向和顺流模式振荡的旋转圆柱的热传递。他们的研究表明，锁定区间会显著增强热传递。他们还得出结论，超过临界旋转速度后，涡脱落会减弱；随着旋转速度升高，平均努塞尔数和阻力系数迅速下降。Al-Mdallal 和 Mahfouz [31] 研究了做圆周运动的静止加热圆柱的传热现象，发现圆周运动振幅越大，传热速率显著提高。在现有文献中，已有许多研究探讨通过引入旋转振荡运动来改善圆柱的强制对流传热并降低阻力。关于尾流结构、减阻以及通道流中的强制对流传热，只有少数学者研究了采用分流板进行被动控制[32, 33] ，并结合圆柱的横向振荡主动控制。

1966年，Gerrard [34] 对高雷诺数下钝体绕流以及带分流板的圆柱绕流进行了实验研究， 2×10^4。除分流板的后缘外，唯一重要的参数是圆柱与平行于流动方向的分流板之间的间隙比；他发现，有效涡生成区的长度等于分流板至计算域边界的距离。Roshko[14] 在高雷诺数（$\mathrm{Re}=10^5$）下研究了放置于钝体下游且平行于来流的分流板的影响。作者发现，随着分流板向圆柱靠近，脱落频率和基底吸力均降低。根据Bearman [35], 的研究，以恒定速度旋转带有下游端板的圆柱，会迫使分离剪切流在表面重新连接。其结果是减小边界层增长引起的冲击和振动，并抑制涡形成。Apelt等人 [15]通过实验研究了不同长度的水平分流板对静止圆柱绕流的影响，研究条件为 $10^4<\mathrm{Re}<5\times10^4$。通过采用长度等于圆柱直径的分流板，他们将阻力系数降低了31%。Kwon和Choi [17] 得出结论：分流板存在一个临界长度，该长度与雷诺数相对应，可使涡脱落完全消失。Razavi等人 [36]证明，随着分流板长度增加，静止圆柱及分流板表面的总传热量和阻力系数均会降低。Ghiasi等人 [33] 发现，在达到分流板的临界长度之前，阻力会降低；超过该长度后，锁定区扩大

会导致大多数横向振荡频率下的阻力增加。他们还得出结论：随着分流板长度增加，圆柱周围的热边界层变厚，从而降低传热量。Deep 等人 [37] 报道，在雷诺数为100、125和150时，静止圆柱连接分流板后，阻力系数和升力系数振幅均显著降低。关于控制板的更多研究涉及圆柱 [38], 、横向振荡圆柱 [32], 、带圆柱的平行双板 [39] 以及带圆柱的多个控制杆 [40]。一些研究人员还研究了弯曲鳍片和板对导弹 [41] 及一级方程式赛车 [42], 的影响，而这些装置如今已应用于实际生活中。

目前尚无已发表研究表明，如何同时利用旋转振荡和分流板来影响尾流形成、减小阻力，并通过强制对流带走圆柱的热量。本研究重点探讨弧形垂直控制板的旋转振荡和间隙比对圆柱周围流动及强制对流传热的重要影响。涡脱落模式根据锁定周期 $\mathrm{p}_l = \mathrm{nT}$ 内涡脱落周期中从圆柱两侧脱落的涡旋数量来定义，其中 n 可以是整数或分数。在这种情况下，T 为圆柱振荡周期，p_l 为锁定周期。例如，$2\mathrm{S}(\mathrm{p}_l)$ 模式表示，在时间段 p_l内，下游尾流中交替出现从圆柱两侧脱落的单个反向旋转涡旋。当 $\mathrm{p}_l = \mathrm{T}$ 时，$2\mathrm{S}(\mathrm{p}_l)$ 模式表示传统的卡门涡街。$2\mathrm{P}(\mathrm{p}_l)$ 模式表示在时间段 p_l内，圆柱两侧各脱落两对反向旋转涡旋。另一方面，$\mathrm{P}+\mathrm{S}(\mathrm{p}_l)$ 模式表示每经过 p_l，圆柱一侧先脱落两个涡旋，随后另一侧脱落一个涡旋。雷诺数和普朗特数分别保持恒定为 150 和 0.7。控制板的间隙比（d/R_0）在 0 到 3 之间变化，最大角速度在 0.5 到 4 之间变化，频率比在 0.5 到 3 之间变化。请注意，$\mathrm{d}/\mathrm{R}_0 = 0$ 表示不设置控制板的情况。采用基于非均匀极坐标网格的高阶紧致（HOC）技术 [1–3, 43] ，对二维非定常纳维-斯托克斯方程和能量方程进行离散。离散后的方程组通过双共轭梯度稳定法求解，并使用内部代码实现。

本文的结构安排如下：第 2 节介绍控制方程、初始条件和边界条件。第3节介绍数值求解技术、有限差分离散以及数值格式的验证——

第3节介绍数值格式的验证。第4节讨论结果并进行分析。最后，第5节总结结论，概述我们的观察。

2. 控制方程与问题描述

图 1(a) 展示了牛顿流体在半径为 R_0 的等温加热圆柱周围的二维、不可压缩、层流、黏性非定常流动。圆柱和控制板周围的非均匀网格结构如图 1(b) 所示。控制板的几何形状如图 1(c) 所示。控制板的顶面（CD）和底面（AB）为平面，前表面（DA）和后表面（BC）则呈弧形。DA 表面的弧长小于 BC 表面的弧长，而 AB 和 CD 表面的弧长相同。流体以均匀速度 U_∞ 和均匀温度 T_∞ 流向圆柱。在 $\hat{t} = 0$ 时，圆柱表面温度瞬间升至 T_s。有量纲参数通过以下公式转换为无量纲形式：$r = \hat{r}R_0$，$t = \hat{t}U_\infty R_0$，$v = \hat{v}U_\infty$，$u = \hat{u}U_\infty$，$\Phi = (\hat{T} - T_\infty)/(T_s - T_\infty)$，$\Psi = \hat{\Psi}U_\infty R0$，$\Omega = \hat{\Omega}R_0U_\infty$。控制板与圆柱表面之间的间隙为 d，其弧长为单位长度，厚度恒定，约为圆柱半径的 0.18 倍。控制板表面满足不可渗透性和无滑移边界条件。控制板始终保持恒温，与自由来流流体的初始温度相同。

以极坐标（rθ）表示的二维无量纲纳维-斯托克斯方程和能量方程的流函数-涡量形式如下：

$$\frac{\partial^2\Omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Omega}{\partial\theta^2} = \frac{Re}{2}\left(u\frac{\partial\Omega}{\partial r} + \frac{v}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial\theta} + \frac{\partial\Omega}{\partial t}\right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} = -\Omega, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} = \frac{RePr}{2}\left(u\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{v}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} + \frac{\partial\Phi}{\partial t}\right). \tag{3}$$

速度 v 和 u 定义为

$$v = -\frac{\partial\Psi}{\partial r} \quad \text{and} \quad u = \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}, \tag{4}$$

符号说明

d（mm）	控制板与圆柱表面
$\hat{f}$（Hz），f	有量纲和无量纲形式（$f = \hat{f}R_0/U_\infty$）
h（W/m^2K），h^{avg}（W/m^2K）	传热系数（局部和平均）
$Nu, \overline{Nu}, \overline{Nu_t}$	努塞尔数（局部、平均和时间平均总）
Pr	普朗特数（$=\nu/\beta$）
Q'' (W/m^2)	表面径向热通量（局部）
Re	雷诺数（$=2R_0U_\infty/\nu$）
R_0 (mm)	圆柱半径
R_∞ (mm)	远场边界半径
$\hat{r}$ (mm), r	有量纲和无量纲形式的半径
T_∞ (K)	自由来流流体温度
$\hat{t}$（s），t	有量纲和无量纲形式的时间
T_s（K）	圆柱表面有量纲温度
U_∞（m/s）	来流流体速度
$\hat{u}$ (m/s), u	有量纲形式和无量纲形式的径向速度
$\hat{v}$ (m/s), v	有量纲形式和无量纲形式的切向速度 form
$\hat{\alpha}$(m/s)，α	有量纲形式和无量纲形式（$\alpha = \hat{\alpha}R_0/U_\infty$）
$\hat{\alpha}_m$ (m/s), α_m	有量纲和无量纲形式下的最大角速度 无量纲形式（$\alpha_m = \hat{\alpha}_m R_0/U_\infty$）
β (m^2/s)	流体的热扩散率
κ (W/mK)	流体的热导率
ν (m^2/s)	流体的运动黏度
$\hat{T}$ (K), Φ	有量纲和无量纲形式的温度
$\hat{\Psi}$(kg/ms)，Ψ	流函数的有量纲形式和无量纲形式
$\hat{\Omega}$（rad/s），Ω	涡量的有量纲形式和无量纲形式

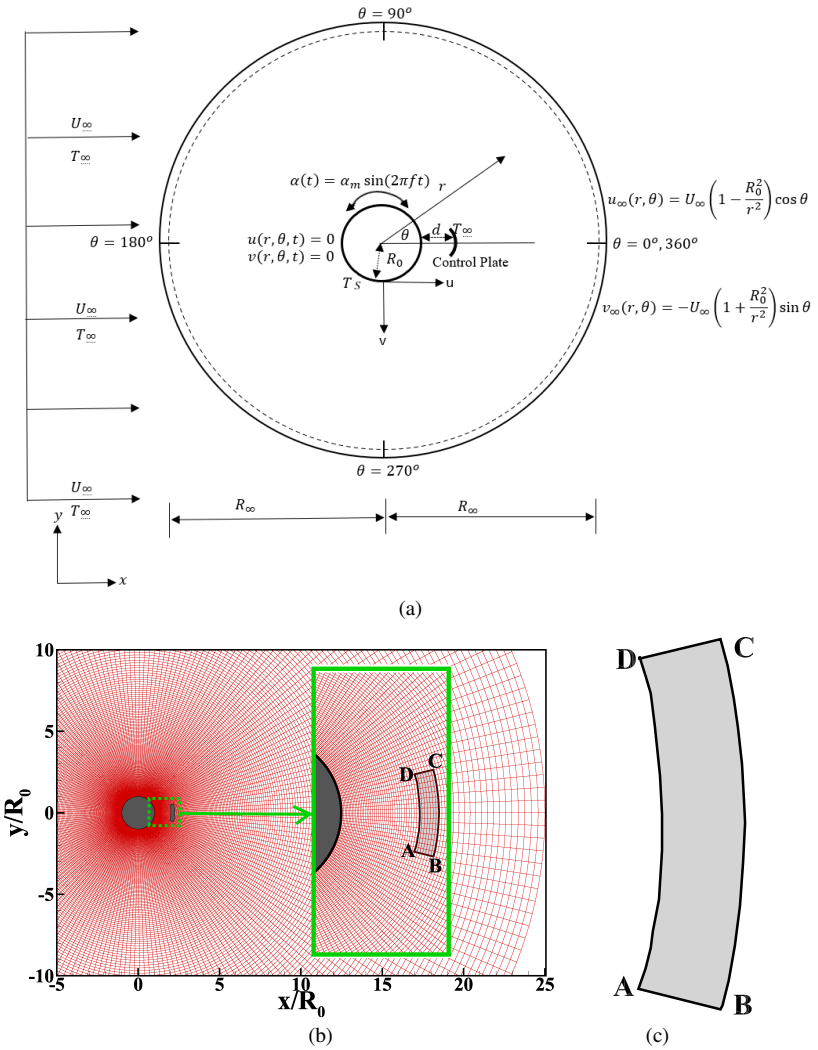


图1：（a）当前问题的示意图；（b）控制板的放大图，以及圆柱周围的非均匀极坐标网格；（c）控制板 ABCD 的几何形状。

Ω 表示为

$$\Omega = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(vr) - \frac{\partial u}{\partial \theta}\right]. \tag{5}$$

旋转振荡速度 α(t) 的无量纲表达式为：

$$\alpha(t) = \alpha_m sin(2\pi f t). \tag{6}$$

圆柱表面有三个边界条件：不可渗透、无滑移条件和恒温条件，即：

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -\alpha \quad \text{and} \quad \Phi = 1.0 \quad \text{when} \quad r = 1. \tag{7}$$

控制板表面 BC 和 DA 上的边界条件为,

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0 \quad \text{and} \quad \Phi = 0. \tag{8}$$

控制板表面 AB 和 CD 上的边界条件为,

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = 0 \quad \text{and} \quad \Phi = 0. \tag{9}$$

圆柱表面上的涡量条件为

$$\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \quad \text{when} \quad r = 1. \tag{10}$$

在远场 R_∞，涡量的衰减和自由来流条件共同构成边界条件，即

$$\begin{aligned} \Psi \rightarrow \left(r - \frac{1}{r}\right) sin\,\theta, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial r} \rightarrow \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) sin\,\theta, \\ \text{and } \Phi \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad r \rightarrow \frac{R_\infty}{R_0}, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\Omega \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad r \rightarrow \frac{R_\infty}{R_0}. \tag{12}$$

流函数和温度的初始条件由式 (11) 给出。式 (12) 对远场采用涡量为零的初始假设。根据式 (4) 和式 (11)，速度的初始条件如下:

$$v = -\left(1 + \frac{1}{r^2}\right) sin\,\theta \quad \text{and} \quad u = \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) cos\,\theta. \tag{13}$$

3. 数值格式

采用高阶紧致（HOC）有限差分技术 [1–3] ，在非均匀极坐标网格上对运动控制方程和能量方程进行离散；该技术在时间上具有二阶精度，在空间上至少具有三阶精度。通过拉伸函数构造非均匀网格，使网格在圆柱周围加密：$r_i = \exp\left(\frac{\lambda\pi}{i_{max}} i\right)$， $0 \le i \le i_{max}$。函数 θ_j 的定义为：$\theta_j = \frac{2\pi}{j_{max}} j$, $0 \le j \le j_{max}$。离散方程可表示如下 [1, 3, 44]:

$$\begin{aligned}&[\mathbb{X}1_{ij}\delta_r^2 + \mathbb{X}2_{ij}\delta_\theta^2 + \mathbb{X}3_{ij}\delta_r + \mathbb{X}4_{ij}\delta_r\delta_\theta + \mathbb{X}5_{ij}\delta_r\delta_\theta^2 \\ &\quad + \mathbb{X}6_{ij}\delta_r^2\delta_\theta + \mathbb{X}7_{ij}\delta_r^2\delta_\theta^2]\Psi_{ij} = \mathbb{G}_{ij},\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}&[\mathbb{Y}11_{ij}\delta_r^2 + \mathbb{Y}12_{ij}\delta_\theta^2 + \mathbb{Y}13_{ij}\delta_r + \mathbb{Y}14_{ij}\delta_\theta + \mathbb{Y}15_{ij}\delta_r\delta_\theta \\ &\quad + \mathbb{Y}16_{ij}\delta_r\delta_\theta^2 + \mathbb{Y}17_{ij}\delta_r^2\delta_\theta + \mathbb{Y}18_{ij}\delta_r^2\delta_\theta^2]\Omega_{ij}^{n+1} \\ &= [\mathbb{Y}21_{ij}\delta_r^2 + \mathbb{Y}22_{ij}\delta_\theta^2 + \mathbb{Y}23_{ij}\delta_r + \mathbb{Y}24_{ij}\delta_\theta + \mathbb{Y}25_{ij}\delta_r\delta_\theta \\ &\quad + \mathbb{Y}26_{ij}\delta_r\delta_\theta^2 + \mathbb{Y}27_{ij}\delta_r^2\delta_\theta + \mathbb{Y}28_{ij}\delta_r^2\delta_\theta^2]\Omega_{ij}^{n},\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}&[\mathbb{Z}11_{ij}\delta_r^2 + \mathbb{Z}12_{ij}\delta_\theta^2 + \mathbb{Z}13_{ij}\delta_r + \mathbb{Z}14_{ij}\delta_\theta + \mathbb{Z}15_{ij}\delta_r\delta_\theta \\ &\quad + \mathbb{Z}16_{ij}\delta_r\delta_\theta^2 + \mathbb{Z}17_{ij}\delta_r^2\delta_\theta + \mathbb{Z}18_{ij}\delta_r^2\delta_\theta^2]\Phi_{ij}^{n+1} \\ &= [\mathbb{Z}21_{ij}\delta_r^2 + \mathbb{Z}22_{ij}\delta_\theta^2 + \mathbb{Z}23_{ij}\delta_r + \mathbb{Z}24_{ij}\delta_\theta + \mathbb{Z}25_{ij}\delta_r\delta_\theta \\ &\quad + \mathbb{Z}26_{ij}\delta_r\delta_\theta^2 + \mathbb{Z}27_{ij}\delta_r^2\delta_\theta + \mathbb{Z}28_{ij}\delta_r^2\delta_\theta^2]\Phi_{ij}^{n}.\end{aligned} \tag{16}$$

系数 $\mathbb{X}1_{ij}$、$\mathbb{X}2_{ij}$、...、$\mathbb{X}7_{ij}$; $\mathbb{G}_{ij}$; $\mathbb{Y}11_{ij}$、$\mathbb{Y}12_{ij}$、...、$\mathbb{Y}18_{ij}$; $\mathbb{Y}21_{ij}$、$\mathbb{Y}22_{ij}$、...、$\mathbb{Y}28_{ij}$; $\mathbb{Z}11_{ij}$、$\mathbb{Z}12_{ij}$、...、$\mathbb{Z}18_{ij}$ 以及 $\mathbb{Z}21_{ij}$、$\mathbb{Z}22_{ij}$、...、$\mathbb{Z}28_{ij}$ 均为 r 和 θ 的函数。 [1, 3, 44] 给出了非均匀中心差分算子 δ_θ、δ_θ^2、δ_r δ_r^2 θ_f θ_b f b 的表达式，以及符号 、 、r、r 和相应系数。

3.1. 阻力和升力系数

表面摩擦力和表面压力分布是均匀流体中浸没圆柱所受作用力的主要决定因素

阻力（C_D）和升力（C_L）系数表达式由 [1, 3] 得出。表达式如下：

$$C_D = \frac{1}{Re}\int_0^{2\pi}\left[\left(\frac{\partial\Omega}{\partial r}\right)_{R_0} - \Omega_{R_0}\right]\cos\theta\, d\theta, \tag{17}$$

$$C_L = \frac{1}{Re}\int_0^{2\pi}\left[\left(\frac{\partial\Omega}{\partial r}\right)_{R_0} - \Omega_{R_0}\right]\sin\theta\, d\theta. \tag{18}$$

时间平均阻力 C_D 表示为

$$\overline{C}_D = \frac{1}{t_1 - t_2}\int_{t_1}^{t_2} C_D dt. \tag{19}$$

选择 t_1 和 t_2 之间的时间跨度，此时流动进入周期阶段或完成若干个周期。

3.2. 传热参数

热量首先通过热传导从圆柱表面传递至附近的流体，随后随流动对流带走。热传导沿径向从圆柱表面向外进行。径向无量纲局部热通量以局部努塞尔数（Nu）表示，如下所示：

$$Nu = \frac{2hR_0}{\kappa} = \frac{Q''(2R_0)}{\kappa(T_s - T_\infty)}, \tag{20}$$

其中，Q'' 为表面处的局部径向热通量，κ 为流体的导热系数，h 为局部传热系数。

圆柱表面上的 Q'' 公式为 $Q'' = -\kappa\frac{\partial T}{\partial r}\,|_{r=R_0}$。控制板的 BC 和 DA 表面上的 Q'' 按以下方式计算：$Q'' = -\kappa\frac{\partial T}{\partial r}$。控制板的 AB 和 CD 表面上的 Q'' 按以下方式计算：$Q'' = -\kappa\frac{\partial T}{\partial\theta}$。

平均努塞尔数 Nu 表示表面无量纲传热，其在圆柱表面上的定义如下：

$$\overline{Nu} = \frac{2h_{avg}R_0}{\kappa} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Nu\, d\theta. \tag{21}$$

平均传热系数表示为 $h_{avg} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} h d\theta$。时间平均努塞尔数 Nu_t 的计算如下：

$$\overline{Nu}_t = \frac{1}{t_1 - t_2}\int_{t_1}^{t_2} \overline{Nu} dt. \tag{22}$$

选择流动进入周期阶段并完成若干个周期后的 t_1 与 t_2 之间的时间区间。

3.3. 网格、时间和计算域的验证与无关性研究

图 2(a) 展示了三种不同网格尺寸（181×181）、（191×202）和（351×341）下的网格无关性测试，参数为 $Re = 150$、$Pr = 0.7$、$(\alpha_m, f/f_0) = (0.5, 0.5)$、$d/R_0 = 1$，固定时间步长 $\Delta t = 0.01$，且计算域半径与圆柱半径之比恒为 25。所有网格尺寸所得结果几乎相同。后续计算选用网格尺寸 191×202。图 2(b) 对计算域进行了无关性测试，采用三种不同的外边界半径 $R_\infty/R_0 = 15$、25 和 35，网格尺寸和时间步长分别为（181×181）和 $\Delta t = 0.01$。其余参数与网格无关性测试中使用的参数保持不变。后续计算选用远场半径 $R_\infty = 25R_0$。随后，图 2(c) 对时间步长进行了无关性测试，时间增量为 $\Delta t = 0.001$、0.005、0.01 和 0.02，预设网格尺寸为（181×181），且 $R_\infty = 25R_0$。根据这些测试结果，后续计算选用 $R_\infty/R_0 = 25$ 和 $\Delta t = 0.01$。

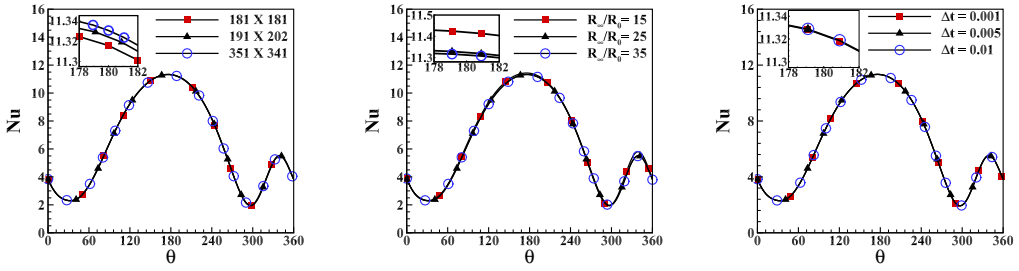


图 2：局部努塞尔数 Nu 分布的变化：（a）网格尺寸为 181×181、191×202、351×341 时的网格无关性测试；（b）外边界半径为 15、25、35 时的计算域无关性测试；（c）时间步长为 0.001、0.005、0.01 时的时间无关性测试，$t = 100$，$Re = 150$，$Pr = 0.7$，$(\alpha_m, f/f_0) = (0.5, 0.5)$，且 $d/R_0 = 1$。

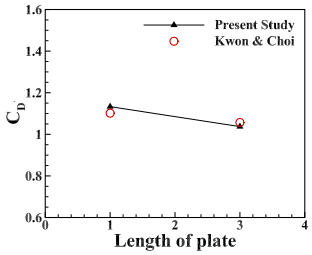


Figure 3：当前研究所得时间平均阻力系数估算值的比较
与 Kwon 和 Choi 的研究结果 [17] 在雷诺数 Re = 160时的比较。

为验证数值格式的准确性，我们将结果与带有附加分流板的圆柱绕流结果进行比较 [17]。图 3 表明，本研究结果与早期研究结果之间的时间平均阻力系数最大差异为 2.57%，同样处于令人满意的范围内。

4. 结果与讨论

影响热场和流场的显著变量包括雷诺数（Re）、普朗特数（Pr）、最大角速度（α_m）、频率比（f/f_0）以及控制板间隙比（d/R_0） [34, 44]。本研究在 $Re = 150$, $\alpha_m \in [0.5,\ 4]$、$f/f_0 = \{0.5,\ 3\}$ 和 $d/R_0 \in [0,\ 3]$ 的条件下进行，$Pr = 0.7$。$d/R_0 = 0$ 假定为无控制板的情况。α_m 和 f/f_0 的取值通常依据[44]选定。图 4 展示了 $Re = 150$, $\alpha_m = 1$、$d/R_0 = 1$ 和 $f/f_0 = 0.5$ 条件下 $t = 380, 395$ 时刻的等温线及其叠加的涡量等值线。结果发现，涡量等值线与等温线几乎重合。这表明传热与涡量经历了相似的对流和扩散现象。热量从圆柱壁向近尾流区域平流，其机制与涡量平流相似。

图 5 展示了在以下参数条件下，一个圆柱振荡周期 T 内的等温线和局部努塞尔数的波动：$Re = 150$, $\alpha_m = 0.5$, $f/f_0 = 0.5$ and $d/R_0 = 0.5$。在此情况下，涡脱落模式被归类为 2S(T)，并在圆柱的一个振荡周期内保持锁定。对这些等温线的初步研究表明，圆柱两侧均有涡旋生成，它们如同热流体团块，沿下游方向对流——

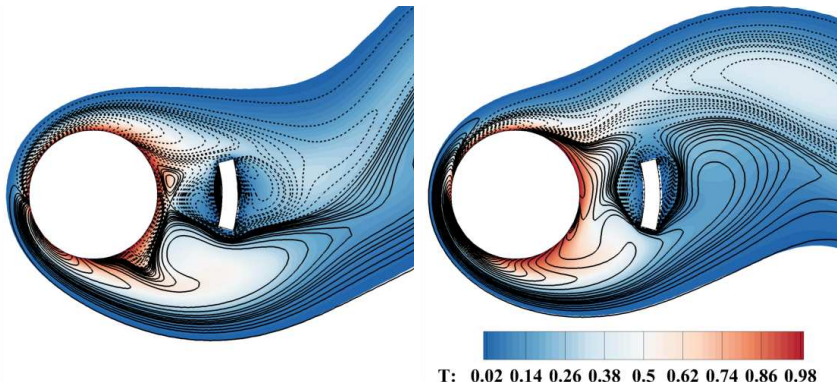


图4：在 $Re = 150$、$d/R_0 = 1$ 和 $f/f_0 = 0.5$ 条件下，叠加显示了周期 $t = 380$（左）和 $t = 395$（右）时的涡量与等温线等值线。黑线表示涡量等值线，而彩色等值线表示等温线等值线。

流动。涡街围绕 x轴几乎对称。由于热边界层极薄，圆柱表面附近存在较大的温度梯度。圆柱和控制板附近等温线密集，而远离二者处等温线稀疏，这表明热量迅速向下游对流。

图5显示，圆柱上局部努塞尔数分布的最高值接近点 $\theta \approx 180°$。在 $\theta = 180°$ 附近存在较高的局部热流，这一点得到以下事实的支持：在圆柱振荡周期内，局部努塞尔数最大值的位置变化不大。圆柱 $\theta \approx 180°$ 处的流体沿圆柱表面流动，并随其在流动中的振荡而增厚热边界层，从而降低尾流中的局部传热（Nu）。控制板置于圆柱后方，且控制板表面的温度低于圆柱表面的温度。因此，从圆柱表面传递的部分热量将被控制板吸收，这可由控制板表面上的负局部努塞尔数得到证实。这种现象称为“反向传热”[45]。对于以时间周期性脉动温度加热的圆柱，其传热过程中也报道了类似现象 [46]。在控制板顶部（CD）和底部（AB）表面观察到局部努塞尔数的最低峰值，即这些表面部分将从流体中吸收最多的热量。在 $t = t_0 + (1/4)T$ 和 $t_0 + (3/4)T$ 时，局部努塞尔数的最大峰值略有降低。其他局部

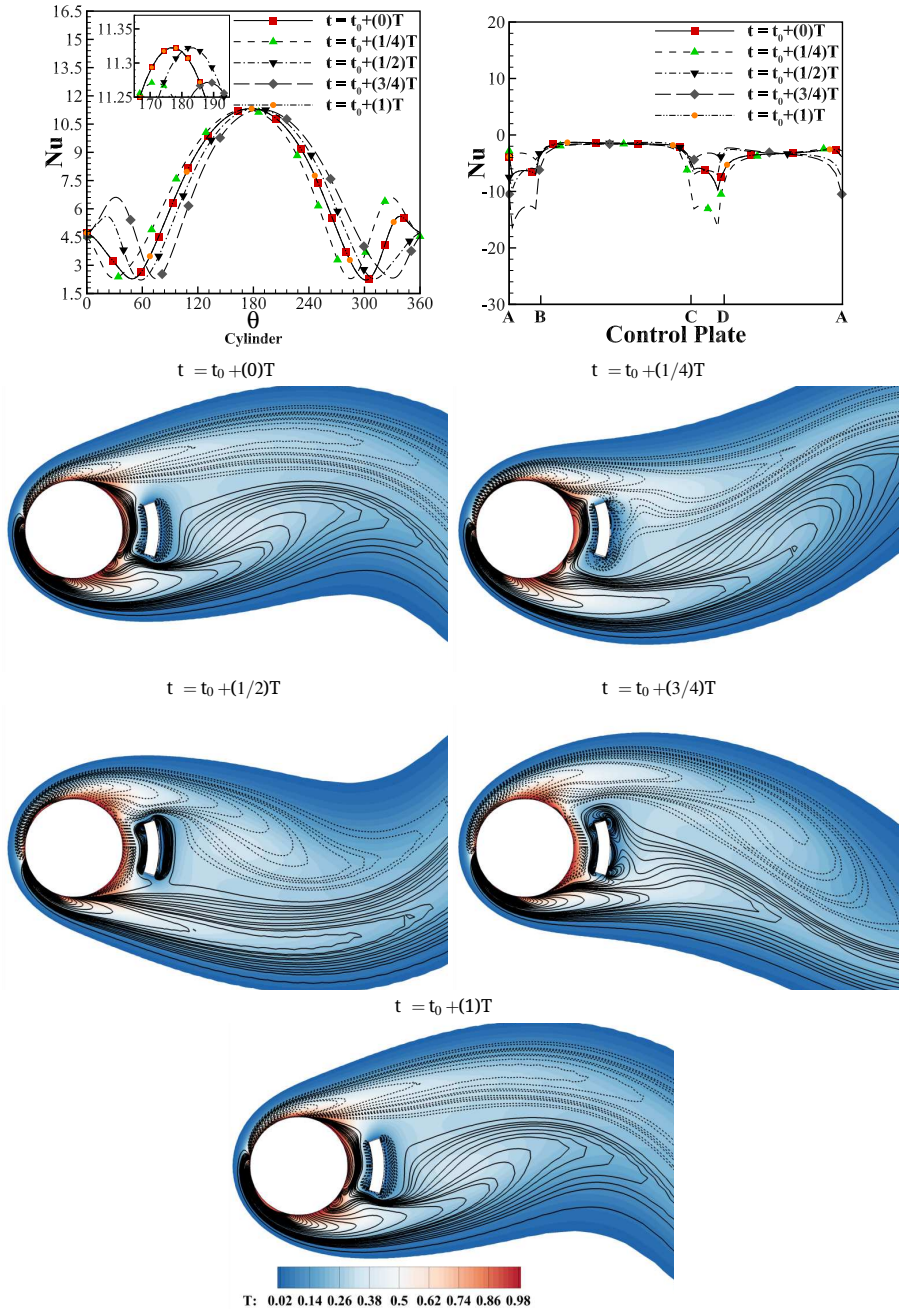


图5：圆柱和控制板表面上的局部努塞尔数 Nu 分布，以及圆柱在一个振荡周期 T 内的等温线，针对$\alpha_m = 0.5$和$f/f_0 = 0.5$，其中$d/R_0 = 0.5$，且雷诺数 $Re = 150$。

局部努塞尔数分布的最大峰值出现在 0° 至 60° 以及 300° 至 360° 之间。局部最大峰值在 $t = t_0 + (1/4)T$ 和 $t_0 + (3/4)T$ 时急剧升高。$\theta \approx 360°$ 附近的这一增强是由尾流中的涡脱落现象造成的。努塞尔数分布表明，$t = t_0 + (0)T$ 和 $t_0 + (1/4)T$ 时的分布曲线，分别是 $t = t_0 + (1/2)T$ 和 $t_0 + (3/4)T$ 时分布曲线的镜像。这表明，在振荡周期前半段开始时发生的热对流过程，将在后半段于圆柱的相对表面重复发生。

随着控制板间隙比增大至 $d/R_0 = 1$，图 6 展示了局部努塞尔数分布和等温线。在此间隙比下，涡脱落在一个振荡周期 T 内处于锁定状态，其涡脱落模式被确定为 2S(T)，与 $d/R_0 = 0.5$ 时的情况相同。热对流机制也与 $d/R_0 = 0.5$ 时相似。然而，局部努塞尔数分布存在差异。最大峰值出现在 $\theta \approx 180°$ 附近，且最大值在整个振荡周期内几乎保持不变。局部努塞尔数分布的局部最大峰值出现在 $0° < \theta < 60°$ 和 $300° < \theta < 360°$ 范围内。在 $t = t_0 + (1/4)T$ 和 $t_0 + (3/4)T$ 时，局部最大峰值急剧升至最大值。如 $d/R_0 = 0.5$ 时所示，这两个相位的分布曲线互为镜像。然而，$d/R_0 = 1$ 时局部努塞尔数的最大值显著低于 $d/R_0 = 0.5$ 时的最大值。控制板表面的局部努塞尔数分布表明，在 $d/R_0 = 1$ 时，控制板顶部（CD）和底部（AB）表面的吸热量最大。不过，其吸热率低于 $d/R_0 = 0.5$ 时的吸热率。这是因为较小间隙比的吸热率高于较大间隙比；与更下游区域相比，圆柱表面附近的等温线更密集。

在相同的旋转振荡参数下，进一步将间隙比增大至 $d/R_0 = 3$，图 7 展示了局部努塞尔数分布和等温线，并观察到类似的 2S(T) 涡脱落模式。脱落的涡旋比 $d/R_0 = 0.5, 1$ 时更小。在圆柱与控制板之间的尾流中，可见两个小涡旋分别沿顺时针和逆时针方向出现。当圆柱表面产生的剪切层被控制板附近尾流区中附着的反号剪切层分隔时，就会发生这种现象。涡旋尺寸的减小

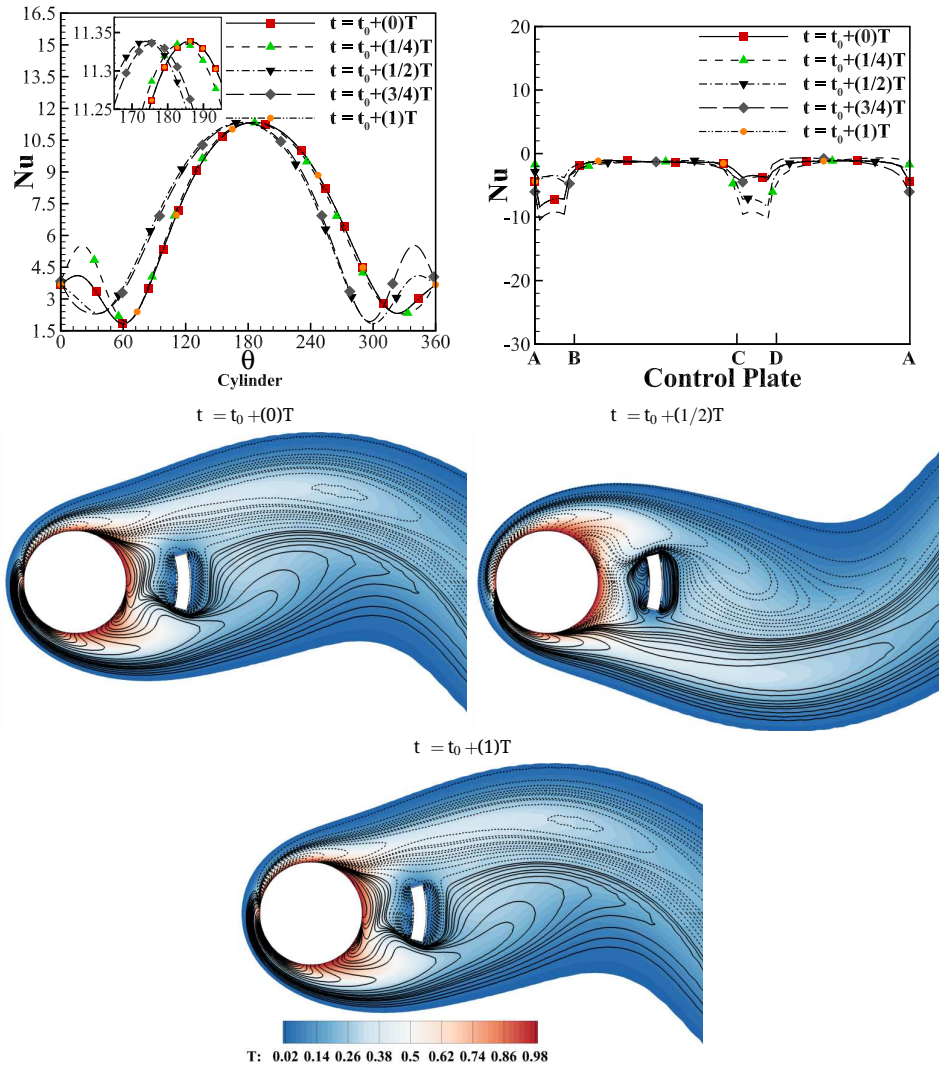


图 6：在一个圆柱振荡周期 T 内，圆柱和控制板表面上的局部努塞尔数 Nu 分布及等温线，适用于$\alpha_m = 0.5$和 $f/f_0 = 0.5$，其中 $d/R_0 = 1$ 且 $Re = 150$。

使得 $d/R_0 = 0.5, 1$ 时圆柱表面的总传热量降低。这一点可由 $0° < \theta < 60°$ 和 $300° < \theta < 360°$ 范围内局部努塞尔数最大峰值显著下降得到印证。努塞尔数的最高峰值在 $\theta \approx 180°$ 附近振荡。仅在相位 $t = t_0 + (0)T$、$t_0 + (1/2)T$ 和 $t_0 + (1)T$ 处观察到最大值。局部努塞尔数的局部最大峰值出现在

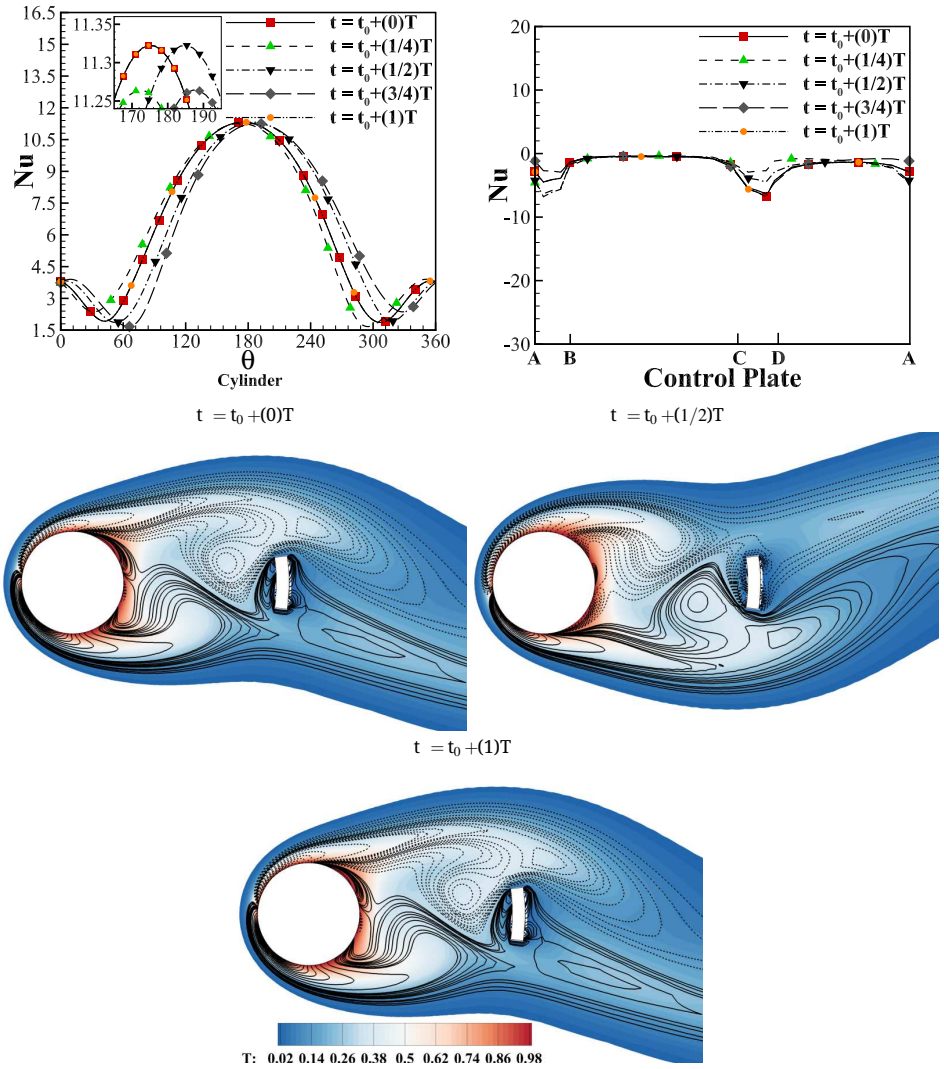


图 7：在一个圆柱振荡周期 T 内，圆柱和控制板表面上的局部努塞尔数 Nu 分布及等温线，条件为$\alpha_m = 0.5$且$f/f_0 = 0.5$，$d/R_0 = 3$且 $Re = 150$。

在 $0° \leq \theta \leq 20°$ 和 $340° \leq \theta \leq 360°$。此外，控制板角部附近等温线的密度最高，这表明与板表面其他区域相比，这些部位的传热更强。对于间隙比 $d/R_0 = 3$，控制板表面的局部努塞尔数分布表明，控制板前表面（BC）和后表面（DA）的传热

几乎为零。与 $d/R_0 = 1$ 相比，间隙比为 $d/R_0 = 3$ 时，控制板角部以及顶部（CD）和底部（AB）表面附近局部努塞尔数的局部最小值有所增加。这意味着，控制板角部以及顶部（CD）和底部（AB）表面附近的吸热速率高于其他表面，但显著低于图 6。

对于固定频率比 $f/f_0 = 0.5$，随着旋转振荡振幅 α_m 从 0.5 增大到 4，涡脱落现象变得更加复杂。图 8 展示了三种不同控制板位置（即 $d/R_0 = 0.5$、1 和 3）下相应的等温线和局部努塞尔数分布。图 8(a) 中 $d/R_0 = 0.5$ 时的涡脱落模式被确定为 $2P + 2S$，且圆柱在一个振荡周期 T 内处于锁定状态。两对符号相反的大涡旋周期性地从圆柱顶部和底部脱落。圆柱表面的局部努塞尔数最大峰值出现在 $120° < \theta < 240°$ 区域，但其最大值低于 $\alpha_m = 0.5$。局部努塞尔数分布的最高峰位于 $0° < \theta < 100°$ 与 $260° < \theta < 360°$ 之间。就局部努塞尔数分布而言，局部最大峰值与全局峰值之间的差距相对较小。当控制板的间隙比增大至 $d/R_0 = 1$ 时，涡脱落模式仍为 $2P + 2S$，但如图 8(b) 所示，锁定状态持续三个圆柱振荡周期，即 3T。圆柱的振荡振幅较大且控制板间隙比增大，使 $\theta \approx 180°$ 处的热边界层变厚。这导致该区域通过强制对流传递的热量减少，这一点得到局部努塞尔数分布的支持。局部努塞尔数最大峰值分别出现在相位 $t = t_0 + (9/4)T$ 和 $t_0 + (3/4)T$ 时的 $100° < \theta < 150°$ 和 $210° < \theta < 260°$ 区域。随着控制板间隙比增大，局部努塞尔数最高峰之间的间隔也随之增大。局部努塞尔数的局部最大峰值出现在 $0° < \theta < 80°$ 和 $280° < \theta < 360°$ 区域。当间隙比增大至 $d/R_0 = 3$ 时，如图 8(c) 所示，向下游脱落的涡旋数量减少。涡脱落模式被确定为 2P，且圆柱在一个振荡周期 T 内处于锁定状态。两对符号相反的涡旋周期性地从圆柱两侧脱落。涡脱落过程使 $\theta \approx 180°$ 附近的涡量等值线密度显著低于前两种情况。这表明，与间隙比为 $d/R_0 = 0.5$ 和 1 的情况相比，该区域的热边界层更厚。因此，该区域的热对流显著减弱。局部努塞尔数的分布

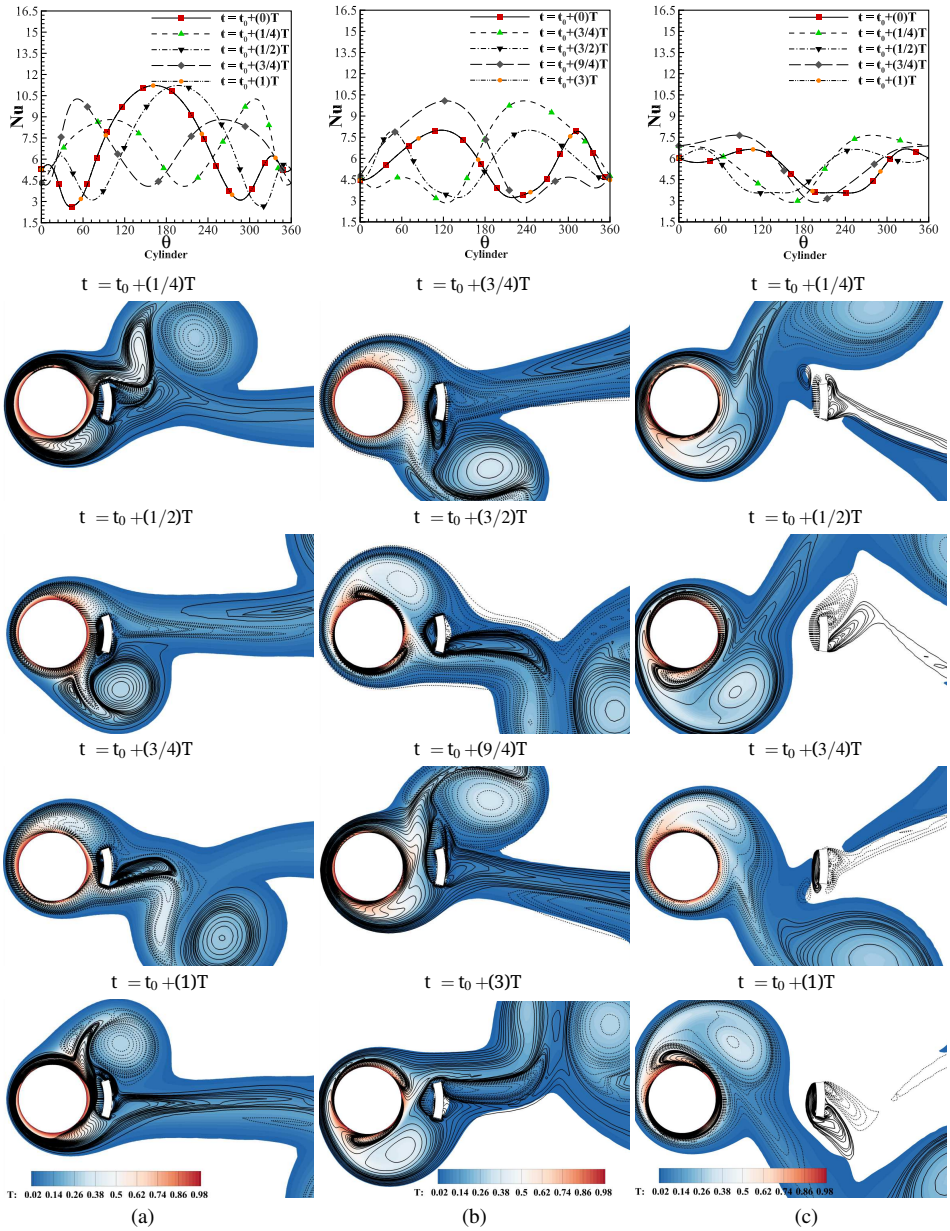


图8：圆柱表面局部努塞尔数 Nu 的分布，以及在以下情况下的等温线：(a) 圆柱的一个振荡周期 T，$d/R_0 = 0.5$；(b) 圆柱的三个振荡周期 3T，$d/R_0 = 1$；(c) 圆柱的一个振荡周期 T，$d/R_0 = 3$，其中 $\alpha_m = 4$、$f/f_0 = 0.5$ 和 $Re = 150$。

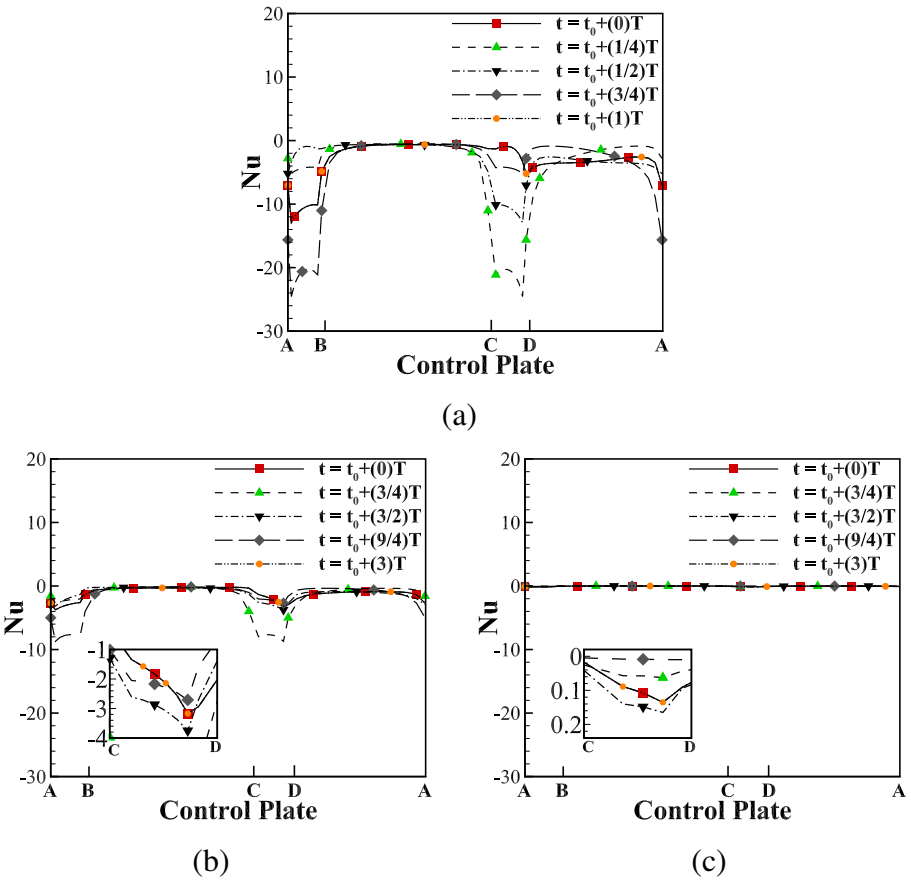


图9：控制板表面局部努塞尔数 Nu 的分布：（a）圆柱的一个振荡周期 T，对应 $d/R_0 = 0.5$；（b）圆柱的三个振荡周期 3T，对应 $d/R_0 = 1$；（c）圆柱的一个振荡周期 T，对应 $d/R_0 = 3$，其中$\alpha_m = 4$、$f/f_0 = 0.5$和 $Re = 150$。

圆柱表面的努塞尔数也表明，最大峰值从 $\theta \approx 180°$ 移至 $\theta \approx 0°$ 或 360°。这一现象出现在 $0° < \theta < 120°$ 和 $240° < \theta < 360°$ 的区域。与控制板的另外两个位置相比，$d/R_0 = 3$ 时局部努塞尔数的最大值最低。此外，在接近 $\theta \approx 0°$ 或 360° 处发现了努塞尔数的局部最大峰值。图 9 显示了当 $d/R_0 = 0.5$、1、3 且 $(\alpha_m, f/f_0) = (4, 0.5)$ 时，控制板表面局部努塞尔数的分布。圆柱较高的最大角速度 (α_m) 增强了圆柱周围的流动，从而有效地

增强了 $d/R_0 = 0.5$ 时控制板顶部 (CD) 和底部 (AB) 表面附近的吸热率。随着控制板间隙比增大至 $d/R_0 = 1$，吸热量逐渐减少；当达到 $d/R_0 = 3$ 时，吸热量趋近于零。吸热完全消失时，冷控制板仅通过影响涡脱落过程来改变传热。

在图10中，当频率比增至 $f/f_0 = 3$，且 $\alpha_m = 4$ 时，对于控制板的三个位置，即 $d/R_0 = 0.5$、1 和 3，涡脱落模式均识别为 2S(T)。对于 $d/R_0 = 1$，涡量等值线的密度增加，从而增强了下游的热对流。局部努塞尔数分布的最高峰值出现在 $120° < \theta < 240°$ 范围内。此处的等温线比表面其他任何区域都更密集，进一步证明该区域的热对流最为活跃。在 0° 至 90° 以及 270° 至 360° 之间还观察到其他局部最大峰值，但随着 d/R_0 增大，这些峰值逐渐减小。图11(a)显示，在 $d/R_0 = 0.5$、$\alpha_m = 4$ 且 $f/f_0 = 3$ 时，A角和D角附近的吸热量最高。如图11(b)和图11(c)所示，随着控制板间隙比增大，吸热率降低。控制板的后侧（DA）表面从流体吸收的热量很少，而板的前侧（BC）表面吸收的热量稍多。

图12展示了旋转振荡参数为（α_m，f/f_0）$=(0.5, 0.5)$（(a)和(b)）以及（α_m，f/f_0）$=(4, 3)$（(c)和(d)）时，不同 d/R_0 下的阻力（C_D）和升力（C_L）系数。假定 $d/R_0 = 0$ 表示无控制板情形。在图12(a)中，$d/R_0 = 0.5$ 处安装控制板后，阻力系数的最大值降低了4.97%。将控制板置于间隙比为 $d/R_0 = 3$ 的位置后，与无控制板情形相比，阻力系数的峰值降低了9.87%。在图12(b)中，当 d/R_0 在 $0 \le d/R_0 \le 1$ 范围内增大时，升力系数的振幅和最大值持续下降。然而，在 $d/R_0 = 3$ 处的峰值略高于 $d/R_0 = 1$ 处的峰值。随着旋转振荡参数增至 $\alpha_m = 4$ 和 $f/f_0 = 3$，如图12(c)所示，当间隙比为 $d/R_0 = 0.5$ 时，阻力系数最大值相较于 $d/R_0 = 0$ 降低了1.92%。除 $d/R_0 = 0.5$ 外，在此旋转振荡条件下，控制板间隙比变化未引起其他变化。当 $d/R_0 = 0.5$ 时，C_D 的幅值最小。图12(d)展示了这一高旋转振荡条件下升力系数 C_L 的变化。可以看出，当控制板设置在

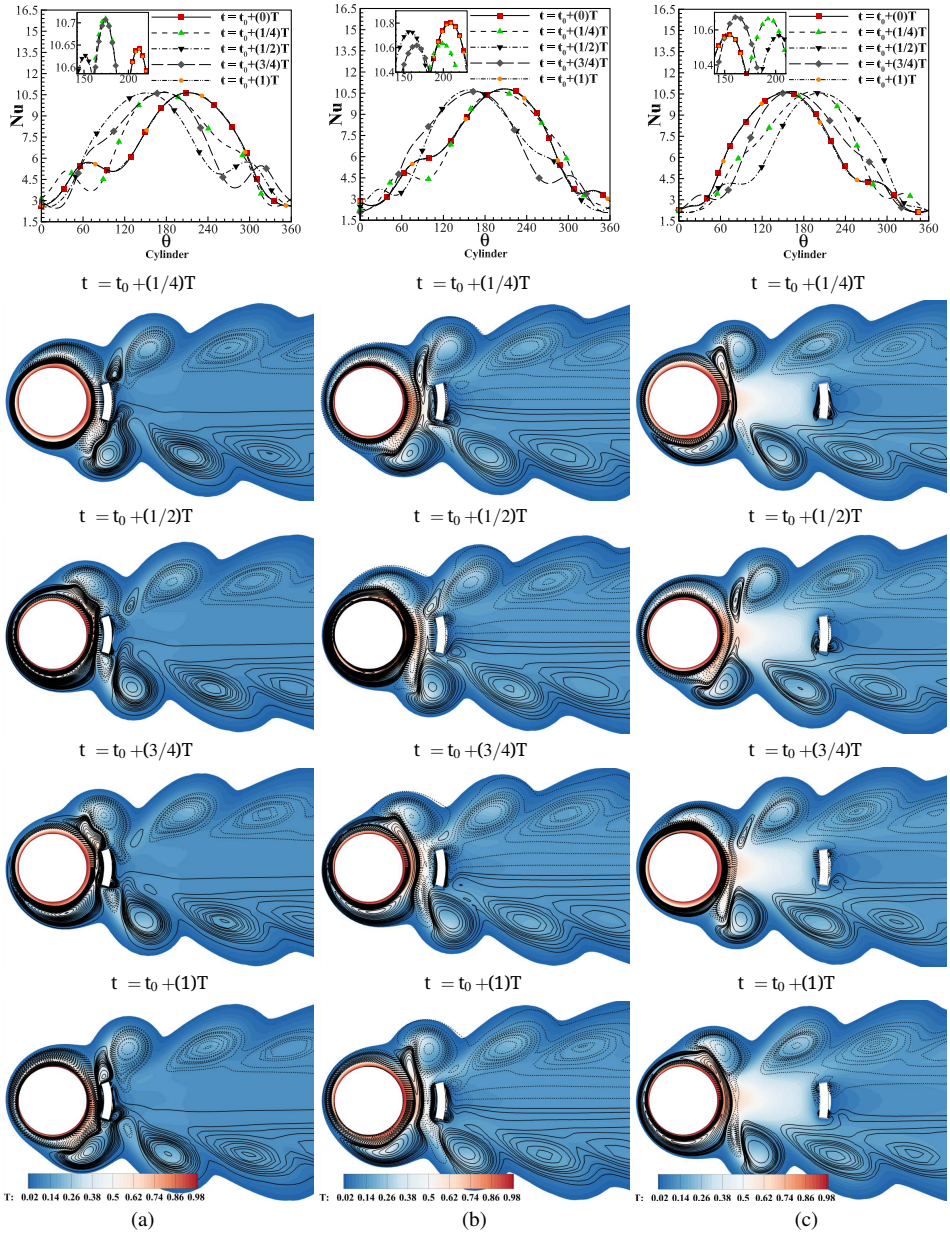


图10：圆柱表面局部努塞尔数 Nu 的分布及等温线：(a) 圆柱的一个振荡周期 T，$d/R_0 = 0.5$；(b) 圆柱的一个振荡周期 T，$d/R_0 = 1$；(c) 圆柱的一个振荡周期 T，$d/R_0 = 3$，其中 $\alpha_m = 4$、$f/f_0 = 3$ 和 $Re = 150$。

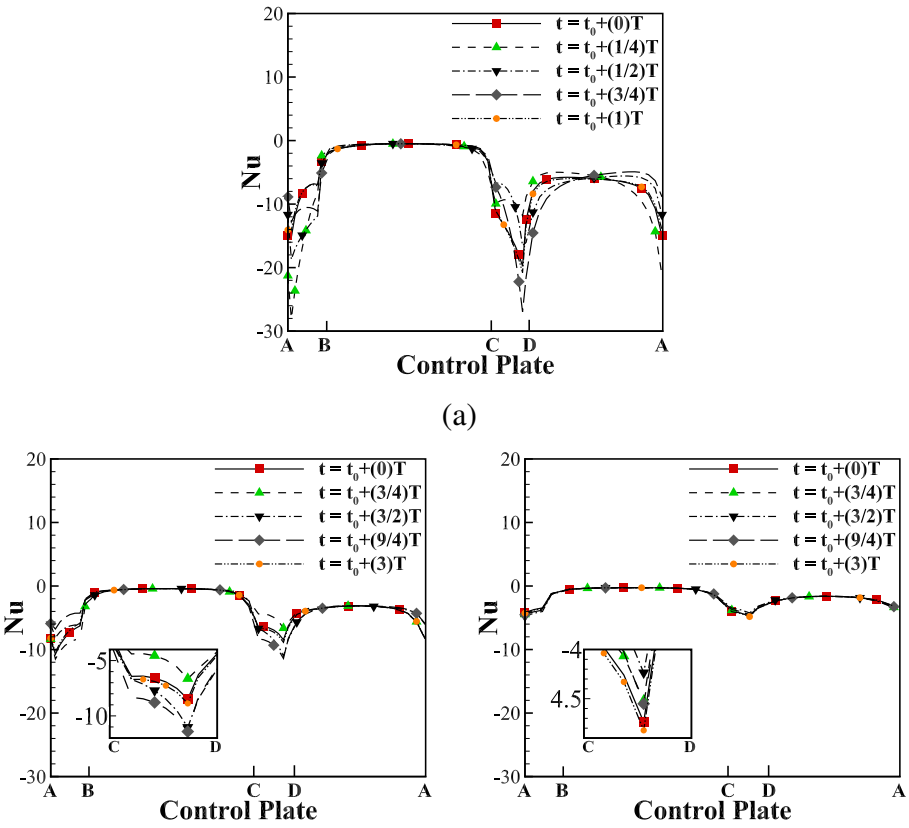


图11：控制板表面局部努塞尔数 Nu 的分布：(a) 圆柱的一个振荡周期 T 内，$d/R_0 = 0.5$ 时；(b) 圆柱的一个振荡周期 T 内，$d/R_0 = 1$ 时；(c) 圆柱的一个振荡周期 T 内，$d/R_0 = 3$ 时，且 $\alpha_m = 4$、$f/f_0 = 3$ 和 $Re = 150$。

间隙比为 $d/R_0 = 0.5$。由于圆柱与控制板之间的间隙较小，当圆柱脱落的涡旋遇到控制板的阻挡时，圆柱周围的剪切层会向后推移。

图13总结了在 $\alpha_m \in [0.5,\ 4]$、$d/R_0 \in [0,\ 3]$ 和 $Re = 150$ 条件下，(a) $f/f_0 = 0.5$ 和 (b) $f/f_0 = 3$ 时的涡脱落模式。对于 $(\alpha_m, f/f_0) = (0.5, 0.5)$ 且 $0.5 \le d/R_0 \le 3$ 的情况，涡脱落模式为锁定状态，且识别为 2S(T)；但在 $d/R_0 = 0$ 时未观察到锁定。对于 $\alpha_m \ge 2$ 和 $d/R_0 \ge 0.5$，圆柱每侧脱落的涡旋数量超过两个

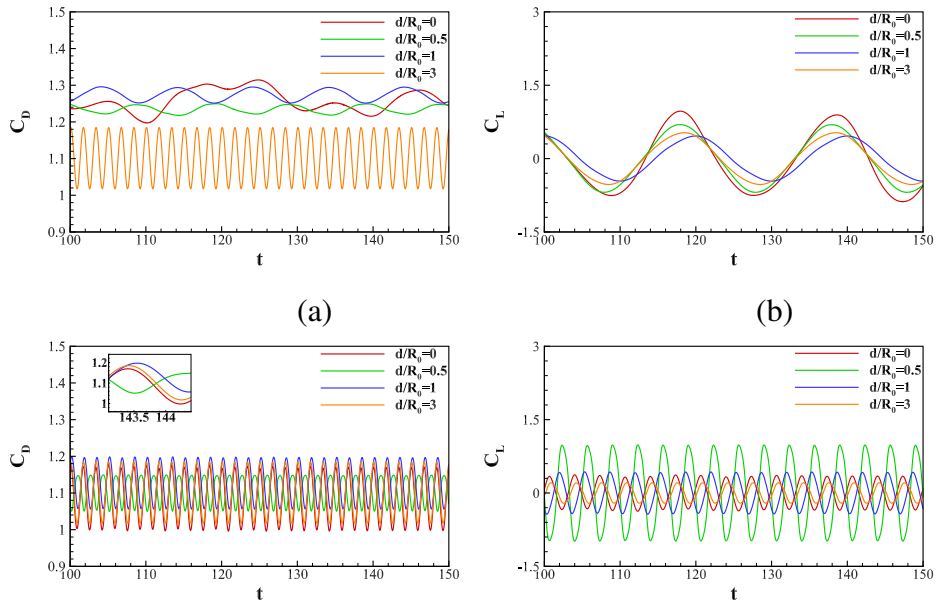


图12： (a) 阻力系数 C_D 随 (α_m, f/f_0) =(0.5, 0.5) 的变化；(b) 升力系数 C_L 随 (α_m, f/f_0) =(0.5, 0.5) 的变化；(c) 阻力系数 C_D 随 (α_m, f/f_0) =(4, 3) 的变化；(d) 升力系数 C_L 随 (α_m, f/f_0) =(4, 3) 的变化，以及雷诺数 =150。

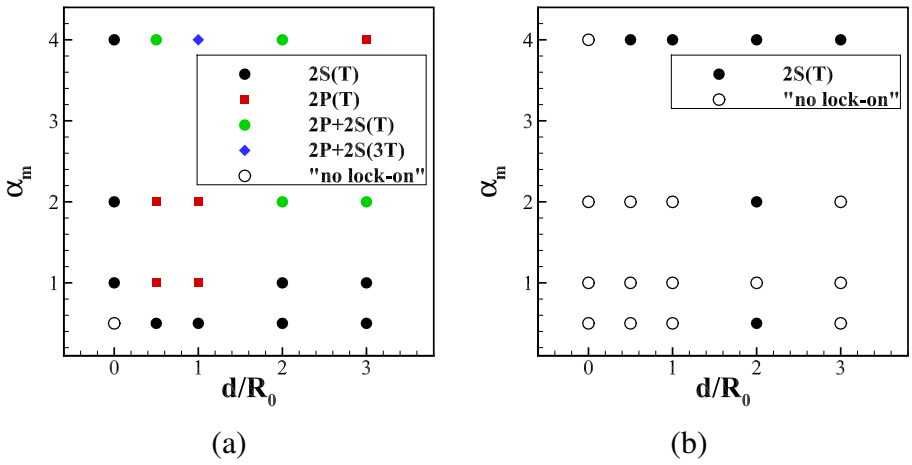
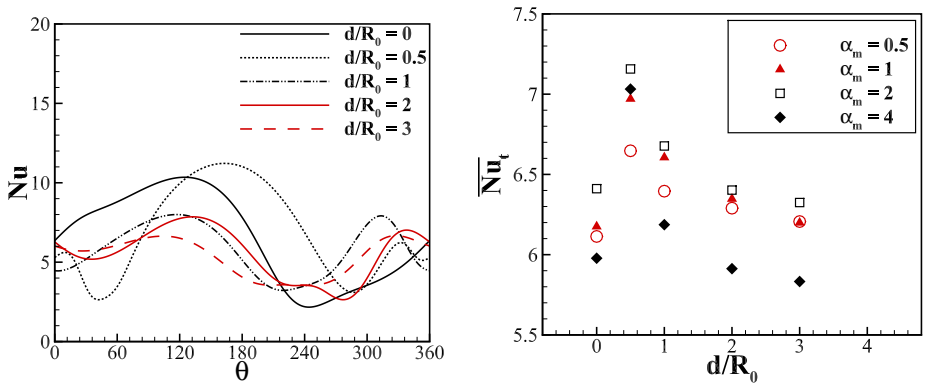


图13： $\alpha_m \in [0.5, 4]$、$d/R_0 \in [0, 3]$ 和雷诺数 = 150条件下，(a) f = 0.5 和(b) f = 3 的涡脱落模式概览。

以固定间隔出现。图13(a)中识别出的各种锁定模式为 2S(T)、2P(T)、2P +2S(T) 和 2P +2S(3T)。当 f/f_0 增至 3 时，仅在 $(\alpha_m, d/R_0) = \{$(0.5, 2)、(2, 2)、(4, 0.5)、(4, 1)、(4, 2)、(4, 3)}的情况下观察到锁定涡脱落模式。所有涡脱落锁定模式均归类为 2S(T)。

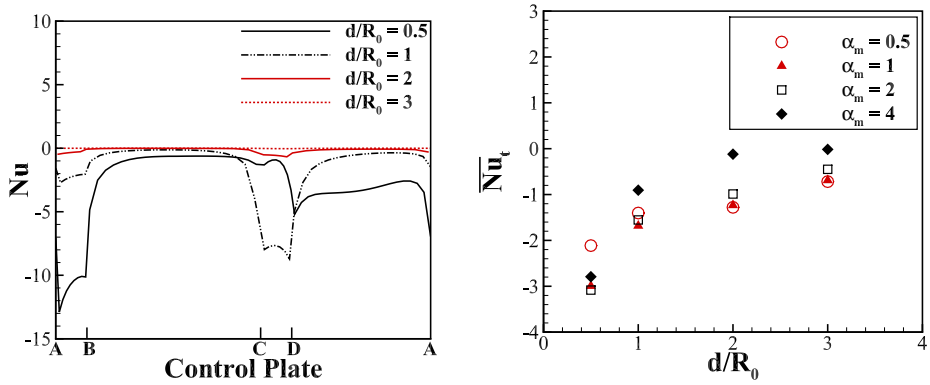


(a) (b)

图14：在 $\alpha_m = 4$ 条件下，(a) 各种 d/R_0 值对应的 $t = t_0 + 3T$ 时刻的努塞尔数 Nu 变化，以及 (b) 圆柱表面时间平均努塞尔数 $\overline{Nu}_t$ 随 α_m 的变化，其中 $Re = 150$、$Pr = 0.7$、$f/f_0 = 0.5$。

$\alpha_m = 4$ 在雷诺数 $Re = 150$、普朗特数 $Pr = 0.7$ 和 $f/f_0 = 0.5$条件下，不同控制板间隙比对应的瞬时局部努塞尔数分布和时间平均努塞尔数分别如图 14(a) 和图 14(b) 所示。图 14(a) 显示，与未安装控制板的情况相比，在 $d/R_0 = 0.5$ 处引入控制板后，局部努塞尔数的最大峰值在$\theta \approx 180°$附近升高。在$1 \le d/R_0 \le 3$范围内，随着控制板间隙比增大，$\theta \approx 180°$附近 Nu 的最大峰值逐渐降低。$d/R_0 = 1$时，$\theta \approx 360°$附近的 Nu 局部最大峰值最大。如图 14(b) 所示，在所有最大角速度 α_m 下，间隙比为 $d/R_0 = 0.5$ 时引入控制板后，时间平均努塞尔数 $\overline{Nu}_t$ 显著增加。除 $d/R_0 = 0.5$外，在所有间隙比下，$\alpha_m = 4$时 $\overline{Nu}_t$ 最低。旋转振荡最大角速度较高时，传热过程减弱，这是由于热边界层增厚所致。对于未安装控制板的旋转振荡圆柱绕流，也有研究报告了类似结果 [29, 44]；圆柱旋转振荡运动增强会使热边界层增厚，从而降低圆柱表面的传热速率。

随着圆柱旋转振荡运动增强，热边界层会增厚，从而降低圆柱表面的传热速率。对于每个 α_m，随着间隙比 d/R_0, 从 0.5 增至 3，Nu_t 逐渐降低。



(a) (b)

图15：对于不同的 d/R_0 值，(a) 在 $t = t_0 + 3T$ 时 Nu 的变化（$\alpha_m = 4$），以及 (b) 控制板表面的时间平均努塞尔数 Nu_t 与 α_m 的关系；其中 $Re = 150$、$Pr = 0.7$、$f/f_0 = 0.5$。

图 15(a) 展示了在 $t = t_0 + 3T$ 时，$\alpha_m = 4$、$f/f_0 = 0.5$、$Re = 150$ 和 $Pr = 0.7$ 条件下，随间隙比 d/R_0 变化的瞬时局部努塞尔数分布。此时，控制板顶部（CD）和底部（AB）表面附近的吸热量最高。然而，随着控制板间隙比从 $d/R_0 = 0.5$ 增大到 $d/R_0 = 3$，吸热量有所减少。这是因为随着与圆柱表面的距离增大，等温线的密度降低。当间隙比为 $d/R_0 = 3$时，吸热量可以忽略不计。这是因为随着与圆柱表面距离的增大，等温线的密度逐渐降低。图 15(b) 展示了 $Re = 150$、$Pr = 0.7$ 和 $f/f_0 = 0.5$ 条件下，不同控制板间隙比时，控制板表面的时间平均努塞尔数随最大角速度 α_m 的变化情况。结果表明，除 $d/R_0 = 0.5$外，所有间隙比下，$\alpha_m = 4$ 对应的努塞尔数 Nu_t 均为最高。$\alpha_m = 4$ 时，圆柱周围较厚的热边界层会降低圆柱表面的整体传热速率，并最终使下游等温线的密度降低。因此，$\alpha_m = 4$ 时控制板表面的总体吸热量最低

除间隙比 $d/R_0 = 0.5$外，所有控制板间隙比下均如此。对于 $\alpha_m = 2$，控制板与圆柱距离很近（$d/R_0 = 0.5$），因此控制板表面的吸热量最高。

5. 结论

本研究通过数值方法考察了冷却的垂直弧形控制板对牛顿流体（具有恒定物性）在二维、非定常、不可压缩、层流及黏性流动中，绕等温加热、旋转振荡圆柱的强制对流传热和流体流动的影响。模拟采用内部代码进行。研究结果表明，控制板的间隙比对流体流动和传热均有显著影响。模拟采用的参数为 $Re = 150$、$Pr = 0.7$, $0.5 \le \alpha_m \le 4$、$f/f_0 = \{0.5,\ 3\}$ 和 $d/R_0 \in [0,\ 3]$。对于圆柱的某些旋转振荡参数，在系统中引入控制板可使非锁定的涡脱落过程锁定。研究发现，对于所有 α_m 值且 $f/f_0 = 0.5$ 时，最小间隙比 $d/R_0 = 0.5$ 比其他间隙比更能有效提高传热速率。此外，当 $f/f_0 = 0.5$ 时，$\alpha_m = 2$ 在所有间隙比下均表现出最高的热传递量。当 $\alpha_m = 0.5$ 且 $f/f_0 = 0.5$ 时，控制板表面的吸热量随间隙比增大而降至零；但当 $\alpha_m = 4$ 且 $f/f_0 = 3$ 时，吸热量始终不会降为零。对于 $(\alpha_m, f/f_0) = (0.5, 0.5)$，在间隙比 $d/R_0 = 3$ 时，阻力系数的最大峰值降低了 9.87%。然而，在较高旋转振荡条件下，例如 $(\alpha_m, f/f_0) = (4, 3)$，阻力系数峰值的最大降幅为 1.92%，对应的间隙比为 $d/R_0 = 0.5$。研究发现，对于 $(\alpha_m, f/f_0) = (4, 3)$，最小间隙比 $d/R_0 = 0.5$ 可使升力系数提高 183%。

作者声明

作者没有需要披露的利益冲突。

数据可用性声明

支持本研究结论的数据可在合理请求后向通讯作者索取。

参考文献

[1] J. C. Kalita, R. K. Ray, 《一种无需坐标变换的高阶紧致格式：脉冲启动圆柱绕流的不可压缩黏性流动》，计算物理学杂志 228 (14) (2009年) 5207–5236。[2] R. K. Ray, J. C. Kalita, 《中等雷诺数下旋转圆柱非定常流动的高阶紧致模拟》，计算与应用数学 35 (1) (2016) 219–250。[3] H. V. R. Mittal, R. K. Ray, Q. M. Al-Mdallal, 《采用无需坐标变换的高阶紧致格式对脉冲启动旋转振荡圆柱初始绕流进行数值研究》，Physics of Fluids 29 (9) (2017年) 93603。[4] H. V. R. Mittal, Q. M. Al-Mdallal, R. K. Ray, 《旋转振荡圆柱的锁定涡脱落模式》，海洋工程 146 (2017年) 324–338。[5] Y.-y. Gao, C.-s. Yin, K. Yang, X.-z. Zhao, S. K. Tan, 《旋转振荡圆柱绕流的实验研究》，中国海洋工程 31 (4) (2017年) 495–503。[6] A. Yawar, M. Ebrahem, S. Manzoor, N. Sheikh, M. Ali, 《受阵风脉冲作用的旋转振荡圆柱瞬态横向绕流与传热》，国际传热与传质杂志 137 (2019年) 108–123。[7] N. Ganta, B. Mahato, Y. G. Bhumkar, 《采用直接模拟方法分析旋转振荡圆柱绕流的声生成》，Physics of Fluids 31 (2) (2019年) 026104。[8] V. Strouhal, 《一种特殊的发声方式》，Stahel，1878。[9] S. Kumar, C. Lopez, O. Probst, G. Francisco, D. Askari, Y. Yang, 《旋转振荡圆柱绕流》，流体力学杂志 735 (2013) 307–346。

[10] X.-Y. Lu, J. Sato, 《旋转振荡圆柱绕流的数值研究》，流体与结构杂志 10 (8) (1996) 829–849。

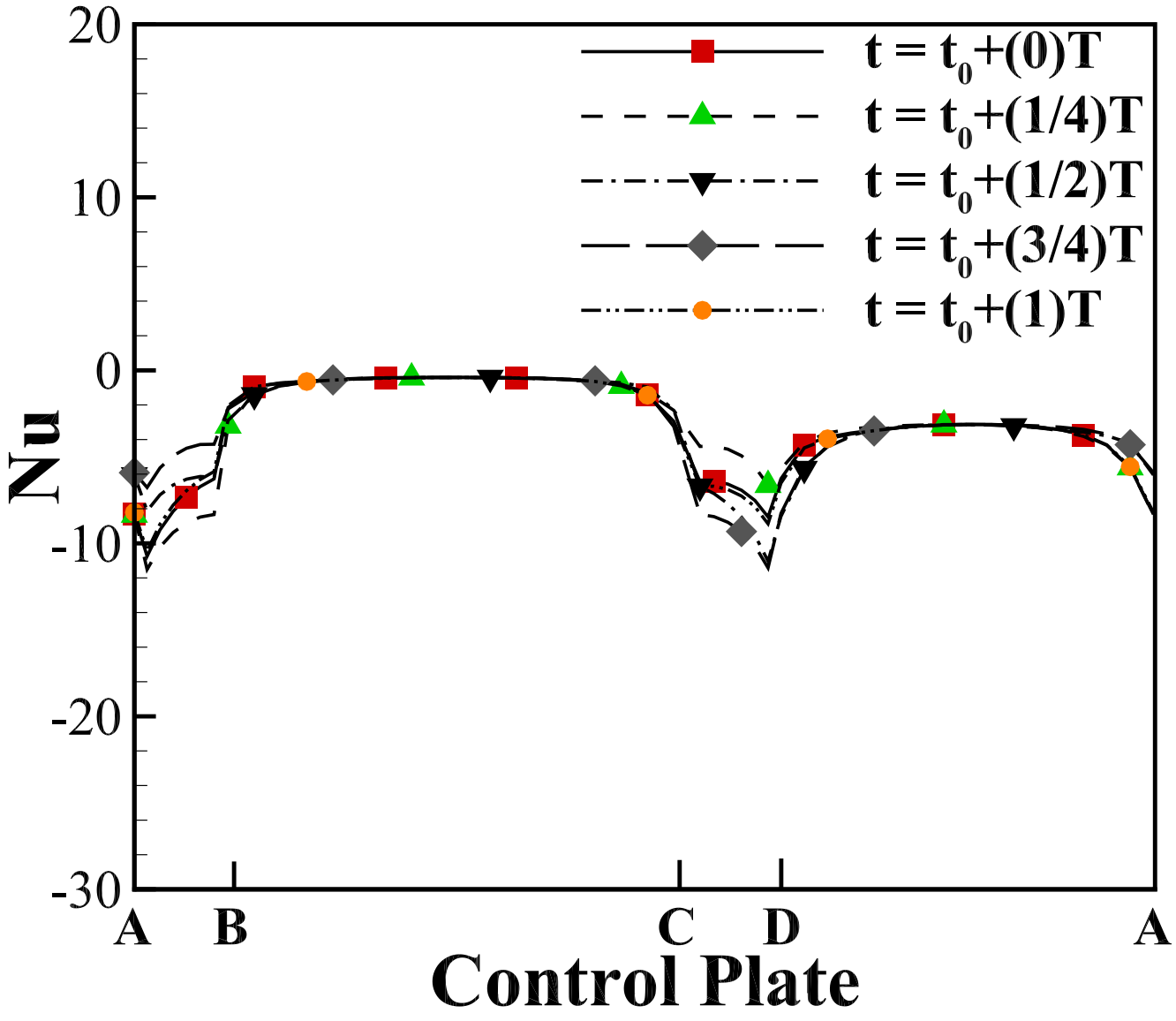
[11] P. Sellappan, T. Pottebaum, 《旋转振荡圆柱中的涡脱落与传热》，流体力学杂志 748 (2014) 549–579。[12] A. Zebib, Y. K. Wo, 《用于电子设备强制风冷的二维共轭传热模型》，电子封装杂志 111 (1) (1989) 41–45。[13] R.-J. Yang, L.-M. Fu, 《发热电子元件的热与流动分析》，国际传热与传质杂志 44 (12) (2001) 2261–2275。[14] A. Roshko, 《关于钝体的尾流与阻力》，航空科学杂志 22 (2) (1955) 124–132。[15] C. J. Apelt, G. S. West, A. A. Szewczyk, 《在 10^4<R<5×10^4范围内尾流分流板对圆柱绕流的影响》，流体力学杂志 61 (1) (1973) 187–198。[16] C. Apelt, G. West, 《在 104< r< 5× 104范围内尾流分流板对钝体流动的影响：第二部分》，流体力学杂志 71 (1) (1975) 145–160。[17] K. Kwon, H. Choi, 《使用分流板控制圆柱后的层流涡脱落》，Physics of Fluids 8 (2) (1996) 479–486。[18] S. Mittal, 《使用旋转控制圆柱控制钝体绕流》，流体与结构杂志 15 (2) (2001) 291–326。[19] M. Asadullah, S. A. Khan, W. Asrar, E. Sulaeman, 《通过可变位置的圆柱逆时针旋转控制基底流动》，载于：IOP会议系列：材料科学与工程，第370卷，IOP出版社，2018年，第012058页。[20] P. T. Tokumaru, P. E. Dimotakis, 《圆柱尾流的旋转振荡控制》，流体力学杂志 224 (1991) 77–90。[21] D. Shiels, A. Leonard, 《旋转振荡对圆柱减阻的研究》，流体力学杂志 431 (2001) 297–322。[22] J.-W. He, R. Glowinski, R. Metcalfe, A. Nordlander, J. Periaux, 《圆柱绕流的主动控制与阻力优化：I. 圆柱振荡旋转》，计算物理学杂志 163 (1) (2000) 83–117。

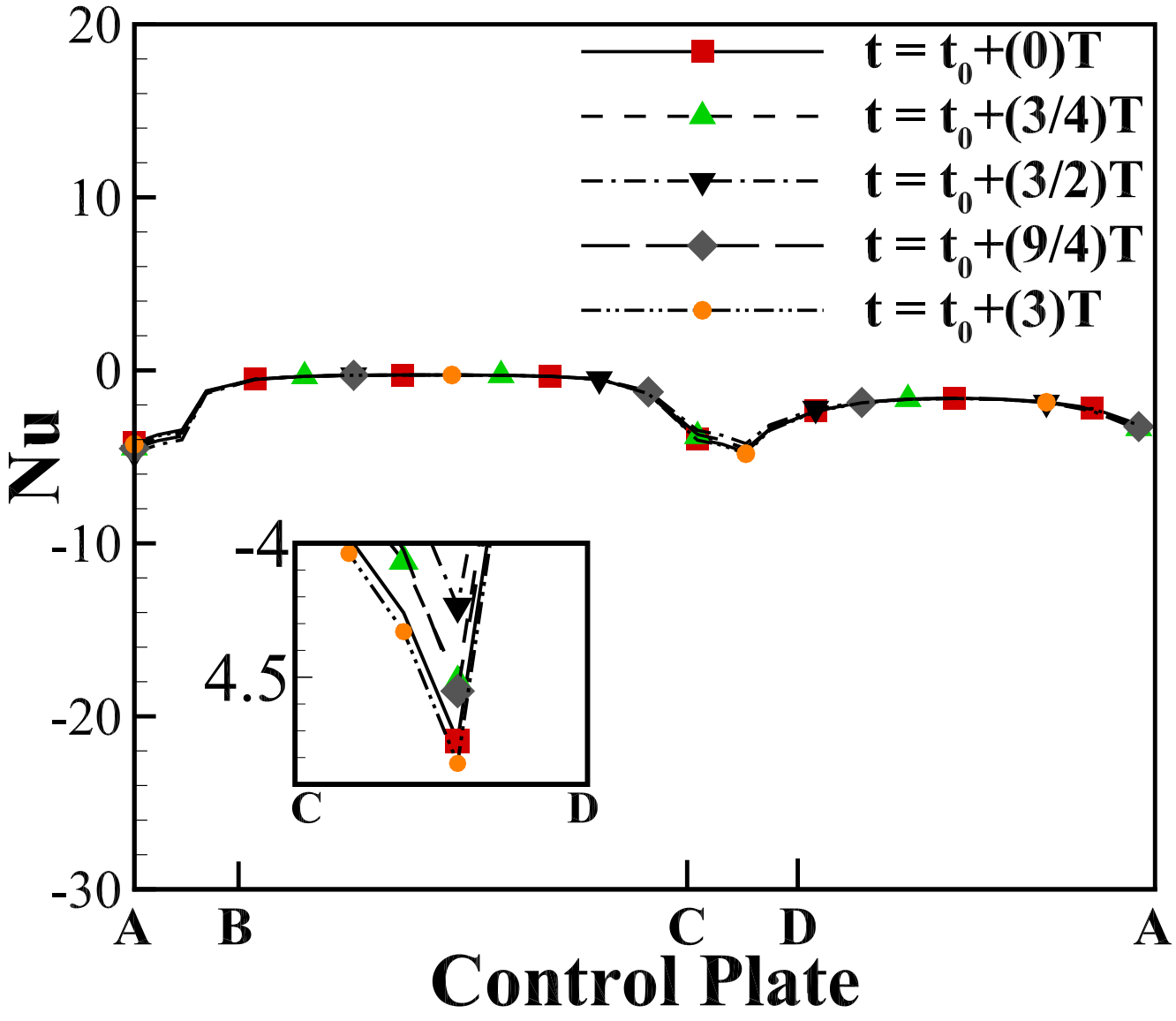
[23] M. Cheng、G. Liu、K. Lam, 《旋转振荡圆柱绕流的数值模拟》, Computers & Fluids 30 (3) (2001) 365–392。[24] M. Cheng、Y. T. Chew、S. C. Luo, 《平均流中旋转振荡圆柱的数值研究》, 流体与结构杂志 15 (7) (2001) 981–1007。[25] U. C. Saxena、A. D. K. Laird, 《横向流中振荡圆柱的传热》, Journal of Heat Transfer 100 (4) (1978) 684–689。[26] C.-H. Cheng、H.-N. Chen、W. Aung, 《横向振荡对圆柱对流传热影响的实验研究》, Journal of Heat Transfer 119 (3) (1997) 474–482。[27] F. M. Mahfouz、H. M. Badr, 《均匀来流中旋转振荡圆柱的强制对流》, 国际传热与传质杂志 43 (17) (2000) 3093–3104。[28] W.-S. Fu、B.-H. Tong, 《横向流中受热振荡圆柱传热的数值研究》, 国际传热与传质杂志 45 (14) (2002) 3033–3043。[29] J. Ghazanfarian、M. R. H. Nobari, 《横向流振荡旋转圆柱对流传热的数值研究》, 国际传热与传质杂志 52 (23-24) (2009) 5402–5411。[30] M. R. H. Nobari、J. Ghazanfarian, 《顺流向振荡旋转圆柱的对流传热》, International Journal of Thermal Sciences 49 (10) (2010) 2026–2036。[31] Q. M. Al-Mdallal、F. M. Mahfouz, 《均匀来流中作圆周运动的受热非旋转圆柱的传热》, 国际传热与传质杂志 112 (2017) 147–157。[32] B. Celik、U. Akdag、S. Gunes、A. Beskok, 《通道中带上游分流板的振荡圆柱绕流》, Physics of Fluids 20 (10) (2008) 103603。[33] A. Ghiasi、S. E. Razavi、A. Rouboa、O. Mahian, 《带分流板的受限振荡圆柱绕流数值研究》, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow 29 (5) (2019) 1629–1646。

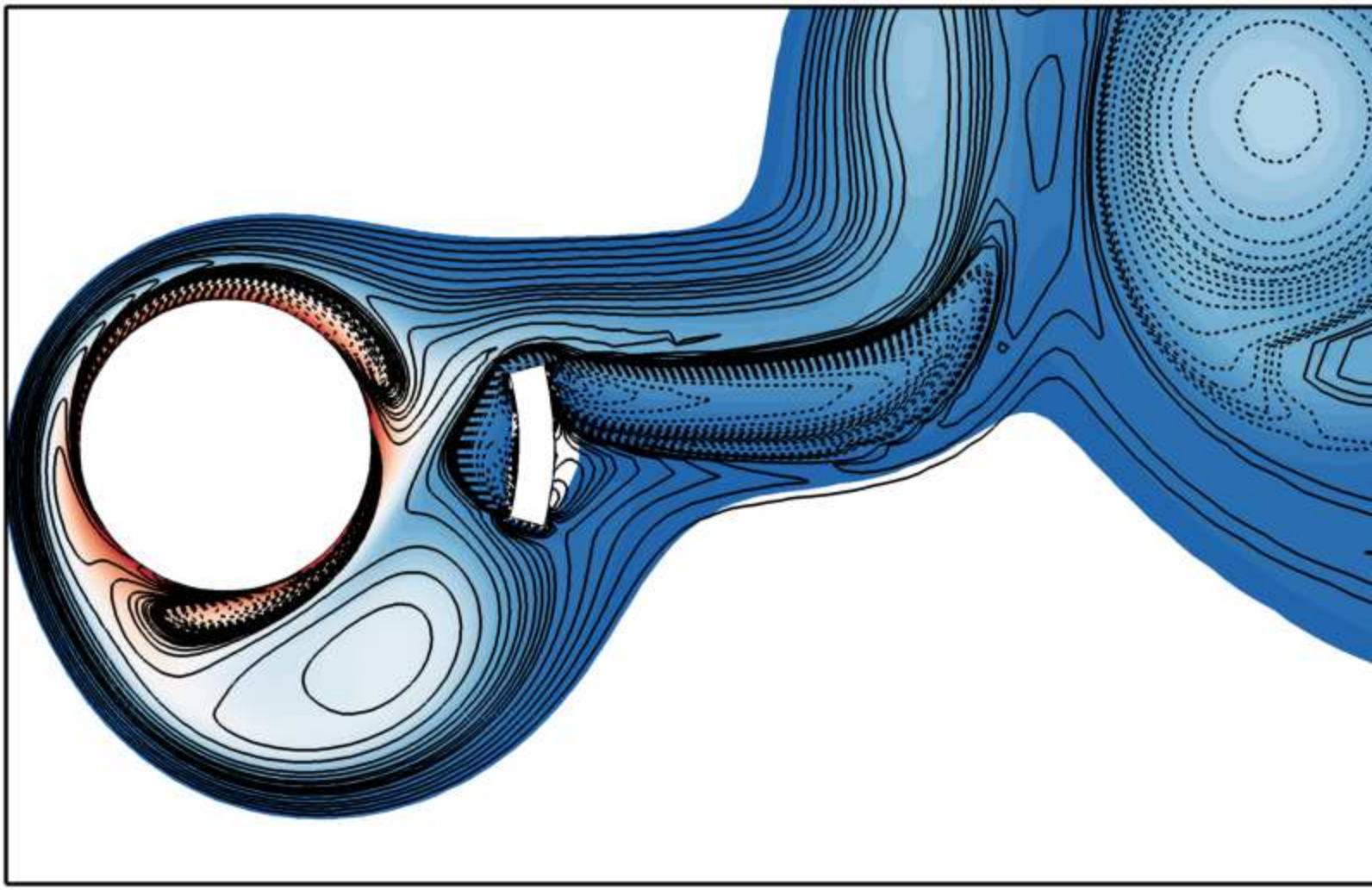
[34] J. Gerrard, 《钝体后方涡旋形成区的力学机制》, 流体力学杂志 25 (2) (1966) 401–413。[35] P. Bearman, 《对带钝后缘并安装分流板的二维模型后方流动的研究》, 流体力学杂志 21 (2) (1965) 241–255。[36] S. E. Razavi、V. Farhangmehr、F. Barar, 《低雷诺数下分流板对圆柱周围流动与传热的影响》, 应用科学杂志 8 (7) (2008) 1286–1292。[37] D. Deep、A. Sahasranaman、S. Senthilkumar, 《带分流板圆柱尾流的POD分析》, European Journal of Mechanics- B/Fluids 93 (2022) 1–12。[38] K. Liu、J. Deng、M. Mei, 《带分流板圆柱受限绕流的实验研究》, 流量测量与仪器 51 (2016) 95–104。[39] Y. Bao、J. Tao, 《利用平行双板对圆柱后方尾流进行被动控制》, 流体与结构杂志 37 (2013) 201–219。[40] L. Lu、M.-m. Liu、B. Teng、Z.-d. Cui、G.-q. Tang、M. Zhao、L. Cheng, 《低雷诺数下带多个控制杆的圆柱绕流数值研究》, 流体与结构杂志 48 (2014) 235–259。[41] D. Eastman、D. Wenndt, 《带环绕式尾翼的机动导弹空气动力学》, 载于：第3届应用空气动力学会议，科罗拉多斯普林斯，美国科罗拉多州，1985年，第4083页。[42] D. Martins、J. Correia、A. Silva, 《前翼压力分布对一级方程式赛车车轮尾流空气动力学的影响》, 能源 14 (15) (2021) 4421。[43] H. V. R. Mittal, 《一类用于流体界面问题的高阶精度格式》, 博士论文，印度理工学院曼迪分校（2016年）。[44] H. V. R. Mittal、Q. M. Al-Mdallal, 《均匀来流中作旋转振荡的等温圆柱强制对流数值研究》, 国际传热与传质杂志 127 (2018) 357–374。

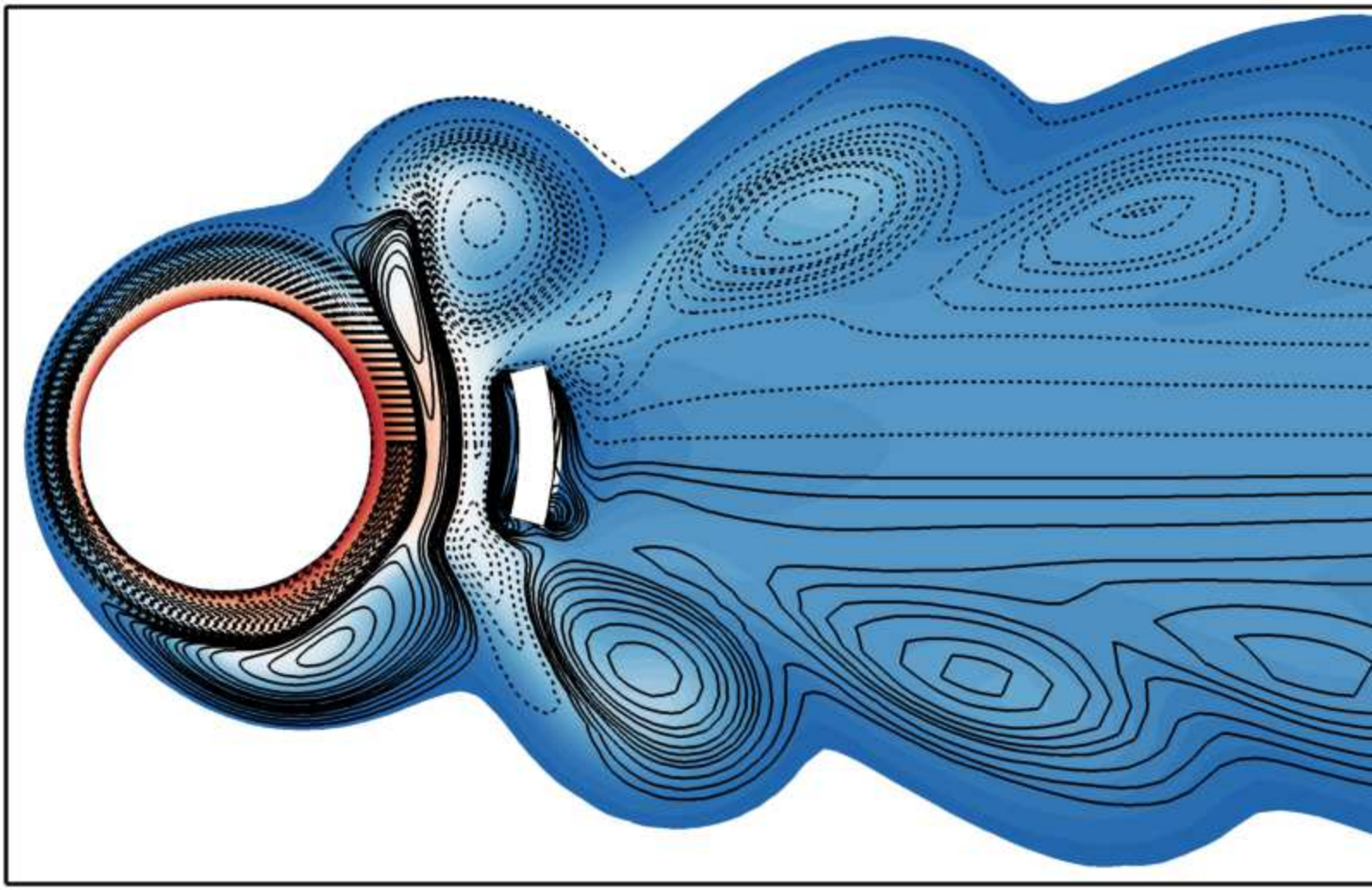
[45] Z. Huang、W. Zhang、G. Xi，时间周期性脉动温度作用下内圆柱诱发的方形腔体自然对流，《国际传热与传质学报》82 (2015) 16–25。

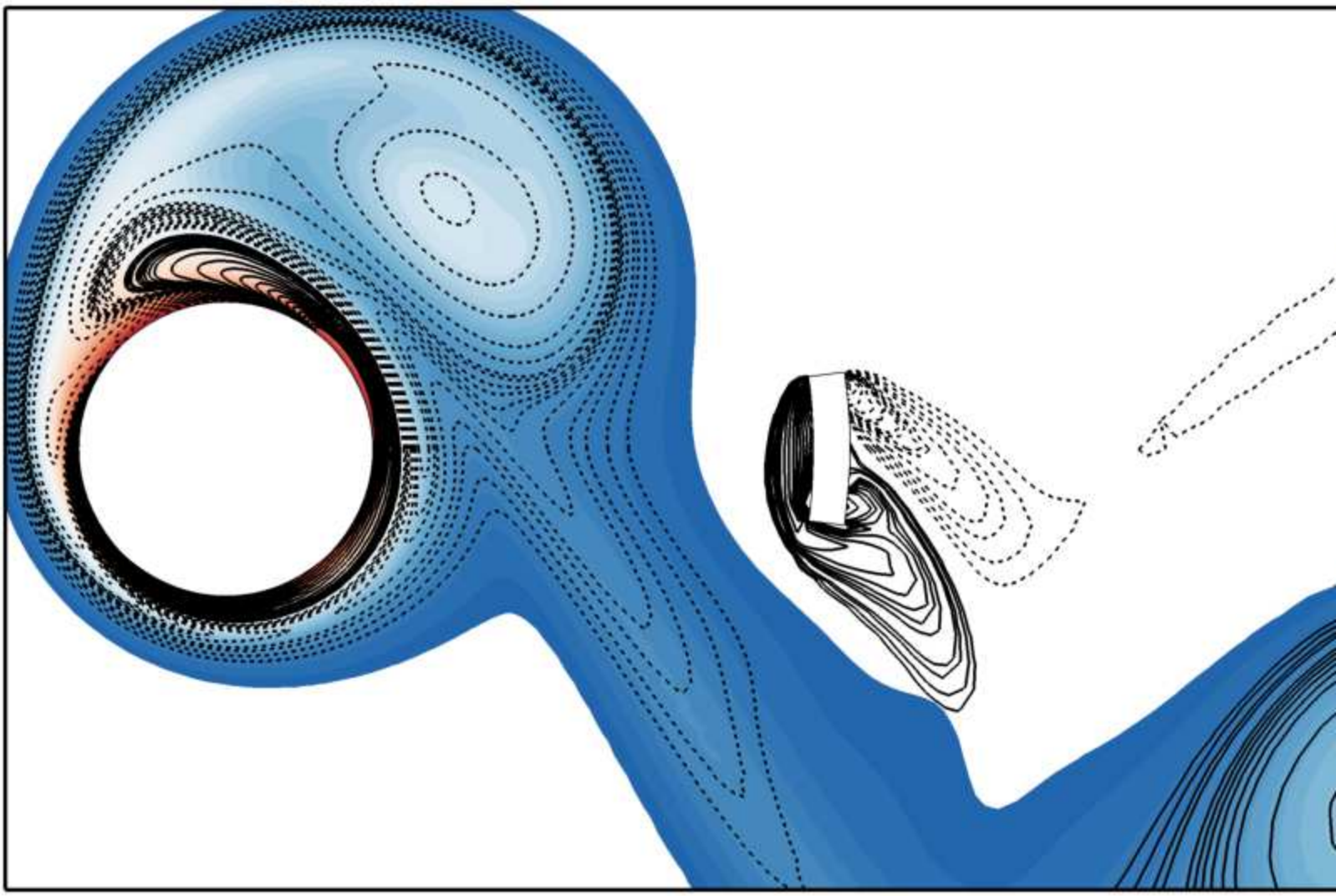
[46] R. K. Ray、A. Haty、A. Kumar，均匀流中受时间周期性脉动温度加热的旋转振荡圆柱周围的传热，《Heat Transfer》51 (3) (2022) 2808–2836。

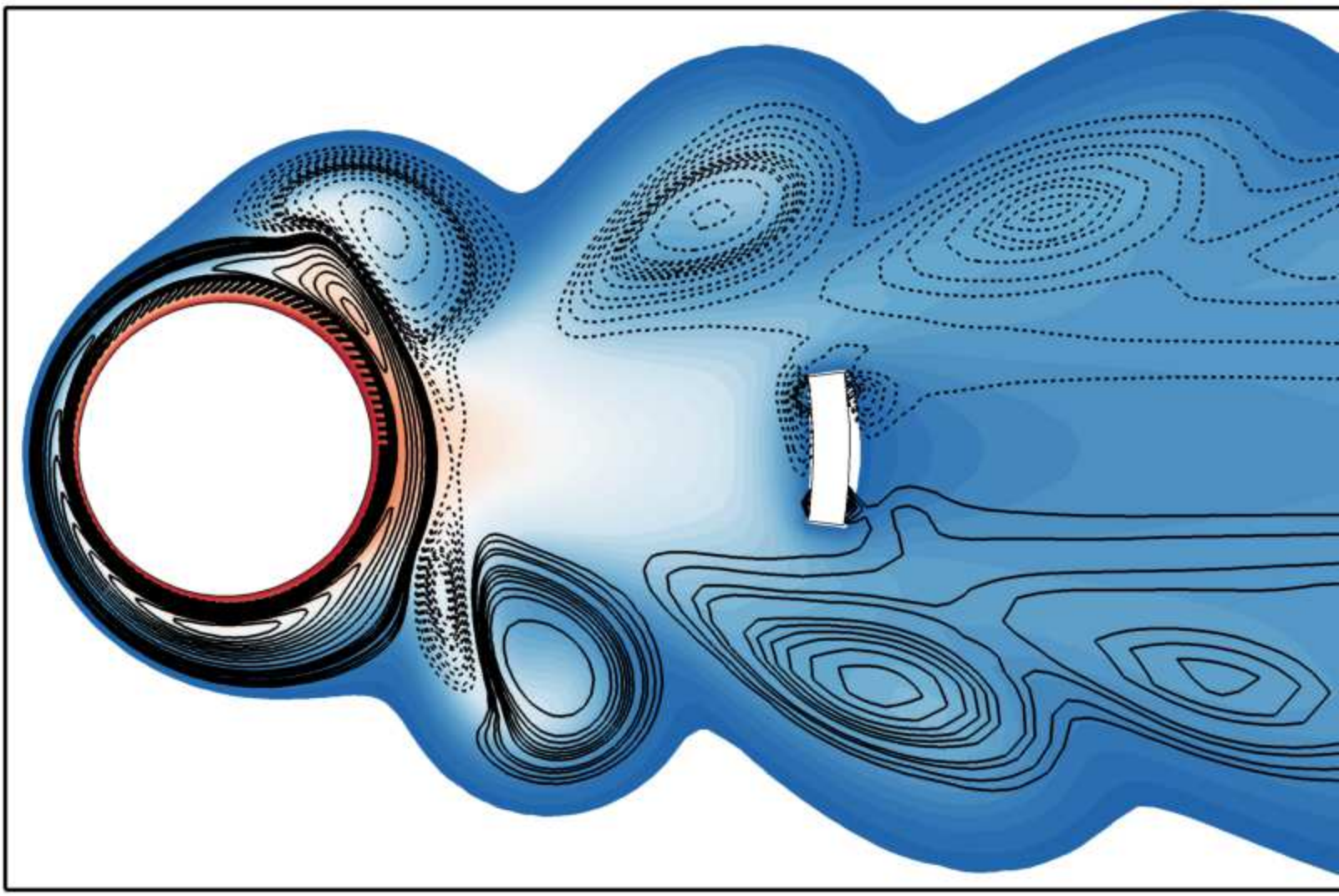

20
10
0
-10
-20
-30
Nu
A
B
C
D
A
Control Plate
t = t0+(0)T
t = t0+(1/4)T
t = t0+(1/2)T
t = t0+(3/4)T
t = t0+(1)T

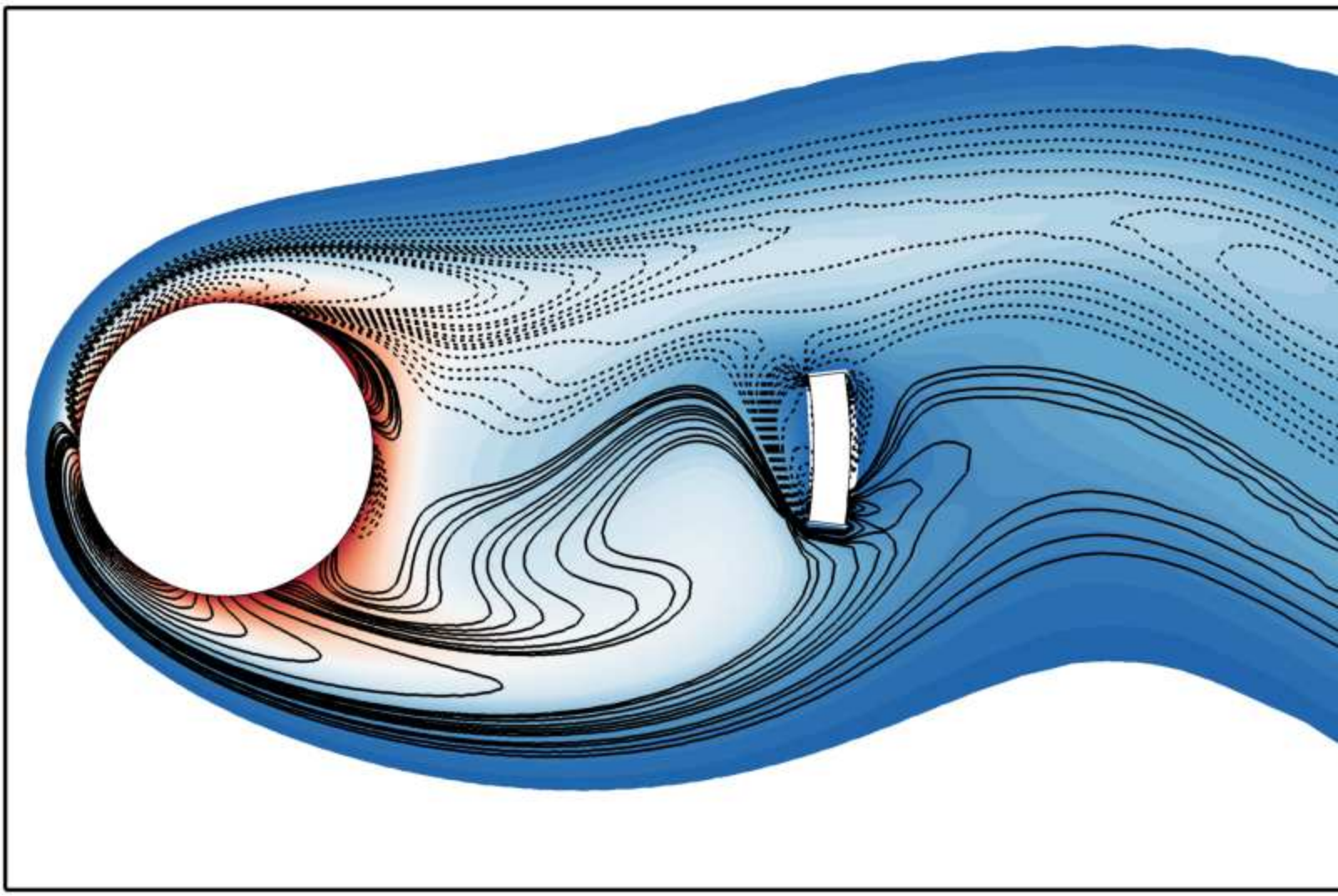

20
10
0
-10
-20
-30
Nu
A
B
C
D
A
Control Plate
t = t0+(0)T
t = t0+(3/4)T
t = t0+(3/2)T
t = t0+(9/4)T
t = t0+(3)T
-4
4.5
C
D

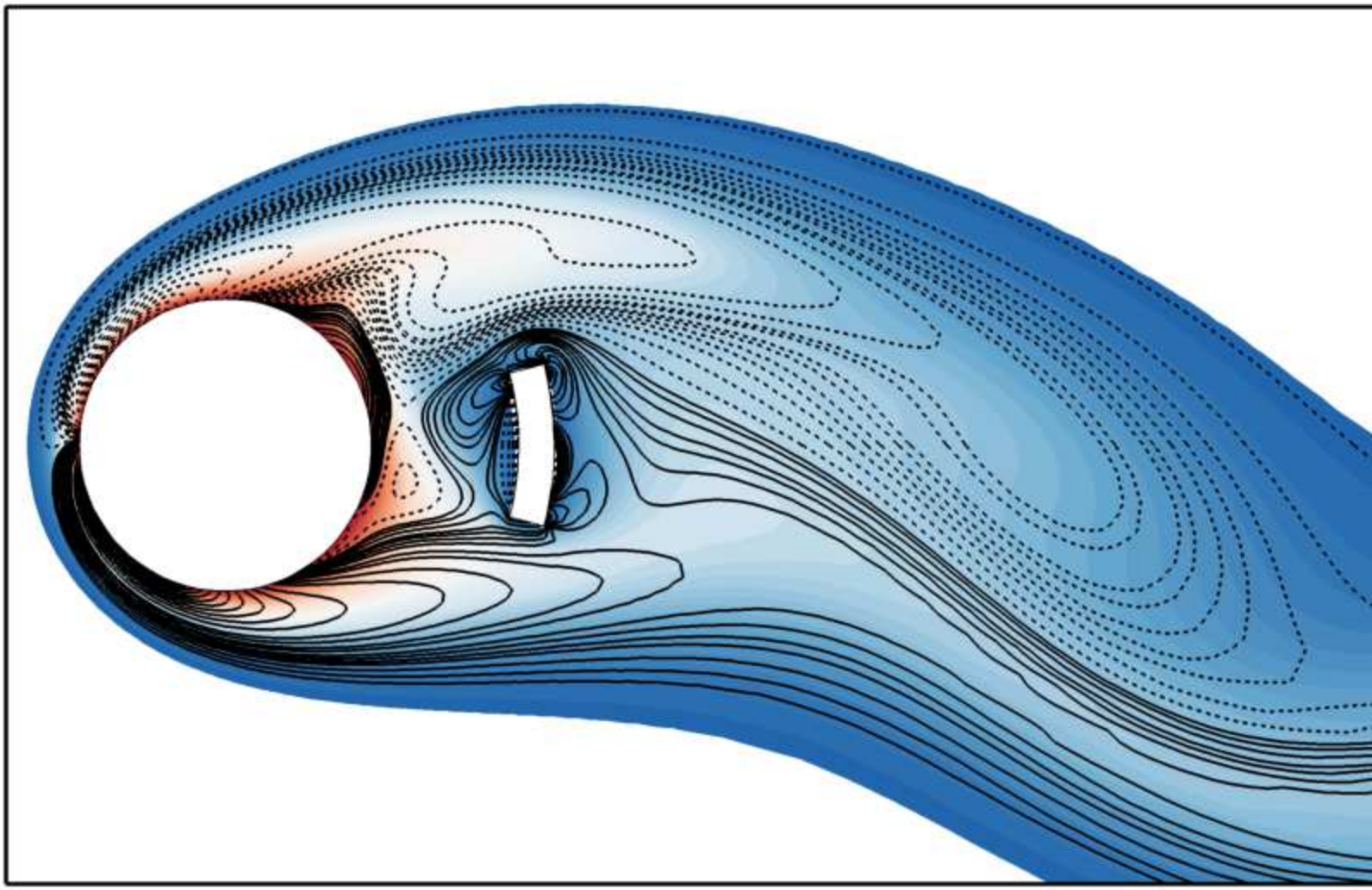


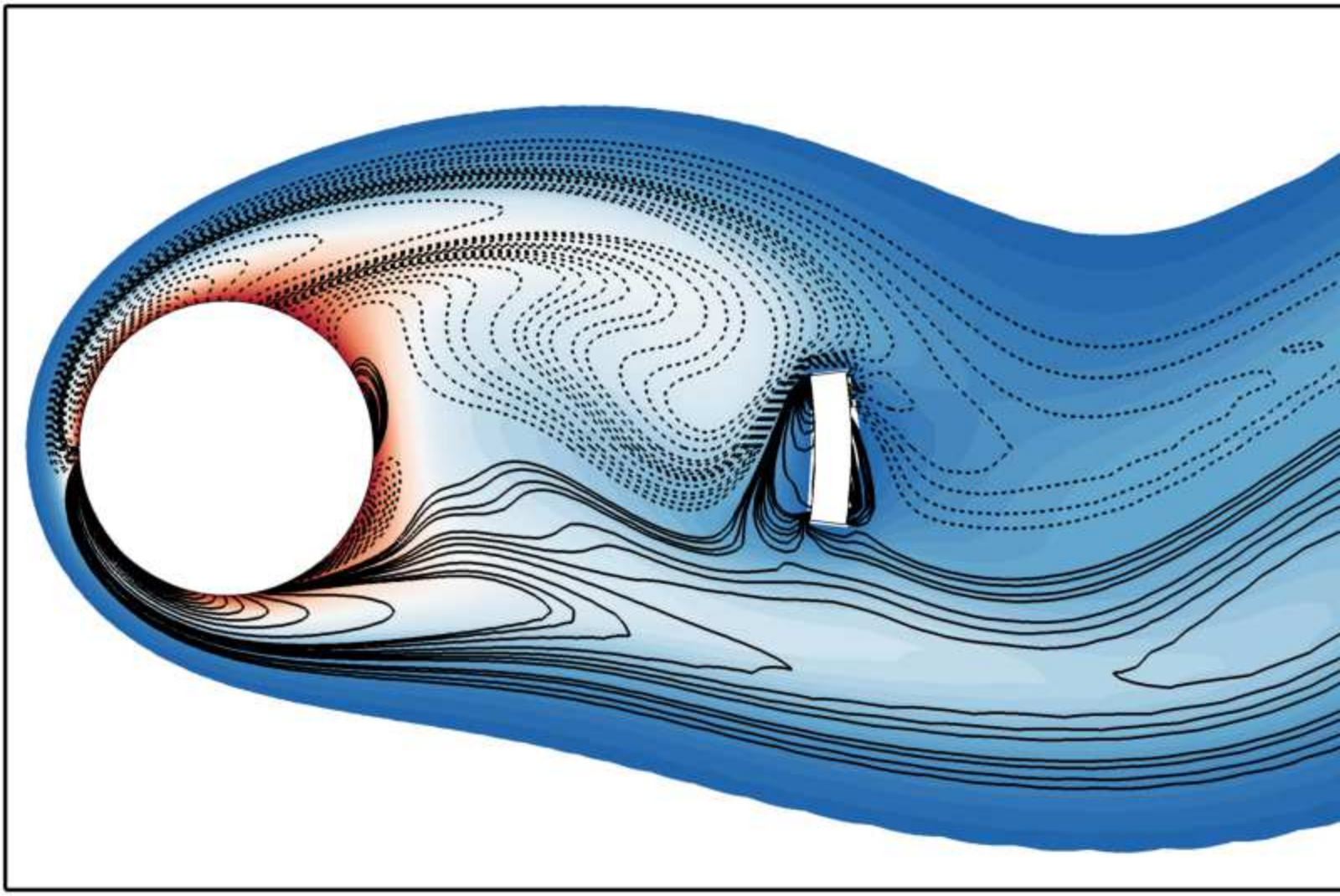


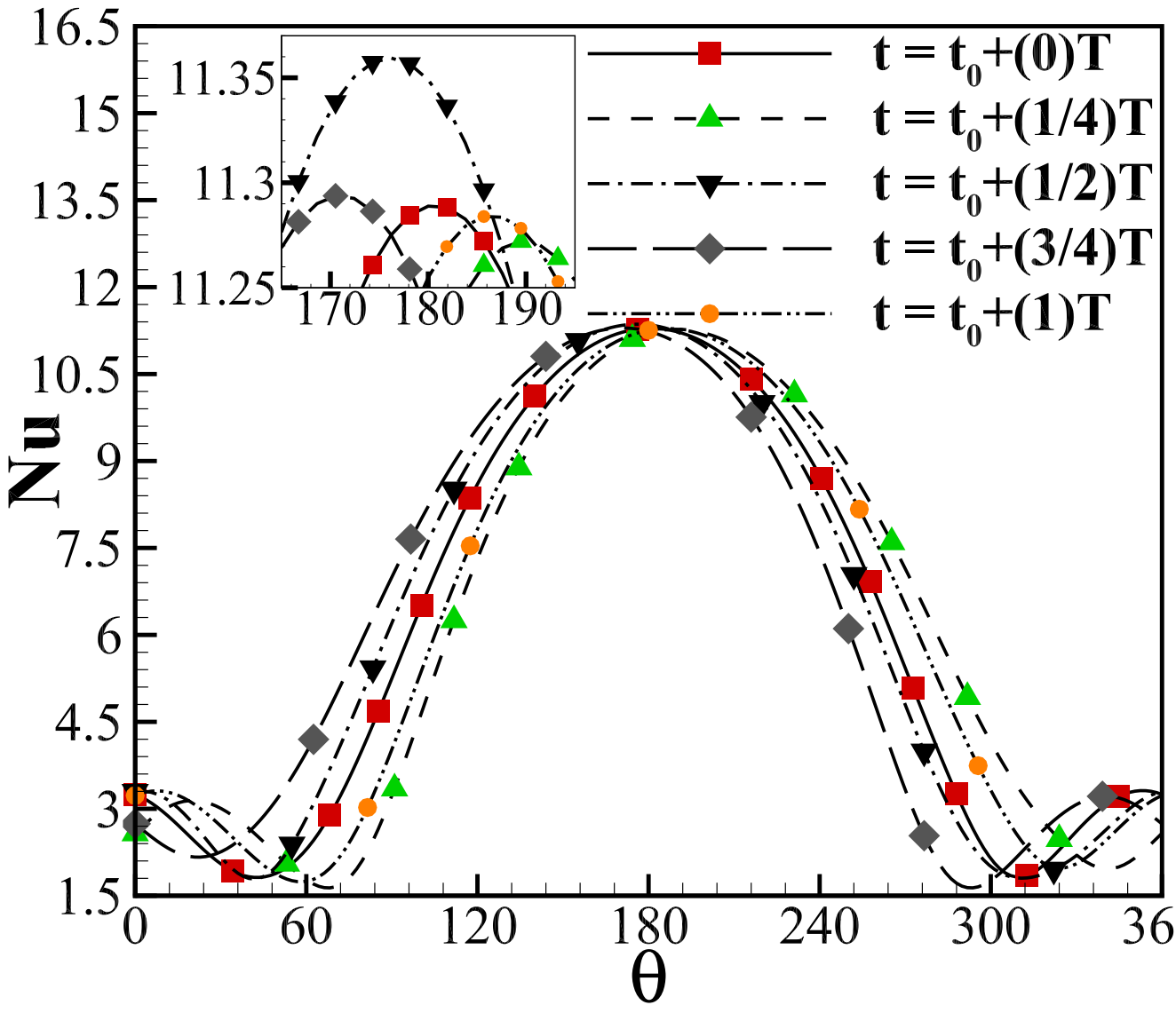


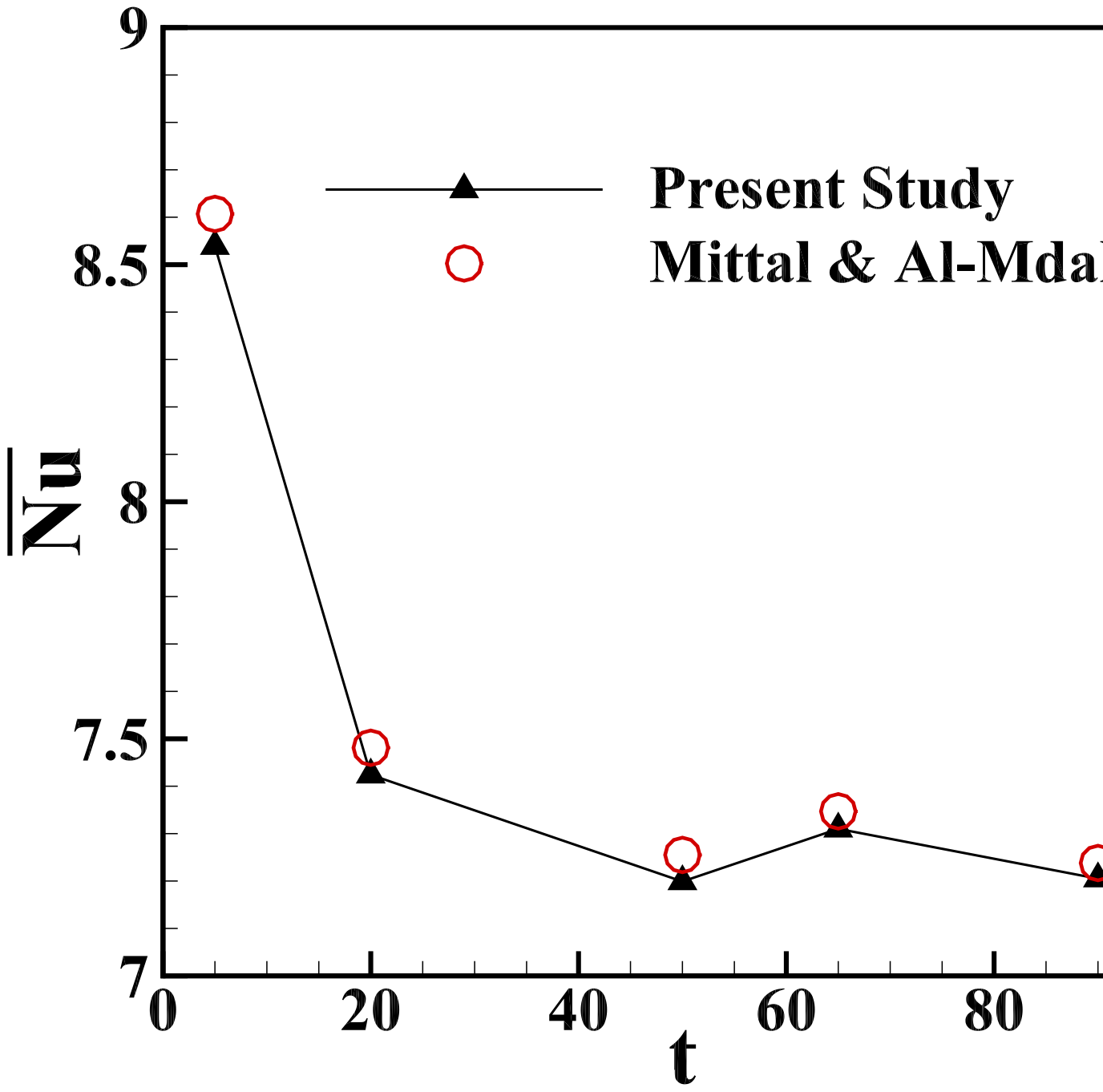









16.5
15
13.5
12
10.5
9
7.5
6
4.5
3
1.5
Nu
0
60
120
180
240
300
360
θ
11.35
11.3
11.25
170
180
190
t = t0+(0)T
t = t0+(1/4)T
t = t0+(1/2)T
t = t0+(3/4)T
t = t0+(1)T


9
8.5
8
7.5
7
0
20
40
60
80
t
Nu
Present Study
Mittal & Al-Mdal

